

CAPÍTULO I
ANTECEDENTES

1.1 Problema

Las escaleras auto portantes de dos tramos son elementos estructurales tridimensionales propensas a desarrollar patologías que pueden dejarlas fuera de servicio si no se analizan apropiadamente todos sus efectos y es la torsión la que usualmente se tiende a omitir en el diseño estructural, por lo cual no son muy utilizadas, su practicidad y esbeltez no se aprovecha en los diseños arquitectónicos del medio.

Siendo entonces el problema a encarar el “mal diseño de escaleras autoportantes de dos tramos”

1.1.1 Planteamiento del problema

Desde el punto de vista de la arquitectura las escaleras auto portantes son una gran opción para obtener una estructura estéticamente agradable que libera espacios.

Pero se opta por utilizar escaleras con apoyos convencionales ya que estas simplifican el diseño y facilitan el cálculo de la misma, los refuerzos requeridos son iguales que para las unidireccionales o vigas simplemente apoyadas, es cuando se tiene las condiciones de una escalera autoportante que se complica el diseño ya que entra en consideración la continuidad tridimensional de la estructura producto de esta condición es que se potencian los momentos torsores, esfuerzos que convencionalmente no se consideran. Es esta dificultad que lleva a realizar malos diseños y se producen las patologías y deformaciones que pueden llegar a sacar de servicio a la escalera.

Es necesario realizar un estudio que analice los esfuerzos determinando que aspectos son los más influyentes ya sea en el valor o localización de los mismos en la estructura.

Por lo tanto se busca definir el comportamiento de la escalera en relación de sus múltiples variables de manera que se puedan trazar lineamientos, recomendaciones para el correcto diseño de este tipo de estructuras, en base a resultados numéricos que permitirán identificar las condiciones más favorables.

1.1.2 Formulación del problema

El propósito de la ingeniería es diseñar y construir estructuras resistentes, confortables y económicas por lo tanto la actualización, verificación y mejora de los métodos de diseño debe ser una búsqueda constante, y al poder identificar un punto endeble en los diseños de nuestro medio es necesario responder a la necesidad con el conocimiento técnico necesario, desarrollando apropiadamente una evaluación del comportamiento de la misma.

1.1.3 Sistematización

Para conocer los esfuerzos de la escalera primero es necesario identificar el mejor método de cálculo para la misma. El método de cálculo será solamente una herramienta para el desarrollo de la investigación.

Los esfuerzos en la estructura dependerán de una serie de variables ya sean geométricas respecto a sus dimensiones o por efectos de carga. Para analizar el comportamiento de la escalera es preciso identificar todas las variables que tengan incidencia en los esfuerzos.

De las variables identificadas se tendrá que discernir entre las independientes y las dependientes, donde según su clasificación, a las variables dependientes se les asigna un valor representativo constante que las descarta del análisis y a las variables independientes se les asigna un rango de trabajo para las iteraciones.

Finalmente se obtiene el comportamiento de la estructura de acuerdo a los esfuerzos que se obtengan producto de la iteración de las variables independientes que generaran modelos de todas las combinaciones posibles.

Del análisis de los modelos obtenidos se llegaran a las conclusiones finales del trabajo

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

- Determinar la influencia de la torsión en el diseño de escaleras autoportantes de dos tramos

1.2.2 Objetivos específicos

- Calcular los esfuerzos en escaleras autoportantes mediante una metodología que asegure resultados confiables
- Identificar la variable o combinación de variables, más determinante que genera los mayores esfuerzos torsores en la estructura
- Realizar y comparar el diseño estructural mediante las normativa ACI y EHE

1.3 Justificación

1.3.1 Académica

Desarrollar una línea de investigación estableciendo correctamente la forma de cómo se realizó la idealización de este tipo de estructuras, las variables que se tomaron en cuenta y los criterios

que se usaron para el análisis de los modelos generados de manera que sirvan como referencia para diseños posteriores

1.3.2 Práctica

Al conocer la relación de la influencia de la torsión respecto con las variables independientes podremos conocer las dimensiones óptimas, y los refuerzos necesarios a considerar para la armadura adicional a torsión, dándole una respuesta al problema de las patologías en escaleras.

1.3.3 Social

Todas las obras de la ingeniería civil tienen una justificación social inherente en ellas dado que se realizan para cubrir una demanda, mejorar el diseño significa cumplir este objetivo de cubrir una demanda de la mejor forma posible, en el caso del diseño de escaleras esto significara una reducción en costos, una estructura más durable y resistente que logre la satisfacción del usuario, su extensión en el medio es basta dado que no se trata de estructuras especiales únicas sino de un elemento básico que estará presente en todas y cada una de las edificaciones que superen una planta.

1.4 Marco de referencia

1.4.1 Espacial

El presente trabajo de investigación, se realizara en la ciudad de Tarija, consultando con asesores del medio, y el alcance de los resultados apuntan a este medio en específico.

1.4.2 Temporal

Los resultados obtenidos de la presente investigación serán de carácter atemporal.

1.5 Alcance

1.5.1 Tipo de estudio

Dentro de la rama de la investigación aplicada, esta investigación clasifica como rutinaria ya que cumple a cabalidad el criterio de que se busca aplicar el conocimiento técnico para resolver un problema de la vida diaria, para este caso la falta de diseños de escaleras autoportantes debido a la tendencia a desarrollar patologías de las mismas.

1.5.2 Hipótesis

- Existe una variable fundamental cuya naturaleza genera los momentos torsores más altos.

1.5.3 Restricciones y limitaciones

- El estudio se limita a escaleras hechas de hormigón armado y no de otros materiales.
- No se considerara el diseño bajo efectos sísmicos

CAPÍTULO II
MARCO TEORICO

2.1 Escaleras

Construcción o estructura constituida por una sucesión de escalones que tiene como principal objetivo comunicar dos superficies a distinto nivel

2.1.1 Tipos de escaleras:

Los factores por medio de los cuales se clasifica un sistema de escaleras pueden ser factores físicos, estructurales y relacionados con el tipo de uso que tiene el sistema dentro de una edificación, a continuación se detallan los más importantes:

- Por el material del que estén hechas: hormigón armado, acero, madera, vidrio, combinadas, etc.
- Según la forma de su trayectoria: en tramo recto, en dos tramos, helicoidales, combinaciones, etc.

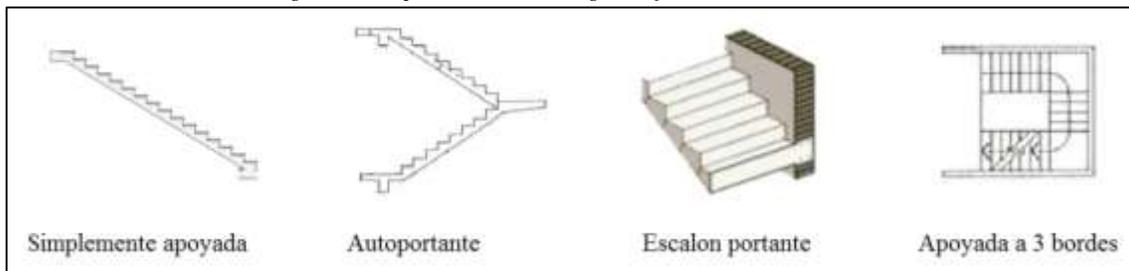
Figura # 1: Tipos de escaleras según su forma



Fuente: <https://www.super-cailing.com/stairs.com>

- Por su funcionamiento estructural: simplemente apoyadas, autoportantes, de escalón portante, placa apoyada en 3 bordes, ortopoligonales, etc.

Figura # 2: Tipos de escaleras según su funcionamiento estructural



Fuente: <https://www.super-cailing.com/stairs.com>

- Por la importancia de su función: escaleras principales de uso constante, de emergencia para evacuación, secundarias para ambientes poco utilizados (como entretechos y sótanos), etc.

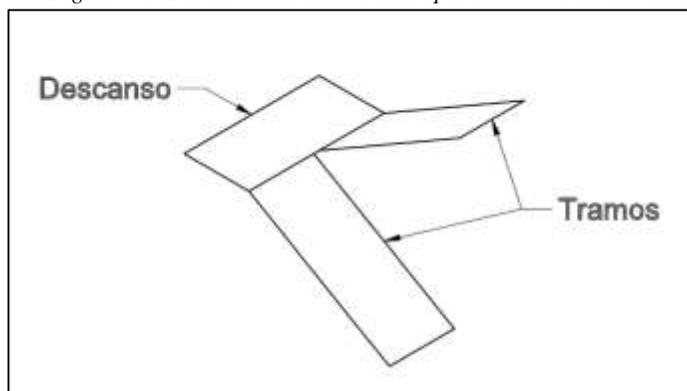
2.1.2 Escalera autoportante de dos tramos

La escalera autoportante de dos tramos hecha de hormigón armado es el foco de esta investigación. La configuración a dos tramos es una de las formas más utilizadas en la arquitectura actual del medio.

La escalera de dos tramos reduce la longitud de emplazamiento al dividir el largo del tramo en dos partes por lo que son más eficientes en el uso del espacio, al tener tramos rectos aprovechan al máximo su ancho dado que los usuarios pueden transitar con facilidad a lo largo en cualquier punto de la escalera a diferencia de las helicoidales donde el borde interior es reducido y no se utiliza.

La escalera de dos tramos cuenta con dos partes esenciales: los tramos y el descanso:

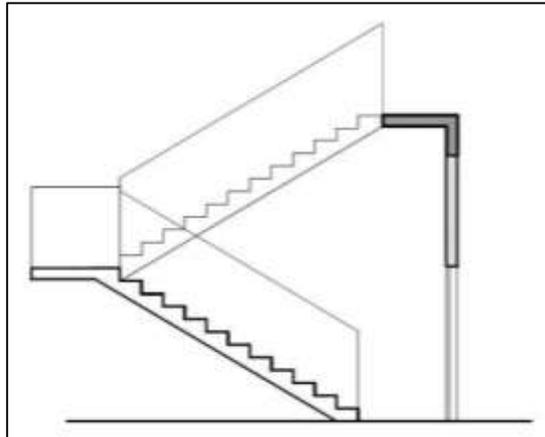
Figura # 3: Partes de una escalera autoportante de dos tramos



Fuente: Elaboración propia

En escaleras de dos tramos convencionales el ancho del tramo es igual al ancho del descanso. El sentido de la escalera si es a derecha o a izquierda depende de la dirección del giro de subida. Autoportante significa que sostiene su propio peso esto es un concepto aplicable a cualquier estructura pero al referirse a escaleras el término autoportante significa que la escalera se apoya únicamente en su punto de arranque y de llegada es decir que el descanso y los extremos de los tramos que se conectan al mismo se encuentran libres.

Figura # 4: Ejemplo de una escalera autoportante de dos tramos



Fuente: Elaboración propia

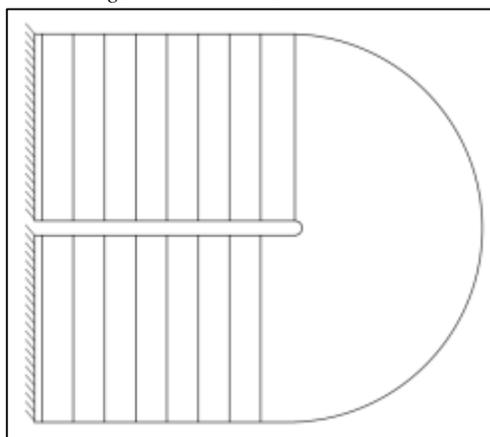
2.1.2.1 Variantes

La configuración de la escalera de dos tramos puede adoptar ligeras variaciones respecto a su geometría que pueden tener cierta influencia en su análisis, las variaciones más comunes que se presentan son las siguientes:

- Descanso circular

En esta variante se mantiene prácticamente la misma estructura y su funcionamiento estructural no se verá afectado ya que las esquinas exteriores del descanso prácticamente son inoperantes ya que tienen muy poco flujo de esfuerzos que culminen en ellas, la forma semicircular fluye a su vez con el tráfico de los usuarios por lo que la reducción del espacio no afecta su comodidad.

Figura # 5: Descanso semicircular

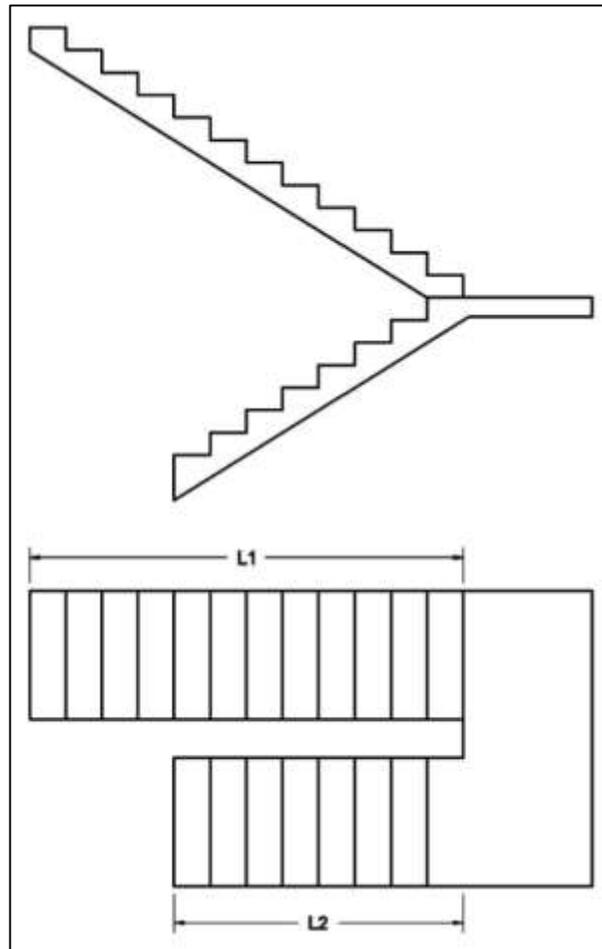


Fuente: Elaboración propia

- Tramos asimétricos

En esta variante los tramos no tienen el mismo largo por lo tanto el descanso no se ubica a media altura del desnivel:

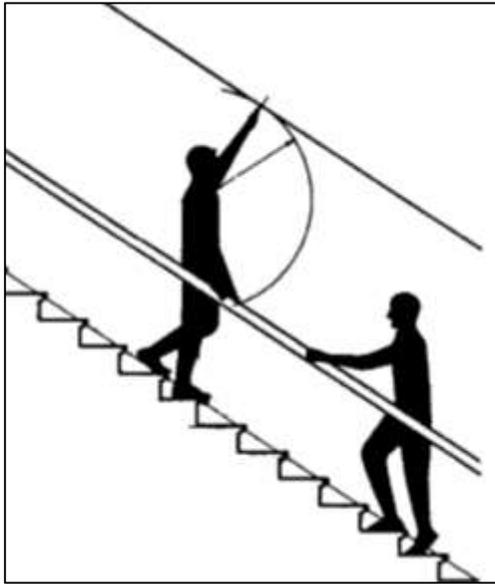
Figura # 6: Escalera autoportante de tramos asimétricos



Fuente: Elaboración propia

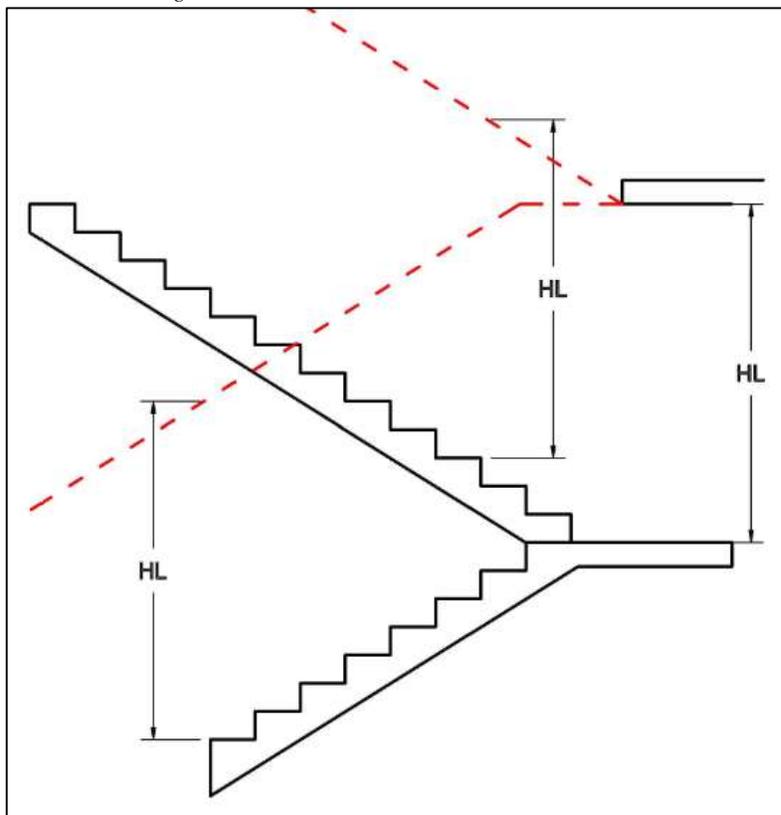
Esta configuración se debe a la falta de espacio vertical, es necesario mantener en todos los puntos de la escalera un mínimo de altura libre que asegure que el usuario no se tope con la losa encima del tramo al subir por la escalera, según el “Arte de proyectar en arquitectura” de Ernst Neufert este valor es de 2.1 metros. Por lo tanto para que el descanso cumpla esta limitante el tramo inferior será más corto que el superior.

Figura # 7: Altura libre para usuarios en una escalera



Fuente: Bangash T. (1999) "Structural Analysis and Design of Staircases"

Figura # 8: Altura libre en escaleras de dos tramos

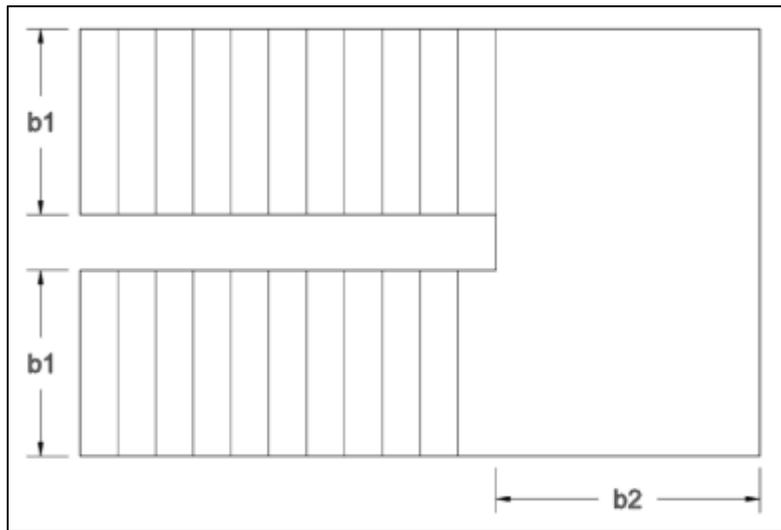


Fuente: Elaboración propia

- Ensanchamiento del descanso

Convencionalmente el ancho del descanso es el mismo que el del tramo, pero una posible variación es la de incrementar el ancho del descanso respecto al de los tramos para facilitar el transporte de muebles u objetos grandes ya que se requiere un radio de giro mayor para maniobrar objetos rectos de gran tamaño.

Figura # 9: Descanso ampliado

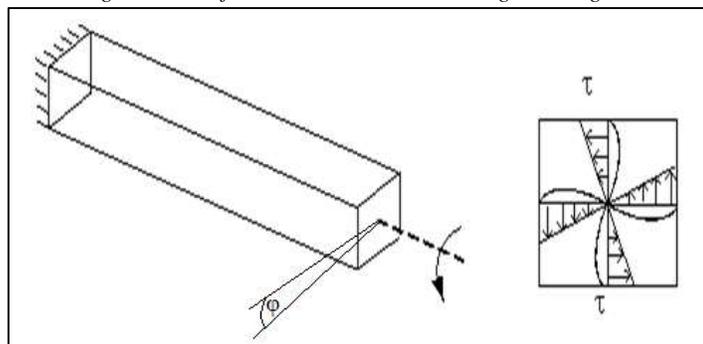


Fuente: Elaboración propia

2.2 Torsión

Se refiere a la carga de un miembro estructural que tiende a torcerlo. Semejante carga se llama par de torsión, momento torsor, o par de torsión. Cuando se aplica un par de torsión a un miembro estructural, se genera un esfuerzo cortante y se crea una deflexión torsional, la cual produce un ángulo de torsión en un extremo de la pieza respecto del otro.

Figura # 10: Efectos de la torsión en una viga rectangular



Fuente: http://www.mecapedia.uji.es/deformaciones_en_la_torsion.htm

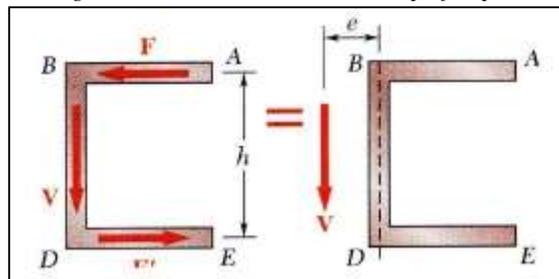
En resistencia de materiales, el centro de cortante, también llamado centro de torsión, centro de cortadura o centro de esfuerzos cortantes, es un punto situado en el plano de la sección

transversal de una pieza prismática como una viga o un pilar, etc. tal que cualquier esfuerzo cortante que pase por él no producirá momento torsor en la sección transversal de la pieza, esto es, que todo esfuerzo cortante genera un momento torsor dado por la distancia del esfuerzo cortante al centro de cortante

Cuando existe un eje de simetría el centro de cortante está situado sobre él. En piezas con dos ejes de simetría el centro de cortante coincide con el centro de gravedad de la sección y en ese caso la flexión y torsión están desacopladas y una viga o pilar puede tener flexión sin torsión y torsión sin flexión. Sin embargo, en prismas mecánicos, vigas o pilares con asimetrías en su sección transversal el centro de cortante no necesariamente coincidirá con el centro de gravedad ni el de simetría.

Por ejemplo considerando la siguiente figura:

Figura # 11: Centro de torsión en un perfil tipo C



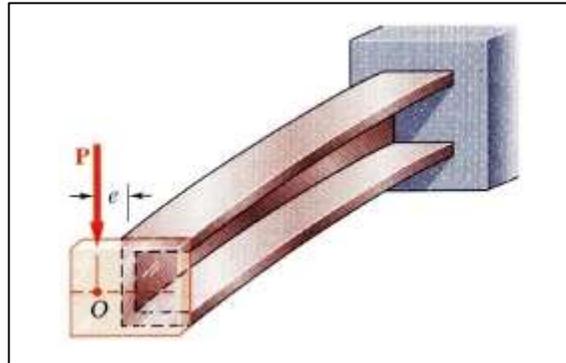
Fuente: [http://www.unizar.es/aeipro/finder/INGENIERIA % CIVIL](http://www.unizar.es/aeipro/finder/INGENIERIA%20CIVIL)

El momento torsor se puede anular aplicando la fuerza V a la izquierda del alma de tal manera que se cumpla:

$$F * h = V * e$$

La distancia “e” determina la posición del centro de cortante. Si se aplica una fuerza en el centro de cortante “O” el elemento estará sometido a flexión pero no a torsión.

Figura # 12: Centro de torsión en una viga en voladizo de perfil tipo C



Fuente: <http://www.unizar.es/aeipro/finder/INGENIERIA%20CIVIL>

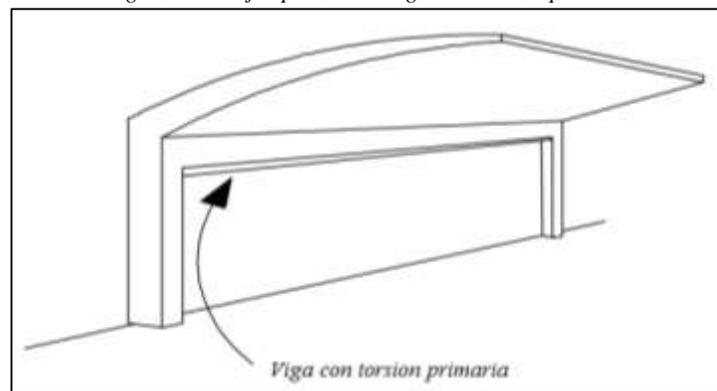
En ingeniería los esfuerzos a torsión en elementos estructurales siempre vienen en conjunto con momentos flectores y cortantes. El efecto de la torsión en estructuras de hormigón armado puede producir fallas por rotura frágil, es decir una rotura brusca, por lo cual los refuerzos a torsión buscan principalmente otorgar a la estructura rigidez torsional suficiente para resistir los esfuerzos y aportarle ductilidad para que ante señales de agotamiento importante se produzcan fisuras que permitan identificar el problema.

Los esfuerzos de torsión en las estructuras pueden distinguirse según su acción sea primaria o secundaria, o dicho de otra manera, según si su aparición es indispensable o no para establecer el equilibrio.

2.2.1 Torsión primaria o de equilibrio

Se produce cuando el momento torsional no puede ser reducido por redistribución de fuerzas internas es referido como torsión de equilibrio dado que el momento torsor es requerido para mantener el equilibrio de la estructura.

Figura # 13: Ejemplo de una viga con torsión primaria



Fuente: Facultad de ingeniería, Universidad de Misiones (2010) "Guía de diseño a torsión según normativa ACI318-05"

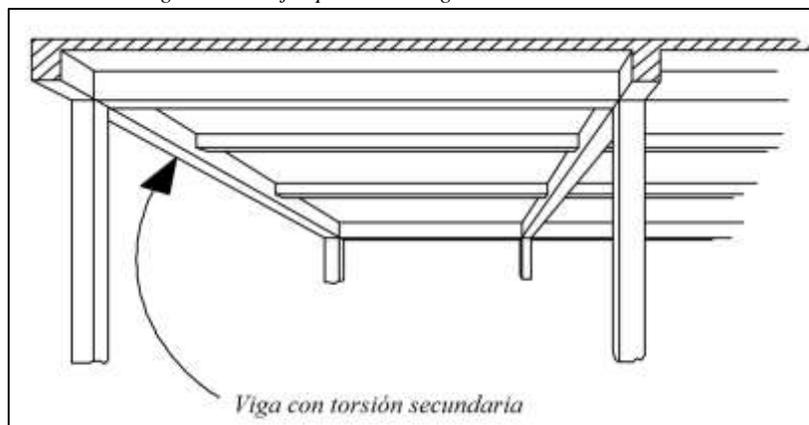
En la figura puede verse un caso de torsión primaria, el torque de diseño producto del momento flector del voladizo, no puede reducirse porque una redistribución de momentos es imposible ya que es el único elemento de apoyo que garantiza el equilibrio del sistema isostático

2.2.2 Torsión secundaria o de compatibilidad

En este caso la torsión se genera como una acción secundaria necesaria para satisfacer requerimientos de compatibilidad o continuidad estructural de elementos que conforman un sistema hiperestático.

El hecho de no considerar dicha continuidad en el diseño puede conducir a una fisuración que puede ser excesiva, pero no se llegaría al caso de colapso de la estructura. Esto se debe a que en los sistemas hiperestáticos el equilibrio es asegurado por una redistribución de esfuerzos internos entre los elementos constitutivos. Dicho de otra manera, en estos casos, existe más de una alternativa para asegurar el equilibrio de la estructura.

Figura # 14: Ejemplo de una viga con torsión secundaria



Fuente: Facultad de ingeniería, Universidad de Misiones (2010) "Guía de diseño a torsión según normativa ACI318-05"

En la figura se puede ver un caso claro de torsión secundaria, el torque en la viga será producto de la flexión de las vigas perpendiculares que se apoyan en la misma. Una redistribución de momentos es posible.

2.2.3 Consideraciones de diseño para torsiones primarias o secundarias

En la torsión generada por equilibrio, la magnitud del momento torsor es generalmente independiente de la rigidez a torsión (depende de las cargas que lo originan), mientras que en el caso de torsión generada por compatibilidad la magnitud del momento torsor resultante depende de la rigidez del elemento.

Estas consideraciones llevan a que el diseño para torsión por equilibrio sea diferente al correspondiente a torsión por compatibilidad:

En el primero la resistencia debido a torsión deberá ser garantizada para cubrir la sollicitación externa, mientras que en el segundo será suficiente con suministrar una capacidad rotacional adecuada, y bastará con asegurar una adecuada distribución de armaduras longitudinales y de estribos para aliviar la rotación de la sección de hormigón.

Para la determinación del momento torsor último requerido deben tenerse en cuenta los conceptos dados anteriormente para distinguir los casos de torsión de equilibrio y de compatibilidad.

En el caso de torsión de equilibrio, la sollicitación última de torsión se determina mediante un análisis de equilibrio estático teniendo en cuenta a las cargas mayoradas que lo originan. En el caso de estructuras hiperestáticas, cuando existe torsión por compatibilidad aunque llegue a determinarse un valor de momento torsor relacionado con el funcionamiento estructural del conjunto, en general para el diseño, se adoptarán valores de torsor que surgen de límites dados por condiciones críticas de fisuración, buscando garantizar la compatibilidad y continuidad de la estructura.

2.3 Normativas

2.3.1 ACI

La ACI son las siglas en ingles de “American Concrete Institute” instituto americano del concreto que desarrolla estándares, normas y recomendaciones técnicas con referencia al hormigón armado.

La normativa propuesta por la ACI para requisitos mínimos de diseño y construcción de estructuras de hormigón es la ACI 318.

Se elige utilizar esta normativa como una de las guías en el diseño estructural de las escaleras por su prestigio a nivel mundial. Esta normativa se revisa y se publica actualizada cada cierto tiempo por lo que existen diferentes ediciones.

Para el presente trabajo se utilizara la edición del 2005 (ACI 318-05) la razón por la que se elige este año específico es por su relación con el Instituto Boliviano de Normalización y Calidad (IBNORCA) que pretende actualizar la norma boliviana del hormigón armado (CBH-87) y el documento base es la normativa ACI318 del año 2005.

La normativa ACI318-05 no presenta diferencias drásticas o grandes variaciones respecto a la filosofía, coeficientes y criterios a utilizar en comparación a la más reciente entrega que es la ACI318-14.

2.3.2 EHE

La EHE son las siglas que definen a la “Instrucción Española del Hormigón Estructural” y consiste en la normativa que rige en España para el cálculo de estructuras de hormigón.

El documento base de la EHE al igual que de todas las normativas de los países pertenecientes a la unión europea es el Euro código del Hormigón, que cada país adecua a sus exigencias pero que no varían demasiado con el documento original.

De igual manera se elige utilizar esta normativa por su prestigio dado que el Euro código es una de las mejores normativas a nivel mundial.

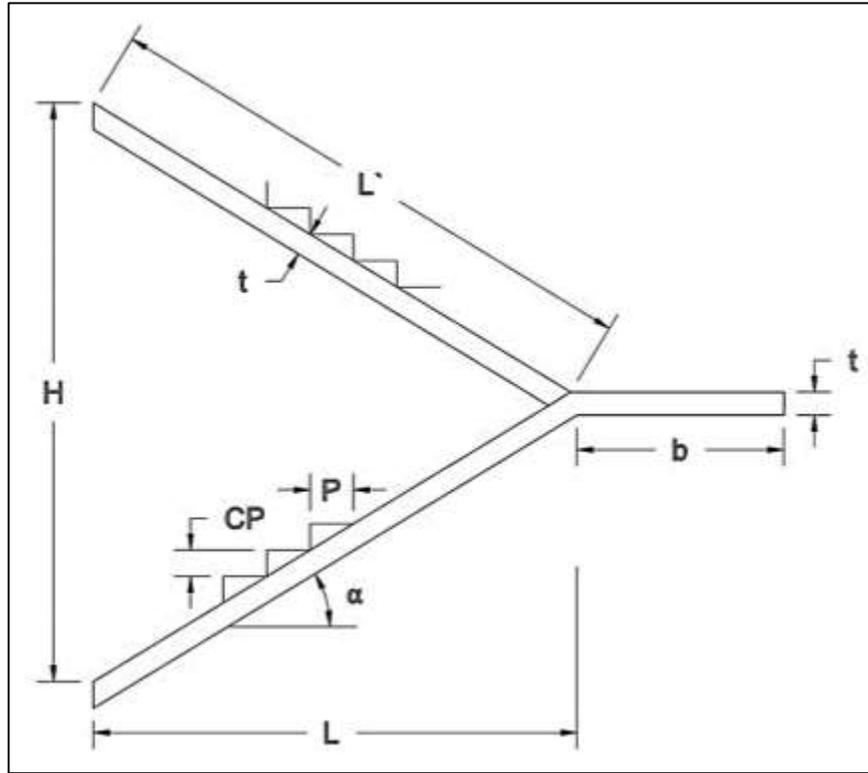
La norma boliviana del hormigón armado (CBH-87) está basada en la antigua normativa española por lo que comparte la misma filosofía de diseño, pero carece de muchos años de actualizaciones.

Para el presente trabajo se utilizara la edición 2008 de la EHE por ser la actual en vigencia.

2.4 Geometría y ergonomía

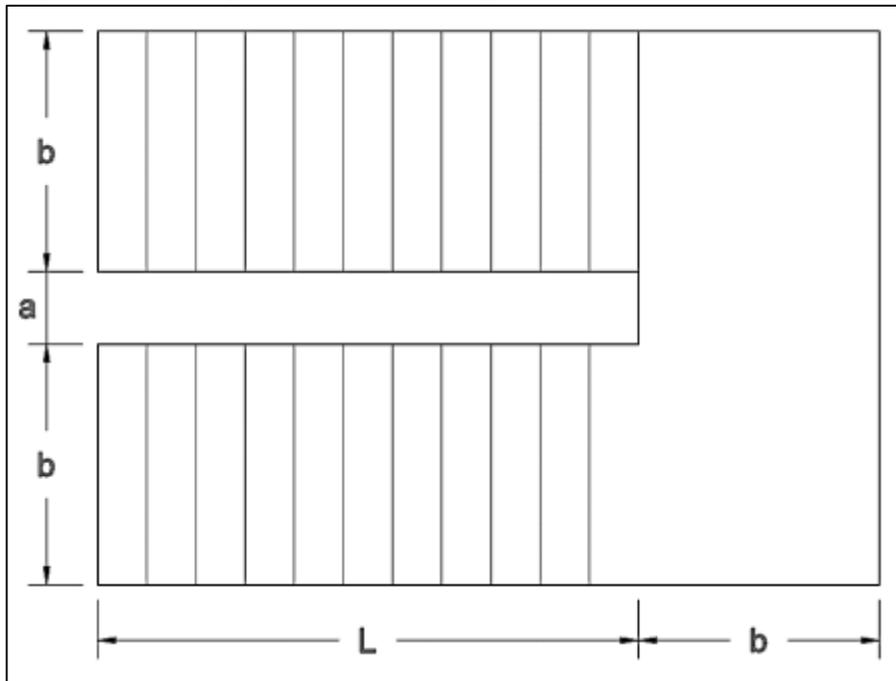
Como ya se vio en el punto 2.1.2 la escalera cuenta con dos partes los tramos y el descanso, el tamaño geométrico de una escalera está definido por distintas dimensiones características, a continuación se desarrolla cada una de estas nociones y la razón de las mismas.

Figura # 15: Vista lateral de las dimensiones geométricas de una escalera de dos tramos



Fuente: Elaboración propia

Figura # 16: Vista en planta de las dimensiones geométricas de una escalera de dos tramos



Fuente: Elaboración propia

2.4.1 Altura (H)

Se refiere al desnivel entre los planos que se desea comunicar, la distancia vertical entre uno y otro, la razón misma del porque construir una escalera.

Se puede definir el valor de esta dimensión según los criterios arquitectónicos del alto de una planta de piso. La altura promedio ya sea para una vivienda unifamiliar o un edificio público concurrido varía según las normativas de cada país.

- Según el Art. 38 de “Normas técnicas de vivienda” normativa boliviana, la distancia entre pisos mínima es de 2.5 metros
- Según el apartado 3280.104 del código de regulaciones federales (CFR) normativa norteamericana, la altura mínima del piso al cielo raso debe ser de 7 pies

Alturas de más 3 metros se consideran generosas por encima de los 3.5 se consideran lujosas por la inversión que significa un espacio tan amplio.

En nuestro medio se considera una altura de 2.8 metros como el valor estándar

2.4.2 Ancho del tramo (b)

Esta dimensión deberá tener un ancho suficiente para que el usuario transite de forma cómoda, por lo que el valor estará sujeto al tráfico de usuarios que se estime utilizaran la escalera de forma regular.

Por lo que se clasifica el espesor de la escalera según su naturaleza:

- Escaleras de servicio: Poco tráfico, acceso a ambientes no convencionales.
- Escaleras de vivienda o de edificios privados: De uso constante pero para un número reducido de usuarios
- Escaleras de área pública: Para un gran número de usuarios

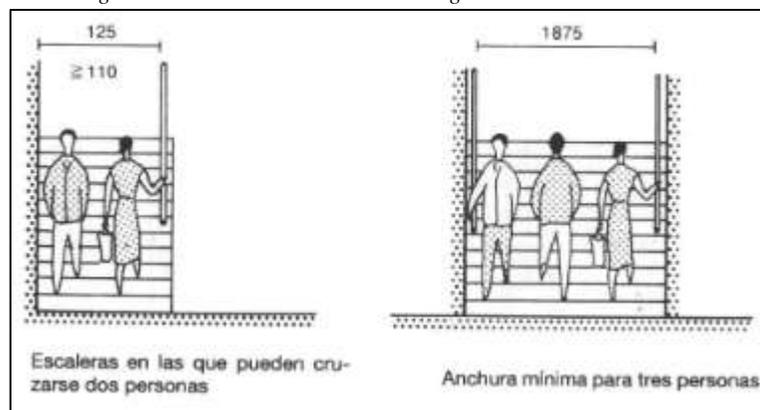
El ancho mínimo deberá ser:

- Según el libro "Arte de proyectar en Arquitectura" de Ernst Neufert normativa alemana:
 - Escaleras no imprescindibles: 50 cm de ancho libre
 - Escaleras en edificios privados de 2 familias o menos: 80 cm
 - Escaleras necesarias: 100 cm
 - Escaleras de espacios públicos: 125 cm
- Según normativa NB 1220002 apartado 3.1.1
 - Escaleras en el interior de las viviendas: 90 cm
 - Escaleras de uso público: 120 cm

- Según “Normas técnicas de vivienda” Art. 39
 - Escaleras de segundo orden: 60 cm
 - Escaleras para viviendas aisladas: 90 cm
 - Escaleras para edificios condominios: 120 cm
- Según el “Reglamento boliviano de la construcción” Art. 122
 - Escaleras de servicio: 60 cm
 - Escaleras de casas unifamiliares o en interior de departamentos: 90 cm
 - Escaleras en cualquier otro edificio: 120 cm
- Según el Código Técnico de Edificación (CTE) Apartado 4 Escaleras y rampas normativa norteamericana
 - Escaleras de uso restringido: 80 cm ancho libre
 - Escaleras de uso general: 120 cm uso sanitario, centros de enseñanza, uso público y comercial. Resto de casos 100 cm

El ancho máximo dependerá del número de usuarios, si se consideran criterios ergonómicos, por ejemplo según “Arte de proyectar en arquitectura” de Ernst Neufert:

Figura # 17: Ancho de una escalera según el número de usuarios



Fuente: Neufert E. (2005), “Arte de Proyectar en Arquitectura”

Idealmente el ancho máximo se calcula según el tiempo de evacuación de la edificación.

2.4.3 Longitud (L)

Esta dimensión puede referirse tanto a la longitud proyectada horizontal (L) o al desarrollo inclinado referido como (L') ver referencia (imagen # 8)

La longitud proyectada es utilizada en el diseño geométrico de la escalera por que define cuanto espacio se deberá asignar para que la escalera sea emplazada. Esta dimensión por trigonometría dependerá directamente de la pendiente que se elija y del desnivel a cubrir.

2.4.4 Pendiente (α)

Se refiere a la inclinación de la escalera, la inclinación de la escalera determina que tan difícil será transitar por la misma una pendiente suave resultara en una escalera fácil de subir para el usuario, pero resultara en longitudes más largas que restaran mayor espacio a los ambientes de la edificación, por lo que se debe hallar el equilibrio entre uso de espacio y comodidad de la escalera.

En el caso de las escaleras de dos tramos están son muy eficientes en el uso del espacio ya que dividen en dos el desarrollo longitudinal de la escalera en comparación de que si estuvieran lanzadas directamente.

La clasificación de las escaleras según su pendiente: “El arte de proyectar en arquitectura” de Neufert es:

Tabla # 1: Clasificación de las escaleras según su pendiente

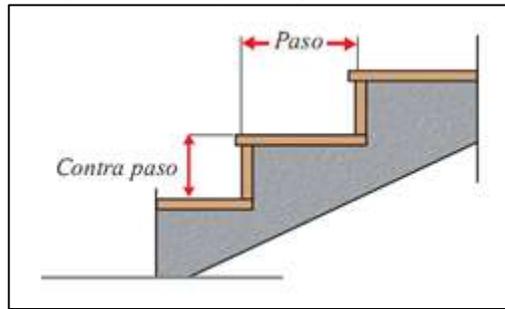
Pendiente	Clasificación
$\alpha < 6^\circ$	Rampas suaves
$6^\circ \leq \alpha < 10^\circ$	Rampas lisas
$10^\circ \leq \alpha < 24^\circ$	Rampas empinadas
$24^\circ \leq \alpha < 30^\circ$	Escaleras de vivienda o edificio cómodas
$30^\circ \leq \alpha < 45^\circ$	Máxima pendiente para escaleras de vivienda o edificio
$45^\circ \leq \alpha < 75^\circ$	Escaleras no obligatorias

Fuente: Neufert E. (2005), “Arte de Proyectar en Arquitectura”

2.4.5 Paso (P) y contrapaso (CP)

El paso y contrapaso de una escalera se refieren a las dimensiones de los escalones del tramo. El método de funcionamiento de una escalera consiste en subdividir la altura total del desnivel en pequeñas alturas más fáciles de abarcar.

Figura # 18: Paso y contrapaso de un escalón



Fuente: <http://www.acerosarequipa.com/manual-del-maestro-constructor/escaleras/trazo-escalera.html>

Se considera que subir por una escalera conlleva un gasto energético 7 veces mayor que al caminar, por lo que la relación correcta entre el paso y el contrapaso ha sido estudiado y definido según el largo del paso de una persona adulta promedio que tiene un valor entre 60 a 64 cm.

La fórmula básica es la siguiente:

$$P + 2CP = 60 - 64 \text{ cm}$$

Donde:

P: Longitud del paso en [cm]

CP: Altura del contrapaso [cm]

Siempre y cuando esta relación se mantenga entre 60 a 64 centímetros tenemos una escalera cómoda, segura y eficiente. La altura del contrapaso puede variar según la clasificación de la escalera de acuerdo al libro “Arte de Proyectar en Arquitectura” de Neufert.

- Para escalinatas de pocos peldaños en exteriores: 14 a 16 cm
- Para escaleras imprescindibles: 18 cm
- Para escaleras no imprescindibles: 22 cm

Nótese que la relación paso – contrapaso determina una pendiente:

$$\tan(\alpha) = \frac{CP}{P}$$

Está pendiente siguiendo la regla de la ecuación #1 se encuentra en el rango de los 30° - 35° lo que según el punto 2.4.4 consiste en una pendiente cómoda, para viviendas y edificios.

Existe también un criterio adicional definido por estas dimensiones y se trata del número máximo de escalones por tramo de escalera, ya que se puede elegir una relación P-CP correcta con una pendiente ideal pero si tenemos un tramo muy largo la escalera resultara agotadora, según “Arte de Proyectar en Arquitectura” de Neufert el valor máximo de escalones es de 18

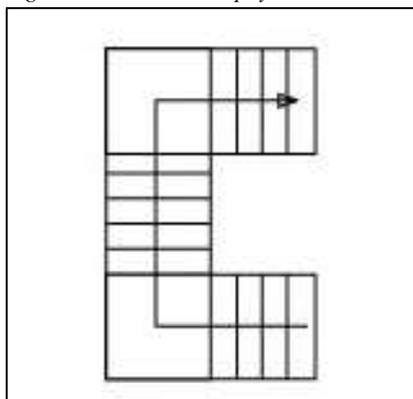
Las normativas nacionales definen otros valores mínimos:

- Según la normativa NB1220002 apartado 3.1.2 ; 3.1.3 ; 3.1.4
 - Paso min.: 28 cm
 - Contrapaso máx.: 18 cm
 - # máx. de escalones: 10
- Según “Normas técnicas de vivienda” Art. 39
 - Paso min.: 27 cm
 - Contrapaso máx.: 18.5 cm
- Según el “Reglamento boliviano de la construcción” Art. 122 g) ; h)
 - Paso min.: 28 cm
 - Contrapaso máx.: 18 cm
 - # máx. de escalones: 14

2.4.6 Ojo (a)

El ojo de la escalera consiste en la separación entre los tramos de subida que se unen al descanso (ver imagen #9) como recomendación general se debe tomar un valor bajo para esta medida, si se deseara utilizar un ojo demasiado grande entonces sería mejor considerar otro tipo de escalera como una placa apoyada en 3 bordes si se contara con los apoyos.

Figura # 19: Escalera apoyada en 3 bordes



Fuente: <http://txd30.blogspot.com>

2.4.7 Espesor (t)

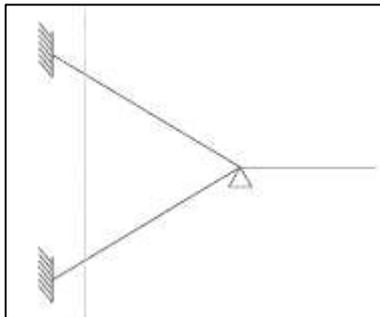
La escalera consiste en una losa por lo que su espesor puede elegirse según sus condiciones de apoyo como ser según la normativa del Instituto Americano del Concreto (ACI318-05)

Según la tabla 9.5(a) en la sección 9.5.2 *Elementos reforzados en una dirección (no preesforzados)* podríamos asumir la escalera como en voladizo y elegir su espesor como:

$$h = L/10.$$

Pero como se verá más adelante según el tipo de cálculo que se realice las condiciones de apoyo de la escalera pueden ser asumidas de forma diferente por ejemplo, una aproximación muy utilizada es considerar un apoyo ficticio a lo largo del borde interior del descanso como se ve en la siguiente figura:

Figura # 20: Idealización de cálculo



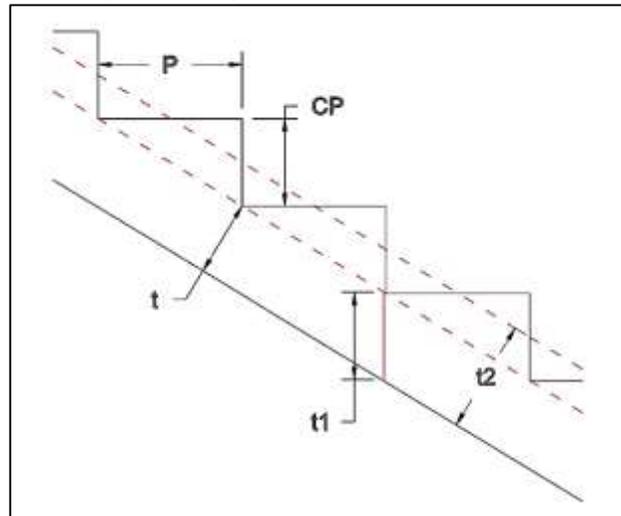
Fuente: Elaboración propia

Si se asumiera esta simplificación para el cálculo se podría tomar el espesor como: $L/20$ lo que cambiaría el valor significativamente.

Finalmente lo que se tiene que tener en claro es que el espesor de la losa dependerá directamente del diseño estructural de la pieza por lo que su valor final será el necesario para que soporte los esfuerzos internos.

Al referirse al espesor de la losa se considera solo la parte interna donde será armada la pieza con refuerzos de acero:

Figura # 21: Espesores del tramo de una escalera



Fuente: Elaboración propia

Los espesores auxiliares como el t_1 y el t_2 son de utilidad para el cálculo del peso propio, etc. El valor común utilizado en losas de escaleras en nuestro medio va entre 10 a 30 cm.

2.5 Materiales

2.5.1 Hormigón

Es un material de construcción formado por una mezcla de piedras menudas y un tipo de argamasa. No se entrara a más detalle.

Sus características más importantes para el diseño estructural son:

2.5.1.1 Densidad

Para un concreto común y corriente puede ser entre 2200 a 2400 kg/m³.

2.5.1.2 Resistencia a la compresión **simple**

Es la característica mecánica principal del concreto. Se define como la capacidad para soportar una carga por unidad de área, y se expresa en términos de esfuerzo, generalmente en kg/cm², MPa y en libras por pulgada cuadrada (psi).

Este valor varía según el tipo de hormigón si es común o de alta resistencia etc.

2.5.1.3 Módulo de elasticidad

El módulo de Young o módulo de elasticidad longitudinal es un parámetro que caracteriza el comportamiento de un material elástico, según la dirección en la que se aplica una fuerza.

- Según la normativa ACI en el apartado 8.5.1 para el concreto puede determinarse mediante:

$$E_c = w_c^{1.5} \cdot 0.043 \sqrt{f_c'}$$

Donde:

w_c : densidad entre 1500 y 2500 kg/m³

f_c' : resistencia a la compresión simple [MPa]

- Según la normativa EHE según el Art. 39.6 puede determinarse mediante:

$$E = 8.500 \sqrt[3]{f_{cm}}$$

Donde:

f_{cm} : resistencia a la compresión simple [MPa]

2.5.1.4 Coeficiente de Poisson

Se conoce a la relación de Poisson, cuando un cuerpo se somete a una fuerza, este siempre se deformara en dirección a esta fuerza. Sin embargo, siempre que se producen deformaciones en dirección de la fuerza aplicada, también se producen deformaciones laterales. Las deformaciones laterales tienen una relación constante con las deformaciones axiales, por lo que esta relación es constante, siempre que se el material se encuentre en el rango elástico de esfuerzos, o sea que no exceda el esfuerzo del límite proporcionalidad; la relación es la siguiente:

$$\nu = \frac{\varepsilon_{lateral}}{\varepsilon_{axial}}$$

ν : relación de Poisson

ε : deformación unitaria

El coeficiente de Poisson depende indirectamente del módulo de elasticidad o módulo de Young (E) y del módulo de rigidez o de cizalladura (G)

El rango de valores para el coeficiente es muy pequeño, oscila dentro 0,25 y 0,35; habiendo excepciones, muy bajos como para algunos concretos ($\mu=0,1$), o muy altos como lo es para el hule ($\mu=0,5$), el cual es el valor más alto posible

2.5.1.5 Módulo de rigidez transversal

El módulo de elasticidad transversal, también llamado módulo de cizalladura, es una constante elástica que caracteriza el cambio de forma que experimenta un material elástico (lineal e isótropo) cuando se aplican esfuerzos cortantes. Este módulo recibe una gran variedad de nombres, entre los que cabe destacar los siguientes: módulo de corte, módulo de cortadura, módulo elástico tangencial, módulo de elasticidad transversal, y segunda constante de Lamé.

Para un material elástico lineal e isótropo, el módulo de elasticidad transversal es una constante con el mismo valor para todas las direcciones del espacio. En materiales anisótropos se pueden definir varios módulos de elasticidad transversal, y en los materiales elásticos no lineales dicho módulo no es una constante sino que es una función dependiente del grado de deformación. Se expresa de la siguiente manera para materiales elásticos e isotrópicos

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

G : Modulo de rigidez transversal

E : Modulo de Young

ν : Coeficiente de Poisson

2.5.2 Acero

2.5.2.1 Resistencia específica a la fluencia

Limite elástico o grado que poseen las barras de refuerzo en el H°A°

2.5.2.2 Módulo de elasticidad

Módulo de Young descrito en 2.6.1.3

- Según la normativa EHE Art. 38.4 el módulo de elasticidad del acero será igual a:

$$E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$$

- Según la normativa ACI 8.5.2 el módulo de elasticidad del hacer será igual a:

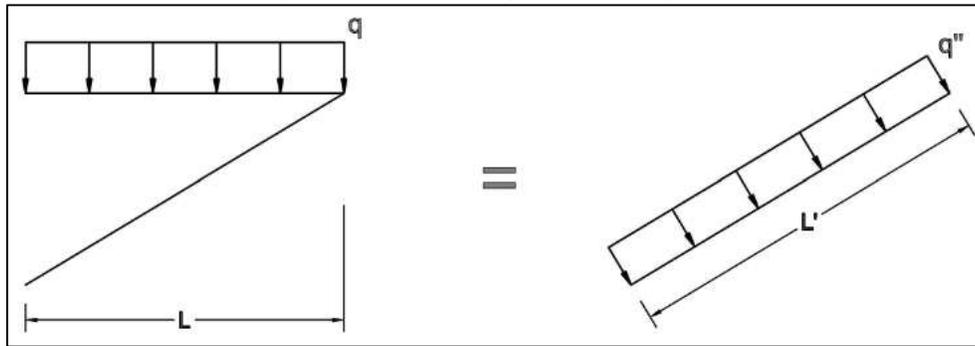
$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

2.6 Cargas

Como toda estructura una escalera estará diseñada para soportar primero su propio peso y segundo una carga establecida de uso.

En una escalera se tienen tramos inclinados pero las cargas se dispondrán de forma vertical, proyectadas sobre la longitud horizontal de los mismos. Colocar las cargas de esta manera resulta equivalente a que si se calculara de forma inclinada perpendiculares al eje vertical local

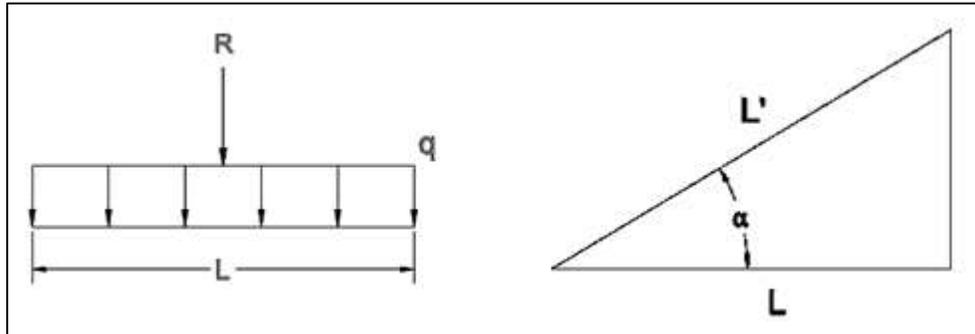
Figura # 22: Análisis de aplicación de cargas (1)



Fuente: Elaboración propia

Esto puede demostrarse fácilmente:

Figura # 23: Análisis de aplicación de cargas (2)

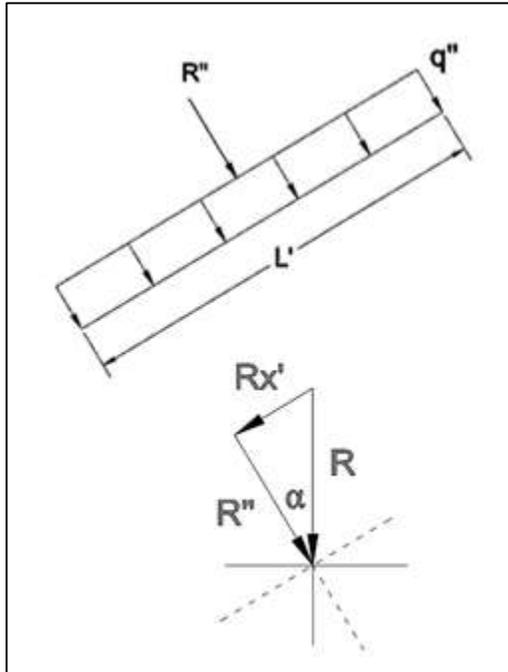


Fuente: Elaboración propia

$$R = q \cdot L$$

$$L' = \frac{L}{\cos(\alpha)}$$

Figura # 24: Análisis de aplicación de cargas (3)



Fuente: Elaboración propia

Si consideramos el factor β como el coeficiente según la condición de apoyo de la viga, los momentos para ambas vigas quedaran igual a:

$$M = \beta \cdot q \cdot L^2$$

$$M'' = \beta \cdot q'' \cdot (L')^2$$

$$M'' = \beta \cdot q \cdot \cos(\alpha)^2 \cdot \left(\frac{L}{\cos(\alpha)}\right)^2 = \beta \cdot q \cdot L^2$$

Finalmente:

$$M = M''$$

2.6.1 Carga muerta

La carga muerta consiste en la suma de todos los aportes de carga que se mantendrán de forma permanente en la escalera.

2.6.1.1 Peso propio

Carga aportada por el peso del hormigón. Para obtener esta carga por unidad de área es necesario obtener el espesor intermedio de la escalera que considere el aporte de los escalones,

en escaleras de H°A° la forma de construcción más utilizada es vaciando los escalones en conjunto con la losa. El espesor intermedio de cálculo denominado t_2 (ver imagen #14)

$$t_1 = \frac{t}{\cos(\alpha)}$$

$$t_2 = (t_1 + 0.5 * CP) * \cos(\alpha)$$

Donde:

t: espesor de la losa

t_1 : espesor mínimo vertical

t_2 : espesor medio de la escalera

α : inclinación de la escalera [°]

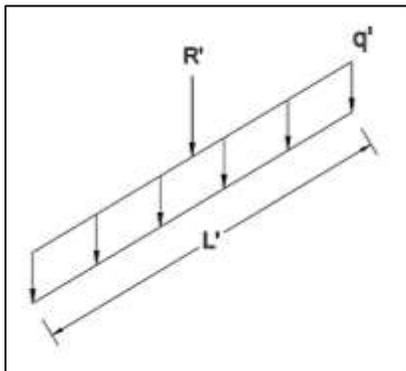
CP: altura del contrapaso

Finalmente valor de la carga es igual a:

$$P_P = \gamma_{H^\circ A^\circ} * t_2$$

Este valor del peso propio sin embargo se encuentra repartido verticalmente sobre la longitud inclinada, por lo que se debe convertir a la proyección horizontal.

Figura # 25: Análisis de aplicación de cargas (4)



$$R' = q' \cdot L'$$

$$R = R'$$

$$q \cdot L = q' \cdot L'$$

$$q \cdot L = q' \cdot \frac{L}{\cos(\alpha)}$$

$$q = \frac{q'}{\cos(\alpha)}$$

Fuente: Elaboración propia

2.6.1.2 Carga de acabados

En este apartado se añadirán todos los demás aportes permanentes en la estructura, como ser los revoques y recubrimientos de la escalera:

Tabla # 2: Cargas de acabados

Acabados	kN/m ²
Mosaico	0.4
Cerámico	0.12
Yeso	0.12
Cal	0.15
Mortero A-C	0.2
Pegamento cerámico	0.025

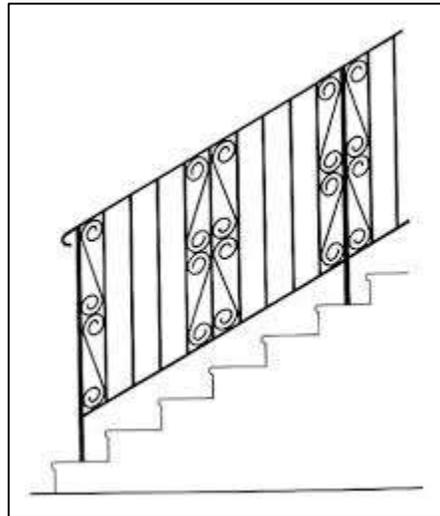
Fuente: Elaboración propia

2.6.1.3 Barandilla

La barandilla es un elemento de seguridad que bordea todo el perímetro de la escalera a una altura constante, cuya función es evitar que el usuario caiga por los bordes además de otorgar un apoyo de sujeción.

En este trabajo solo es de interés el aporte como carga y no sus especificaciones y requerimientos normativos de diseño y capacidad de soporte.

Figura # 26: Ejemplo de barandilla



Fuente: <https://es.dreamstime.com/barandillas>

Las barandillas pueden ser de distintos materiales como: madera, metal, vidrio etc. etc. por lo que para asignarle una carga utilizaremos un valor de tabla común para este elemento.

La carga de una barandilla puede asumirse de 10 a 12 kg/m

2.6.2 Carga viva

También llamadas cargas de uso o de explotación se refiere a cargas impuestas temporales de corta duración producidas por uso y ocupación del edificio no incluyen cargas por construcción

o por medio ambiente, y son asignadas tomando en cuenta efectos como impacto, vibración, momento etc.

La carga impuesta en escaleras dependerá del uso y la capacidad de las mismas.

Según la normativa APBNB 1225002 en la tabla 4.1

- Viviendas para 1 y 2 familias:
 - Escaleras: 2 kN/m^2
- Escaleras y caminos de salida:
 - Viviendas y hoteles en áreas privadas: 4 kN/m^2
 - Todos los demás destinos: 5 kN/m^2

Según el Documento Básico SE-AE apartado 3.1.1 punto 3 (normativa española):

En las zonas de acceso y evacuación de los edificios de las zonas de categorías A y B, tales como portales, mesetas y escaleras, se incrementará el valor correspondiente a la zona servida en 1 kN/m^2 . De la tabla 3.1

- Zonas residenciales
 - A.1 Viviendas y zonas de habitaciones en, hospitales y hoteles: 2 kN/m^2
- B) Zonas administrativas: 2 kN/m^2
- C) Zonas de acceso al público
 - C.3 Zonas sin obstáculos que impidan el libre movimiento de las personas como vestíbulos de edificios públicos, administrativos, hoteles; salas de exposición en museos; etc.: 3 kN/m^2
- D) Zonas comerciales
 - D.1 Locales comerciales: 5 kN/m^2
 - D.2 Supermercados, hipermercados o grandes superficies: 5 kN/m^2

Según el documento básico SEI/ASCE 7-05 capítulo 4 Cargas vivas, tabla 4.1 (normativa norteamericana)

- Escaleras y salidas: 4.79 kN/m^2
- Escaleras en residencias de 1 o 2 familias solamente: 1.92 kN/m^2

2.6.3 Combinaciones de carga

Las combinaciones de carga son utilizadas cuando más de un tipo de carga actúa en la estructura. Los códigos de construcción establecen una serie de combinaciones además de

utilizar factores de mayoramiento para cada tipo de carga para asegurar la seguridad de la estructura bajo diferentes e inesperados escenarios de cargas máximas.

Mientras mayor sea la incertidumbre de las posibles variaciones en las cargas más grande será el factor de mayoramiento, por eso el factor para cargas vivas es siempre más alto que para cargas muertas donde se puede calcular con gran precisión y sin riesgo a grandes variaciones los aportes permanentes en de una estructura.

Para el caso de las escaleras autoportantes de dos tramos como son estructuras pequeñas y por las limitaciones del análisis del presente trabajo establecidas en el punto 1.5.3, podemos descartar los siguientes tipos de cargas y efectos:

- Cargas de viento
- Efectos sísmicos
- Cargas por empuje del suelo
- Cargas por peso de fluidos
- Cargas de cubiertas
- Cargas por lluvia
- Cargas por nieve
- Efectos por variación de temperatura
- Asentamiento diferencial
- Retracción del concreto

Quedando solamente:

- Cargas vivas
- Cargas muertas

2.6.3.1 Según normativa ACI

De acuerdo al apartado “9.2 Resistencia requerida” la combinación de cargas es:

$$U = 1.2 * D + 1.6 * L$$

Donde:

D: Carga muerta

L: Carga viva

U: Resistencia requerida para cargas mayoradas

2.6.3.2 Según normativa EHE

De acuerdo al Art.12 Valores de cálculo de las acciones” la combinación de cargas es:

$$\gamma_G * G + \gamma_Q * Q$$

Donde:

γ_G : Coeficiente parcial de seguridad para acciones permanentes, igual a 1.35 para efectos desfavorables en situaciones persistentes o transitorias

γ_Q : Coeficiente parcial de seguridad para acciones variables, igual a 1.5 para efectos desfavorables en situación persistente o transitoria

G: Carga permanente

Q: Carga variable

2.7 Método de cálculo

Consiste en el análisis y resolución de la estructura de manera que se obtengan todas las respuestas estructurales, esfuerzos y efectos en la misma, el objetivo de este proyecto es analizar la influencia de los momentos torsores, es en este apartado donde cuantificamos el valor de la torsión en la estructura.

Una escalera autoportante de dos tramos es una estructura cuya naturaleza de cálculo involucra un análisis tridimensional, por lo que su resolución implica cierto grado de dificultad.

Las escaleras autoportantes no son un invento actual, se han construido a lo largo de los años, por lo que existen diversas metodologías de cálculo, planteadas por diferentes autores en su mayoría consistentes en métodos numéricos, y métodos analíticos simplificados donde mediante diferentes discretizaciones se obtienen resultados aproximados.

Estas metodologías de cálculo pueden ser divididas en dos categorías: los métodos clásicos y los métodos modernos.

2.7.1 Métodos Clásicos

Estos métodos se denominan clásicos porque son los más antiguos, y se basan en el trabajo de diferentes autores donde cada uno proponía su solución y no existía un planteamiento generalizado basado en una teoría específica sino más bien un listado de fórmulas y aproximaciones.

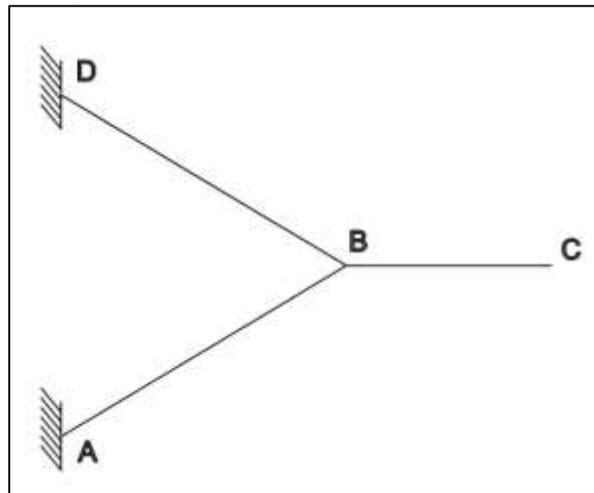
La metodología más frecuente es la de simplificar la estructura en forma de vigas y losas simplemente apoyadas de manera que se puedan transmitir esfuerzos mediante planteamientos de compatibilidad entre estructuras.

2.7.1.1 Método de intersecciones espaciales de placas

Planteado por Liebenberg (1960) y expandido por Siev (1983) este método se desarrolla utilizando la rigidez extensional producida por la interacción de los tramos de la escalera con el descanso. A continuación el desarrollo del método según autores Juan García y Fernández Echea.

Partiendo con un diagrama de la escalera, se designan los nodos de los tramos.

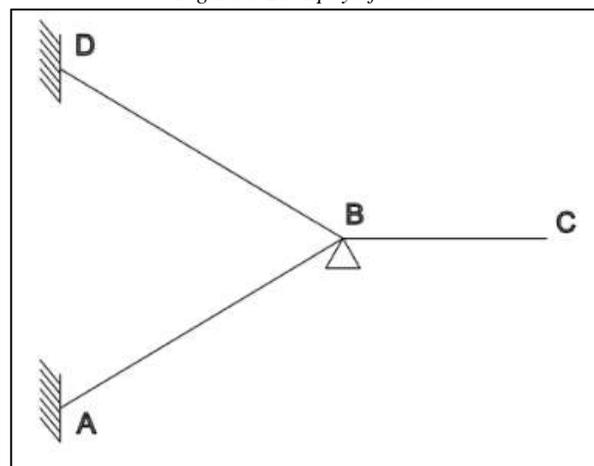
Figura # 27: Idealización estructural de una escalera



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

Se considera que el punto B no se desplaza por lo tanto se puede asumir un apoyo ficticio en tal nudo

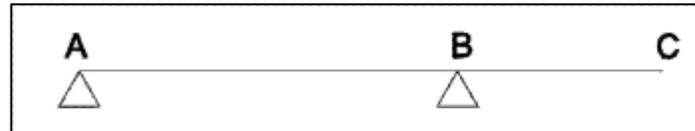
Figura # 28: Apoyo ficticio



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

Analizando cada tramo por separado, se divide la escalera en dos partes con su respectivo descanso cada lado, simplificando el tramo inclinado en una viga simplemente apoyada con voladizo, como se presentó en el punto 2.6 los resultados serán iguales considerando las transformaciones de carga necesarias.

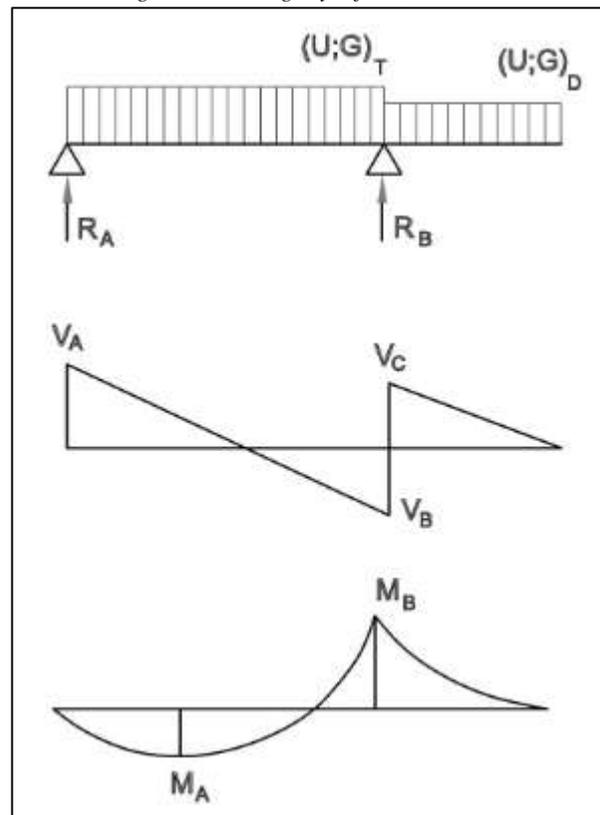
Figura # 29: Simplificación como viga



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

Los resultados obtenidos serán por unidad de longitud.

Figura # 30: Cargas y esfuerzos internos



Fuente: Elaboración propia

Sera necesario aplicar diferentes hipótesis de cargas para obtener los máximos esfuerzos

$$R_A = U_T + G_D$$

$$R_B = U_T + U_D$$

$$V_B = U_T + U_D$$

$$V_C = U_T + U_D = G_T + U_D$$

$$M_A = U_T + G_D$$

$$M_B = G_T + U_D = U_T + U_D$$

Donde:

U_T : Carga total en el tramo

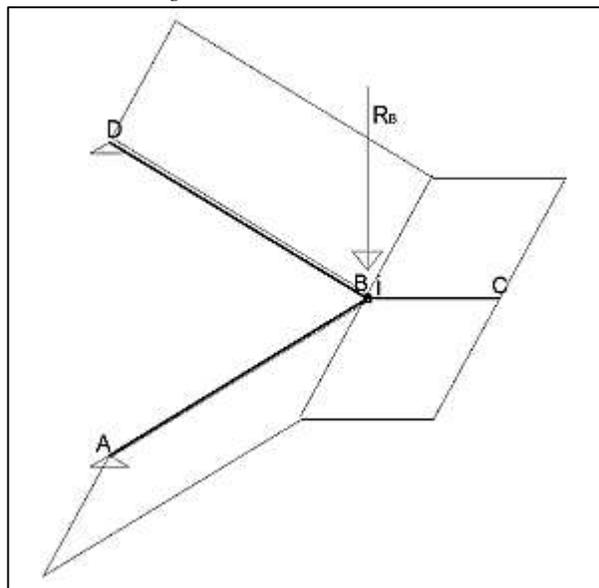
U_D : Carga total en el descanso

G_T : Carga muerta en el tramo

G_D : Carga muerta en el descanso

Resuelta la estructura simplificada se analiza la escalera como un marco plano compuesto por los ejes longitudinales que coinciden con el ojo de la escalera.

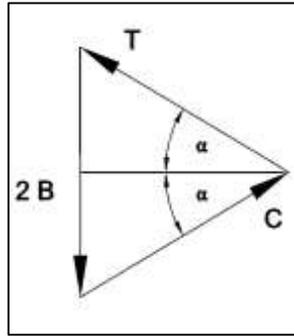
Figura # 31: Reacción idealizada



Fuente: Elaboración propia

Al considerarse el apoyo en B se desarrollan 2 fuerzas bien definidas tracción (T) en el tramo superior y compresión (C) en el tramo inferior

Figura # 32: Fuerzas en los tramos



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

La componente vertical es, es la respuesta que se genera en el apoyo ficticio B y es igual al cortante en ese punto:

$$r_B = -(V_B)$$

Se multiplicando por el ancho del tramo para convertirlo en una fuerza puntual.

$$B = r_B \cdot b$$

Por equilibrio:

$$2 \cdot B = T \cdot \sin(\alpha) + C \cdot \sin(\alpha)$$

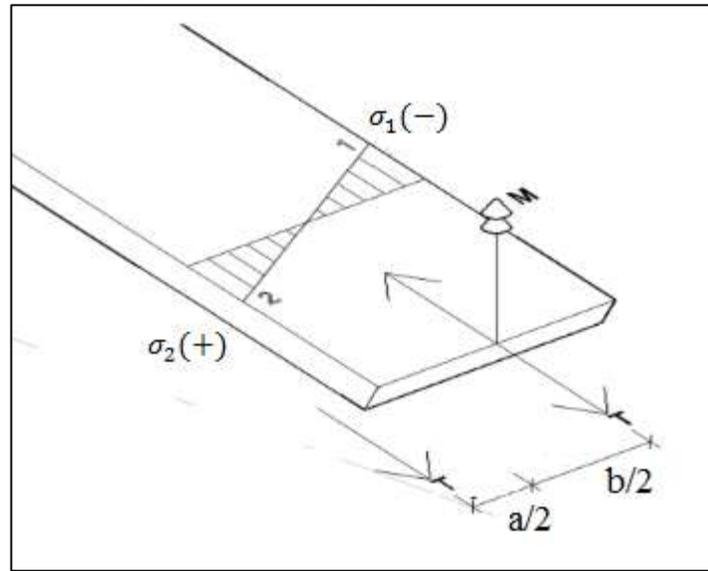
$$T = C \quad T = C = \frac{r_B \cdot b \cdot 2}{2 \cdot \sin(\alpha)} = \frac{r_B \cdot b}{\sin(\alpha)}$$

Los valores de T y C servirán para calcular el esfuerzo en las caras transversales de la rampa pero debido a que las fuerzas T y C son excéntricas en ambas rampas (fueron colocadas en el centro del ojo y no en el centro de sus respectivos tramos) para ubicarlas en el centro se deberá adicionar su respectiva momento por excentricidad

La convención de signos utilizada dispone que se adopte positivo para tracciones y negativo para compresiones

Para la rampa superior:

Figura # 33: Análisis de esfuerzos normales al tramo



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

$$T_{\text{centrado}} = T + M_e = T + T \cdot \left(\frac{b+a}{2} \right)$$

De la formula general de la flexión y esfuerzo axial

$$\sigma = \pm \frac{P}{A} \pm \frac{M * C}{I}$$

$$A = b \cdot t \quad I_z = \frac{t \cdot b^3}{12} \quad c = \frac{b}{2}$$

Para el esfuerzo σ_1

$$\sigma_1 = \frac{T}{b \cdot t} - \frac{\left(T \cdot \frac{b+m}{2} \right) \cdot \frac{b}{2}}{\frac{1}{12} \cdot t \cdot b^3} = \frac{r_B}{t \cdot \sin(\alpha)} \cdot \left(1 - \frac{3(b+a)}{b} \right)$$

De igual manera para σ_2

$$\sigma_2 = \frac{r_B}{t \cdot \sin(\alpha)} \cdot \left(1 + \frac{3(b+a)}{b} \right)$$

Para la rampa inferior:

$$\sigma_3 = - \frac{r_B}{t \cdot \sin(\alpha)} \cdot \left(1 + \frac{3(b+a)}{b} \right)$$

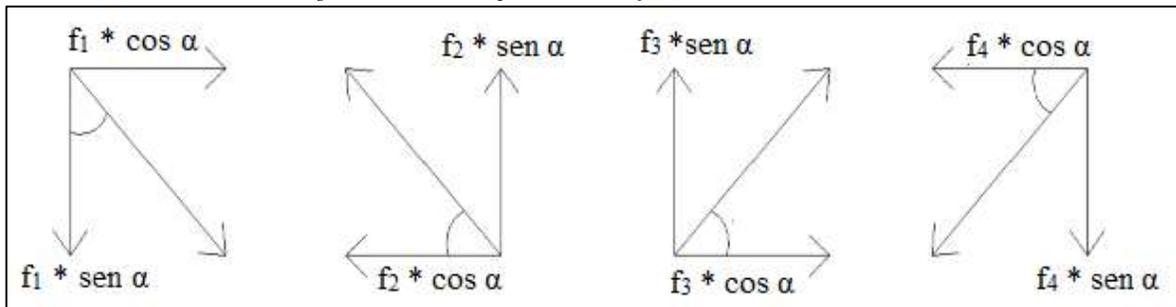
$$\sigma_4 = -\frac{r_B}{t \cdot \sin(\alpha)} \cdot \left(1 - \frac{3(b+a)}{b}\right)$$

Para obtener los momentos flectores y torsores en el descanso se descomponen los esfuerzos obtenidos en el análisis de las rampas en sus componentes horizontales y verticales y se trasladan hacia el descanso junto con la carga distribuida B

Para convertir los esfuerzos en cargas por unidad de longitud multiplicamos el valor de sigma por el espesor de la losa (t)

$$f_i = \sigma_i \cdot t$$

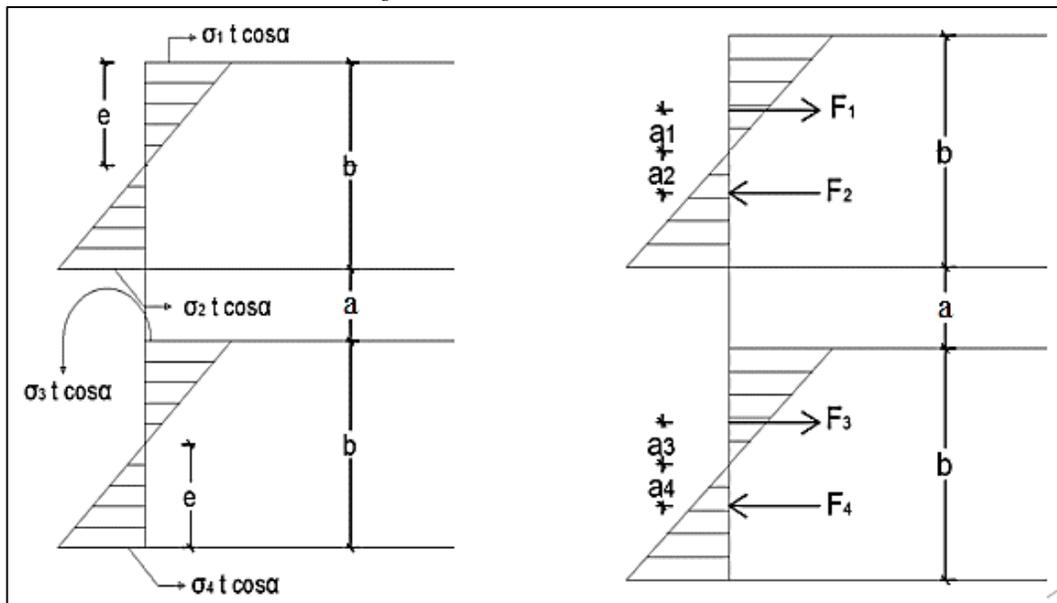
Figura # 34: Descomposición del esfuerzo normal en el tramo



Fuente: Fernández C. (2007) "Análisis y diseño de escaleras"

Esfuerzos horizontales:

Figura # 35: Dimensiones de cálculo



Fuente: Fernández C. (2007) "Análisis y diseño de escaleras"

Los esfuerzos horizontales por unidad de longitud son:

$$\sigma_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot t = \frac{r_B}{\tan(\alpha)} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot (b+a)}{b}\right)$$

$$\sigma_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot t = \frac{r_B}{\tan(\alpha)} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot (b+m)}{b}\right)$$

$$\sigma_3 \cdot \cos(\alpha) \cdot t = -\frac{r_B}{\tan(\alpha)} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot (b+a)}{b}\right)$$

$$\sigma_4 \cdot \cos(\alpha) \cdot t = -\frac{r_B}{\tan(\alpha)} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot (b+a)}{b}\right)$$

Para calcular las distancias “e”, se observa que todos los tramos son rectos e iguales

$$\sigma_4 \cdot \cos(\alpha) \cdot t = \sigma_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$$

Entonces las distancias e_1 y e_4 son iguales

$$e = e_1 = e_4$$

Por relación de triángulos calculamos el valor e

$$\frac{\sigma_1 \cdot t \cdot \cos(\alpha)}{e} = \frac{\sigma_2 \cdot t \cdot \cos(\alpha)}{b - e}$$

$$e = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 - \sigma_2} \cdot b = \frac{3 \cdot (b+a) - b}{6 \cdot (b+a)} \cdot b$$

Con la dimensión e calculada se puede obtener el valor de las distancias a_i

$$a_1 = a_4 = \frac{2}{3} \cdot e = \frac{3 \cdot (b+a) - b}{9 \cdot (b+a)} \cdot b$$

$$a_2 = a_3 = \frac{2}{3} \cdot (b - e) = \frac{2}{3} \cdot b \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot (b+a) - b}{6 \cdot (b+a)}\right)$$

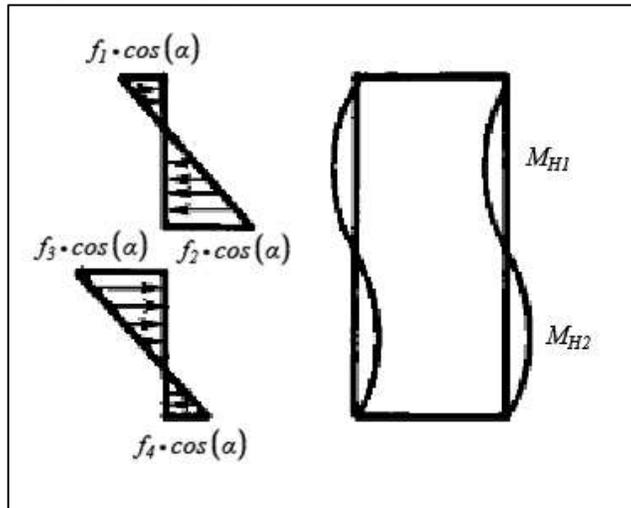
Calculando las fuerzas resultantes F_i

$$F_1 = F_4 = \frac{1}{2} \cdot \sigma_1 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \cdot e = \left| \frac{1}{2} \cdot \frac{r_B}{\tan(\alpha)} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot (b+a)}{b}\right) \cdot \frac{3 \cdot (b+a) - b}{6 \cdot (b+a)} \cdot b \right|$$

$$F_2 = F_3 = \frac{1}{2} \cdot \sigma_2 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \cdot (b - e) = \left| \frac{1}{2} \cdot \frac{r_B}{\tan(\alpha)} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot (b+a)}{b}\right) \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot (b+a) - b}{6 \cdot (b+a)}\right) \cdot b \right|$$

Finalmente se obtiene el valor de los momentos horizontales

Figura # 36: Cargas y momentos horizontales en el descanso



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

$$M_{H1} = F_1 \cdot a_1 + F_2 \cdot a_2$$

$$M_{H2} = F_3 \cdot a_3 + F_4 \cdot a_4$$

Por trigonometría si los esfuerzos horizontales era la componente del coseno los verticales resultan del seno:

$$\sigma_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot t = r_B \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot (b+a)}{b}\right)$$

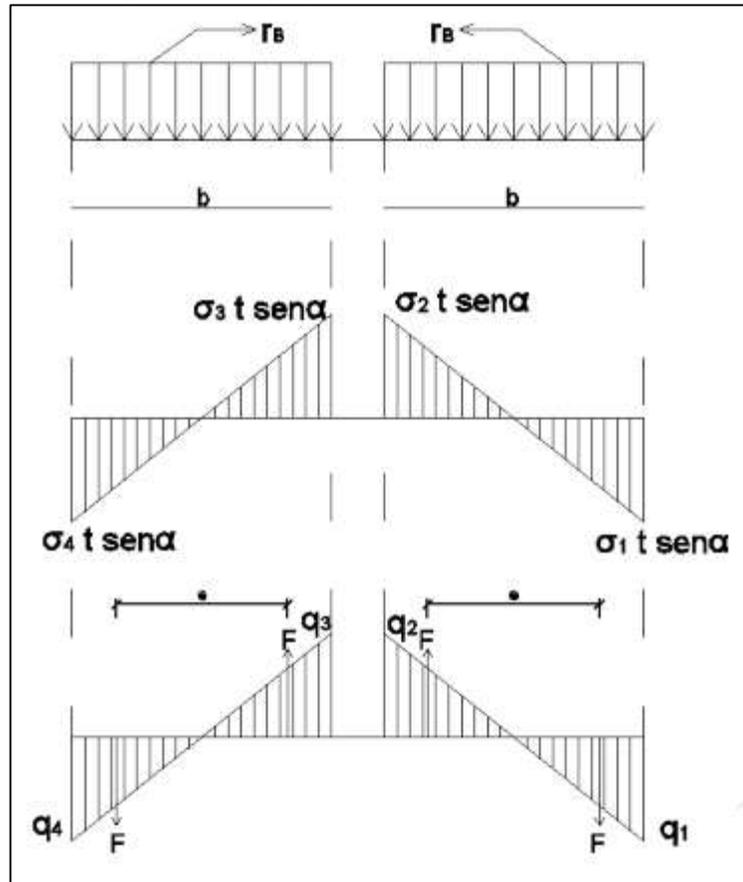
$$\sigma_2 \cdot \sin(\alpha) \cdot t = r_B \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot (b+a)}{b}\right)$$

$$\sigma_3 \cdot \sin(\alpha) \cdot t = -r_B \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot (b+a)}{b}\right)$$

$$\sigma_4 \cdot \sin(\alpha) \cdot t = -r_B \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot (b+a)}{b}\right)$$

De igual manera multiplicando el esfuerzo por el espesor obtenemos la fuerza repartida con la siguiente disposición:

Figura # 37: Cargas y momentos verticales en el descanso



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

El valor q representa la resultante de la suma de la carga repartida B con la de fuerza repartida obtenida de los esfuerzos de la rampa. Igual a:

$$q_1 = q_4 = r_B \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{(b+a)}{b} \right) - r_B = -\frac{3 \cdot r_B (b+a)}{b}$$

$$q_2 = q_3 = r_B \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{(b+a)}{b} \right) - r_B = \frac{3 \cdot r_B (b+a)}{b}$$

Las resultantes F_i de los cuatro diagramas serán equivalentes y tendrán un valor igual a:

$$F = F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot r_B \cdot \frac{(b+a)}{b} \cdot \frac{b}{2}$$

$$F = \frac{3}{4} \cdot r_B \cdot (b+a)$$

Las fuerzas F_i , separadas a una distancia "e", formarán dos pares de momentos, la separación e es igual a:

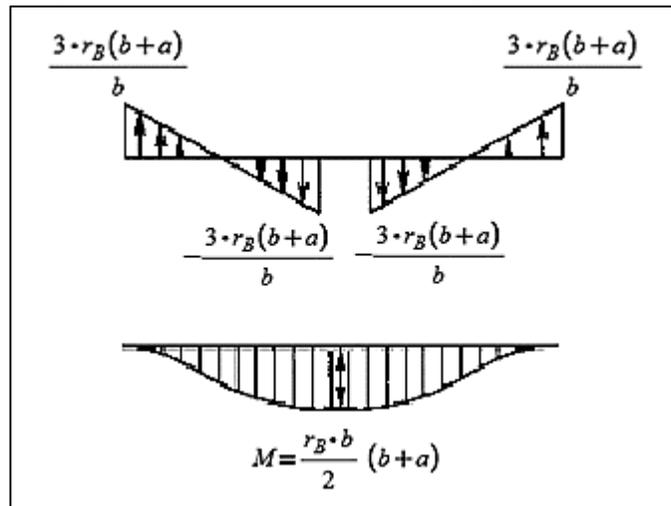
$$e = \frac{2}{3} \cdot \frac{b}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{b}{2} = \frac{2}{3} \cdot b$$

Finalmente los momentos verticales ambos serán iguales y valdrán:

$$M = M_{V1} = M_{V2} = F \cdot e = \frac{3}{4} \cdot r_B \cdot (b+a) \cdot \frac{2}{3} \cdot b$$

$$M = \frac{r_B \cdot b}{2} (b+a)$$

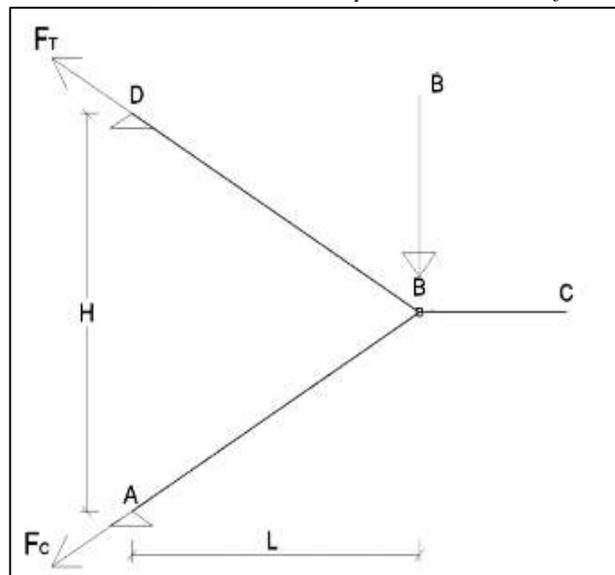
Figura # 38: Definición de valores de las cargas y los momentos



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

Esfuerzo axial en las rampas

Figura # 39: Idealización de la escalera para el cálculo de deformaciones



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

Para calcular las fuerzas F_T y F_C se realiza una sumatoria de momentos en el nudo A

$$\sum M_A = 0$$

$$2 \cdot B \cdot L = H_D \cdot H$$

Despejando la componente horizontal H_D de la fuerza F_T

$$H_D = \frac{2 \cdot B \cdot L}{H}$$

Por trigonometría

$$\cos(\alpha) = \frac{H_D}{F_T}$$

$$F_T = \frac{H_D}{\cos(\alpha)}$$

Por lo tanto de igual manera se calcula el F_C

$$H_A = \frac{2 \cdot B \cdot L}{H}$$

$$F_C = \frac{H_A}{\cos(\alpha)}$$

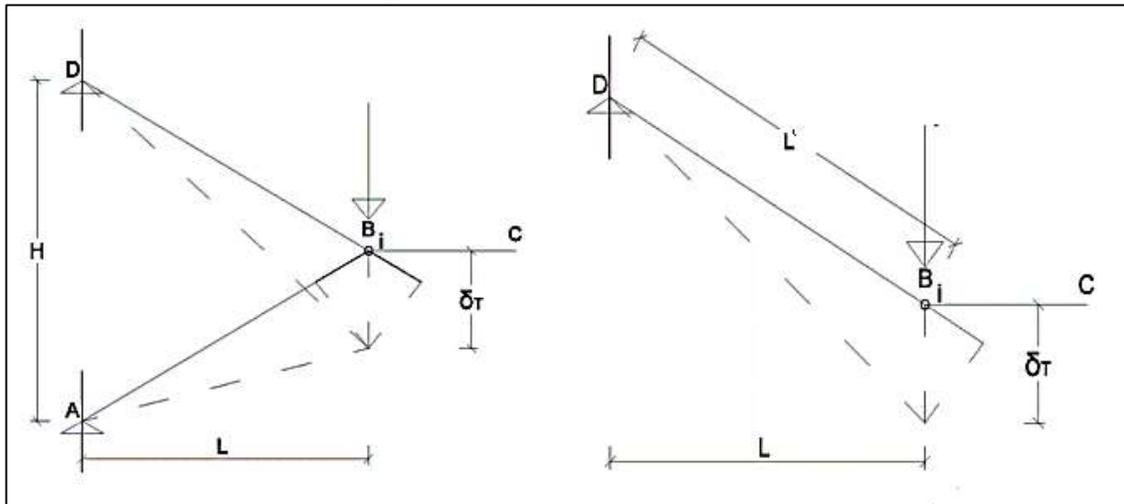
Esfuerzo de flexión en las rampas debido a deformación del punto B

Estado 1: Deformación total por tensión axial y de deflexión en el marco

El efecto de la deflexión aumenta la flexión en ambas rampas y no se puede despreciar aun siendo pequeña

Para reducir esta deformación se deberá prever armadura de empotramiento, debido a que en la realidad si existe un desplazamiento en el punto B

Figura # 40: Desplazamientos idealizados



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

La deformación total estará compuesta por la deformación por tensión axial y por deflexión

$$\delta_{total} = \delta_{axial} + \delta_{flexion}$$

Calculando la deformación por tensión axial

Para la rampa superior

$$\Delta L_{Superior} = \frac{T \cdot L_{BD}}{A_{BD} \cdot E}$$

Para la rampa inferior

$$\Delta L_{Inferior} = \frac{C \cdot L_{AB}}{A_{AB} \cdot E}$$

Donde:

$$L_{AB} = L_{BD} = L'$$

$$A_{AB} = A_{BD} = A = b \cdot t$$

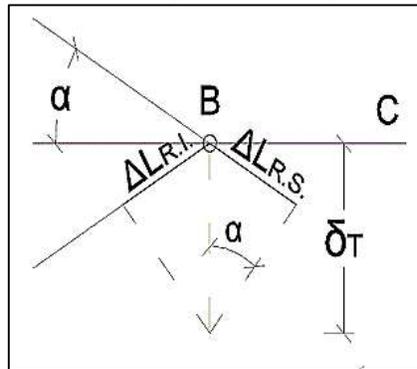
$$C = T = \frac{r_B \cdot b}{\text{sen}(\alpha)}$$

Relación entre deformaciones

$$\Delta L_{Superior} = \Delta L_{Inferior} = \frac{r_B \cdot L'}{\text{sin}(\alpha) \cdot t \cdot E}$$

Por relación trigonométrica se tiene

Figura # 41: Desplazamiento del punto "B"



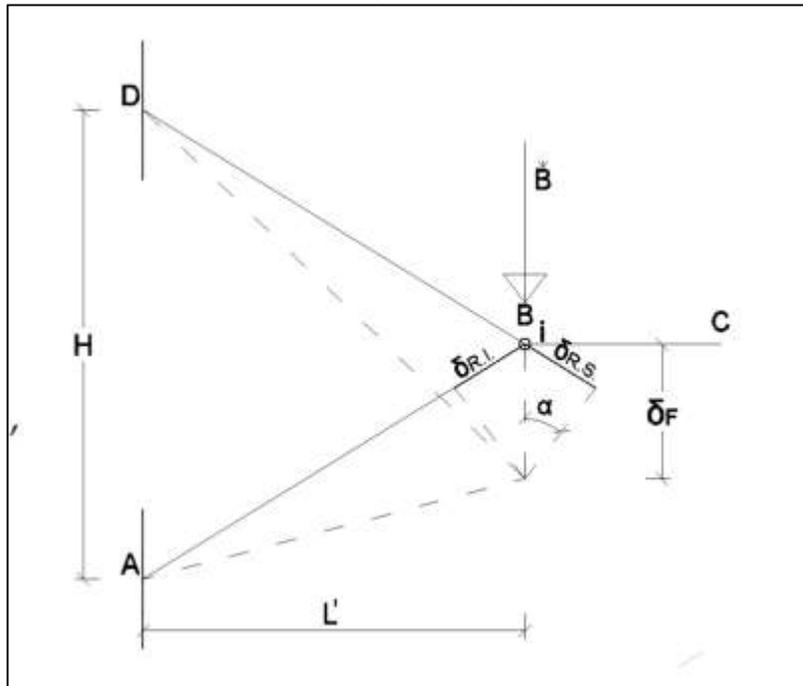
Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\Delta L_{R.I.-R.S.}}{\delta_{\text{tension axial}}}$$

$$\delta_{\text{tension axial}} = \frac{r_B * L'}{\text{sen}(\alpha)^2 * t * E}$$

Deformación por flexión

Figura # 42: Desplazamientos por flexión



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

Según la ley de Hooke

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

Donde la deformación unitaria es igual a:

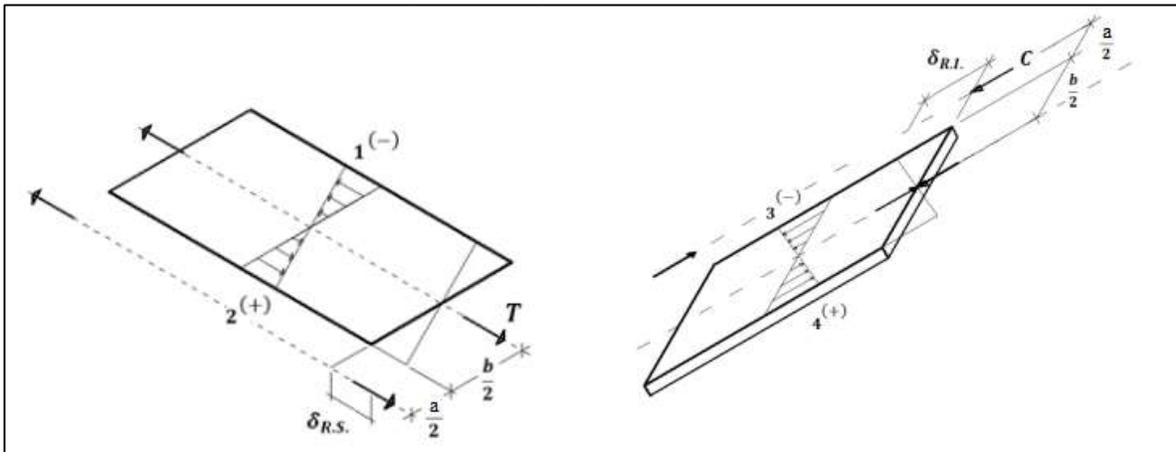
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\delta_{RI}}{L_{RI}} = \frac{\delta_{RS}}{L_{RS}} = \frac{\delta_f}{L}$$

Reemplazando en la ley de Hooke

$$\delta_f = \frac{\sigma \cdot L}{E}$$

Como las deformaciones en ambas rampas son iguales, el punto B bajara verticalmente

Figura # 43: Deformaciones en los tramos



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

Utilizando la fórmula de la flexión

$$\sigma = \frac{M \cdot c}{I}$$

Considerando el momento producido por las fuerzas T y C excéntricas

$$M = \frac{r_B \cdot b}{\sin(\alpha)} \cdot \frac{b+a}{2}$$

Donde:

$$I = \frac{t \cdot b^3}{12} \quad c = \frac{b+a}{2}$$

Reemplazando:

$$\sigma = \frac{r_B}{\sin(\alpha)} \cdot \frac{(b+m)^2}{t \cdot b^2} \cdot 3$$

De la deformación por flexión reemplazamos σ

$$\delta_f = \frac{r_B}{\sin(\alpha)} \cdot \frac{(b+m)^2}{t \cdot b^2} \cdot 3 \cdot \frac{L}{E}$$

Por trigonometría, se hallara la deformación total por flexión $\delta_{FLEXION}$

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\delta_f}{\delta_{FLEXION}}$$

$$\delta_{FLEXION} = \frac{3 \cdot r_B}{\sin(\alpha)^2} \cdot \frac{(b+m)^2}{E \cdot t \cdot b^2} \cdot L$$

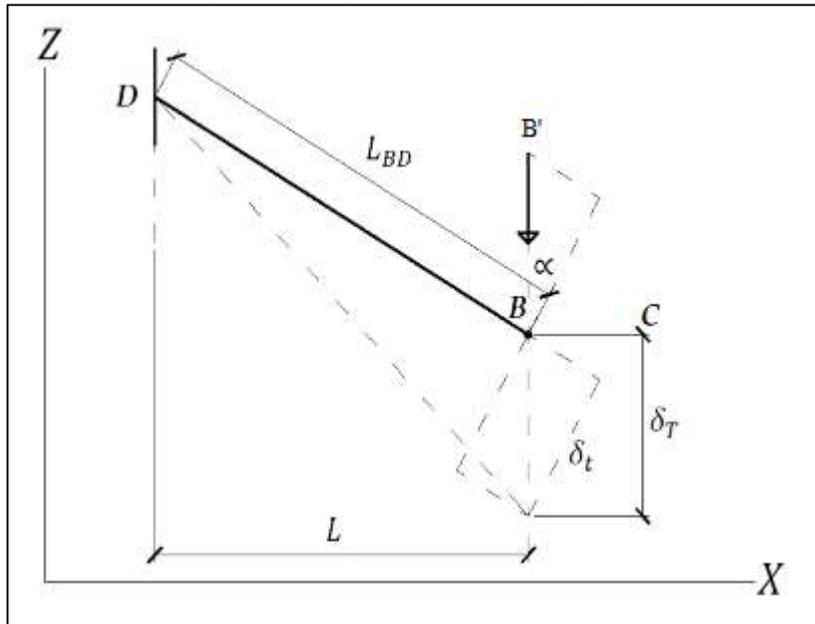
Finalmente se suma esta deformación con la deformación por tensión axial:

$$\delta_{total} = \delta_{axial} + \delta_{flexion}$$

$$\delta_{total} = \frac{r_B \cdot L}{\sin(\alpha)^2 \cdot E \cdot t} \left(1 + \frac{3 \cdot (b+m)^2}{b^2} \right)$$

Estado 2: Deformación por análisis como en voladizo

Figura # 44: Desplazamiento del tramo superior



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

Asumiendo una viga en voladizo sometida a la acción de carga B'

$$B' = r'_B \cdot b$$

La flecha de una viga en voladizo es igual a:

$$\delta_t = \frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I}$$

Donde:

$$P = r'_B \cdot b \cdot \cos(\alpha)$$

$$L = L_{AB} = L_{BD}$$

$$I = \frac{b \cdot t^3}{12}$$

Reemplazando datos:

$$\delta_t = \frac{4 \cdot r'_B \cdot \cos(\alpha) \cdot L^3}{E \cdot t^3}$$

La deformación vertical total, se compatibiliza con el estado 1

$$\cos(\alpha) = \frac{\delta_t}{\delta_T} \therefore \delta_T = \frac{\delta_t}{\cos(\alpha)}$$

$$\delta_{Total} = \frac{4 \cdot r'_B \cdot L^3}{E \cdot t^3}$$

Finalmente compatibilizando desplazamientos de los estados 1 y 2 se obtiene el valor r'_B

$$\delta_{total}(Estado1) = \delta_{total}(Estado2)$$

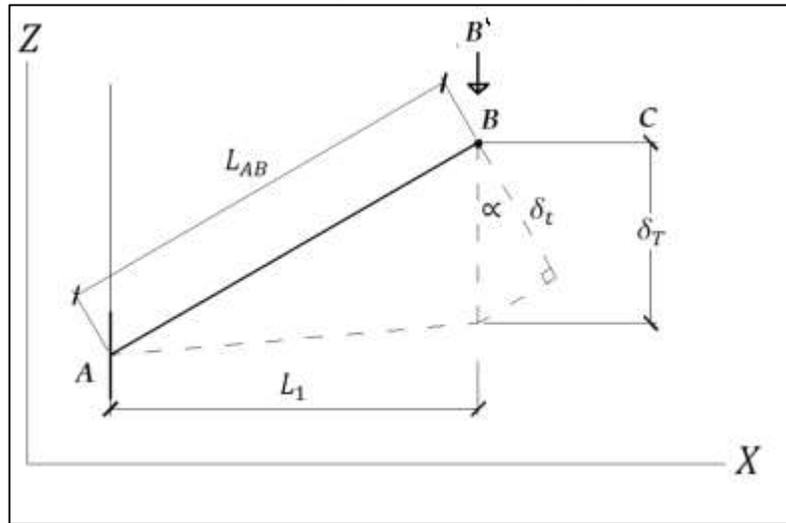
$$\frac{r_B \cdot L}{\sin(\alpha)^2 \cdot E \cdot t} \left(1 + \frac{3 \cdot (b+a)^2}{b^2} \right) = \frac{4 \cdot r'_B \cdot L^3}{E \cdot t^3}$$

Despejando:

$$r'_B = \frac{r_B \cdot t^2}{\sin(\alpha)^2 \cdot 4 \cdot L^2} \left(1 + \frac{3 \cdot (b+a)^2}{b^2} \right)$$

Donde la carga por unidad de longitud r'_B , también se aplica al tramo inferior

Figura # 45: Desplazamiento del tramo inferior



Fuente: Fernández C. (2002) "Análisis y diseño de escaleras"

$$r'_B = \frac{B'}{b}$$

El momento de empotramiento es igual a:

$$M_{emp} := r'_B \cdot b \cdot L$$

2.7.2 Métodos Modernos

Los métodos modernos de cálculo son los métodos más recientes y en contraste con los métodos clásicos tienden a ser más precisos ya que las discretizaciones que se realizan junto a la aplicación de métodos matemáticos más efectivos conllevan a resultados más próximos a la realidad

2.7.2.1 Método de la flexibilidad

El método de la flexibilidad está definido por el desplazamiento causado por una fuerza unitaria.

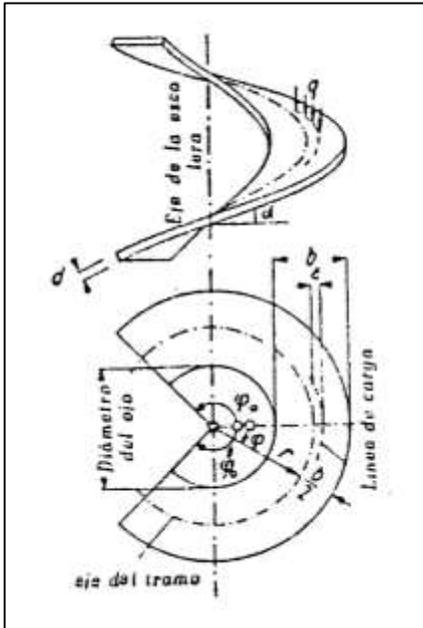
El desplazamiento es derivado utilizando el método de energía de deformación.

Lo pasos generales a realizar son los siguientes:

- Establecer el número de indeterminación estática
- Elegir el sistema de liberación para reducir la estructura a estáticamente ya sea liberando apoyos o creando luces individuales mediante articulaciones artificiales
- Aplicar cargas unitarias en cada uno de los puntos de liberación, los cuales corresponderán a los coeficientes para con las cargas reales.

El método de cálculo propuesto por el autor Betón Kalender, analiza de forma general una sección de una escalera helicoidal, las simplificaciones y ecuaciones planteadas servirán a su vez para la escalera de dos tramos

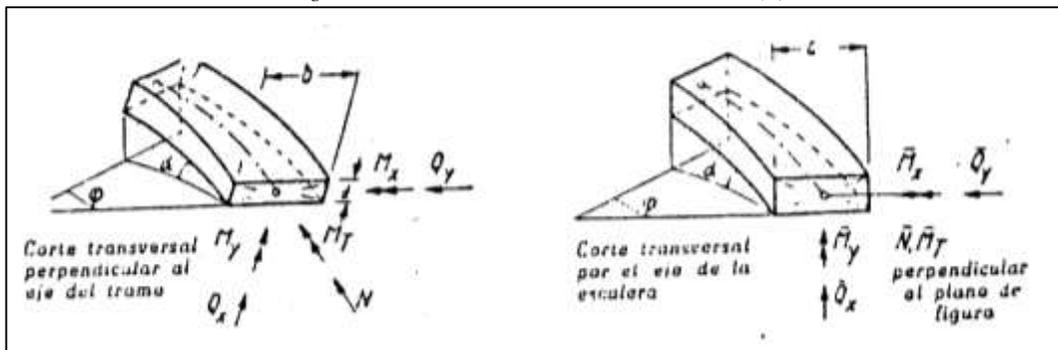
Figura # 46: Análisis de una escalera helicoidal (1)



Fuente: BETON – KALENDER (1957) “Manual Teórico Practico Del Hormigón

La carga que incide sobre el ancho del tramo tiene por resultante q en unidad de fuerza sobre longitud lineal (carga “ q ” en la figura # 46), y sea e su distancia al eje del tramo. q y e pueden también ser dependientes de ϕ (ver figura #46).

Figura # 47: Análisis de una escalera helicoidal (2)

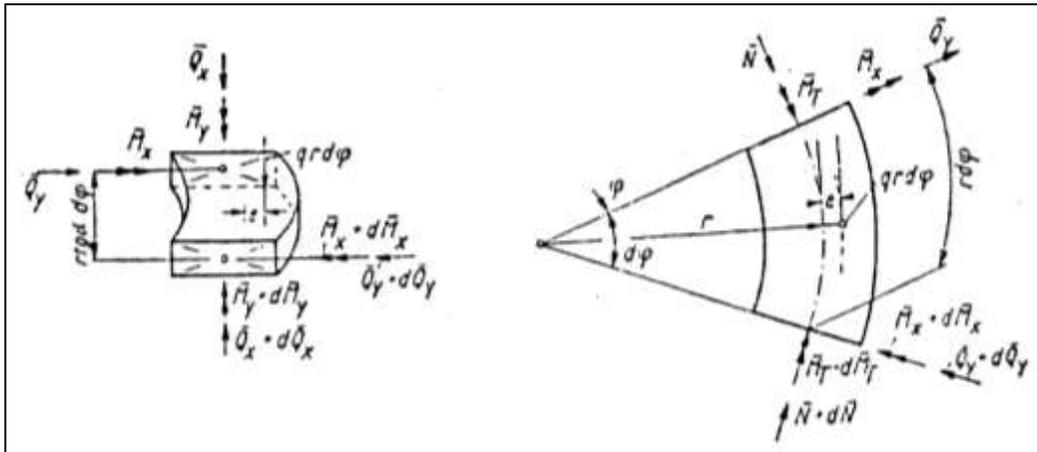


Fuente: BETON – KALENDER (1957) “Manual Teórico Practico Del Hormigón

Los esfuerzos característicos determinantes para el dimensionamiento (ver figura #47) se refieren a una sección transversal del tramo, perpendicular al eje del mismo. Pero para el planteo

de las condiciones de equilibrio es más conveniente trabajar con esfuerzos característicos referidos a una sección transversal ubicada verticalmente en el espacio. O sea en un plano que contenga al eje de la escalera. Estos esfuerzos característicos sustitutos están identificados por una raya transversal.

Figura # 48: Análisis de una escalera helicoidal (3)



Fuente: BETON – KALENDER (1957) "Manual Teórico Practico Del Hormigón"

Los esfuerzos característicos reales y los sustitutos están en las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \bar{N} &= N \cdot \cos(\alpha) - Q_x \cdot \text{sen}(\alpha); & N &= \bar{Q}_x \cdot \text{sen}(\alpha) + \bar{N} \cdot \cos(\alpha) \\ \bar{Q}_x &= N \cdot \text{sen}(\alpha) + Q_x \cdot \cos(\alpha); & Q_x &= \bar{Q}_x \cdot \cos(\alpha) - \bar{N} \cdot \text{sen}(\alpha) \\ \bar{Q}_y &= Q_y; & Q_y &= \bar{Q}_y \\ \bar{M}_T &= M_T \cdot \cos(\alpha) - M_T \cdot \text{sen}(\alpha); & M_T &= \bar{M}_y \cdot \text{sen}(\alpha) + \bar{M}_T \cdot \cos(\alpha) \\ \bar{M}_x &= M_x; & M_x &= \bar{M}_x \\ \bar{M}_y &= M_T \cdot \text{sen}(\alpha) + M_y \cdot \cos(\alpha); & M_y &= \bar{M}_y \cdot \cos(\alpha) - \bar{M}_T \cdot \text{sen}(\alpha) \end{aligned}$$

Convención de signos

N positivos producen compresión

M_x positivos producen tracción en el borde inferior

M_y positivos producen tracción en el borde interior

Q_x positivo hacia arriba

Q_y positivo hacia el borde interior

M_T positivo gira a la derecha cuando la escalera es de paso derecho, positivo a la izquierda cuando la escalera es de paso izquierdo

Desplazamientos:

$$\bar{N} - \frac{\partial \bar{Q}_y}{\partial \varphi} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{N}}{\partial \varphi} + \bar{Q}_y = 0$$

$$q \cdot r - \frac{\partial \bar{Q}_x}{\partial \varphi} = 0$$

Rotaciones:

$$q \cdot r \cdot e + r \tan(\alpha) \cdot \bar{Q}_y + \frac{\partial \bar{M}_T}{\partial \varphi} + \bar{M}_x = 0$$

$$r \cdot \bar{Q}_x - r \cdot \tan(\alpha) - \bar{M}_T + \frac{\partial \bar{M}_x}{\partial \varphi} = 0$$

$$r \cdot \bar{Q}_y - \frac{\partial \bar{M}_y}{\partial \varphi} = 0$$

Despejando por sustitución:

$$\bar{Q}_x = r \int_0^\varphi q \cdot d\varphi + \frac{1}{r} X_1 \cdot \text{sen}(\alpha)$$

$$\bar{Q}_y = \frac{1}{r} (X_5 \cdot \cos(\varphi) + X_3 \cdot \text{sen}(\varphi))$$

$$\bar{N} = -\frac{1}{r} (X_5 \cdot \text{sen}(\varphi) - X_3 \cdot \cos(\varphi))$$

$$\bar{M}_x = f(\varphi) + X_4 \cdot \text{sen}(\varphi) + X_6 \cdot \cos(\varphi) + \tan(\alpha) \cdot (X_3 \cdot \varphi \cdot \cos(\varphi) - X_5 \cdot \varphi \cdot \text{sen}(\varphi))$$

$$\bar{M}_y = -\cos(\alpha) \cdot (X_1 + X_2) + X_5 \cdot \text{sen}(\varphi) - X_3 \cdot \cos(\varphi)$$

$$\bar{M}_T = f'(\varphi) + r^2 \int_0^\varphi q \cdot d\varphi + X_4 \cdot \cos(\varphi) - X_6 \cdot \text{sen}(\varphi) + \text{sen}(\alpha) \cdot X_1 - \tan(\alpha) (X_3 \cdot \varphi \cdot \text{sen}(\varphi) + X_5 \cdot \varphi \cdot \cos(\varphi))$$

La función $f(\varphi)$ representa una de las soluciones de la ecuación diferencial

$$f''(\varphi) + f(\varphi) = -q \cdot r (r + e)$$

Las constantes de integración X_i son magnitudes estáticamente indeterminadas.

Si al sistema anterior volvemos $\varphi = 0$. Resulta:

$$\bar{Q}_x = \frac{1}{r} \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot X_1$$

$$\bar{Q}_y = \frac{1}{r} X_5$$

$$\bar{N} = \frac{1}{r} X_3$$

$$\bar{M}_x = f(0) + X_6$$

$$\bar{M}_y = -\cos(\alpha) \cdot (X_1 + X_2) - X_3$$

$$\bar{M}_T = f'(0) + X_4$$

Del sistema resultante se interpreta que la escalera empotrada en ambos extremos es 6 veces estáticamente indeterminada. El sistema fundamental estáticamente determinado se origina efectuando un corte para $\varphi = 0$. En dicha sección actuarán las magnitudes estáticamente indeterminadas, cuya dirección queda definida según lo establecido en el sistema original.

$$N = r \cdot \text{sen}(\alpha) \int_0^\varphi q d\varphi + \frac{1}{r} \text{sen}(\alpha)^2 \cdot X_1 - \frac{1}{r} \cos(\alpha) (X_5 \cdot \text{sen}(\varphi) - X_3 \cdot \cos(\varphi))$$

$$Q_x = r \cdot \cos(\alpha) \int_0^\varphi q d\varphi + \frac{1}{r} \text{sen}(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \cdot X_1 + \frac{1}{r} \text{sen}(\alpha) (X_5 \cdot \text{sen}(\varphi) - X_3 \cdot \cos(\varphi))$$

$$Q_y = \frac{1}{r} (X_5 \cdot \cos(\varphi) + X_3 \cdot \text{sen}(\varphi))$$

$$M_T = \cos(\alpha) \left(f'(\alpha) + r^2 \int_0^\varphi q d\varphi - \text{sen}(\alpha) \cdot X_2 + X_6 \cdot \cos(\varphi) - X_6 \cdot \text{sen}(\varphi) \right) - \text{sen}(\alpha) \cdot (X_3 \cdot \varphi \cdot \text{sen}(\varphi) + X_5 \cdot \varphi \cdot \cos(\varphi) + X_3 \cdot \cos(\varphi) - X_5 \cdot \text{sen}(\varphi))$$

$$M_x = f(\varphi) + \tan(\alpha) \cdot (X_3 \cdot \varphi \cdot \cos(\varphi) - X_5 \cdot \varphi \cdot \text{sen}(\varphi) + X_4 \cdot \text{sen}(\varphi) + X_6 \cdot \cos(\varphi))$$

$$M_y = -\text{sen}(\alpha) \left(f'(\varphi) + r^2 \int_0^\varphi q d\varphi + X_6 \cdot \cos(\varphi) - X_6 \cdot \text{sen}(\varphi) \right)$$

$$- \tan(\alpha) (X_3 \cdot \varphi \cdot \text{sen}(\varphi) + X_5 \cdot \varphi \cdot \cos(\varphi))$$

$$+ \cos(\alpha) (X_5 \cdot \text{sen}(\varphi) - X_3 \cdot \cos(\varphi)) - X_1 - \cos(\alpha)^2 \cdot X_2$$

El trabajo de las magnitudes estáticamente indeterminadas, así como también el desplazamiento de sus puntos de aplicación, tienen en general por expresión:

$$\delta'_{ik} = \int_F \int_S (\sigma_i \cdot \sigma_k + \tau_i \cdot \tau_k) dF \cdot dS$$

Despreciando, como es costumbre, las deformaciones debidas a los esfuerzos normales y de corte, resulta:

$$\delta_{ik} = \int_S \left(\frac{M_{xi} \cdot M_{xk}}{E \cdot J_x} + \frac{M_{yi} \cdot M_{yk}}{E \cdot J_y} + \frac{M_{Ti} \cdot M_{Tk}}{G \cdot \theta} \right) dS$$

Como rigidez de torsión tomamos directamente:

$$G \cdot \theta = \frac{2 \cdot E \cdot J_x \cdot J_y}{J_x \cdot J_y}$$

Además se aplica la siguiente relación

$$ds = r \frac{d\varphi}{\cos(\alpha)}$$

Por lo que se obtienen en vez de δ_{ik} los desplazamientos multiplicados por $\cos(\alpha) \cdot E \cdot J_x / r$

$$\delta_{ik} = \cos(\alpha) \cdot E \cdot J_x \cdot \delta'_{ik} \cdot r$$

Finalmente:

$$\delta_{ik} = \int \left(M_{xi} \cdot M_{xk} + \frac{J_x}{J_y} M_{yi} \cdot M_{yk} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{J_x}{J_y} \right) M_{Ti} \cdot M_{Tk} \right) d\varphi$$

El sistema de ecuaciones resultara:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \delta_{14} \cdot X_4 + \delta_{15} \cdot X_5 + \delta_{16} \cdot X_6 + \delta_{10} = 0$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \delta_{24} \cdot X_4 + \delta_{25} \cdot X_5 + \delta_{26} \cdot X_6 + \delta_{20} = 0$$

$$\delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \delta_{34} \cdot X_4 + \delta_{35} \cdot X_5 + \delta_{36} \cdot X_6 + \delta_{30} = 0$$

$$\delta_{41} \cdot X_1 + \delta_{42} \cdot X_2 + \delta_{43} \cdot X_3 + \delta_{44} \cdot X_4 + \delta_{45} \cdot X_5 + \delta_{46} \cdot X_6 + \delta_{40} = 0$$

$$\delta_{51} \cdot X_1 + \delta_{52} \cdot X_2 + \delta_{53} \cdot X_3 + \delta_{54} \cdot X_4 + \delta_{55} \cdot X_5 + \delta_{56} \cdot X_6 + \delta_{50} = 0$$

$$\delta_{61} \cdot X_1 + \delta_{62} \cdot X_2 + \delta_{63} \cdot X_3 + \delta_{64} \cdot X_4 + \delta_{65} \cdot X_5 + \delta_{66} \cdot X_6 + \delta_{60} = 0$$

Cuando las cargas son simétricas es decir, cuando $q(\varphi)$ y $q(\varphi) \cdot e$ son funciones pares de φ , desaparecen los δ_{i1} a δ_{i4} en este caso son también 0 los X_1 a X_4 la matriz a resolver quedara solamente como:

Matriz para cargas simétricas

$$\begin{bmatrix} \delta_{55} & \delta_{56} \\ \delta_{65} & \delta_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_5 \\ X_6 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \delta_{50} \\ \delta_{60} \end{Bmatrix}$$

Para cargas asimétricas, es decir cuando $q(\varphi)$ y $q(\varphi) \cdot e$ son funciones impares de φ , desaparecen X_5 y X_6 y la matriz a resolver queda como:

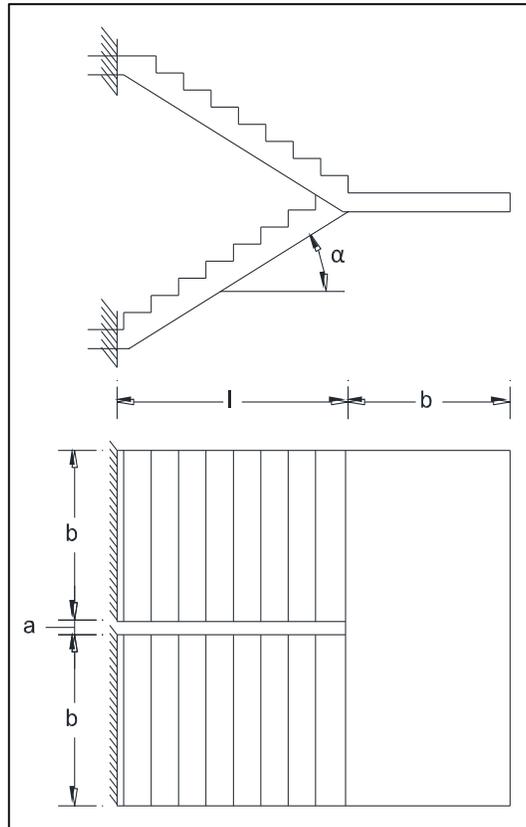
Matriz para cargas asimétricas

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{24} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} & \delta_{34} \\ \delta_{41} & \delta_{42} & \delta_{43} & \delta_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ \delta_{30} \\ \delta_{40} \end{Bmatrix}$$

Aplicando el análisis para escaleras de dos tramos

Como primera aproximación se asume que el ojo de la escalera es reducido y que los momentos de inercia del tramo y el descanso son idénticos.

Figura # 49: Dimensiones geométricas método de la flexibilidad



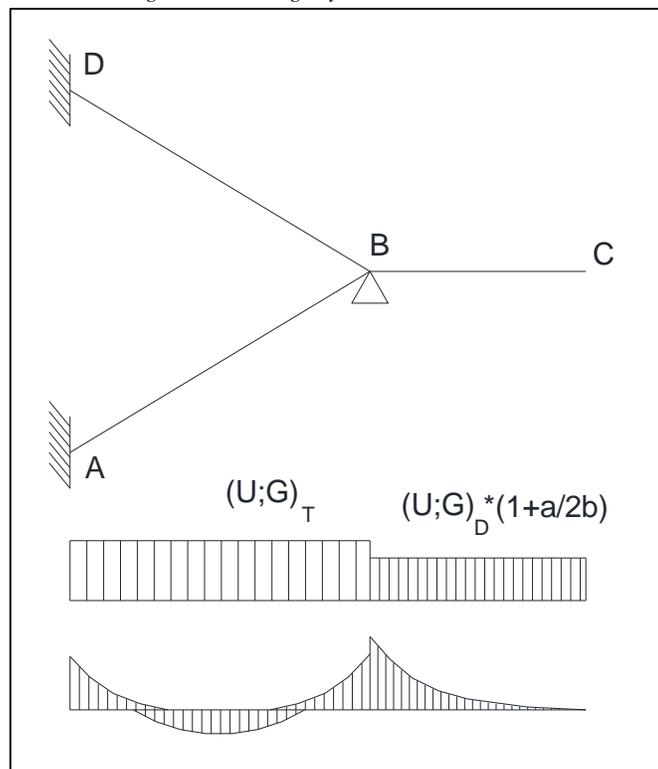
Fuente: *BETON – KALENDER (1957) “Manual Teórico Practico del Hormigón*

El siguiente paso es aplicar la misma simplificaciones que en el método del punto 2.7.1.1 donde se asume una apoyo rígido en el quiebre de la escalera con lo cual se calculan los momentos y las reacciones de la estructura idealizada con el detalle que no se asume simplemente apoyada sino que se mantiene el empotramiento en el extremo del apoyo real, de igual manera se considera la posición de carga más desfavorable para obtener los efectos máximos.

Además para tener en cuenta la parte de la carga que actúa junto al ojo del descanso se multiplica las cargas del descanso por el factor:

$$1 + \frac{a}{2 \cdot b}$$

Figura # 50: Cargas y momentos resultantes



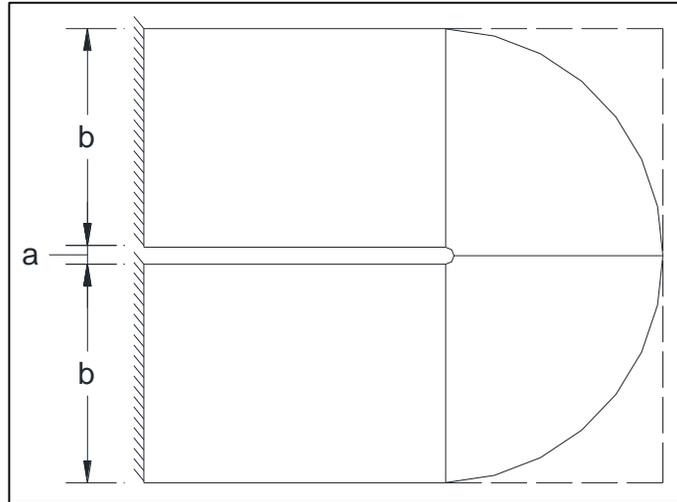
Fuente: *BETON – KALENDER (1957) "Manual Teórico Practico del Hormigón"*

Se origina en la arista de quiebre de cada tramo una reacción de vínculo B, la que se distribuye sobre el ancho del tramo como carga lineal. Esta reacción de vínculo no existe en realidad y por ello hay que introducirla como carga adicional imaginaria, que actúa de arriba abajo en el sistema supuesto sin peso.

Para tener en cuenta el efecto de la carga B, se simplifica el sistema, prescindiendo de las inoperantes esquinas del descanso, transformándolo en una placa semicircular de radio:

$$r = \frac{1}{2} * (b + a)$$

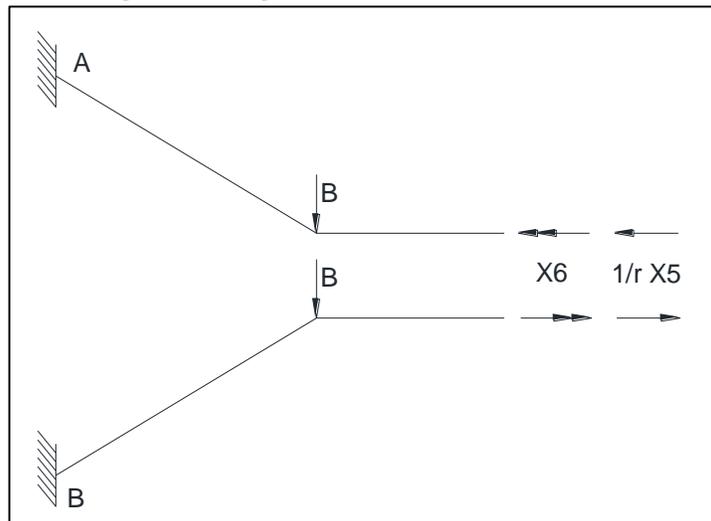
Figura # 51: Idealización del descanso como semicircular



Fuente: BETON – KALENDER (1957) “Manual Teórico Practico del Hormigón

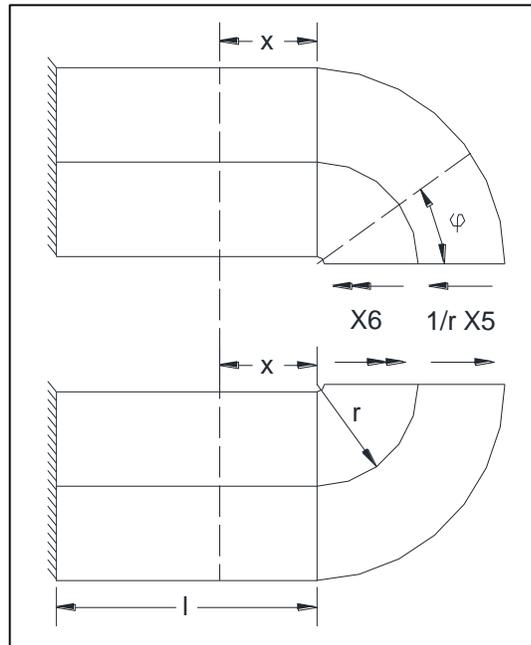
Se convierte el sistema a estáticamente determinado mediante un corte en el centro del descanso. Donde para carga simétrica quedara solamente dos magnitudes estáticamente indeterminadas.

Figura # 52: Magnitudes estáticamente indeterminadas



Fuente: BETON – KALENDER (1957) “Manual Teórico Practico del Hormigón

Figura # 53: Corte de la escalera en el medio del descanso



Fuente: *BETON – KALENDER (1957) "Manual Teórico Practico del Hormigón"*

Adoptando los esfuerzos característicos según la notación empleada en el desarrollo general del método.

Esfuerzos en el descanso

Debido a la reacción imaginaria B:

$$Q_{x0} = Q_{y0} = N_0 = M_{x0} = M_{y0} = M_{\tau0} = 0$$

Debido a $X_5 = 1$ (valor unitario):

$$Q_{x5} = 0; Q_{y5} = \frac{1}{r} \cos \varphi; N_5 = -\frac{1}{r} \operatorname{sen} \varphi; M_{x5} = 0; M_{y5} = \operatorname{sen} \varphi; M_{\tau0} = 0$$

Debido a $X_6 = 1$ (valor unitario):

$$Q_{x6} = Q_{y6} = N_6 = 0; M_{x6} = \cos \varphi; M_{y6} = 0; M_{\tau6} = -\operatorname{sen} \varphi$$

Esfuerzos para el tramo inferior (iguales y opuestos en el tramo superior)

Debido a la reacción imaginaria B:

$$Q_{x0} = \pm B \cos \alpha; Q_{y0} = 0; N_0 = \pm B \operatorname{sen} \alpha; M_{x0} = -Bx; M_{y0} = 0; M_{\tau0} = 0$$

Debido a $X_5 = 1$ (valor unitario):

$$Q_{x5} = \pm \frac{1}{r} \operatorname{sen} \alpha; Q_{y5} = 0; N_5 = \mp \frac{1}{r} \cos \alpha; M_{x5} = -\frac{z}{r} \operatorname{tg} \alpha; M_{y5} = \pm \cos \alpha; M_{\tau5} = \pm \operatorname{sen} \alpha$$

$$M_{\tau 5} = \pm \operatorname{sen} \alpha$$

Debido a $X_6 = 1$ (valor unitario):

$$Q_{x6} = Q_{y6} = N_6 = 0; M_{x6} = 0; M_{y6} = \pm \operatorname{sen} \alpha; M_{\tau 6} = \mp \operatorname{cos} \alpha$$

En el descanso la relación será $ds = r d\varphi$ mientras que en el tramo será $ds = dx/\operatorname{cos} \alpha$. Por la simetría de la estructura y de la carga integramos para el descanso entre los límites $\varphi = 0$ y $\pi/2$, y para el tramo desde $x = 0$ a $x = 1$. Las integrales de trabajo multiplicadas por $E \cdot J_x/r$ resultan, según la ecuación #3

$$\begin{aligned} \delta_{ik} = & \int_0^{\pi/2} \left[M_{xi} M_{xk} + \frac{J_x}{J_y} M_{yi} M_{yk} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{J_x}{J_y} \right) M_{\tau i} M_{\tau k} \right] d\varphi \\ & + \int_0^l \left[M_{xi} M_{xk} + \frac{J_x}{J_y} M_{yi} M_{yk} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{J_x}{J_y} \right) M_{\tau i} M_{\tau k} \right] \frac{dx}{r \operatorname{cos} \alpha} \end{aligned}$$

Integrando: Se obtienen los desplazamientos para cargas simétricas

$$\begin{aligned} \delta_{05} &= \frac{Bl^3 \operatorname{tg} \alpha}{3 r^2 \operatorname{cos} \alpha} \\ \delta_{06} &= 0 \\ \delta_{55} &= \frac{\pi}{4} \frac{J_x}{J_y} + \frac{l}{r \operatorname{cos} \alpha} \left[\frac{J_x}{J_y} + \frac{1}{2} \operatorname{sen}^2 \alpha \left(1 - \frac{J_x}{J_y} \right) + \frac{l^2}{3 r^2} \operatorname{tg}^2 \alpha \right] \\ \delta_{56} &= -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{J_x}{J_y} \right) \frac{l}{r} \operatorname{sen} \alpha \\ \delta_{66} &= \frac{\pi}{8} \left(3 + \frac{J_x}{J_y} \right) + \frac{l}{r \operatorname{cos} \alpha} \left[\frac{J_x}{J_y} + \frac{1}{2} \operatorname{cos}^2 \alpha \left(1 - \frac{J_x}{J_y} \right) \right] \end{aligned}$$

De la matriz para cargas simétricas obtenemos las magnitudes estáticamente indeterminadas:

$$\begin{aligned} X_5 &= -\delta_{05} * \frac{\delta_{66}}{\delta_{55} \delta_{66} - \delta_{56}^2} \\ X_6 &= +\delta_{05} * \frac{\delta_{56}}{\delta_{55} \delta_{66} - \delta_{56}^2} \end{aligned}$$

Finalmente volviendo a los esfuerzos planteados para los tramos y el descanso:

Para el descanso:

$$\begin{aligned} Q_x &= 0 \\ Q_y &= \frac{1}{r} X_5 \operatorname{cos} \varphi \\ N &= -\frac{1}{r} X_5 \operatorname{sen} \varphi \\ M_x &= X_6 \operatorname{cos} \varphi \\ M_y &= X_5 \operatorname{sen} \varphi \\ M_{\tau} &= -X_6 \operatorname{sen} \varphi \end{aligned}$$

Para el tramo inferior (iguales y opuestos en el tramo superior)

$$Q_x = \pm \left(B \cos \alpha + \frac{1}{r} X_5 \sin \alpha \right)$$

$$Q_y = 0$$

$$N = \pm \left(B \sin \alpha - \frac{1}{r} X_5 \cos \alpha \right)$$

$$M_x = -B z - \frac{x}{r} X_5 \operatorname{tg} \alpha$$

$$M_y = \pm (X_5 \cos \alpha + X_6 \sin \alpha)$$

$$M_\tau = \pm (X_5 \sin \alpha - X_6 \cos \alpha)$$

2.7.2.2 Método de los elementos finitos

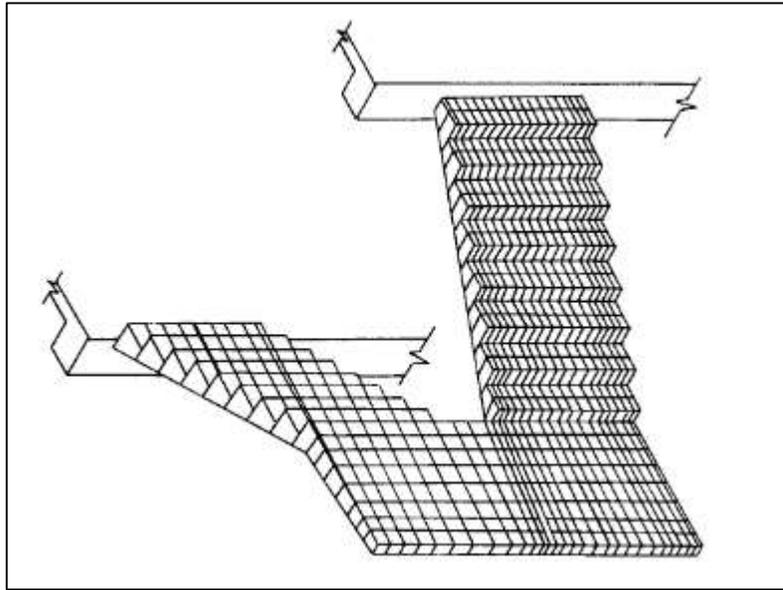
El método de los elementos finitos es un método numérico para resolver problemas de ingeniería y física matemática. Utilizado en áreas problemáticas como ser el análisis estructural, potencial electromagnético, transferencia de calor, flujo de fluidos.

La solución analítica para estos problemas requiere generalmente la solución a problemas de valores límite para ecuaciones diferenciales parciales. La formulación del método del elemento finito del problema resulta en un sistema de ecuaciones algebraicas. El método proporciona valores aproximados de las incógnitas en un número discreto de puntos sobre el dominio. Se resuelve el problema subdividiéndolo en partes más pequeñas y simples llamadas elementos finitos. Las ecuaciones simples que modelan estos elementos finitos se ensamblan en un sistema más grande de ecuaciones que modela el problema en su totalidad. El método entonces utiliza métodos variacionales del cálculo de variaciones para aproximar una solución minimizando una función asociada de error.

Para el uso en ingeniería estructural se pueden utilizar 2 tipos de análisis:

Análisis por flexión de placas utilizando polinomios de desplazamiento y el análisis isoparamétrico del elemento finito. Donde sí solo se busca obtener valores de esfuerzos axiales, cortantes y momentos en 2 dimensiones el método de flexión de placas es el indicado pero para un análisis más profundo se deberá adoptar el análisis isoperimétrico con el cual se pueden obtener esfuerzos, tensiones, flexibilidad, plasticidad y fisuración en tres direcciones y su propagación bajo cargas últimas.

Figura # 54: División en malla mediante elementos isoparamétricos



Fuente: Bangash T. (1999) "Structural Analysis and Design of Staircases"

Para el presente trabajo desarrollar el método de los elementos finitos involucra una tarea compleja y extensa por lo cual se aplicara el método mediante el uso de un software de cálculo estructural. El programa elegido es:

"Robot Structural Analysis 2016"

2.8 Diseño estructural

2.8.1 Diseño a flexión

2.8.1.1 Según normativa ACI

- Según 10.2. Método del bloque rectangular de compresiones

$$a = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 |M_u|}{\phi \cdot 0.85 \cdot f_c' \cdot b}}$$

- Según 9.3.2.1 Secciones controladas por tracción $\phi = 0.9$
- Según 10.2.2 Profundidad máxima de la zona de compresión

$$c_{max} = \frac{\varepsilon_{cmax}}{\varepsilon_{cmax} + \varepsilon_{smin}} \cdot d$$

Donde:

$$\varepsilon_{c,max} = 0.003 \text{ (según 10.2.3)}$$

$$\varepsilon_{s,min} = 0.005 \text{ (según 10.3.4)}$$

- Según 10.2.7.1 máxima profundidad permisible del bloque de compresiones:

$$a_{max} = \beta_1 \cdot c_{max}$$

- Según 10.2.7.3 β_1 es el factor que relaciona la profundidad de bloque rectangular equivalente de esfuerzos de compresión con la profundidad del eje neutro

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \cdot \left(\frac{f'_c - 4000}{1000} \right)$$

Donde:

f'_c : Resistencia a compresión del hormigón en KSI

$$0.65 \leq \beta_1 \leq 0.85$$

- Según 10.3.4 y 10.3.5 siendo $a \leq a_{max}$, el área de refuerzo a tracción se calcula:

$$A_s = \frac{|M_u|}{\phi \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right)}$$

- Área de acero máxima determinada según el criterio de la cuantía balanceada. Según 10.3.5 et mínima es 0.004

$$A_{smax} = \beta_1 \cdot \frac{0.85 f'_c}{f_y} \cdot b \cdot d \cdot \frac{\varepsilon_{cmax}}{\varepsilon_{cmax} + \varepsilon_t}$$

- Área de acero mínima

$$A_{smin} = \rho \cdot b \cdot d$$

Según 10.5.4 y 7.12.2.1.b para losas $\rho = 0.0018$

2.8.1.2 Según normativa EHE

- Según Art. 15.3 Coeficientes parciales de seguridad de los materiales para estados limites últimos. Tabla 15.3 Acciones persistentes o transitorias

Hormigón: $\gamma_c = 1.5$

Acero: $\gamma_s = 1.15$

- Según Art. 39.4 Resistencia de cálculo del hormigón

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

- Según Art. 38.3 resistencia de cálculo del acero

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Mediante las formulas aproximadas del autor Pedro Jiménez Montoya

- Según 14.5.2 momento reducido es igual a:

$$\mu_d = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

- Según 14.5.2 cuando el momento reducido $\mu_d \leq 0.294$

$$U = A \cdot f_{yd} = \omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}$$

- Donde la cuantía mecánica ω se obtiene de la tabla 14.3 en el apartado 14.4 Tablas universales de cálculo para sección rectangular.
- Área de acero mínima

$$A_{smin} = \rho \cdot b \cdot d$$

- Según Art.42.3.5 de la normativa EHE Cuantías geométricas mínimas, para losas $\rho = 0.0018$

2.8.2 Diseño a cortante

2.8.2.1 Según normativa ACI

- Según 11.3.1.1. Resistencia al cortante proporcionada por el concreto

$$V_c = \frac{\sqrt{f_c'}}{6} \cdot b \cdot d$$

- Según 9.3.2.3 para cortante $\phi = 0.75$
- Según 11.1.2 $\sqrt{f_c'} \leq 8.3$ MPa
- Según 11.1.1 la resistencia nominal al cortante proporcionada por el refuerzo será:

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c$$

- Según 11.5.2 los valores usados para f_y y f_{yt} no excederán los 420 MPa
- Según 11.5.4 los estribos deben extenderse una distancia de d más allá de la zona requerida
- Según 11.5.5.1 el espaciamiento del refuerzo cortante no debe exceder $d/2$ o 600 mm
- Según 11.5.5.3 los espaciamientos de 11.5.5.1 se reducen a la mitad si V_s sobrepasa:

$$\frac{\sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d}{3}$$

- Según 11.5.6.1 no es necesario colocar ningún tipo de refuerzo en losas si:

$$V_c > \frac{V_u}{\phi}$$

- Según 11.5.7.2 cortante a resistir por el refuerzo:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{s}$$

- Según 11.5.7.9 V_s no será mayor a:

$$\frac{2}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d$$

- Según 11.5.6.3 área de acero mínima es de:

$$A_{smin} = \frac{1}{16} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_y} > 0.33 \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_y}$$

2.8.2.2 Según normativa EHE

- Según Art. 44.2.3 el diseño a corte deberá satisfacer 2 condiciones

$$V_{rd} \leq V_{u1}$$

$$V_{rd} \leq V_{u2}$$

Donde:

V_{rd} : esfuerzo de cortante efectivo

V_{u1} : esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua en el alma

V_{u2} : esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma

- Según Art. 44.2.3.1 V_{u1} resulta de:

$$V_{u1} = f_{tcd} \cdot b \cdot d \cdot k \cdot \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha)}{1 + \cot(\theta)^2}$$

Donde:

k : valor 1 para estructuras sin pretensado o axiles despreciables

f_{tcd} : igual a $0.6 \cdot f_{cd}$ para $f_{ck} \leq 60 \text{ N/mm}^2$

θ : ángulo de las bielas de compresión con el eje de la pieza. Convencionalmente se permite tomar 45°

α : ángulo de las armaduras transversales con el eje de la pieza

- Según Art. 44.2.3.2.2 V_{u2} es igual a:

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$$

V_{cu} consiste en la contribución del hormigón a la resistencia del cortante, y se obtiene de:

$$V_{cu} = \left(\frac{0.15}{\gamma_c} \xi \cdot (100 \cdot \rho_t \cdot f_{cv})^{\frac{1}{3}} + 0.15 \sigma'_{cd} \right) \beta \cdot b \cdot d$$

Pero no será menor a:

$$\left(\frac{0.075}{\gamma_c} \xi^{\frac{3}{2}} \cdot f_{cv}^{\frac{1}{2}} + 0.15 \sigma'_{cd} \right) b \cdot d$$

Donde:

f_{cv} Resistencia efectiva del hormigón a cortante en N/mm^2 , $f_{ck} = f_{cv}$.

f_{ck} : Resistencia a compresión en N/mm^2 hasta un máximo de $100 N/mm^2$.

σ'_{cd} : Tensión axial media en el alma de la sección, se considera de aporte 0 convencionalmente (se usa en pretensados)

β : Su valor proviene de la relación entre la inclinación de las fisuras de corte y el ángulo de las bielas de compresión, considerando convencionalmente ambas a 45° , entonces valdrá 1

ξ : se obtiene de la siguiente expresión: (d en mm)

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

ρ_t : Cuantía geométrica de la armadura longitudinal principal de tracción pasiva y activa adherente, anclada a una distancia igual o mayor a “d” a partir de la sección de estudio:

$$\rho_t = \frac{A_s + A_p}{d \cdot b} \leq 0.02$$

V_{su} : contribución de la armadura transversal de alma a la resistencia a esfuerzo cortante.

$$V_{su} = z \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot (\cot(\alpha) \cdot \cot(\theta)) \cdot \Sigma A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d}$$

Donde:

z: brazo mecánico, en flexión simple puede aproximarse como $0.9 \cdot d$

A_α : área por unidad de longitud de cada grupo de armaduras que formen un ángulo α con el eje de la pieza.

$f_{y\alpha,d}$: Resistencia de cálculo de la armadura a corte

- Según Art. 44.2.3.4.1 la separación longitudinal entre estribos deberá cumplir:

$$s_t \leq 0.75 \cdot d(1 + \cot(\alpha)) \leq 600 \text{ mm} \quad \text{si } V_{rd} \leq \frac{1}{5} V_{u1}$$

$$s_t \leq 0.6 \cdot d(1 + \cot(\alpha)) \leq 450 \text{ mm} \quad \text{si } \frac{1}{5} V_{u1} < V_{rd} \leq \frac{2}{3} V_{u1}$$

$$s_t \leq 0.3 \cdot d(1 + \cot(\alpha)) \leq 300 \text{ mm} \quad \text{si } V_{rd} \leq \frac{2}{3} V_{u1}$$

Separación transversal entre ramales:

$$s_{t,trans} \leq d \leq 500 \text{ mm}$$

$$\text{si } d \leq 30 \text{ cm} \quad s_{t,trans} \leq 2 \cdot d \leq 350 \text{ mm}$$

El área de refuerzo mínimo a cortante será:

$$\sum \frac{A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d}}{\text{sen}(\alpha)} \geq \frac{f_{ct,m}}{7.5} b$$

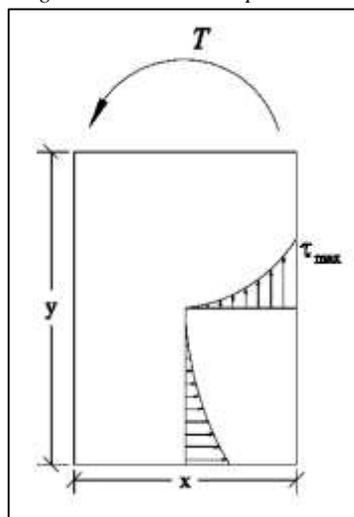
$f_{ct,m}$: resistencia media tracción del hormigón a los 28 días, según Art. 39.1 puede estimarse mediante:

$$f_{ct,m} = 0.3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad \text{para } f_{ck} \leq 50 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

2.8.3 Diseño a torsión

El diseño a torsión tanto en la normativa ACI como la EHE se basa en el análisis de un tubo hueco. Dado que el esfuerzo de corte producido por la torsión varía de cero en el centroide al máximo en las caras de la sección

Figura # 55: Cortantes por torsión

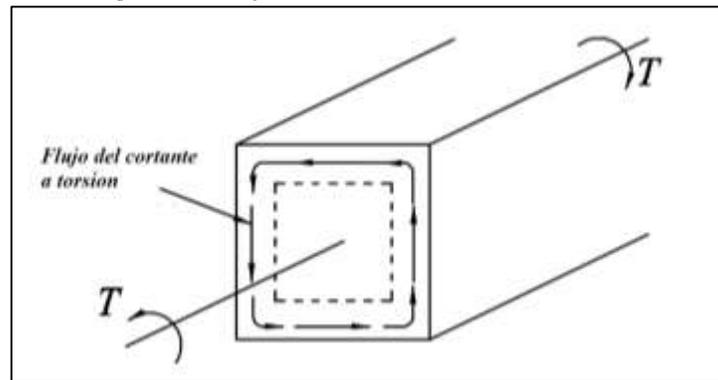


Fuente: Facultad de ingeniería, Universidad de Misiones (2010) "Guía de diseño a torsión según normativa ACI318-05"

La sección sin fisuramiento de un miembro de concreto no se comporta perfectamente elástica ni tampoco perfectamente plástica. Sin embargo, el análisis basado en la elasticidad entrega aproximaciones satisfactorias para predecir el comportamiento torsional.

Resultados experimentales en secciones solidas con las mismas dimensiones exteriores que secciones huecas resultan en el mismo requerimiento de refuerzo de acero lo que sugiere que cuando el fisuramiento torsional ha ocurrido, el concreto en el centro del miembro tiene limitado o nulo efecto en la resistencia torsional de la sección por lo que puede ser ignorado.

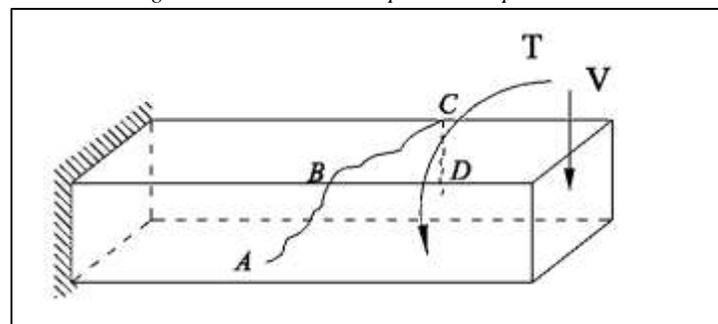
Figura # 56: Flujo de la torsión en una sección cuadrada



Fuente: Facultad de ingeniería, Universidad de Misiones (2010) "Guía de diseño a torsión según normativa ACI318-05"

Si un elemento es sujeto a torsión, cortante y flexión, a las dos tensiones de corte se adicionan en un extremo de la sección y se oponen en el otro por lo que las grietas inclinadas comienzan en el lado donde los cortantes se suman y se extienden a través de la fibra de tensión extrema, además si la flexión es significativa las grietas pueden extenderse casi verticalmente hasta la zona de compresión.

Figura # 57: Fisuraciones producidas por torsión



Fuente: Facultad de ingeniería, Universidad de Misiones (2010) "Guía de diseño a torsión según normativa ACI318-05"

Donde:

AB: fisuración inclinada

CD: fisuración vertical

Es por este efecto combinado que los refuerzos a torsión consisten en refuerzos transversales para los esfuerzos cortantes y refuerzos longitudinales para evitar la fisuración vertical incrementada por la flexión del elemento.

2.8.3.1 Según normativa ACI

- Según 11.6.1.a Torsión crítica es igual a:

$$T_{cr} = \frac{\phi \sqrt{f_c'}}{12} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$$

Donde:

A_{cp} : área encerrada por la sección transversal de concreto [mm²]

$$A_{cp} = b \cdot h$$

P_{cp} : perímetro exterior de la sección transversal de concreto [mm]

$$P_{cp} = 2(b + h)$$

f_c' : resistencia a compresión del hormigón en [N/mm²]

- Según 9.3.2.3 para torsión $\phi = 0.75$
- Según 11.6.3.1 la resistencia al momento torsional se verifica con:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w \cdot d} \right)^2 + \left(\frac{T_u \cdot p_h}{1.7 A_{oh}^2} \right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w \cdot d} + \frac{2}{3} \sqrt{f_c'} \right)$$

Donde:

p_h : perímetro del eje del refuerzo transversal cerrado dispuesto para torsión [mm]

$$p_h = 2 \cdot ((b_w - 2 \cdot r) + (d - r))$$

A_{oh} : área encerrada por el eje del refuerzo transversal cerrado mas externo dispuesto para resistir la torsión [mm²]

$$A_{oh} = ((b_w - 2 \cdot r) \cdot (d - r))$$

T_u : torsión mayorada en la sección [Nmm]

- Según 11.6.3.5 T_n resistencia nominal a torsión [Nmm]

$$T_n \geq \frac{T_u}{\phi}$$

- Según 11.6.3.6 T_n se obtiene mediante:

$$T_n = \frac{2 A_o \cdot A_t \cdot f_{yt}}{s} \cdot \cot(\theta)$$

Donde:

A_t : área de una rama de un estribo cerrado que resiste la torsión con un espaciamiento s [mm^2]

A_o : área bruta encerrada por la trayectoria del flujo de cortante [mm^2] se permite usar $0.85 \cdot A_{oh}$

s : espaciamiento longitudinal entre refuerzos transversales [mm]

θ : Angulo entre el eje de un puntal, diagonal de compresión, con el eje de la pieza, según 11.6.3.6.a se permite tomar 45°

f_{yt} : Resistencia específica a la fluencia f_y del refuerzo transversal [MPa]

- Según 11.6.3.7 área del refuerzo longitudinal a torsión se obtiene mediante:

$$A_l = \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \left(\frac{f_{yt}}{f_y} \right) \cdot \cot(\theta)^2$$

Donde:

A_t/s : deberá ser el mismo usado en 11.6.3.6

f_y : resistencia específica a la fluencia del refuerzo longitudinal [MPa]

A_l : Área del refuerzo longitudinal a torsión [mm^2]

- Según 11.6.3.8 El refuerzo necesario para torsión debe ser agregado al necesario para el cortante, momento y fuerza axial que actúan en combinación con la torsión. Debe cumplirse con el requisito más restrictivo para el espaciamiento y la colocación.
- Según 11.6.5.2 área de refuerzo mínima para torsión para un solo estribo cerrado

$$A_v + 2 \cdot A_t = \frac{\sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot s}{16 \cdot f_{yt}}$$

Pero no menor a:

$$\frac{0.35 \cdot b_w \cdot s}{f_{yt}}$$

A_v : área de refuerzo de cortante con un espaciamiento s [mm^2] Tomando en cuenta el comentario R11.6.5.1 A_v para la ecuación de 11.6.5.2 representa el área de dos ramas de un estribo cerrado

A_t : área de una rama de un estribo cerrado que resiste la torsión con un espaciamiento s [mm²]. Tomando en cuenta el comentario R11.6.5.1 A_t para la ecuación 11.6.5.2 representa el área de una sola rama de un estribo cerrado.

- Según 11.6.5.3 área de refuerzo mínima longitudinal será igual a:

$$A_{imin} = \frac{5 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot A_{cp}}{12 \cdot f_y} - \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \frac{f_{yt}}{f_y}$$

Donde A_t/s no debe ser menor a:

$$\frac{0.175 \cdot b_w}{f_{yt}}$$

- Según 11.6.6.1 el espaciamiento del refuerzo transversal para torsión no debe exceder el menor valor entre $p_h/8$ y 300 mm
- Según 11.6.6.2 el refuerzo longitudinal requerido para torsión debe estar distribuido a lo largo del perímetro del estribo cerrado con un espaciamiento máximo de 300 mm. Las barras longitudinales o tendones deben estar dentro de los estribos. Debe haber al menos una barra longitudinal o tendón en cada esquina de los estribos. Las barras longitudinales deben tener un diámetro de al menos 1/24 del espaciamiento entre estribos, pero no menos de diámetro No. 10.
- Según 11.6.6.3 El refuerzo para torsión debe ser dispuesto en una distancia al menos ($b_t + d$) más allá del punto en que se requiera por análisis.

2.8.3.2 Según normativa EHE

- Según Art. 45.2.1 La sección de cálculo será igual a:

$$h_s \leq \frac{A}{u} \geq 2c$$

Donde:

A: área de la sección transversal inscrita en el perímetro exterior incluyendo las áreas huecas interiores.

u: perímetro exterior de la sección transversal.

c: recubrimiento de las armaduras longitudinales.

- Según Art. 5.2.2 Las comprobaciones a realizar para el diseño a torsión son:

$$T_d \leq T_{u1}$$

$$T_d \leq T_{u2}$$

$$T_d \leq T_{u3}$$

Donde:

T_d : momento torsor de cálculo en la sección.

T_{u1} : máximo momento torsor que pueden resistir las bielas comprimidas de hormigón.

T_{u2} : máximo momento torsor que pueden resistir las armaduras transversales.

T_{u3} : máximo momento torsor que pueden resistir las armaduras longitudinales.

- Según Art. 45.2.2.1 T_{u1} se obtiene mediante:

$$T_{u1} = 2 K \cdot \alpha \cdot f_{lcd} \cdot A_s \cdot h_e \cdot \frac{\cot(\theta)}{1 + \cot(\theta)^2}$$

Donde:

f_{lcd} : resistencia a compresión del hormigón, igual a $0.6 \cdot f_{cd}$ para $f_{ck} \leq 60 \text{ N/mm}^2$

K : valor 1 para estructuras sin pretensado o axiles despreciables

α : valor 0,60 si hay estribos únicamente a lo largo del perímetro exterior de la pieza;

θ : ángulo de las bielas de compresión con el eje de la pieza. Convencionalmente se permite tomar 45°

A_e : área encerrada por la línea media de la sección hueca eficaz de cálculo, igual a:

$$A_e = (b - h_e) \cdot (h - h_e)$$

- Según Art. 45.2.2.2 T_{u2} se obtiene mediante:

$$T_{u2} = \frac{2 \cdot A_s \cdot A_t}{s_t} \cdot f_{ytd} \cdot \cot(\theta)$$

Donde:

A_t : área de las armaduras utilizadas como cercos o armadura transversal.

s_t : separación longitudinal entre cercos o barras de la armadura transversal

f_{ytd} : resistencia de cálculo del acero de la armadura A_t . Según Art. 40.2 será igual a f_{yd}

- Según Art. 45.2.2.3 T_{u3} se obtiene mediante:

$$T_{u3} = \frac{2 \cdot A_s \cdot A_l}{u_e} \cdot f_{yld} \cdot \tan(\theta)$$

Donde:

A_l : área de las armaduras longitudinales.

f_{yld} : resistencia de cálculo del acero de la armadura longitudinal A_l . Según Art. 40.2 será igual a f_{yd} .

u_e : perímetro de la línea media de la sección hueca eficaz de cálculo A_e . Igual a:

$$u_e = ((b - h_e) + (h - h_e)) \cdot 2$$

- Según Art. 45.3.2.2 los esfuerzos torsores y cortantes de cálculo concomitantes deberán satisfacer la siguiente condición para asegurar que no se producen compresiones excesivas en el hormigón:

$$\left(\frac{T_d}{T_{u1}}\right)^\beta + \left(\frac{V_{rd}}{V_{u1}}\right)^\beta \leq 1$$

Donde:

β : factor que se obtiene de:

$$\beta = 2 \cdot \left(1 - \frac{h_e}{b}\right)$$

- Según Art.45.2.3 la separación longitudinal entre cercos de torsión s_t no excederá de:

$$s_t \leq \frac{U_e}{8}$$

Deberá también cumplir con las siguientes condiciones:

$$s_t \leq 0.75 \cdot a(1 + \cot(\alpha)) \leq 600 \text{ mm} \quad \text{si } T_d \leq \frac{1}{5} T_{u1}$$

$$s_t \leq 0.6 \cdot a(1 + \cot(\alpha)) \leq 450 \text{ mm} \quad \text{si } \frac{1}{5} T_{u1} < T_d \leq \frac{2}{3} T_{u1}$$

$$s_t \leq 0.3 \cdot a(1 + \cot(\alpha)) \leq 300 \text{ mm} \quad \text{si } T_d > \frac{2}{3} T_{u1}$$

Donde:

a : es la menor dimensión de los lados que conforman el perímetro u_e

- Según las recomendaciones del autor Pedro Jiménez Montoya en Cap. 20.11 Organización y disposición de las armaduras, las armaduras longitudinales se dispondrán uniformemente en el perímetro de la sección. Si las dimensiones transversales de esta son menores a 50 cm y el momento torsor no es importante, bastara con colocar redondos iguales en las esquinas. Caso contrario, habrá que disponer otros en las caras, con separaciones comprendidas en 15 y 20 cm

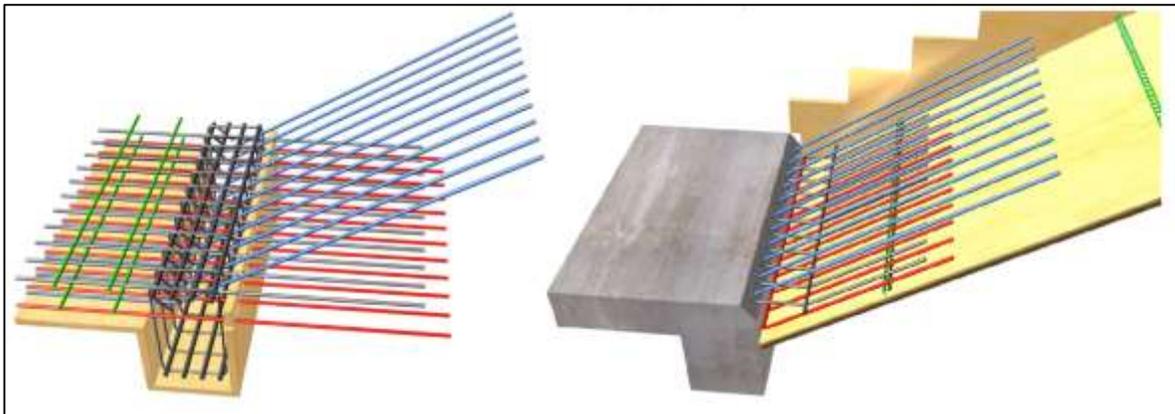
2.9 Apoyos y emplazamiento de la escalera

Para escaleras autoportantes el emplazamiento ideal que se asume para el cálculo de la estructura es el de apoyos empotrados pero en la práctica esta condición puede no producirse

debido al método constructivo, para que ambos extremos sean empotrados se debe vaciar la escalera en conjunto con el elemento estructural en que se sustenta sea una viga u losa maciza, comúnmente en el proceso de construcción los pisos inferiores se vacían antes que los superiores con un lapso de varios días entre ambos en el caso de que no se tenga dispuesto el encofrado con la disposición de diseño de las armaduras de la escalera será necesario para la continuidad de la estructura dejar barras de arranque o de empalme.

Si la escalera se vacía junto al piso superior las barras de arranque estarán en el apoyo inferior dispuestas por ejemplo de la siguiente forma:

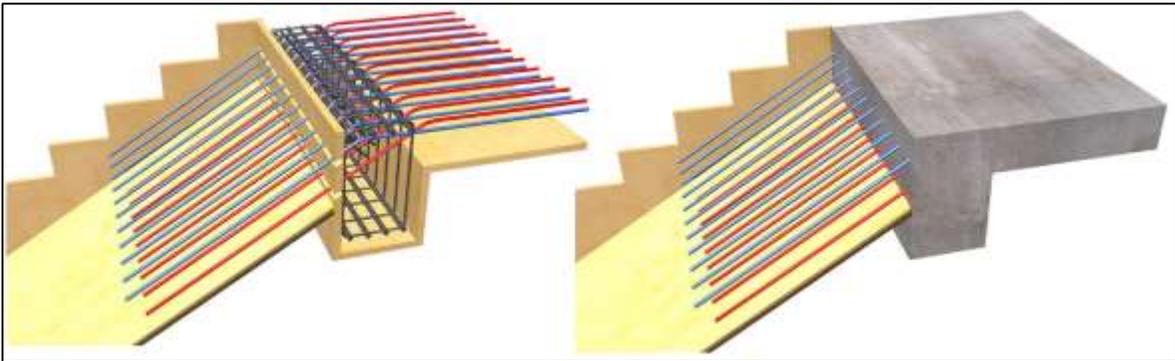
Figura # 58: Fierros de arranque apoyo inferior



Fuente: <http://debug.pi.gr/staircase-detailing>

En el caso donde la escalera sea vaciada después de ambos pisos se debe dejar barras de continuidad en el extremo superior

Figura # 59: Fierros de arranque apoyo superior

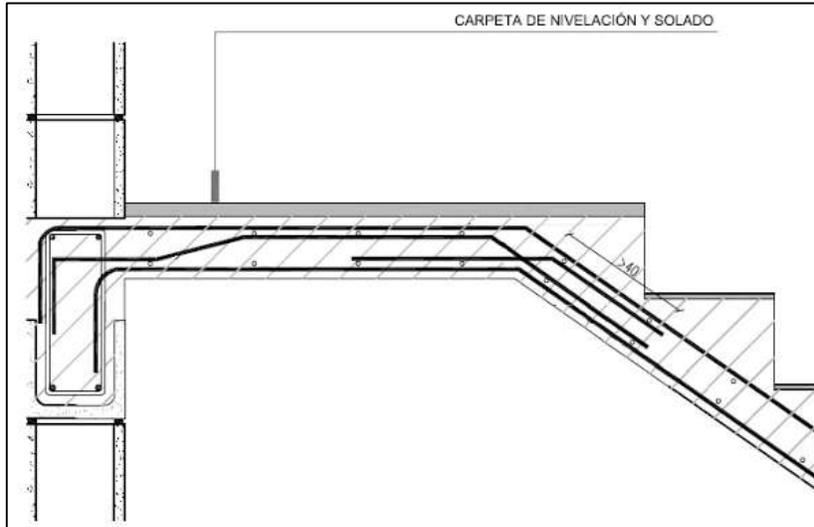


Fuente: <http://debug.pi.gr/staircase-detailing>

Cuando se utilizan barras de arranque para la sujeción de la escalera el apoyo no es perfectamente empotrado ni tampoco exactamente articulado sino que tendrá una rigidez intermedia entre ambos.

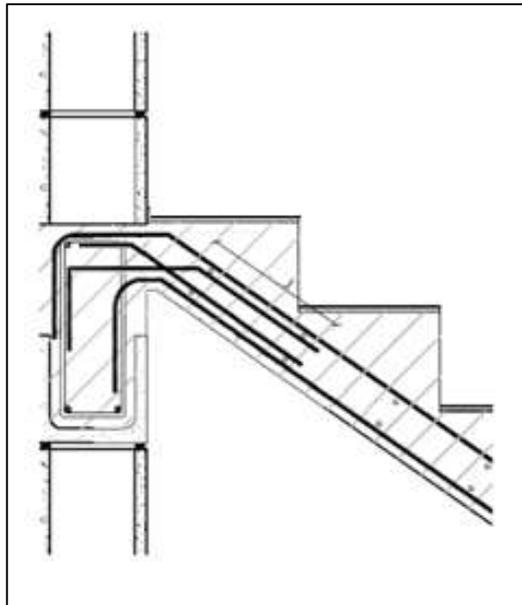
El criterio de continuidad del anclaje de la armadura se basa en extenderse lo suficiente para asegurar un agarre adecuado, generalmente son las armaduras negativas las más importantes debido a que la estructura puede tomarse como un voladizo.

Figura # 60: Ejemplo de disposición de barras de arranque en el apoyo superior, con llegada en losa



Fuente: <http://1.bp.blogspot.com/staricase%hallways/ipsg/reinforcement-detailing.com>

Figura # 61: Ejemplo de disposición de barras de arranque en el apoyo superior con llegada en viga

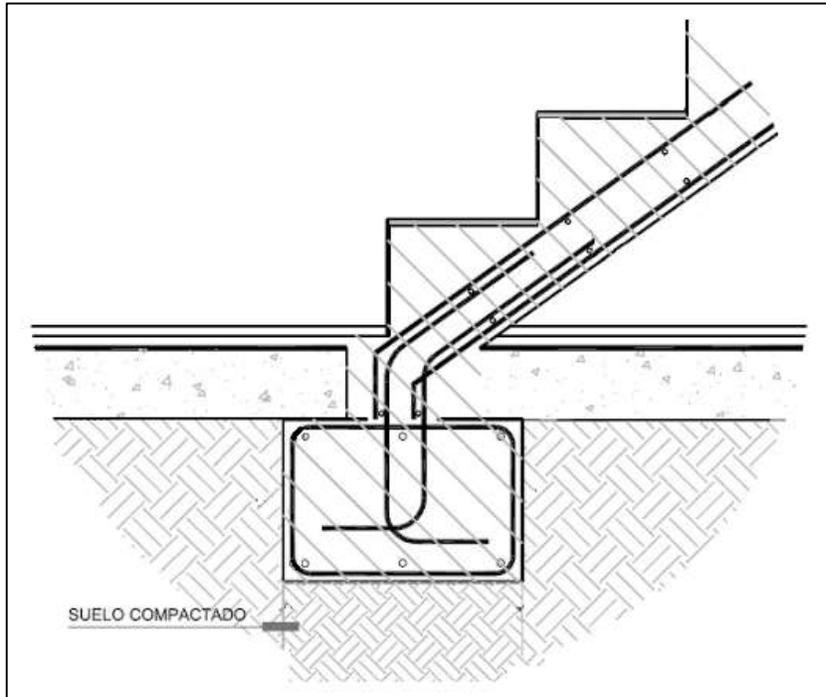


Fuente:
<http://1.bp.blogspot.com/staricase%hallways/ipsg/reinforcement-detailing.com>

Se busca envolver la viga de apoyo con anclajes doblados para asegurar que la armadura no se desplace. Cuando la escalera empieza a nivel del suelo esta deberá emplazarse con su propia

fundación que debido a las cargas muy limitadas de una estructura pequeña como lo es una escalera la fundación será de un tamaño reducido y de armado sencillo.

Figura # 62: Ejemplo de disposición de barras de arranque en el apoyo inferior con arranque en fundación



Fuente: <http://1.bp.blogspot.com/staricase%2Fhallways/ipsg/reinforcement-detailing.com>

CAPÍTULO III
DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 Definición de variables geométricas

Para la presente investigación se busca generalizar el comportamiento de la escalera por lo tanto se asumirá la configuración convencional descrita en 2.1.2, dejando fuera de la generación de modelos las posibles variaciones listadas en 2.1.2.1

El proceso a realizar es analizar todas las variables y determinar qué tan influyentes serán en el cálculo de la estructura. Lo que se busca es tener una buena amplitud de posibilidades que nos permita definir el comportamiento de los esfuerzos en la estructura y no calcular todas las escaleras para eliminar la necesidad del calculista de volver a hacerlo porque sencillamente considerar todas las posibles situaciones a las que esté sujeta este tipo de estructura es impráctico y además no es el objetivo de este trabajo.

3.1.1 Altura (H)

Es la variable fundamental de todo el diseño si no existiera no habrá escalera.

El valor mínimo establecido por las normativas nacionales es de 2.5 m se elige este valor como punto de partida y considerando las tendencias arquitectónicas se elige un valor máximo de 3.5 m que se considerara una altura lujosa.

Los intervalos a analizar serán: 2.5 m – 2.8 m – 3.2 m – 3.5 m.

3.1.2 Ancho del tramo (b)

El ancho del tramo define la carga de la escalera en asignación y en aporte, lo que influirá de gran manera en los esfuerzos de la estructura. Por lo tanto clasifica como una variable independiente.

Según lo establecido en 2.1.2 para considerar escaleras convencionales el ancho del descanso será igual que el ancho del tramo.

Según lo expuesto en el punto 2.4.2 puede uniformizarse los anchos propuestos en 3 zonas:

Escaleras de servicio: $60 \text{ cm} \geq b < 90 \text{ cm}$

Escaleras de vivienda o edificios privados: $90 \text{ cm} \geq b < 120 \text{ cm}$

Escaleras de edificios públicos: $b \geq 120 \text{ cm}$

Los intervalos a analizar serán: 60 cm – 80 cm – 90 cm – 110 cm – 120 cm – 150 cm -180 cm.

3.1.3 Longitud (L)

Para esta dimensión la proyección horizontal es la más relevante, al tratarse de un triángulo rectángulo esta dimensión depende directamente de las otras dos partes del triángulo, la pendiente y el alto. Como la pendiente obedece a reglas de confort y seguridad establecidas en el punto 2.4.4 y 2.4.5 y la altura del desnivel es una dimensión independiente de más importancia que el largo de la escalera que no tiene ninguna restricción en el valor que pueda adquirir, esta variable queda relegada a dependiente y su valor será el que resulte de la relación trigonométrica.

3.1.4 Pendiente (α)

El criterio normalizador es tomar una pendiente cómoda tanto para viviendas como para edificios, el rango de comodidad esta entre 30° y 45° , pero como se verá en el siguiente punto la pendiente resulta una variable dependiente del paso y contra paso, por lo que se elige dejarla de lado en el análisis y queda como variable dependiente

3.1.5 Paso (P) y Contrapaso (CP)

El paso y contra paso están normalizados bajo los criterios establecidos en el punto 2.4.5, según la relación de la ecuación #1. Se podría considerar diferentes contra pasos como propone el autor Neufert, pero se elige dejar esta variable de lado como dependiente y obedecer lo establecido por las normas nacionales ya que resulta ser el criterio más generalizado.

Limites constantes elegidos:

Paso min: 28 cm

Contrapaso máx.: 18 cm

3.1.6 Ojo (a)

Esta dimensión no tiene ninguna restricción y ninguna normalización, por lo que puede adquirir cualquier valor y su influencia al incrementar el largo del descanso puede llegar a ser muy importante en el valor de los momentos torsores por lo que se debe considerar como independiente y tiene su lugar en el análisis.

El rango de esta variable también es una incógnita, tendrán que definirse criterios para establecer el máximo o el mínimo.

Según la tipología de escalera de dos tramos, es una recomendación general que el ojo de la escalera no debe ser muy grande, por lo que como valor mínimo puede elegirse un valor pequeño lo suficiente para que haya espacio entre barandillas, el valor escogido será de 20 cm.

Para el valor máximo se toma el criterio de que el ojo no puede ser mayor al ancho del tramo. Finalmente para que haya un punto intermedio de referencia para analizar la variación se considerara un ojo intermedio entre el máximo y el mínimo.

Los intervalos para el ancho del ojo son:

Mínimo: $a = 20 \text{ cm}$

Intermedio: $a = 0.5 * (0.2 + b)$

Máximo: $a = b$

Donde:

a: Ancho del ojo [cm]

b: Ancho del tramo [cm]

3.1.7 Espesor (t)

El espesor de la losa consiste directamente en el brazo mecánico de la sección en el diseño estructural de la escalera la resistencia a la torsión y la cantidad de refuerzo depende directamente de este valor, además de determinar el peso propio de la escalera el espesor de la losa es otra de las variables fundamentales del diseño, por lo que al margen de tomar valores recomendados como se plantea en el punto 2.4.7 se elige realizar variaciones para analizar el comportamiento de las escaleras respecto a su diseño estructural.

Los intervalos a analizar serán: 10 cm – 15 cm – 20 cm – 25 cm – 30 cm.

3.2 Definición de materiales

3.2.1 Hormigón

Según lo establecido en 2.5.1

- Densidad

Tomando como densidad del hormigón común (ρ_{HA}): 2400 kg/m^3

- Resistencia a la compresión simple

Se elige utilizar la resistencia más común en nuestro medio:

$$f_{ck} = f_c' = 21 \text{ MPa}$$

- Módulo de elasticidad

- Según la ACI:

$$w_c := \rho_{HA}$$

$$E_c := w_c^{1.5} \cdot 0.043 \cdot \sqrt{f_c'} = 23168.34 \text{ MPa}$$

- Según la EHE

$$f_{cm} := f_{ck}$$

$$E_c := 8500 \cdot \sqrt[3]{f_{cm}} = 23450.86 \text{ MPa}$$

Dada la similitud de ambos valores y se uniformizara el valor a:

$$E_c := \frac{23168.34 \text{ MPa} + 23450.86 \text{ MPa}}{2} = 23309.6 \text{ MPa}$$

- Coeficiente de Poisson

Para un hormigón común el valor a utilizar es de:

$$\nu := 0.2$$

- Módulo de rigidez transversal

$$G := \frac{E_c}{2(1+\nu)} = 9712.33 \text{ MPa}$$

3.2.2 Acero

Según lo establecido en 2.5.2

- Limite elástico

Se elige utilizar acero de grado 42

$$f_y := f_{yk} = 420 \text{ MPa}$$

- Módulo de elasticidad

Según ACI y EHE:

$$E_s := 200000 \text{ MPa}$$

3.3 Definición de cargas

3.3.1 Carga muerta

- Peso propio (PP)

Densidad del hormigón según 2.5.1.1

$$\rho_{HA} := 2400 \frac{kg}{m^3}$$

Peso específico del hormigón igual a:

$$\gamma_{HA} := \rho_{HA} \cdot g = 23.54 \frac{kN}{m^3}$$

- Carga de acabados (C_A)

Según tabla #2 del punto 2.6.1.2 para el caso más generalizado con la combinación más alta: cerámico, pegamento cerámico y revoque de cal (el mosaico ya no es utilizado por lo que no es representativo)

$$C_A := 0.12 + 0.025 + 0.15 = 0.3 \frac{kN}{m^2}$$

- Barandilla (C_B)

Considerando el peor de los casos cuando la escalera no se encuentre junto a una pared o muro se tendrá barandilla en todos los bordes tanto exterior como interior además considerando su aporte poco influyente se simplificara el cálculo y se añadirá su peso en función del área.

Según el punto 2.6.1.3 se toma la carga de 10 kg/m pero si se tiene un ancho del tramo b menor a 1 metro se tendrá el peso de dos barandilla sumando la resultante de ambas y repartiendo sobre unidad de área, el aporte de la barandilla será:

$$C_B := 0.2 \frac{kN}{m^2}$$

3.3.2 Carga viva

Del punto 2.6.2 se tiene muchas definiciones diferentes de cargas según cada normativa. Pero se puede uniformizar los valores con las siguientes consideraciones

Para viviendas de 1 o 2 familias la carga es de 2 kN/m² para las normativas bolivianas y norteamericanas, pero no para la española que indica que sea de 3 kN/m²

Para edificios privados la normativa boliviana sugiere 4 kN/m², en la normativa americana sin tener esta distinción se tiene que elegir 5 kN/m², la española indica 3 kN/m²

Para edificios públicos es de 5 kN/m² según la normativa boliviana y la norteamericana, mientras que en la española se puede llegar a elegir entre 3 o 5 según el edificio.

Tomando en cuenta los rangos del punto 3.1.2 los valores uniformizados que se eligen utilizar para este trabajo serán:

- Escaleras de servicio ($60 \text{ cm} \geq b < 90 \text{ cm}$): 2 kN/m^2
- Escaleras de vivienda o edificios privado ($90 \text{ cm} \geq b < 120 \text{ cm}$): 3 kN/m^2
- Escaleras de edificios públicos ($b \geq 120 \text{ cm}$): 5 kN/m^2

3.4 Ejemplo de diseño geométrico

3.4.1 Ejemplo de cálculo

- De las variables independientes se toma una de las posibles combinaciones:

$$H := 3.5 \text{ m} \quad b := 1.5 \text{ m} \quad a := 0.2 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

- Calculo de paso y contrapaso:

Configuración optima:

$$P := 0.28 \text{ m} \quad CP := 0.18 \text{ m}$$

$$\#_{\text{escalones}} := \frac{0.5 H}{CP} = 9.72$$

$$\#_{\text{escalones}} := 10$$

Corrigiendo el contrapaso:

$$CP := \frac{0.5 H}{\#_{\text{escalones}}} = 0.175 \text{ m}$$

Nuevo paso:

$$P := 0.63 \text{ m} - 2 \cdot CP = 0.28 \text{ m}$$

- Longitud del tramo

Proyectada horizontalmente:

$$L := (\#_{\text{escalones}}) \cdot P = 2.8 \text{ m}$$

Inclinada:

$$L' := \sqrt{(0.5 \cdot H)^2 + L^2} = 3.302 \text{ m}$$

- Pendiente:

$$\alpha := \text{atan}\left(\frac{0.5 \cdot H}{L}\right) = 32.005^\circ$$

- Espesores de trabajo:

$$t_1 := \frac{t}{\cos(\alpha)} = 23.585 \text{ cm}$$

$$t_2 := (t_1 + CP \cdot 0.5) \cdot \cos(\alpha) = 27.42 \text{ cm}$$

- Dimensiones del descanso:

Ancho

$$L_2 := b = 1.5 \text{ m}$$

Largo

$$2 \cdot b + a = 3.2 \text{ m}$$

3.5 Ejemplo definición de cargas

Para el ejemplo de punto 3.4

Carga muerta (G): Del punto 3.3.1, y 2.6.1

Tramo:

$$PP_T := \frac{\gamma_{H^2A} \cdot t_2}{\cos(\alpha)} = 7.61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$G_T := PP_T + C_A + C_B = 8.105 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Descanso:

El descanso se encuentra horizontal por lo que su espesor es simplemente t y no se necesita proyectar la carga del peso propio.

$$PP_D := \gamma_{H^2A} \cdot t = 4.707 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$G_D := PP_D + C_A + C_B = 5.202 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Carga viva (Q): Para un ancho $b = 150 \text{ cm}$ según lo establecido en 3.3.2

$$C_V := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Tanto para el tramo como para el descanso:

$$C_V = 5 \frac{kN}{m^2} = Q_T = Q_D$$

Combinaciones de carga

ACI: Según 2.6.3.1

$$D = G \quad ; \quad L = Q$$

Tramo:

$$U_{T1} := 1.2 \cdot G_T + 1.6 \cdot Q_T = 17.726 \frac{kN}{m^2}$$

Descanso:

$$U_{D1} := 1.2 \cdot G_D + 1.6 \cdot Q_D = 14.243 \frac{kN}{m^2}$$

EHE: Según 2.6.3.2

$$\gamma_G := 1.35 \quad \gamma_Q := 1.5$$

$$U_{T2} := \gamma_Q \cdot Q_T + \gamma_G \cdot G_T = 18.442 \frac{kN}{m^2}$$

$$U_{D2} := \gamma_Q \cdot Q_D + \gamma_G \cdot G_D = 14.523 \frac{kN}{m^2}$$

Siendo los valores tan similares se promedia para obtener una carga única:

Tramo:

$$U_T = 18.084 \frac{kN}{m^2}$$

Descanso:

$$U_D = 14.383 \frac{kN}{m^2}$$

3.6 Metodología de cálculo

3.6.1 Ejemplo de cálculo método de intersecciones espaciales de placas

Utilizando los datos y el ejemplo de: 3.4 y 3.5

De la figura # 30 se necesita obtener las reacciones y los esfuerzos de la viga simplemente apoyada.

Para calcular la envolvente se necesita el valor de la carga muerta mayorada:

ACI:

$$G_T = 9.726 \frac{kN}{m^2} \quad G_D = 6.243 \frac{kN}{m^2}$$

EHE:

$$G_T = 10.942 \frac{kN}{m^2} \quad G_D = 7.023 \frac{kN}{m^2}$$

Promedio:

$$G_T = 10.334 \frac{kN}{m^2} \quad G_D = 6.633 \frac{kN}{m^2}$$

Esfuerzos máximos obtenidos de las siguientes combinaciones:

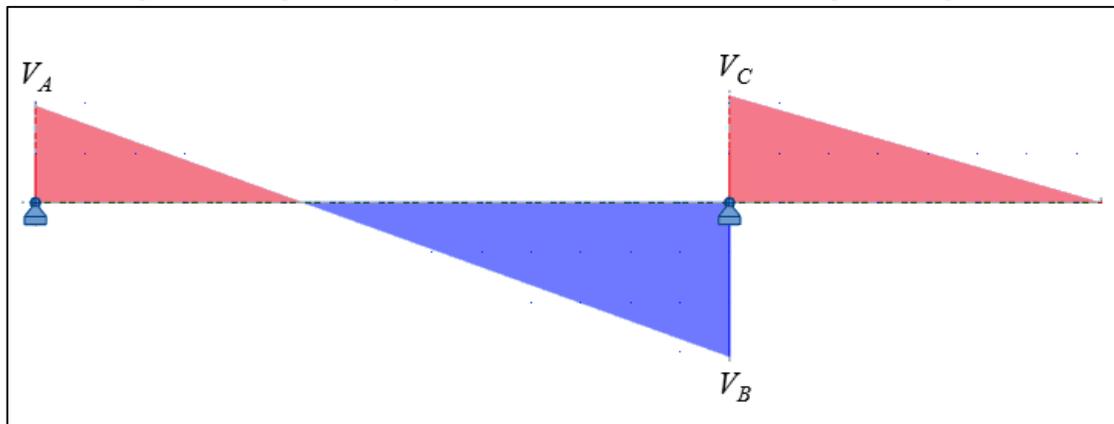
$$R_A ; M_A \rightarrow U_T ; G_D$$

$$R_B ; V_B ; V_C ; M_B \rightarrow U_T ; U_D$$

Donde se obtiene:

Diagrama de cortantes

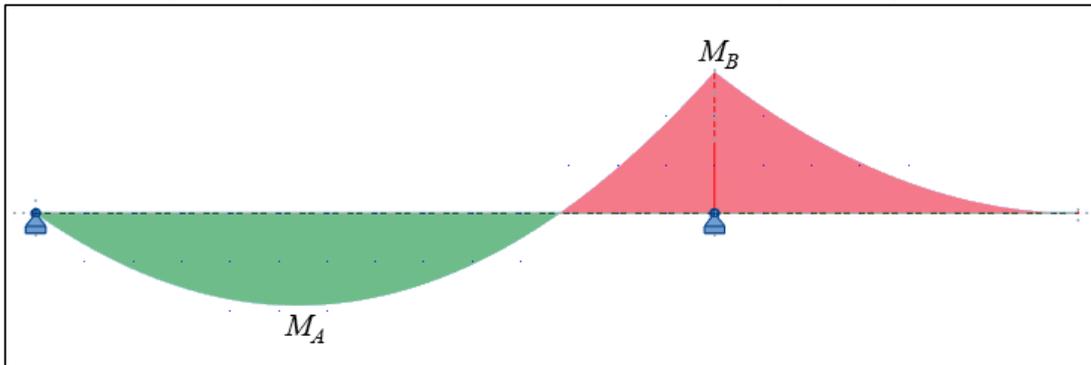
Figura # 63: Diagrama de esfuerzos cortantes método de intersecciones espaciales de placas



Fuente: Elaboración propia

Diagrama de momentos

Figura # 64: Diagrama de momentos método de intersecciones espaciales de placas



Fuente: Elaboración propia

$$R_B := 52.67 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad V_A := R_A = 22.65 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad V_B := -31.1 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad V_C := R_B + V_B = 21.57 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_A := 14.19 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad M_B := -16.18 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Calculando la fuerza B

$$r_B := -V_B \quad B := r_B \cdot b = 46.65 \text{ kN}$$

Esfuerzos en la rampa superior:

$$\sigma_1 := \frac{r_B}{t \cdot \sin(\alpha)} \cdot \left(1 - \frac{3(b+a)}{b}\right) = -704.152 \text{ kPa}$$

$$\sigma_2 := \frac{r_B}{t \cdot \sin(\alpha)} \cdot \left(1 + \frac{3(b+a)}{b}\right) = 1290.946 \text{ kPa}$$

Esfuerzos en la rampa inferior:

$$\sigma_3 := -\frac{r_B}{t \cdot \sin(\alpha)} \cdot \left(1 + \frac{3(b+a)}{b}\right) = -1290.946 \text{ kPa}$$

$$\sigma_4 := -\frac{r_B}{t \cdot \sin(\alpha)} \cdot \left(1 - \frac{3(b+a)}{b}\right) = 704.152 \text{ kPa}$$

Distancia e:

$$e := \frac{3 \cdot (b+a) - b}{6 \cdot (b+a)} \cdot b = 0.529 \text{ m}$$

Distancias ai

$$a_1 := \frac{3 \cdot (b+a) - b}{9 \cdot (b+a)} \cdot b = 0.353 \text{ m}$$

$$a_2 := \frac{2}{3} \cdot b \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot (b+a) - b}{6 \cdot (b+a)} \right) = 0.647 \text{ m}$$

$$a_3 = a_2$$

$$a_4 = a_1$$

Fuerzas horizontales

$$F_1 := \left| \frac{1}{2} \cdot \frac{r_B}{\tan(\alpha)} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot (b+a)}{b} \right) \cdot \frac{3 \cdot (b+a) - b}{6 \cdot (b+a)} \cdot b \right| = 31.612 \text{ kN}$$

$$F_2 := \left| \frac{1}{2} \cdot \frac{r_B}{\tan(\alpha)} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot (b+a)}{b} \right) \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot (b+a) - b}{6 \cdot (b+a)} \right) \cdot b \right| = 106.252 \text{ kN}$$

$$F_3 = F_2$$

$$F_4 = F_1$$

Momentos horizontales:

$$M_{H1} := F_1 \cdot a_1 + F_2 \cdot a_2 = 79.909 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{H2} = M_{H1}$$

Fuerza resultante vertical en el descanso

$$F := \frac{3}{4} \cdot r_B \cdot (b+a) = 39.653 \text{ kN}$$

Momento torsor en el descanso

$$M := \frac{r_B \cdot b}{2} (b+a) = 39.653 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Esfuerzos axiales:

$$H_D := \frac{2 \cdot B \cdot L}{H} = 74.64 \text{ kN}$$

$$H_A := \frac{2 \cdot B \cdot L}{H} = 74.64 \text{ kN}$$

$$F_T := \frac{H_D}{\cos(\alpha)} = 88.019 \text{ kN}$$

$$F_C := \frac{H_A}{\cos(\alpha)} = 88.019 \text{ kN}$$

Momento de empotramiento:

$$r'_B := \frac{r_B \cdot t^2}{\sin(\alpha)^2 \cdot 4 \cdot L^2} \left(1 + \frac{3 \cdot (b+a)^2}{b^2} \right) = 0.685 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_{emp} := r'_B \cdot b \cdot L = 2.879 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

3.6.2 Ejemplo de cálculo método de la flexibilidad

Se utilizan los mismos datos que del método anterior (valores calculados en 3.4 y 3.5)

De la figura #50 se calculan las reacciones y esfuerzos de la viga con el apoyo intermedio imaginario pero en este método se mantiene el empotramiento.

De igual forma se necesita realizar las combinaciones para obtener la envolvente de esfuerzos y reacciones máximas.

Siguiendo el procedimiento de 2.7.2.1 se corrige la carga para el descanso:

Cargas del tramo iguales al punto: 3.5

$$U_T := 18.084 \frac{kN}{m^2} \quad G_T := 10.334 \frac{kN}{m^2}$$

Cargas del descanso:

$$U_D := 14.383 \frac{kN}{m^2} \cdot \left(1 + \frac{a}{2 \cdot b}\right) = 15.342 \frac{kN}{m^2}$$

$$G_D := 6.633 \frac{kN}{m^2} \cdot \left(1 + \frac{a}{2 \cdot b}\right) = 7.075 \frac{kN}{m^2}$$

Combinaciones para la envolvente:

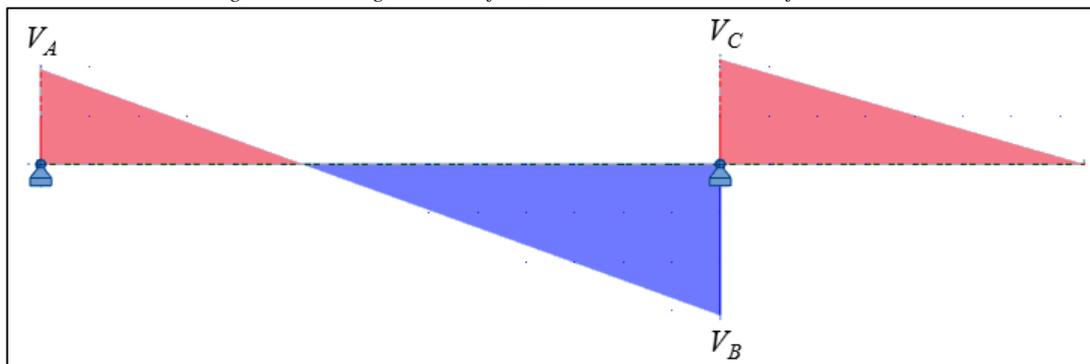
$$R_A ; M_A \rightarrow U_T ; G_D$$

$$R_B ; V_B ; V_C ; M_B \rightarrow U_T ; U_D$$

Donde se obtiene:

Diagrama de cortantes

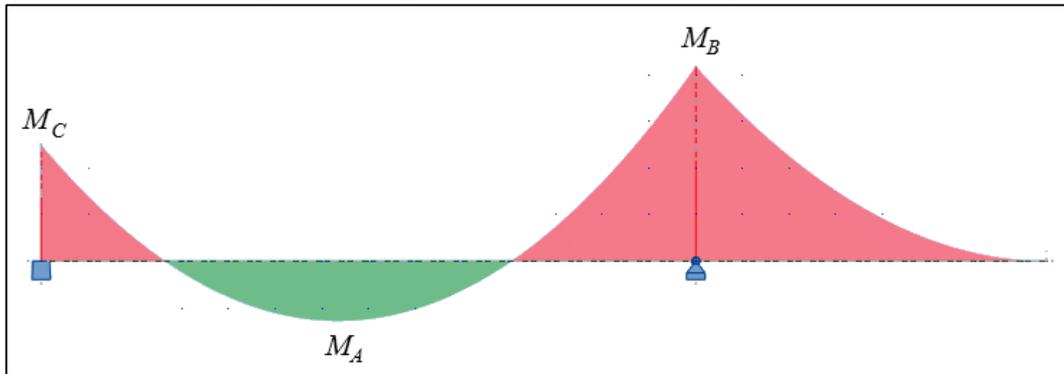
Figura # 65: Diagrama de esfuerzos cortantes método de la flexibilidad



Fuente: Elaboración propia

Diagrama de momentos

Figura # 66: Diagrama de momentos método de la flexibilidad



Fuente: Elaboración propia

$$R_B := 49.23 \frac{kN}{m} \quad V_A := R_A = 22.98 \frac{kN}{m} \quad V_B := -27.66 \frac{kN}{m} \quad V_C := R_B + V_B = 21.57 \frac{kN}{m}$$

$$M_A := 7.14 \frac{kN \cdot m}{m} \quad M_B := -16.18 \frac{kN \cdot m}{m} \quad M_C := -13.99 \frac{kN \cdot m}{m}$$

Calculando dimensione y propiedades geométricas:

$$r := \frac{1}{2} \cdot (b+a) = 0.85 \text{ m} \quad J_x := \frac{b \cdot t^3}{12} = 100000 \text{ cm}^4 \quad J_y := \frac{b^3 \cdot t}{12} = 5625000 \text{ cm}^4$$

$$\frac{J_x}{J_y} = 0.018$$

Se calculan las deformaciones para cargas simétricas donde $l = L$

$$\delta_{05} := \frac{B \cdot l^3 \cdot \tan(\alpha)}{3 \cdot r^2 \cdot \cos(\alpha)} = 367.477 \frac{kN \cdot m}{m}$$

$$\delta_{00} := 0$$

$$\delta_{55} := \frac{\pi}{4} \cdot \frac{J_x}{J_y} + \frac{l}{r \cdot \cos(\alpha)} \left(\frac{J_x}{J_y} + \frac{1}{2} \cdot \sin(\alpha)^2 \left(1 - \frac{J_x}{J_y} \right) + \frac{l^2}{3 r^2} \cdot \tan(\alpha)^2 \right) = 6.108$$

$$\delta_{50} := -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{J_x}{J_y} \right) \cdot \frac{l}{r} \sin(\alpha) = -0.857$$

$$\delta_{00} := \frac{\pi}{8} \cdot \left(3 + \frac{J_x}{J_y} \right) + \frac{l}{r \cdot \cos(\alpha)} \left(\frac{J_x}{J_y} + \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha)^2 \left(1 - \frac{J_x}{J_y} \right) \right) = 2.626$$

Dela matriz para cargas simétricas se obtiene las magnitudes estáticamente indeterminadas:

$$X_5 := \frac{-\delta_{05} \cdot \delta_{66}}{\delta_{55} \cdot \delta_{66} - \delta_{56}^2} = -63.059 \frac{kN \cdot m}{m}$$

$$X_6 := \frac{\delta_{05} \cdot \delta_{56}}{\delta_{55} \cdot \delta_{66} - \delta_{56}^2} = -20.589 \frac{kN \cdot m}{m}$$

Esfuerzos del tramo:

$$Q_x := \left(B \cdot \cos(\alpha) + \frac{1}{r} \cdot X_5 \cdot \sin(\alpha) \right) \cdot b = 3.642 \text{ kN}$$

$$Q_y := 0 \text{ kN}$$

$$N := \left(B \cdot \sin(\alpha) - \frac{1}{r} \cdot X_5 \cdot \cos(\alpha) \right) \cdot b = 133.503 \text{ kN}$$

Para M_x se designa valores de x que van de 0 hasta $x = L$

x	$M_x := \left(-B \cdot x - \frac{x}{r} X_5 \cdot \tan(\alpha) \right) \cdot b = \begin{bmatrix} 0 \\ -3.007 \\ -6.013 \\ -9.02 \\ -12.026 \end{bmatrix} \text{ kN} \cdot \text{m}$
$\frac{(m)}{0}$	
0.7	
1.4	
2.1	
2.8	

$$M_y := (X_5 \cdot \cos(\alpha) + X_6 \cdot \sin(\alpha)) \cdot b = -96.579 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_T := (X_5 \cdot \sin(\alpha) - X_6 \cdot \cos(\alpha)) \cdot b = -23.942 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Esfuerzos en el descanso:

El descanso se idealizo como una semicircunferencia para las ecuaciones de los esfuerzos del descanso se determina los valores del ángulo φ para el barrido:

$$Q_x := 0 \text{ kN}$$

φ	$Q_y := \frac{1}{r} X_5 \cdot \cos(\varphi) \cdot b =$	$\begin{bmatrix} -111.28 \\ -96.371 \\ -78.687 \\ -55.64 \\ 0 \end{bmatrix} kN$	
$(^\circ)$			
0			
30			
45			
60	$N := -\frac{1}{r} X_5 \cdot \sin(\varphi) \cdot b =$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 55.64 \\ 78.687 \\ 96.371 \\ 111.28 \end{bmatrix} kN$	
90			
$M_x := X_6 \cdot \cos(\varphi) \cdot b =$			
$\begin{bmatrix} -30.884 \\ -26.746 \\ -21.838 \\ -15.442 \\ 0 \end{bmatrix} kN \cdot m$			
$M_y := X_5 \cdot \sin(\varphi) \cdot b =$			
$\begin{bmatrix} 0 \\ -47.294 \\ -66.884 \\ -81.915 \\ -94.588 \end{bmatrix} kN \cdot m$			
$M_T := -X_6 \cdot \sin(\varphi) \cdot b =$			
$\begin{bmatrix} 0 \\ 15.442 \\ 21.838 \\ 26.746 \\ 30.884 \end{bmatrix} kN \cdot m$			

3.6.3 Ejemplo de cálculo método de los elementos finitos

Según lo establecido en 2.7.2.2 se hará uso del software “Robot Structural Analysis 2016”

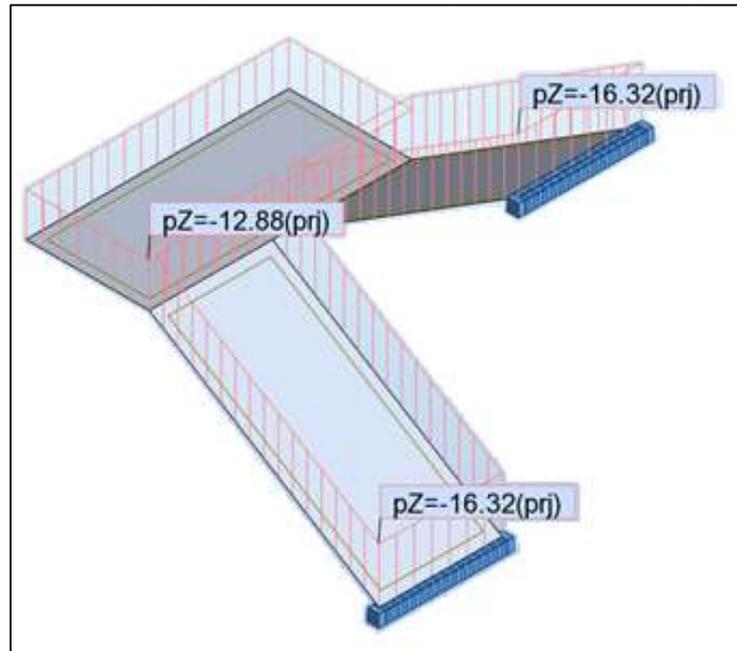
Se utilizan los datos geométricos definidos en 3.4

Se utilizan los datos de carga establecidos en 3.5.

La configuración en el programa consiste en utilizar elementos Shell con una malla de contorno triangular con divisiones cuadradas y triangulares (configuración óptima por defecto en el programa).

Tamaño de los elementos de la malla: 0.1 m

Figura # 67: Cargas aplicadas a la escalera conformada por elementos tipo shell

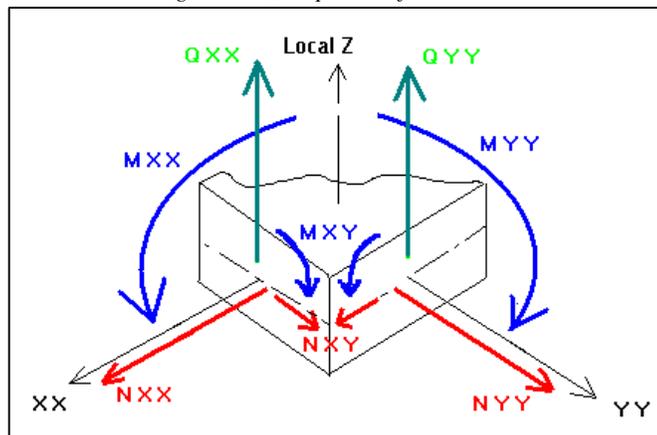


Fuente: Elaboración propia

Convención de signos utilizada por el software:

Para valores positivos:

Figura # 68: Convención de signos utilizada por el software: "Robot Structural Analysis 2016"

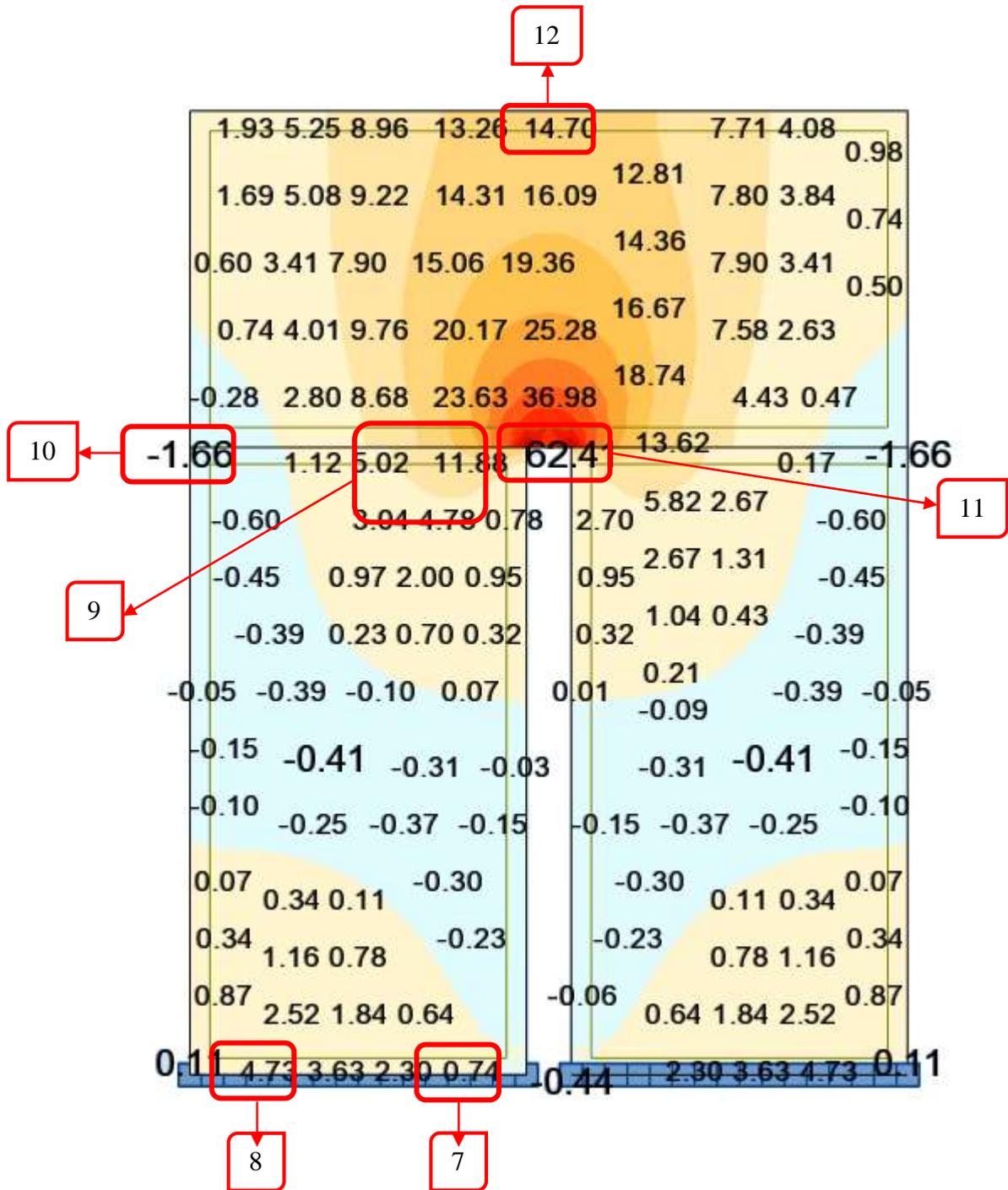


Fuente: <https://knowledge.autodesk.com>

Los siguientes mapas de esfuerzos están exportados directamente del programa mencionado de donde se identifican las zonas en donde se producen los máximos y se las enumera para el siguiente procedimiento de cálculo.

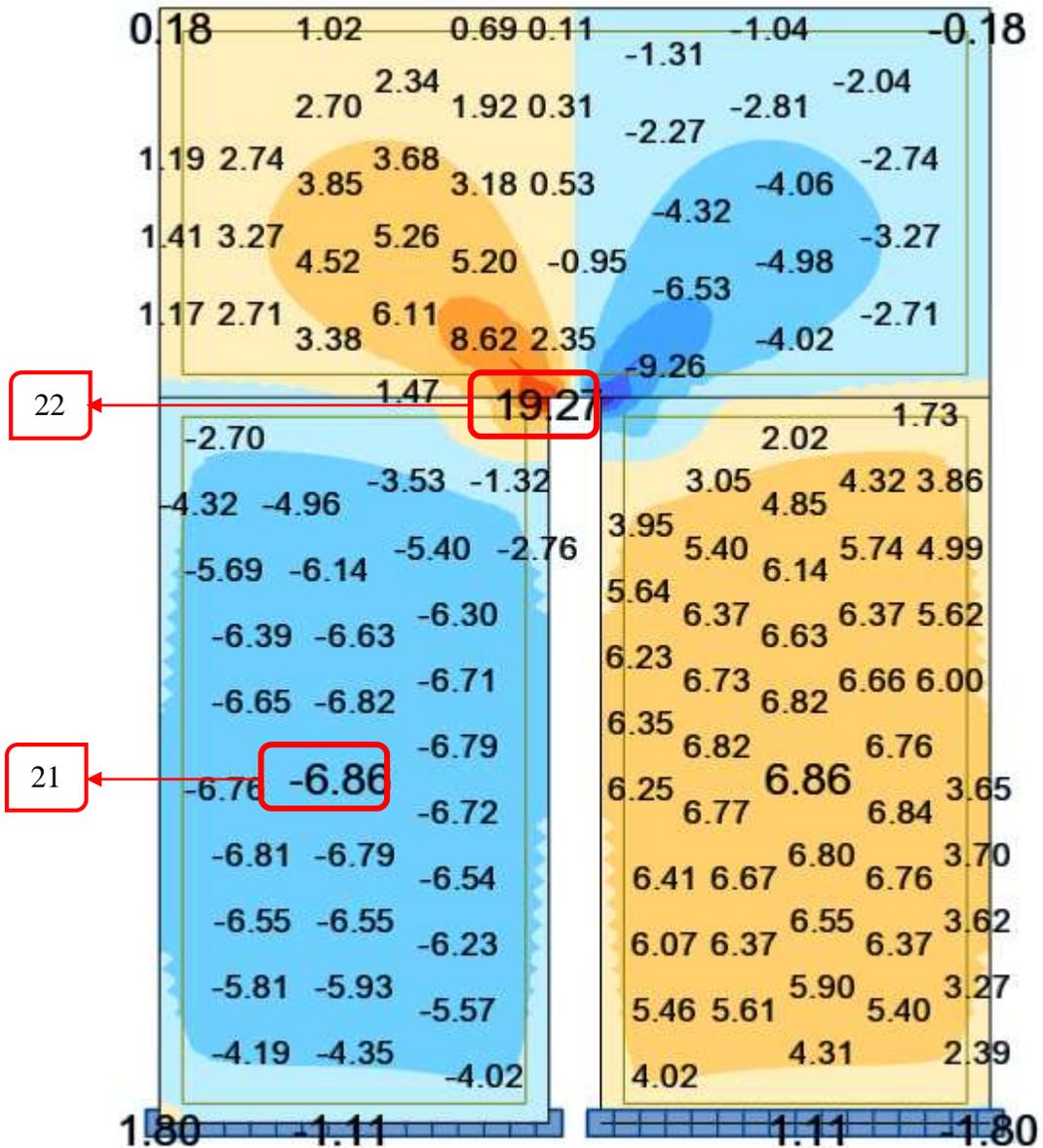
3.6.3.2 Mapa de momentos a lo largo del eje XX

Mxx [kN*m/m]



3.6.3.5 Mapa de momentos torsores XY

Mxy [kN*m/m]



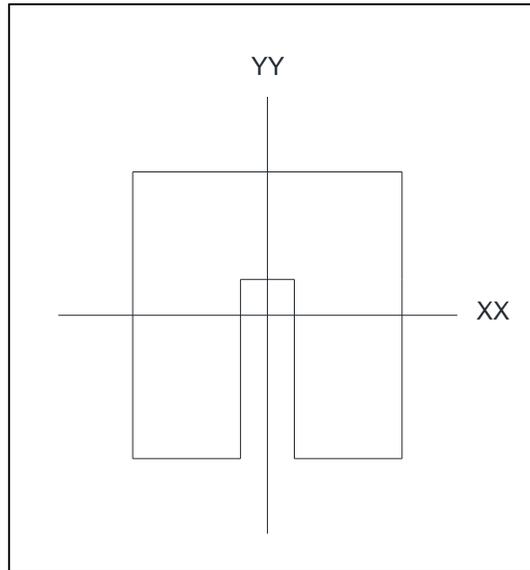
3.6.3.6 Resultados finales

Los diagramas son de utilidad para visualizar donde se producen los máximos esfuerzos, y tomar los valores con facilidad pero también es necesario revisar las tablas de resultados del programa para asegurarse de tomar el valor máximo o más representativo.

Los momentos y los cortantes se encuentran en unidad sobre metro por lo que es necesario, corregir estas unidades, es decir se toman los puntos más representativos y se multiplican por un ancho definido o unitario según sea el caso para obtener los valores finales

Dirección de los ejes “x” y “y” respecto a la posición de la escalera:

Figura # 69: Referencia de los ejes de trabajo



Fuente: elaboración propia

Momentos en Y (M_{yy})

Los momentos en “y” son los que se dan a lo largo de la escalera es decir los que flexan el eje YY. Serán los que se utilicen para calcular la armadura longitudinal del tramo y la de repartición en el descanso.

Se eligen las siguientes zonas representativas

1) En el apoyo borde interior lateral

$$2.19 \frac{\text{kN}\cdot\text{m}}{\text{m}} \cdot b = 3.285 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

2) En el apoyo borde exterior lateral

$$-31.27 \frac{\text{kN}\cdot\text{m}}{\text{m}} \cdot b = -46.905 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

3) Media luz del tramo

$$1 \frac{\text{kN}\cdot\text{m}}{\text{m}} \cdot b = 1.5 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

4) Quiebre de unión en el borde exterior lateral

$$1.19 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot b = 1.785 kN \cdot m$$

5) Quiebre de unión en el borde interior lateral

$$-57.68 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot b = -86.52 kN \cdot m$$

6) Valor representativo promedio en el descanso

$$-9 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot 1 m = -9 kN \cdot m$$

Momentos en X (M_{xx})

Los momentos a lo largo del eje x son perpendiculares a los tramos, estos serán los que se utilicen para la armadura de repartición en los tramos y la longitudinal en el descanso

7) En el apoyo borde interior lateral

$$-0.74 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot 1 m = -0.74 kN \cdot m$$

8) En el poyo borde exterior lateral

$$-4.73 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot 1 m = -4.73 kN \cdot m$$

9) Valor promedio representaivo junto al quiebre en el tramo

$$-13.38 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot 1 m = -13.38 kN \cdot m$$

10) Quiebre de unión borde exterior lateral

$$1.66 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot 1 m = 1.66 kN \cdot m$$

11) Quiebre de unión borde interior lateral

$$-62.41 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot b = -93.615 kN \cdot m$$

12) Borde exterior superior del descanso

$$-14.7 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot b = -22.05 kN \cdot m$$

Cortante en X (Vxx)

Los cortantes paralelos al eje x por la disposición de los apoyos en teoría deberán ser muy bajos y no considerarse, razón por la cual la mayoría se calcularan con un ancho unitario solo como verificación.

13) Máximo cortante en el apoyo

$$16.08 \frac{kN}{m} \cdot 1 m = 16.08 kN$$

14) Valor representativo promedio en el tramo

$$24.93 \frac{kN}{m} \cdot 1 m = 24.93 kN$$

15) Quiebre de unión en el centro

$$294.00 \frac{kN}{m} \cdot b = 441 kN$$

16) Borde exterior superior del descanso

$$13.49 \frac{kN}{m} \cdot b = 20.235 kN$$

17) Valor representativo promedio en el descanso

$$52 \frac{kN}{m} \cdot b = 78 kN$$

Cortante en Y (Vyy)

Los cortantes en y paralelos a los tramos son lo de mayor importancia dada la posición de los apoyos, son estos los más factibles a requerir refuerzo

18) Valor máximo en el tramo

$$106.20 \frac{kN}{m} \cdot b = 159.3 kN$$

19) Quiebre de unión borde interior

$$249.47 \frac{kN}{m} \cdot b = 374.205 kN$$

20) Valor representativo promedio en el descanso

$$72.9 \frac{kN}{m} \cdot 1 m = 72.9 kN$$

Momentos torsores (M_{xy})

Existen dos puntos de concentración de los momentos torsores

21) Máximo del tramo

$$6.86 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot b = 10.29 kN \cdot m$$

22) Máximo del descanso

$$19.27 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot b = 28.905 kN \cdot m$$

3.6.4 Comparación de resultados

Al tratarse de una estructura de naturaleza tridimensional el método por excelencia será el de elementos finitos dado que permite una mejor idealización de la estructura.

De los resultados obtenidos en 3.6.1 método de intersecciones espaciales se tiene un momentos torsor en el descanso, mas no en el tramo además de que el método solo entrega un valor numérico con lo cual se tendrá que asumir que la zona actuante del torsor es en todo el descanso.

De los resultados obtenidos en 3.6.2 el método de la flexibilidad se tiene un grado mayor de detalle respecto a los esfuerzos dado que entrega los valores tanto para el tramo como para el descanso, y también se tiene el ángulo de barrido para determinar la zona de más influencia en el descanso, es decir donde se produce el mayor torsor

De los resultados en 3.6.3 el método de elementos finitos, mediante el software de cálculo estructural “Robot Strucural Analisis” se tiene en gráficas la información respecto a las concentraciones y a la forma en que actúan los esfuerzos, de donde se puede determinar las zonas más importantes y la naturaleza de los esfuerzos por ejemplo:

De la gráfica de cortantes V_{xx} se puede apreciar un pico alto de cortante en el quiebre del tramo con el descanso, pero gracias a la figura se puede ver que este cortante no se reparte en el descanso sino que más bien se concentra puntualmente, lo que indica que se requiere refuerzo a punzonamiento y no a corte lo que simplifica la elección de la armadura correcta de gran manera.

Respecto a los momentos torsores se puede apreciar cómo se reparten de manera radial en el descanso mientras que en tramo se tiene toda la zona central uniformemente afectada.

Uno de los problemas con los métodos manuales es que tienen la limitante de que solo funcionan si el ojo de la escalera es reducido esto se puede apreciar revisando los cálculos del método de intersección de placas a más grande el ojo más grande será el momento de manera lineal.

En el método de la flexibilidad se tiene una corrección para la carga del descanso que si se incrementa el ojo se incrementara mucho más de lo real desvirtuando el cálculo.

En cambio por el método de elementos finitos se tiene resultados balanceados que no dependen de idealizaciones restrictivas.

Respecto a la precisión de los métodos analizando los valores obtenidos:

Torsor en el descanso

Método 1: 39.653 kN*m

Método 2: 30.88 kN*m

Método 3: 28.9 kN*m

Como se puede ver ambos métodos manuales entregan valores mayores al método de los elementos finitos dado que con las simplificaciones que realizan se tiende a la seguridad

El método de la flexibilidad se aproxima bastante dado que es también un método moderno mientras que el método clásico sobre estima enormemente el valor

Torsor en el tramo

Método 1: (no entrega tal valor)

Método 2: 23.9 kN*m

Método 3: 10.29 kN*m

El método clásico directamente no calcula este esfuerzo no se lo considera lo que es una falla grande respecto a la precisión, el método de la flexibilidad sobreestima este valor por mucho respecto a el método de los elementos finitos

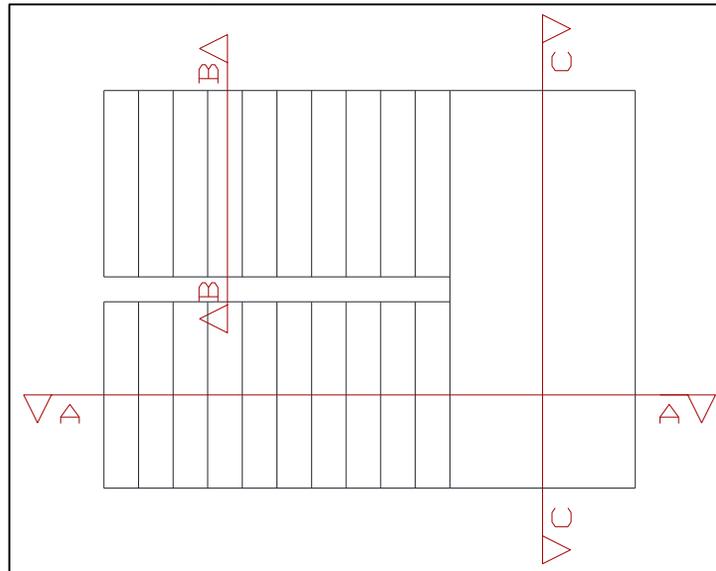
De los resultados y la forma en que los entregan se puede determinar que el método de los elementos finitos es como se esperaba el mejor debido a toda la información que se obtiene que permite al ingeniero analizar y determinar la mejor forma de actuar respecto al diseño estructural de la pieza.

3.7 Diseño estructural

Para calcular los refuerzos se determinan las posiciones de los fierros:

Referencia de los cortes:

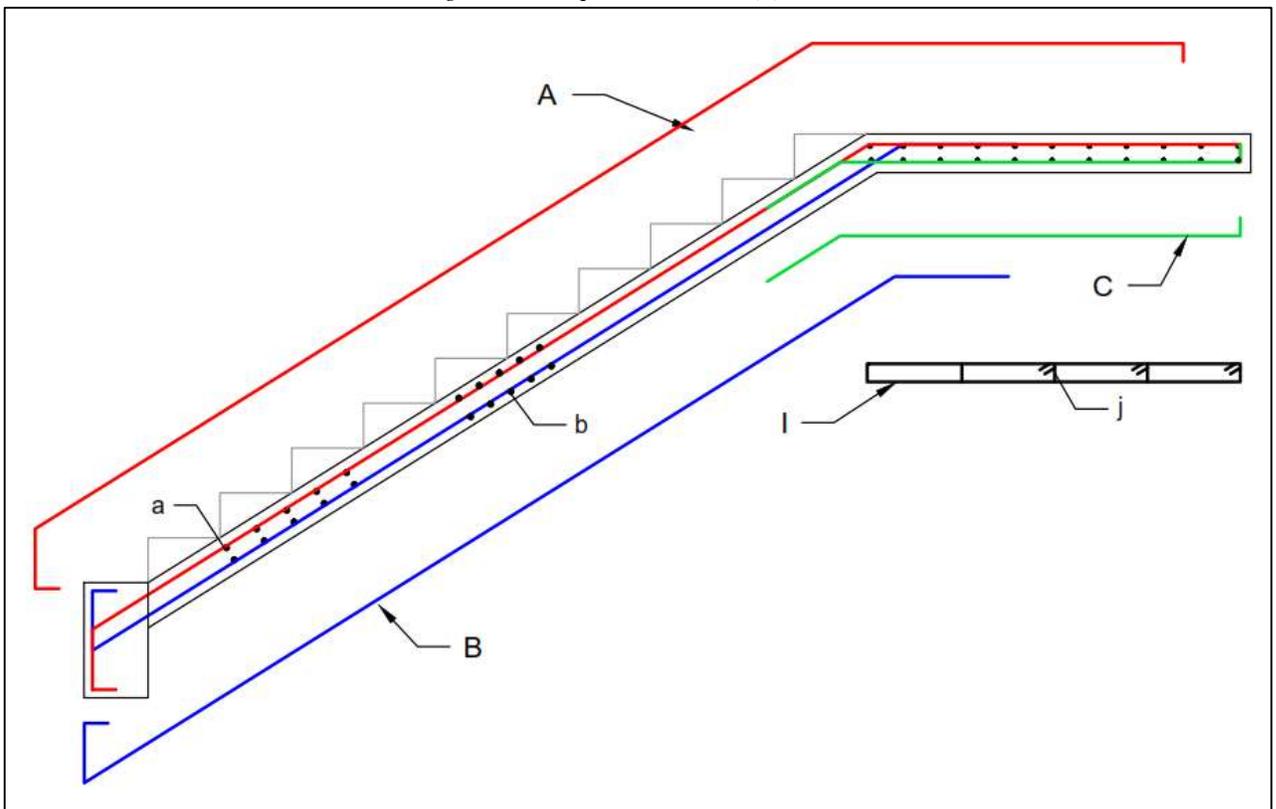
Figura # 70: Referencia de los cortes



Fuente: elaboración propia

Corte A-A

Figura # 71: Esquema de armado (1)



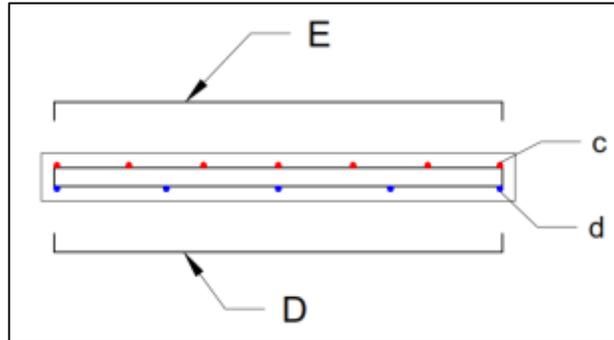
Fuente: elaboración propia

Corte B-B

Existen dos posibles configuraciones de la armadura transversal en el tramo

- 1) La sección no necesita estribos por lo que se disponen las armaduras de repartición D y E

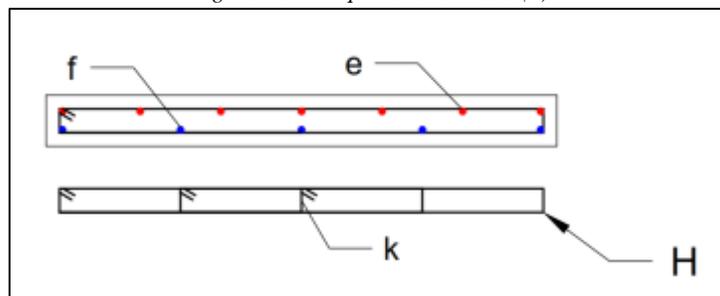
Figura # 72: Esquema de armado (2)



Fuente: elaboración propia

- 2) La sección requiere estribos los cuales absorberán y reemplazaran las armaduras D y E

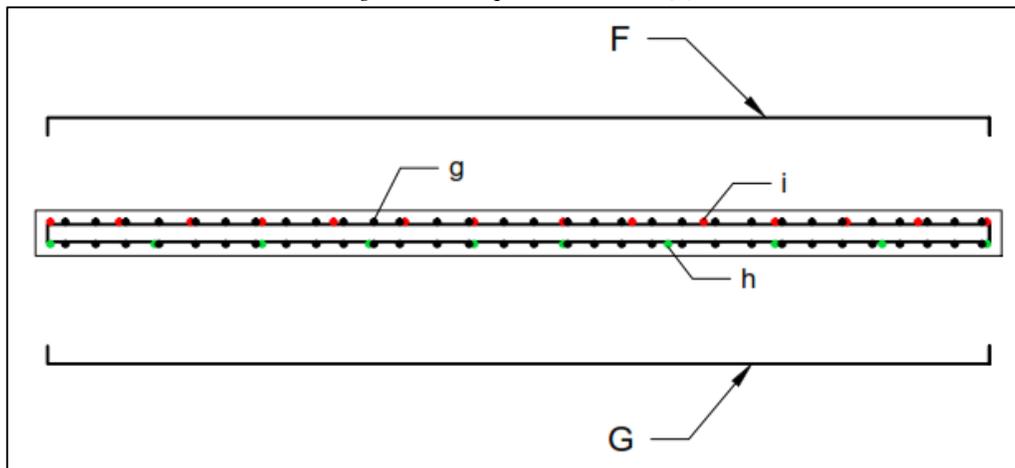
Figura # 73: Esquema de armado (3)



Fuente: elaboración propia

Corte C-C

Figura # 74: Esquema de armado (4)



Fuente: elaboración propia

Configuración de las armaduras

- A) Armadura del momento negativo M_{yy} que se dispone paralelo al largo del tramo desde el arranque del mismo y continúa hasta el descanso.
- B) Armadura del momento positivo M_{yy} que se dispone paralelo al largo del tramo desde el arranque del mismo y finaliza al inicio del descanso.
- C) Armadura del momento positivo M_{yy} en el descanso que se dispone paralela al ancho del descanso.
- D) Armadura del momento M_{xx} positivo del tramo que se dispone perpendicular al largo del tramo y se reparte desde el arranque hasta el final del mismo.
- E) Armadura del momento M_{xx} negativo del tramo que se dispone perpendicular al largo del tramo y se reparte desde el arranque hasta el final del mismo.
- F) Armadura del momento M_{xx} negativo del descanso que se dispone paralela al largo del mismo.
- G) Armadura del momento M_{xx} positivo del descanso que se dispone paralela al largo del mismo.
- H) Estribo en el tramo nótese que cuando esta armadura sea necesaria va por fuera de las armaduras A y B, absorbiendo y reemplazando a las armaduras D y E
- I) Estribo en el descanso nótese que cuando esta armadura es necesaria va por fuera de las armaduras F y G.

Notas adicionales:

- a) Vista en corte de la configuración en el caso de que se coloquen las armaduras D y E para con los momentos M_{xx} nótese que van por dentro de las armaduras A y B.
- b) Vista en corte para el caso donde se coloquen estribos en el tramo, nótese que estos deben colocarse por fuera encerrando las armaduras A y B.
- c) Vista en corte de la armadura A en una sección del tramo con armaduras tipo E y D
- d) Vista en corte de la armadura B en una sección del tramo con armaduras tipo E y D
- e) Vista en corte de la armadura A en una sección con estribos H
- f) Vista en corte de la armadura B en una sección con estribos H
- g) Vista en corte de los estribos I en el descanso
- h) Vista en corte de la armadura C en el descanso
- i) Vista en corte de la armadura A en el descanso

- j) Piernas internas de los estribos H en el tramo si es que fueran necesarias.
- k) Piernas internas de los estribos I en el descanso si es que fueran necesarias.

Esfuerzos de diseño

Se toman los esfuerzos calculados en 3.6.3.5 con la referencia según su numeración del 1 – 22 tal como se dispusieron en dicha sección.

3.7.1 Ejemplo ACI

Según lo establecido en los puntos 2.8.1.1, 2.8.2.1 y 2.8.3.1 para armadura en flexión, corte y torsión

Características de los materiales:

$$f'_c := 21 \text{ MPa} \quad f_y := 420 \text{ MPa}$$

3.7.1.1 Armadura posición A

Flexión

Se elige el mayor entre los esfuerzos 2) y 5) de la sección 3.6.3.6

$$M_u := |-86.52 \text{ kN}\cdot\text{m}| = 86.52 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido:

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil:

Determinar correctamente el canto útil presenta cierta dificultad dado que hay que realizar las siguientes consideraciones:

Si la pieza requiere de estribos ya sea para torsión o cortante, entonces la disposición ilustrada en a) no servirá sino que será la disposición b).

En la disposición b de los estribos se tiene que sumar el aporte de la armadura para corte, para torsión y también para la armadura en Mxx que generalmente se trata de la armadura de repartición, la razón por la que se añadiría la armadura Mxx a los estribos es para evitar armados complicados y simplificar la disposición de los fierros.

Entonces el canto útil para cada caso sería:

Para a)

$$d = t - r - \phi_H - 0.5 \cdot \phi_A$$

Para b)

$$d = t - r - 0.5 \cdot \phi_A$$

Se realiza la verificación con la pieza sin estribos:

Verificación a corte

Asumiendo un diámetro para la armadura A

$$\phi_A := 16 \text{ mm}$$

$$d := t - r - 0.5 \cdot \phi_A = 16.7 \text{ cm}$$

Cortante resistido por el concreto:

$$V_c = \frac{\sqrt{f_c'}}{6} \cdot b \cdot d = 191.3225 \text{ kN}$$

Se toma el esfuerzo de corte 18) de la sección 3.6.3.6

$$V_u := 159.3 \text{ kN}$$

Reducción para corte

$$\phi := 0.75$$

Cortante final:

$$V_n := \frac{V_u}{\phi} = 212.4 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$V_c < V_n$$

Verificación a torsión

$$h := t \quad A_{cp} := b \cdot h = 0.3 \text{ m}^2 \quad p_{cp} := 2 (b + h) = 3.4 \text{ m}$$

Reducción para torsión

$$\phi := 0.75$$

Torsión crítica

$$T_{cr} = \frac{\phi \sqrt{f_c'}}{12} \left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right) = 7.581 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Siendo el esfuerzo de torsión el 21) de la sección 3.6.3.6

$$T_u := 10.29 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Por lo tanto

$$T_u > T_{cr}$$

La sección no resistente a corte ni a torsión por lo que se tiene la disposición b)

Donde se asumirá para el diámetro del estribo H

$$\phi_H := 10 \text{ mm}$$

Finalmente el canto útil será de:

$$d := t - r - \phi_H - 0.5 \cdot \phi_A = 15.7 \text{ cm}$$

Reducción para armadura a flexión

$$\phi := 0.9$$

Calculando profundidad del bloque de compresión

$$a := d - \sqrt{d^2 - \frac{2 |M_u|}{\phi \cdot 0.85 \cdot f_c' \cdot b}} = 2.483 \text{ cm}$$

Profundidad máxima de la zona de compresión

$$\varepsilon_{cmax} := 0.003 \quad \varepsilon_{smin} := 0.005$$

$$c_{max} := \frac{\varepsilon_{cmax}}{\varepsilon_{cmax} + \varepsilon_{smin}} \cdot d = 5.888 \text{ cm}$$

Según la resistencia del hormigón

$$f_c' = 3045.7925 \text{ psi}$$

$$\beta_1 := 0.85 - 0.05 \cdot \left(\frac{f_c' - 4000}{1000} \right) = 0.898$$

$$0.6 \leq \beta_1 \leq 0.85 \quad \beta_1 := 0.85$$

Verificando profundidad máxima del bloque de compresión a_{max} :

$$a_{max} := \beta_1 \cdot c_{max} = 5.004 \text{ cm} \quad a \leq a_{max}$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)} = 15.831 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 4.239 \text{ cm}^2$$

Área máxima:

$$A_{smax} := \beta_1 \cdot \frac{0.85 f_c'}{f_y} \cdot b \cdot d \cdot \frac{\varepsilon_{cmax}}{\varepsilon_{cmax} + \varepsilon_t} = 36.46 \text{ cm}^2$$

El área de refuerzo será A_s

$$A_{smin} \leq A_s \leq A_{smax}$$

Dado que la pieza requiere armadura a torsión la cual consta de un componente transversal (el estribo) y un componente longitudinal una cuantía de acero que deberá repartirse equitativamente en toda la sección.

Esa armadura longitudinal viene del cálculo del refuerzo a torsión en el elemento H en la sección 3.7.1.8 (ver más adelante, página 138) y tiene un valor de:

$$A_1 := 3.01 \text{ cm}^2$$

Como se debe repartir esta cuantía en toda la sección solo se tomara la mitad para la armadura A, y la otra para la armadura B

$$A_s + 0.5 \cdot A_1 = 17.336 \text{ cm}^2$$

Por lo cual la armadura A será igual a:

$$9 \emptyset 16\text{mm c } 18\text{cm}$$

3.7.1.2 Armadura posición B

Flexión

Se elige el mayor entre 1), 3) y 4) de la sección 3.6.3.6

$$M_u := |3.29 \text{ kN} \cdot \text{m}| = 3.29 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil

Del cálculo de la armadura A sabemos que la sección requerirá refuerzo a corte y torsión por lo que se calcula directo el canto útil. Asumiendo para B el diámetro de:

$$\phi_B := 10 \text{ mm}$$

$$d := t - r - \phi_H - 0.5 \cdot \phi_B = 16 \text{ cm}$$

Reducción para armadura a flexión

$$\phi := 0.9$$

Calculando profundidad del bloque de compresión

$$a := d - \sqrt{d^2 - \frac{2 |M_u|}{\phi \cdot 0.85 \cdot f_c' \cdot b}} = 0.086 \text{ cm}$$

Profundidad máxima de la zona de compresión

$$\varepsilon_{cmax} := 0.003 \quad \varepsilon_{smin} := 0.005$$

$$c_{max} := \frac{\varepsilon_{cmax}}{\varepsilon_{cmax} + \varepsilon_{smin}} \cdot d = 6 \text{ cm}$$

Según la resistencia del hormigón

$$f_c' = 3045.7925 \text{ psi}$$

$$\beta_1 := 0.85 - 0.05 \cdot \left(\frac{f_c' - 4000}{1000} \right) = 0.8977$$

$$0.6 \leq \beta_1 \leq 0.85 \quad \beta_1 := 0.85$$

Verificando profundidad máxima del bloque de compresión a_{max} :

$$a_{max} := \beta_1 \cdot c_{max} = 5.1 \text{ cm} \quad a \leq a_{max}$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)} = 0.545 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 4.32 \text{ cm}^2$$

Se utiliza el área de acero mínimo para losas.

$$A_s < A_{smin}$$

De lo mencionado en A, se suma la mitad faltante cuantía de acero longitudinal para torsión de la sección 3.7.1.8 (ver página 138)

$$A_t := 3.01 \text{ cm}^2$$

Finalmente:

$$A_{smin} + 0.5 \cdot A_t = 5.825 \text{ cm}^2$$

Por lo cual la armadura B será igual a:

$$8 \text{ } \emptyset 10 \text{ mm c } 20 \text{ cm}$$

3.7.1.3 Armadura posición C

Flexión

El único valor representativo para un momento positivo en el descanso es (4 de la sección 3.6.3.6

$$M_u := |1.79 \text{ kN} \cdot \text{m}| = 1.79 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil

En el descanso no se cuenta con torsor a lo ancho y además no se colocaría bajo ningún caso estribos paralelos a lo ancho por lo que la verificación del cortante deberá ser positiva de lo contrario directamente se tiene que optar por cambiar la sección.

Se realiza la verificación con la pieza sin estribos:

Verificación a corte

Asumiendo un diámetro para la armadura C

$$\phi_C := 8 \text{ mm}$$

$$d := t - r - 0.5 \cdot \phi_C = 17.1 \text{ cm}$$

Cortante resistido por el concreto:

$$V_c = \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \cdot b \cdot d = 195.905 \text{ kN}$$

Se toma el esfuerzo de corte (20 de la sección 3.6.3.6

$$V_u := 72.9 \text{ kN}$$

Reducción para corte

$$\phi := 0.75$$

Cortante final:

$$V_n := \frac{V_u}{\phi} = 97.2 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$V_c > V_n$$

La sección resiste a corte como se esperaba y se calcula el refuerzo longitudinal de forma normal.

Reducción para armadura a flexión

$$\phi := 0.9$$

Calculando profundidad del bloque de compresión

$$a := d - \sqrt{d^2 - \frac{2 |M_u|}{\phi \cdot 0.85 \cdot f'_c \cdot b}} = 0.043 \text{ cm}$$

Profundidad máxima de la zona de compresión

$$\varepsilon_{cmax} := 0.003 \quad \varepsilon_{smin} := 0.005$$

$$c_{max} := \frac{\varepsilon_{cmax}}{\varepsilon_{cmax} + \varepsilon_{smin}} \cdot d = 6.413 \text{ cm}$$

Según la resistencia del hormigón

$$f'_c = 3045.7925 \text{ psi}$$

$$\beta_1 := 0.85 - 0.05 \cdot \left(\frac{f - 4000}{1000} \right) = 0.898$$

$$0.6 \leq \beta_1 \leq 0.85 \quad \beta_1 := 0.85$$

Verificando profundidad máxima del bloque de compresión a_{max} :

$$a_{max} := \beta_1 \cdot c_{max} = 5.451 \text{ cm} \quad a \leq a_{max}$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right)} = 0.277 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 4.617 \text{ cm}^2$$

Se utiliza el área de acero mínimo para losas.

$$A_s < A_{smin}$$

Por lo cual la armadura C será igual a:

$$10 \text{ } \emptyset 8 \text{ mm c } 16 \text{ cm}$$

3.7.1.4 Armadura posición D

Flexión

Se elige el mayor entre (7 y (10 de la sección 3.6.3.6

$$M_u := |1.66 \text{ kN} \cdot \text{m}| = 1.66 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

Se calculara el área de armadura para 1 metro de tramo:

$$b := 1 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil

No se cuenta con torsor a lo ancho del tramo y además no se colocaría bajo ningún caso estribos a lo ancho, por lo que la verificación del cortante deberá ser positiva de lo contrario directamente se tiene que optar por cambiar la sección

Como se estableció en A la armadura para los momentos M_{xx} del tramo será añadida a los estribos a lo largo del tramo por lo que se toma el diámetro asumido del estribo H para el diámetro de D

$$\phi_D := 10 \text{ mm}$$

$$d := t - r - 0.5 \cdot \phi_D = 17 \text{ cm}$$

Verificación a corte

Cortante resistido por el concreto:

$$V_c = \frac{\sqrt{f_c'}}{6} \cdot b \cdot d = 129.84 \text{ kN}$$

Siendo el esfuerzo de corte el mayor entre (13 y (14 de la sección 3.6.3.6

$$V_u := 24.93 \text{ kN}$$

Reducción para corte

$$\phi := 0.75$$

Cortante final:

$$V_n := \frac{V_u}{\phi} = 33.24 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$V_c > V_n$$

La sección resiste a corte como se esperaba y se calcula el refuerzo longitudinal de forma normal.

Reducción para armadura a flexión

$$\phi := 0.9$$

Calculando profundidad del bloque de compresión

$$a := d - \sqrt{d^2 - \frac{2 |M_u|}{\phi \cdot 0.85 \cdot f'_c \cdot b}} = 0.061 \text{ cm}$$

Profundidad máxima de la zona de compresión

$$\varepsilon_{cmax} := 0.003 \quad \varepsilon_{smin} := 0.005$$

$$c_{max} := \frac{\varepsilon_{cmax}}{\varepsilon_{cmax} + \varepsilon_{smin}} \cdot d = 6.375 \text{ cm}$$

Según la resistencia del hormigón

$$f'_c = 3045.7925 \text{ psi}$$

$$\beta_1 := 0.85 - 0.05 \cdot \left(\frac{f - 4000}{1000} \right) = 0.8977$$

$$0.6 \leq \beta_1 \leq 0.85 \quad \beta_1 := 0.85$$

Verificando profundidad máxima del bloque de compresión a_{max} :

$$a_{max} := \beta_1 \cdot c_{max} = 5.419 \text{ cm} \quad a \leq a_{max}$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right)} = 0.259 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 3.06 \text{ cm}^2$$

$$A_s < A_{smin}$$

Se utiliza el área de acero mínimo para losas.

No se determina una configuración de fierros dado que esta armadura ira incluida en los estribos.

3.7.1.5 Armadura posición E

Flexión

Se elige el mayor entre (8 y (9 de la sección 3.6.3.6

$$M_u := |-13.38 \text{ kN}\cdot\text{m}| = 13.38 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

Se calculara el área de armadura para 1 metro de tramo:

$$b := 1 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil

No se cuenta con torsor a lo ancho del tramo y además no se colocaría bajo ningún caso estribos a lo ancho, por lo que la verificación del cortante deberá ser positiva de lo contrario directamente se tiene que optar por cambiar la sección

Como se estableció en A la armadura para los momentos M_{xx} del tramo será añadida a los estribos a lo largo del tramo por lo que se toma el diámetro asumido del estribo H para el diámetro de E

$$\phi_E := 10 \text{ mm}$$

$$d := t - r - 0.5 \cdot \phi_E = 17 \text{ cm}$$

Verificación a corte

Cortante resistido por el concreto:

$$V_c = \frac{\sqrt{f_c'}}{6} \cdot b \cdot d = 129.84 \text{ kN}$$

Siendo el esfuerzo de corte el mayor entre (13 y (14 de la sección 3.6.3.6

$$V_u := 24.93 \text{ kN}$$

Reducción para corte

$$\phi := 0.75$$

Cortante final:

$$V_n := \frac{V_u}{\phi} = 33.24 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$V_c > V_n$$

La sección resiste a corte como se esperaba y se calcula el refuerzo longitudinal de forma normal.

Reducción para armadura a flexión

$$\phi := 0.9$$

Calculando profundidad del bloque de compresión

$$a := d - \sqrt{d^2 - \frac{2 |M_u|}{\phi \cdot 0.85 \cdot f_c' \cdot b}} = 0.497 \text{ cm}$$

Profundidad máxima de la zona de compresión

$$\varepsilon_{cmax} := 0.003 \quad \varepsilon_{smin} := 0.005$$

$$c_{max} := \frac{\varepsilon_{cmax}}{\varepsilon_{cmax} + \varepsilon_{smin}} \cdot d = 6.375 \text{ cm}$$

Según la resistencia del hormigón

$$f_c' = 3045.7925 \text{ psi}$$

$$\beta_1 := 0.85 - 0.05 \cdot \left(\frac{f_c' - 4000}{1000} \right) = 0.8977$$

$$0.6 \leq \beta_1 \leq 0.85 \quad \beta_1 := 0.85$$

Verificando profundidad máxima del bloque de compresión a_{max} :

$$a_{max} := \beta_1 \cdot c_{max} = 5.419 \text{ cm} \quad a \leq a_{max}$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right)} = 2.113 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 3.06 \text{ cm}^2$$

Se utiliza el área de acero mínimo para losas.

$$A_s < A_{smin}$$

No se determina una configuración de fierros dado que esta armadura ira incluida en los estribos.

3.7.1.6 Armadura posición F

Flexión

Se elige el valor de (11 de la sección 3.6.3.6

$$M_u := |-93.62 \text{ kN}\cdot\text{m}| = 93.62 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil:

Según la configuración del corte C-C esta armadura va por dentro de A y C respectivamente, estas armaduras arman la pieza en YY por lo que no se tiene la armadura denominada de repartición respecto a la dimensión más corta en el descanso, adema los estribos van paralelos a A y C a su vez por lo tanto no interfieren con el canto útil de la armadura en F, en la práctica deberá cuidarse de que el descanso al tener los estribos en conjunto con las armaduras A y C no se tenga un entramado demasiado lleno que no permita el vaciado del hormigón.

Asumiendo un diámetro para F

$$\varnothing_F := 16 \text{ mm}$$

El canto útil será:

$$d := t - r - \varnothing_A - 0.5 \cdot \varnothing_F = 15.1 \text{ cm}$$

Se verifica la sección a corte y torsión.

$$V_c = \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \cdot b \cdot d = 172.992 \text{ kN}$$

Siendo el esfuerzo de corte el (17 de la sección 3.6.3.6

$$V_u := 78 \text{ kN}$$

Reducción para corte

$$\phi := 0.75$$

Cortante final:

$$V_n := \frac{V_u}{\phi} = 104 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$V_c > V_n$$

Verificación a torsión

$$h := t \quad A_{cp} := b \cdot h = 0.3 \text{ m}^2 \quad p_{cp} := 2 (b + h) = 3.4 \text{ m}$$

Reducción para torsión

$$\phi := 0.75$$

Torsión crítica

$$T_{cr} = \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} \left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right) = 7.581 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Siendo el esfuerzo de torsión el (22 de la sección 3.6.3.6

$$T_u := 28.91 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por lo tanto

$$T_u > T_{cr}$$

La sección resiste a corte pero no a torsión por lo que se deberá colocar estribos sin embargo dado que el estribo será como máximo de 12mm se mantiene el canto útil

Reducción para armadura a flexión

$$\phi := 0.9$$

Calculando profundidad del bloque de compresión

$$a := d - \sqrt{d^2 - \frac{2 |M_u|}{\phi \cdot 0.85 \cdot f'_c \cdot b}} = 2.84 \text{ cm}$$

Profundidad máxima de la zona de compresión

$$\varepsilon_{cmax} := 0.003 \quad \varepsilon_{smin} := 0.005$$

$$c_{max} := \frac{\varepsilon_{cmax}}{\varepsilon_{cmax} + \varepsilon_{smin}} \cdot d = 5.663 \text{ cm}$$

Según la resistencia del hormigón

$$f'_c = 3045.7925 \text{ psi}$$

$$\beta_1 := 0.85 - 0.05 \cdot \left(\frac{f - 4000}{1000} \right) = 0.8977$$

$$0.6 \leq \beta_1 \leq 0.85 \quad \beta_1 := 0.85$$

Verificando profundidad máxima del bloque de compresión a_{max} :

$$a_{max} := \beta_1 \cdot c_{max} = 4.813 \text{ cm} \quad a \leq a_{max}$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right)} = 18.105 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 4.077 \text{ cm}^2$$

Área máxima

$$A_{smax} := \beta_1 \cdot \frac{0.85 f'_c}{f_y} \cdot b \cdot d \cdot \frac{\varepsilon_{cmax}}{\varepsilon_{cmax} + \varepsilon_t} = 35.067 \text{ cm}^2$$

El área de refuerzo será A_s

$$A_{smin} \leq A_s \leq A_{smax}$$

Como la sección necesita armadura a torsión, se adiciona la cuantía de acero longitudinal a torsión calculada en I sección 3.7.1.9 (ver más adelante página 147)

$$A_t := 8.461 \text{ cm}^2$$

La armadura debe repartirse en toda la sección así que solo se adiciona la mitad y la otra mitad en la armadura G

$$A_s + 0.5 \cdot A_t = 22.28 \text{ cm}^2$$

Por lo cual la armadura F será igual a:

$$12 \text{ } \emptyset 16 \text{ mm c } 13 \text{ cm}$$

3.7.1.7 Armadura posición G

Flexión

Se toma el valor de (10 de la sección 3.6.3.6

$$M_u := |1.66 \text{ kN} \cdot \text{m}| = 1.66 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil:

Al igual que la armadura F la disposición de esta armadura es por dentro de las armaduras A y C pero al ir en la parte inferior el canto útil depende del mayor diámetro entre la armadura C y el estribo I

Asumiendo un diámetro para G

$$\emptyset_G := 10 \text{ mm}$$

Se toma el diámetro establecido para C y se asume uno para el estribo I

$$\emptyset_C := 10 \text{ mm} \quad \emptyset_I := 10 \text{ mm}$$

El canto útil será:

$$d := t - r - \max(\emptyset_C, \emptyset_I) - 0.5 \cdot \emptyset_G = 16 \text{ cm}$$

Se verifica la sección a corte y torsión.

$$V_c = \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \cdot b \cdot d = 183.303 \text{ kN}$$

Siendo el esfuerzo de corte el (17 de la sección 3.6.3.6

$$V_u := 78 \text{ kN}$$

Reducción para corte

$$\phi := 0.75$$

Cortante final:

$$V_n := \frac{V_u}{\phi} = 104 \text{ kN}$$

Por lo tanto:

$$V_c > V_n$$

Verificación a torsión

$$h := t \quad A_{cp} := b \cdot h = 0.3 \text{ m}^2 \quad p_{cp} := 2 (b + h) = 3.4 \text{ m}$$

Reducción para torsión

$$\phi := 0.75$$

Torsión crítica

$$T_{cr} = \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} \left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right) = 7.581 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Siendo el esfuerzo de torsión el (22 de la sección 3.6.3.6

$$T_u := 28.91 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por lo tanto

$$T_u > T_{cr}$$

La sección resiste a corte pero no a torsión

Reducción para armadura a flexión

$$\phi := 0.9$$

Calculando profundidad del bloque de compresión

$$a := d - \sqrt{d^2 - \frac{2 |M_u|}{\phi \cdot 0.85 \cdot f'_c \cdot b}} = 0.043 \text{ cm}$$

Profundidad máxima de la zona de compresión

$$\varepsilon_{cmax} := 0.003 \quad \varepsilon_{smin} := 0.005$$

$$c_{max} := \frac{\varepsilon_{cmax}}{\varepsilon_{cmax} + \varepsilon_{smin}} \cdot d = 6 \text{ cm}$$

Según la resistencia del hormigón

$$f'_c = 3045.7925 \text{ psi}$$

$$\beta_1 := 0.85 - 0.05 \cdot \left(\frac{f - 4000}{1000} \right) = 0.8977$$

$$0.6 \leq \beta_1 \leq 0.85 \quad \beta_1 := 0.85$$

Verificando profundidad máxima del bloque de compresión a_{max} :

$$a_{max} := \beta_1 \cdot c_{max} = 5.1 \text{ cm} \quad a \leq a_{max}$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{M_u}{\phi \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2} \right)} = 0.275 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 4.32 \text{ cm}^2$$

Se utiliza el área de acero mínimo para losas.

$$A_s < A_{smin}$$

Como la sección necesita armadura a torsión, se adiciona la cuantía de acero longitudinal a torsión calculada en I, sección 3.7.1.9 (ver más adelante página 147)

$$A_1 := 8.461 \text{ cm}^2$$

La armadura debe repartirse en toda la sección así que solo se adiciona la mitad y la otra mitad va en la armadura F

$$A_{smin} + 0.5 \cdot A_1 = 8.551 \text{ cm}^2$$

Por lo cual la armadura G será igual a:

$$11 \text{ } \emptyset 10 \text{ mm c } 14 \text{ cm}$$

3.7.1.8 Armadura posición H

Corte

Se toma el esfuerzo (18 de la sección 3.6.3.6

$$V_u := 159.3 \text{ kN}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil del refuerzo principal a flexión de la sección en estudio es la armadura en A

Donde el diámetro de A es:

$$\emptyset_A := 16 \text{ mm}$$

Para el estribo se asumió un diámetro de:

$$\emptyset_H := 10 \text{ mm}$$

Por lo tanto:

$$d := t - r - \emptyset_H - 0.5 \cdot \emptyset_A = 15.7 \text{ cm}$$

Cortante resistido por el concreto:

$$V_c = \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \cdot b \cdot d = 179.866 \text{ kN}$$

Reducción para corte

$$\phi := 0.75$$

Cortante final:

$$V_n := \frac{V_u}{\phi} = 212.4 \text{ kN}$$

La sección requiere armadura de corte:

$$V_c < V_n$$

Resistencia nominal a cortante del refuerzo:

$$V_s := |V_c - V_n| = 32.534 \text{ kN}$$

Máximo aporte permisible del refuerzo

$$V_{smax} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d = 719.464 \text{ kN}$$

$$V_s < V_{smax}$$

Límite para condiciones normales de espaciamiento

$$\frac{\sqrt{f'_c}}{3} \cdot b \cdot d = 359.732 \text{ kN}$$

$$V_s < \frac{\sqrt{f'_c}}{3} \cdot b \cdot d$$

Espaciamiento máximo:

$$s_v = \frac{d}{2} = 7.85 \text{ cm} \leq 60 \text{ cm}$$

Refuerzo por unidad de longitud:

$$f_{yt} := f_y$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{f_{yt} \cdot d} = 4.934 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Refuerzo mínimo

$$\frac{A_{vmin}}{s} = \frac{1}{16} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w}{f_y} > 0.33 \cdot \frac{b_w}{f_y}$$

$$\frac{A_{vmin}}{s} = 10.229 > 11.786 = 11.786 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Se utiliza el refuerzo mínimo

$$A_v < A_{vmin}$$

Espaciamiento máximo

$$s_v = \frac{d}{2} = 7.85 \text{ cm} \leq 60 \text{ cm}$$

Torsión

Se toma el esfuerzo (21 de la sección 3.6.3.5)

$$T_u := 10.29 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Reducción para torsión

$$\phi := 0.75$$

Según la geometría de la sección:

$$h := t \quad A_{cp} := b \cdot h = 0.3 \text{ m}^2 \quad p_{cp} := 2 (b + h) = 3.4 \text{ m}$$

Torsión crítica

$$T_{cr} = \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} \left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right) = 7.581 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

La sección requiere armadura a torsión

$$T_u > T_{cr}$$

Verificación de resistencia al momento torsional de la sección

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w \cdot d} \right)^2 + \left(\frac{T_u \cdot p_h}{1.7 A_{oh}^2} \right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w \cdot d} + \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \right)$$

Donde:

$$p_h := 2 \left((t - 2 \cdot r - \phi_H) + (b - 2 \cdot r - \phi_H) \right) = 3.16 \text{ m}$$

$$A_{oh} := (t - 2 \cdot r - \phi_H) \cdot (b - 2 \cdot r - \phi_H) = 0.202 \text{ m}^2$$

La sección cumple no se requiere cambiar las dimensiones

$$0.824 \text{ MPa} \leq 2.864 \text{ MPa}$$

Resistencia nominal a torsión

$$T_n := \frac{T_u}{\phi} = 13.72 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Refuerzo transversal por unidad de longitud

$$\frac{A_t}{s} = \frac{T_n}{2 \cdot A_o \cdot f_{yt} \cdot \cot(\theta)}$$

Donde:

$$A_o := 0.85 \cdot A_{oh} = 0.171 \text{ m}^2 \quad \theta := 45^\circ$$

$$\frac{A_t}{s} = 0.953 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Espaciamiento máximo:

$$s_t = \frac{p_h}{8} = 39.5 \text{ cm} \leq 30 \text{ cm}$$

Refuerzo longitudinal

$$A_l = \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \left(\frac{f_{yt}}{f_y} \right) \cdot \cot(\theta)^2 = 3.012 \text{ cm}^2$$

Refuerzo longitudinal mínimo

$$A_{lmin} = \frac{5 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot A_{ep}}{12 \cdot f_y} - \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \frac{f_{yt}}{f_y}$$

Donde:

$$\frac{A_t}{s} \geq \frac{0.175 \cdot b_w}{f_{yt}} = 6.25 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_{lmin} = \frac{5 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot A_{ep}}{12 \cdot f_y} - \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \frac{f_{yt}}{f_y} = -6.111 \text{ cm}^2$$

Al ser negativo se descarta el refuerzo mínimo y se utiliza el normal

Disposición armadura transversal

La distancia máxima transversal entre ramas de un estribo para corte debe obedecer:

$$s_{trans} \leq 2 \cdot d = 31.4 \text{ cm}$$

Numero de ramas necesarias para corte:

$$\# \text{ ramas} = \frac{b - 2 * r - \emptyset_H}{2 * d} = 4.586 \approx 5$$

Tomando en cuenta que para torsión solo se considera el aporte de una sola rama cerrada que rodea todo el perímetro debajo del recubrimiento mientras que para corte todas las ramas aportan ya sea que estén en el medio de la sección o en los bordes.

Se suman las dos armaduras de corte y torsión para un único estribo perimetral:

$$\frac{A_v}{5 \cdot s} + \frac{A_t}{s} = 3.31 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

Mínima armadura para corte y torsión

$$\frac{A_v}{s} + 2 \cdot \frac{A_t}{s} = \frac{\sqrt{f_c'} \cdot b_w}{16 \cdot f_{yt}} \geq \frac{0.35 \cdot b_w}{f_{yt}}$$

$$\frac{A_v}{s} + 2 \cdot \frac{A_t}{s} = 10.229 \frac{\text{cm}^2}{m} \geq 12.5 \frac{\text{cm}^2}{m} = 12.5 \cdot 0.5 = 6.25 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

Esta armadura mínima es la necesaria para satisfacer el esfuerzo a torsión y corte si se tuviera un único estribo que rodea la pieza perimetralmente.

Armadura mínima combinada para torsión y corte para un solo estribo perimetral:

$$\frac{A_v}{s} + \frac{A_t}{s} = 6.25 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

Esta armadura mínima es mayor que la calculada para el estribo único perimetral:

$$6.25 \frac{\text{cm}^2}{m} > 3.31 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

Pero de las armaduras en las posiciones D y E se estableció que se sumaran sus cuantías a el estribo H

Acero por unidad de longitud de la posición D

$$A_s = 3.06 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

Acero por unidad de longitud de la posición E

$$A_s = 3.06 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

Para satisfacer a ambos se elige al mayor, en este caso ambos son la armadura mínima por lo que se tiene un solo valor

Finalmente el área de acero por unidad de longitud será:

$$\left(\frac{A_v}{s} + \frac{A_t}{s}\right) + \frac{A_s}{s} = 6.25 \frac{cm^2}{m} + 3.06 \frac{cm^2}{m} = 9.31 \frac{cm^2}{m}$$

Para obtener el área por estribo se tendrá que multiplicar por el espaciamiento que se desee utilizar, para cumplir con todas las condiciones se elige el espaciamiento más restrictivo de las 3 armaduras:

Corte

$$s_v = 7.85 \text{ cm}$$

Torsión

$$s_t = 30 \text{ cm}$$

Momento flector

$$s_s = 45 \text{ cm}$$

El espaciamiento elegido es entonces:

$$s = 7.5 \text{ cm}$$

Área del estribo:

$$\frac{A_v + A_t + A_s}{s} \cdot s = 0.743 \text{ cm}^2$$

Siendo el diámetro asumido suficiente se tiene la configuración del estribo único perimetral:

$$e \text{ } \emptyset 10 \text{ mm } c 7.5 \text{ cm}$$

Faltan aún las ramas internas para el refuerzo de corte, pero dado que se utilizó el valor combinado mínimo de corte y torsión el resto de la armadura de cálculo que se dividió por ramas queda desvirtuada y para cumplir la limitación del espaciamiento transversal se colocaran las ramas internas con el diámetro mínimo de 6 mm

De las 5 ramas se cubrieron ya 2 por lo que quedan:

$$3 \text{ ramas int } \emptyset 6 \text{ mm}$$

Disposición armadura longitudinal

$$A_I = 3.012 \text{ cm}^2$$

Esta cuantía se adicionara a las armaduras de las posiciones A y B, cumpliendo los siguientes requerimientos

Diámetro mínimo de las armaduras:

$$\phi_{min} := \frac{s}{24} = 3.125 \text{ mm}$$

$$\phi_{min} \geq 10 \text{ mm}$$

Espaciamiento máximo entre barras longitudinales 30 cm.

Repartidas equitativamente en todo el perímetro

3.7.1.9 Armadura posición I

Corte

Se toma el esfuerzo (17 de la sección 3.6.3.6

$$V_u := 78 \text{ kN}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil del refuerzo principal a flexión de la sección en estudio es la armadura en F

Donde el diámetro de A es:

$$\phi_A := 16 \text{ mm} \quad \phi_F := 16 \text{ mm}$$

Para el estribo se asumió un diámetro de:

$$\phi_I := 10 \text{ mm}$$

Por lo tanto:

$$d := t - r - \max(\phi_A, \phi_I) - 0.5 \cdot \phi_F = 15.1 \text{ cm}$$

Cortante resistido por el concreto:

$$V_c = \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \cdot b \cdot d = 179.866 \text{ kN}$$

Reducción para corte

$$\phi := 0.75$$

Cortante final:

$$V_n := \frac{V_u}{\phi} = 104 \text{ kN}$$

La sección no necesita armadura a corte

$$V_c > V_n$$

Torsión

Se toma el esfuerzo (22 de la sección 3.6.3.6

$$T_u := 28.91 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Reducción para torsión

$$\phi := 0.75$$

Según la geometría de la sección:

$$h := t \quad A_{cp} := b \cdot h = 0.3 \text{ m}^2 \quad p_{cp} := 2(b + h) = 3.4 \text{ m}$$

Torsión crítica

$$T_{cr} = \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} \left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right) = 7.581 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

La sección requiere armadura a torsión

$$T_u > T_{cr}$$

Verificación de resistencia al momento torsional de la sección

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w \cdot d} \right)^2 + \left(\frac{T_u \cdot p_h}{1.7 A_{oh}^2} \right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w \cdot d} + \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \right)$$

Donde:

$$p_h := 2 \left((t - 2 \cdot r - \phi_I) + (b - 2 \cdot r - \phi_I) \right) = 3.16 \text{ m}$$

$$A_{oh} := (t - 2 \cdot r - \phi_I) \cdot ((b - 2 \cdot r - \phi_I)) = 0.202 \text{ m}^2$$

La sección cumple no se requiere cambiar las dimensiones

$$1.366 \text{ MPa} \leq 2.864 \text{ MPa}$$

Resistencia nominal a torsión

$$T_n := \frac{T_u}{\phi} = 38.547 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Refuerzo transversal por unidad de longitud

$$\frac{A_t}{s} = \frac{T_n}{2 \cdot A_o \cdot f_{yt} \cdot \cot(\theta)}$$

Donde:

$$A_o := 0.85 \cdot A_{oh} = 0.171 \text{ m}^2 \quad \theta := 45^\circ$$

$$\frac{A_t}{s} = 2.678 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Espaciamiento máximo:

$$s_t = \frac{p_h}{8} = 39.5 \text{ cm} \leq 30 \text{ cm}$$

Refuerzo longitudinal

$$A_l = \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \left(\frac{f_{yt}}{f_y} \right) \cdot \cot(\theta)^2 = 8.462 \text{ cm}^2$$

Refuerzo longitudinal mínimo

$$A_{lmin} = \frac{5 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot A_{cp}}{12 \cdot f_y} - \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \frac{f_{yt}}{f_y}$$

Donde:

$$\frac{A_t}{s} \geq \frac{0.175 \cdot b_w}{f_{yt}} = 6.25 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_{lmin} = \frac{5 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot A_{cp}}{12 \cdot f_y} - \frac{A_t}{s} \cdot p_h \cdot \frac{f_{yt}}{f_y} = -6.111 \text{ cm}^2$$

Al ser negativo se descarta el refuerzo mínimo y se utiliza el normal

Disposición armadura transversal

Solo se tiene la armadura de torsión:

Tomando en cuenta que para un estribo en torsión solo se tiene una pierna

$$\frac{A_v}{s} = 0 \qquad 0.5 \cdot \frac{A_v}{s} + \frac{A_t}{s} = 2.678 \frac{cm^2}{m}$$

Mínima armadura para corte y torsión

$$\frac{A_v}{s} + 2 \cdot \frac{A_t}{s} = \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_w}{16 \cdot f_{yt}} \geq \frac{0.35 \cdot b_w}{f_{yt}}$$

$$\frac{A_v}{s} + 2 \cdot \frac{A_t}{s} = 10.229 \frac{cm^2}{m} \geq 12.5 \frac{cm^2}{m} = 12.5 \cdot 0.5 = 6.25 \frac{cm^2}{m}$$

Finalmente el área de acero por unidad de longitud tomando el mínimo:

$$\frac{A_v}{s} + \frac{A_t}{s} = 6.25 \frac{cm^2}{m}$$

Para obtener el área por estribo se tendrá que multiplicar por el espaciamiento que se desee utilizar, dado que solo se tiene armadura a torsión se toma el espaciamiento máximo de esta como base para elegir el espaciamiento que se desee:

Torsión

$$s_t = 30 \text{ cm}$$

El espaciamiento elegido es entonces:

$$s = 12.5 \text{ cm}$$

Área del estribo:

$$\frac{A_v + A_t}{s} \cdot s = 0.781 \text{ cm}^2$$

Dado que el diámetro asumido es suficiente y no se tienen ramas internas la configuración final es:

$$e \text{ } \emptyset 10\text{mm c} 12.5 \text{ cm}$$

Disposición armadura longitudinal

$$A_l = 8.462 \text{ cm}^2$$

Esta cuantía se adicionara a las armaduras de las posiciones F y G

Cumpliendo los siguientes requerimientos

Diámetro mínimo de las armaduras:

$$\varnothing_{min} := \frac{s}{24} = 5.208 \text{ mm}$$

$$\varnothing_{min} \geq 10 \text{ mm}$$

Espaciamiento máximo entre barras longitudinales 30 cm

Repartidas equitativamente en todo el perímetro

3.7.2 Ejemplo EHE

3.7.2.1 Armadura posición A

Flexión

Se elige el mayor entre 2) y 5) de la sección 3.6.3.6

$$M_d := |-86.52 \text{ kN}\cdot\text{m}| = 86.52 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil:

La normativa EHE establece que siempre que se haya determinado la torsión como primaria será necesario colocar un refuerzo sin importar el valor que tenga, por lo tanto siempre se tendrá estribos en los tramos con lo cual solo existe la configuración a) para el armado.

Asumiendo los diámetros para A y H:

$$\varnothing_A := 16 \text{ mm} \quad \varnothing_H := 10 \text{ mm}$$

$$d := t - r - \varnothing_H - 0.5 \cdot \varnothing_A = 15.7 \text{ cm}$$

Momento reducido

$$\mu := \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0.167$$

Se verifica que se encuentre debajo del limite y no requiere acero a compresion:

$$\mu \leq 0.296$$

Cuantía mecánica de la tabla universal de cálculo para secciones rectangulares

$$\omega := 0.1887$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 17.035 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 4.239 \text{ cm}^2$$

El área de refuerzo a flexión será A_s

Dado que se debe armar a torsión se adiciona el área de refuerzo longitudinal la cuantía de acero calculada

Dado que la pieza requiere armadura a torsión la cual consta de un componente transversal (el estribo) y un componente longitudinal una cuantía de acero que deberá repartirse equitativamente en toda la sección.

Esa armadura longitudinal viene del cálculo del refuerzo a torsión en el elemento H en la sección 3.7.2.8 (ver más adelante, página 162) y tiene un valor de:

$$A_l := 2.72 \text{ cm}^2$$

Como se debe repartir esta cuantía en toda la sección solo se tomara la mitad para la armadura A, y la otra para la armadura B

$$A_s + 0.5 \cdot A_l = 18.395 \text{ cm}^2$$

La configuración resulta:

$$10 \emptyset 16 \text{mm c } 16 \text{cm}$$

3.7.2.2 Armadura posición B

Flexión

Se elige el mayor entre 1), 3) y 4) de la sección 3.6.3.6

$$M_d := |3.285 \text{ kN} \cdot \text{m}| = 3.285 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil

Siendo la configuración a) la única posible debido a la normativa el canto útil será igual a:

Asumiendo los diámetros de B y H

$$\varnothing_B := 10 \text{ mm} \quad \varnothing_H := 10 \text{ mm}$$

$$d := t - r - \varnothing_H - 0.5 \cdot \varnothing_B = 16 \text{ cm}$$

Momento reducido

$$\mu := \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0.0061$$

Se verifica el limite que se encuentre debajo del limite y no requiere acero a compresion:

$$\mu \leq 0.296$$

Cuantía mecánica de la tabla universal de cálculo para secciones rectangulares

$$\omega := 0.00639$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 0.588 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 4.32 \text{ cm}^2$$

El área de refuerzo a flexión será A_{smin}

Dado que se debe armar a torsión se adiciona el área de refuerzo longitudinal la cuantía de acero calculada

Dado que la pieza requiere armadura a torsión la cual consta de un componente transversal (el estribo) y un componente longitudinal una cuantía de acero que deberá repartirse equitativamente en toda la sección.

Esa armadura longitudinal viene del cálculo del refuerzo a torsión en el elemento H en la sección 3.7.2.8 (ver más adelante, página 162) y tiene un valor de:

$$A_l := 2.72 \text{ cm}^2$$

Como se debe repartir esta cuantía en toda la sección solo se tomara la mitad para la armadura B, y la otra para la armadura A

$$A_{smin} + 0.5 \cdot A_l = 5.68 \text{ cm}^2$$

La configuración resulta:

$$8 \text{ } \emptyset 10 \text{ mm c } 20 \text{ cm}$$

3.7.2.3 Armadura posición C

Flexión

Se toma el valor (4 de la sección 3.6.3.6

$$M_d := |1.785 \text{ kN} \cdot \text{m}| = 1.785 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil

Según el corte AA el canto útil para C asumiendo el diámetro para esta armadura es igual a:

$$\emptyset_C := 8 \text{ mm}$$

$$d := t - r - 0.5 \cdot \emptyset_C = 17.1 \text{ cm}$$

Momento reducido

$$\mu := \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0.0029$$

Se verifica que se encuentre debajo del límite y no requiere acero a compresion:

$$\mu \leq 0.296$$

Cuantía mecánica de la tabla universal de cálculo para secciones rectangulares

$$\omega := 0.00317$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 0.312 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 4.617 \text{ cm}^2$$

El área de refuerzo a flexión será A_{smin}

La configuración resulta:

10 \emptyset 8mm c 16cm

3.7.2.4 Armadura posición D

Flexión

Se elige el mayor entre (7 y (10 de la sección 3.6.3.6

$$M_d := |1.66 \text{ kN} \cdot \text{m}| = 1.66 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

Se calculara el área de armadura para 1 metro de tramo:

$$b := 1 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil

Esta armadura se incluirá en los estribos del tramo por lo que se toma el mismo diámetro que el asumido para el estribo H

$$\emptyset_D := 10 \text{ mm}$$

$$d := t - r - 0.5 \cdot \emptyset_D = 17 \text{ cm}$$

Momento reducido

$$\mu := \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0.0041$$

Se verifica que se encuentre debajo del limite y no requiere acero a compresion:

$$\mu \leq 0.296$$

Cuantía mecánica de la tabla universal de cálculo para secciones rectangulares

$$\omega := 0.00437$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 0.285 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 3.06 \text{ cm}^2$$

El área de refuerzo a flexión será A_{smin}

No se determina una configuración porque esta cuantía se sumara a la de los estribos.

3.7.2.5 Armadura posición E

Flexión

Se elige el mayor entre (8 y (9 de la sección 3.6.3.6

$$M_d := |-13.38 \text{ kN}\cdot\text{m}| = 13.38 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

Se calculara el área de armadura para 1 metro de tramo:

$$b := 1 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil

Esta armadura se incluirá en los estribos del tramo por lo que se toma el mismo diámetro que el asumido para el estribo H

$$\phi_E := 10 \text{ mm}$$

$$d := t - r - 0.5 \cdot \varnothing_E = 17 \text{ cm}$$

Momento reducido

$$\mu := \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0.0331$$

Se verifica que se encuentre debajo del limite y no requiere acero a compresion:

$$\mu \leq 0.296$$

Cuantía mecánica de la tabla universal de cálculo para secciones rectangulares

$$\omega := 0.0342$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 2.229 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 3.06 \text{ cm}^2$$

El área de refuerzo a flexión será A_{smin}

No se determina una configuración porque esta cuantía se sumara a la de los estribos.

3.7.2.6 Armadura posición F

Flexión

Se elige el valor de 11) de la sección 3.6.3.6

$$M_d := |-93.62 \text{ kN} \cdot \text{m}| = 93.62 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil:

La normativa EHE establece que siempre que se haya determinado la torsión como primaria será necesario colocar un refuerzo sin importar el valor que tenga, por lo tanto se tendrá estribos a lo largo del descanso en la posición I.

Asumiendo los diámetros para A, I y F:

$$\varnothing_A := 16 \text{ mm} \quad \varnothing_I := 6 \text{ mm} \quad \varnothing_F := 16 \text{ mm}$$

$$d := t - r - \max(\varnothing_A, \varnothing_I) - 0.5 \cdot \varnothing_F = 15.1 \text{ cm}$$

Momento reducido

$$\mu := \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0.196$$

Se verifica que se encuentre debajo del limite y no requiere acero a compresion:

$$\mu \leq 0.296$$

Cuantía mecánica de la tabla universal de cálculo para secciones rectangulares

$$\omega := 0.2265$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 19.666 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 4.077 \text{ cm}^2$$

El área de refuerzo a flexión será A_s

Dado que se debe armar a torsión se adiciona el área de refuerzo longitudinal la cuantía de acero calculada

Dado que la pieza requiere armadura a torsión la cual consta de un componente transversal (el estribo) y un componente longitudinal una cuantía de acero que deberá repartirse equitativamente en toda la sección.

Esa armadura longitudinal viene del cálculo del refuerzo a torsión en el elemento I en la sección 3.7.2.9 (ver más adelante, página 166) y tiene un valor de:

$$A_1 := 7.642 \text{ cm}^2$$

Como se debe repartir esta cuantía en toda la sección solo se tomara la mitad para la armadura F, y la otra para la armadura G

$$A_s + 0.5 \cdot A_1 = 23.487 \text{ cm}^2$$

La configuración resulta:

$$12 \varnothing 16 \text{ mm c } 13 \text{ cm}$$

3.7.2.7 Armadura posición G

Flexión

Se toma el valor de 10) de la sección 3.6.3.6

$$M_d := |1.66 \text{ kN} \cdot \text{m}| = 1.66 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil:

La normativa EHE establece que siempre que se haya determinado la torsión como primaria será necesario colocar un refuerzo sin importar el valor que tenga, por lo tanto se tendrá estribos a lo largo del descanso en la posición I.

Asumiendo los diámetros para I y G:

$$\varnothing_B := 10 \text{ mm} \quad \varnothing_I := 6 \text{ mm} \quad \varnothing_G := 10 \text{ mm}$$

$$d := t - r - \max(\varnothing_B, \varnothing_I) - 0.5 \cdot \varnothing_G = 16 \text{ cm}$$

Momento reducido

$$\mu := \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0.00309$$

Se verifica que se encuentre debajo del limite y no requiere acero a compresion:

$$\mu \leq 0.296$$

Cuantía mecánica de la tabla universal de cálculo para secciones rectangulares

$$\omega := 0.00335$$

Área de refuerzo:

$$A_s := \frac{\omega \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 0.308 \text{ cm}^2$$

Cuantía mínima para losas

$$\rho := 0.0018$$

Área mínima

$$A_{smin} := \rho \cdot b \cdot d = 4.32 \text{ cm}^2$$

El área de refuerzo a flexión será A_s

Dado que se debe armar a torsión se adiciona el área de refuerzo longitudinal la cuantía de acero calculada

Dado que la pieza requiere armadura a torsión la cual consta de un componente transversal (el estribo) y un componente longitudinal una cuantía de acero que deberá repartirse equitativamente en toda la sección.

Esa armadura longitudinal viene del cálculo del refuerzo a torsión en el elemento I en la sección 3.7.2.9 (ver más adelante, página 166) y tiene un valor de:

$$A_1 := 7.642 \text{ cm}^2$$

Como se debe repartir esta cuantía en toda la sección solo se tomara la mitad para la armadura F, y la otra para la armadura G

$$A_{smin} + 0.5 \cdot A_1 = 8.141 \text{ cm}^2$$

La configuración resulta:

$$11 \text{ } \emptyset 10\text{mm c } 14\text{cm}$$

3.7.2.8 Armadura posición H

Corte

Se toma el esfuerzo (18 de la sección 3.6.3.6

$$V_d := 159.3 \text{ kN}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil del refuerzo principal a flexión de la sección en estudio es la armadura en A

Donde el diámetro de A es:

$$\varnothing_A := 16 \text{ mm}$$

Para el estribo se asumió un diámetro de:

$$\varnothing_H := 10 \text{ mm}$$

Por lo tanto:

$$d := t - r - \varnothing_H - 0.5 \cdot \varnothing_A = 15.7 \text{ cm}$$

Esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua en el alma

$$k := 1 \quad f_{1cd} := 0.6 f_{cd}$$

$$V_{ul} := f_{1cd} \cdot b \cdot d \cdot k \cdot \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha)}{1 + \cot(\theta)^2} = 989.1 \text{ kN}$$

La sección resiste

$$V_{rd} \leq V_{ul}$$

Contribución del hormigón a la resistencia del cortante

Coefficientes:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 2.129 \leq 2 \quad \sigma'_{cd} := 0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad f_{cv} := f_{ck} = 21 \text{ MPa} \quad \beta = 1$$

Tomando el área de refuerzo a flexión de la armadura A para determinar su cuantía:

$$A_s := 17.035 \text{ cm}^2$$

$$\rho_t = \frac{A_s}{d \cdot b} = 0.0072 \leq 0.02$$

Finalmente

$$V_{cu} = \left(\frac{0.15}{\gamma_c} \xi \cdot (100 \cdot \rho_t \cdot f_{cv})^{\frac{1}{3}} + 0.15 \sigma'_{cd} \right) \beta \cdot b \cdot d = 116.648 \text{ kN}$$

Pero V_{cu} no será menor a:

$$V_{cu} = \left(\frac{0.075}{\gamma_c} \xi^{\frac{3}{2}} \cdot f_{cv}^{\frac{1}{2}} + 0.15 \sigma'_{cd} \right) b \cdot d = 152.621 \text{ kN}$$

La sección requiere armadura a corte

$$V_{cu} < V_d$$

Contribución de la armadura transversal de alma a la resistencia a esfuerzo cortante

$$V_{su} := V_d - V_{cu} = 6.679 \text{ kN}$$

Refuerzo por unidad de longitud:

$$\frac{A_v}{s_v} = \frac{V_{su}}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd}} = 1.294 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Refuerzo mínimo por unidad de longitud

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 2.283 \text{ MPa}$$

$$A_{\alpha} := \frac{f_{ctm} \cdot b_o \cdot \sin(\alpha)}{7.5 f_{yd}} = 12.505 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Se utiliza el refuerzo mínimo

$$\frac{A_v}{s_v} < A_{\alpha}$$

Espaciamiento máximo bajo la condición de:

$$V_{rd} \leq \frac{V_{ul}}{5}$$

$$159.3 \text{ kN} \leq 197.82 \text{ kN}$$

Sera de:

$$s_v = 0.75 d \cdot (1 + \cot(\alpha)) = 11.775 \text{ cm} \leq 60 \text{ cm}$$

Torsión

Se toma el esfuerzo (21 de la sección 3.6.3.6

$$T_d := 10.29 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Para el estribo se asumió un diámetro de:

$$\varnothing_H := 10 \text{ mm}$$

Calculando los datos geométricos:

$$A := b \cdot h = 0.3 \text{ m}^2 \quad u := 2 \cdot (b + h) = 3.4 \text{ m} \quad c := r + \varnothing_H = 3.5 \text{ cm}$$

Sección de cálculo

$$\frac{A}{u} = 8.824 \text{ cm} \quad 2 \cdot c = 7 \text{ cm}$$

$$h_e \leq 8.824 \text{ cm} \geq 7 \text{ cm}$$

Máximo momento torsor que pueden resistir las bielas comprimidas de hormigón

$$\alpha := 0.6 \quad K := 1 \quad \theta := 45 \text{ deg} \quad f_{lcd} := 0.6 \cdot f_{cd} = 8.4 \text{ MPa}$$

$$A_e := (b - h_e) \cdot (h - h_e) = 0.158 \text{ m}^2$$

$$T_{ul} := 2 K \cdot \alpha f_{lcd} \cdot A_e \cdot h_e \cdot \frac{\cot(\theta)}{1 + \cot(\theta)^2} = 70.168 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

La sección cumple no se requiere cambiar las dimensiones

$$T_d \leq T_{ul}$$

Refuerzo transversal por unidad de longitud

$$T_{u2} := T_d \quad f_{ytd} := f_{yd}$$

$$\frac{A_t}{s_t} = \frac{T_{u2}}{2 \cdot A_e \cdot f_{ytd} \cdot \cot(\theta)} = 0.893 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Verificación de compresiones excesivas por torsión y corte

$$\beta := 2 \cdot \left(1 - \frac{h_e}{b}\right) = 1.882$$

$$\left(\frac{T_d}{T_{ul}}\right)^\beta + \left(\frac{V_{rd}}{V_{ul}}\right)^\beta = 0.059 \leq 1$$

Espaciamiento máximo

$$u_e := ((b - h_e) + (h - h_e)) \cdot 2 = 3.047 \text{ m}$$

$$\alpha := (h - h_e) = 0.112 \text{ m}$$

Espaciamiento máximo bajo la condición de:

$$T_d \leq \frac{T_{ul}}{5}$$

Tendrá un valor de:

$$s_t = 0.75 a \cdot (1 + \cot(\alpha)) = 8.382 \text{ cm} \leq 60 \text{ cm}$$

Refuerzo longitudinal

$$T_{u3} := T_d \quad f_{yld} := f_{yd}$$

$$A_l := \frac{u_e \cdot T_{u3}}{2 \cdot A_e \cdot f_{yld} \cdot \tan(\theta)} = 2.72 \text{ cm}^2$$

Disposición armadura transversal

La distancia máxima transversal entre ramas de un estribo para corte debe obedecer:

$$s_{trans} \leq 2 \cdot d = 31.4 \text{ cm} \leq 35 \text{ cm}$$

Numero de ramas necesarias para corte:

$$\# \text{ ramas} = \frac{b - 2 \cdot r - \emptyset_H}{2 \cdot d} = 4.586 \approx 5$$

Tomando en cuenta que para torsión solo se considera el aporte de una sola rama cerrada que rodea todo el perímetro debajo del recubrimiento mientras que para corte todas las ramas aportan ya sea que estén en el medio de la sección o en los bordes.

Se suman las dos armaduras de corte y torsión para un único estribo perimetral:

$$\frac{A_v}{5 \cdot s} + \frac{A_t}{s} = 3.394 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Pero de las armaduras en las posiciones D y E se estableció que se sumaran sus cuantías a el estribo H

Acero por unidad de longitud de la posición D

$$A_s = 3.06 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Acero por unidad de longitud de la posición E

$$A_s = 3.06 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Para satisfacer a ambos se elige al mayor, en este caso ambos son la armadura mínima por lo que se tiene un solo valor

Finalmente el área de acero por unidad de longitud será:

$$\left(\frac{A_v}{s} + \frac{A_t}{s}\right) + \frac{A_s}{s} = 3.394 \frac{cm^2}{m} + 3.06 \frac{cm^2}{m} = 6.454 \frac{cm^2}{m}$$

Para obtener el área por estribo se tendrá que multiplicar por el espaciamiento que se desee utilizar, para cumplir con todas las condiciones se elige el espaciamiento más restrictivo de las 3 armaduras:

Corte

$$s_v = 11.775 \text{ cm}$$

Torsión

$$s_t = 8.382 \text{ cm}$$

Momento flector

$$s_s = 30 \text{ cm}$$

El espaciamiento elegido es entonces:

$$s := 8 \text{ cm}$$

Área del estribo:

$$\frac{A_v + A_t + A_s}{s} \cdot s = 0.516 \text{ cm}^2$$

Siendo el diámetro asumido suficiente se tiene la configuración final:

$$e \text{ } \emptyset 10\text{mm c}8 \text{ cm}$$

Faltan aún las ramas internas para el refuerzo de corte, que serán del mismo diámetro que del estribo perimetral dado que el refuerzo de corte siempre es el que más aporta y la variación es mínima

De las 5 ramas se cubrieron ya 2 por lo que quedan:

$$3\text{ramas int } \emptyset 8\text{mm}$$

Disposición armadura longitudinal

$$A_l = 2.72 \text{ cm}^2$$

Esta cuantía se adicionara a las armaduras de las posiciones A y B, cumpliendo con los siguientes requerimientos:

- Espaciamiento máximo entre barras longitudinales: 20 cm
- Repartidas equitativamente en todo el perímetro

3.7.2.9 Armadura posición I

Corte

Se toma el esfuerzo (17 de la sección 3.6.3.6

$$V_d := 78 \text{ kN}$$

Geometría de la sección de cálculo

$$b := 1.5 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Recubrimiento elegido de 2.5 cm

$$r := 2.5 \text{ cm}$$

Canto útil del refuerzo principal a flexión de la sección en estudio es la armadura en F

Donde el diámetro de A es:

$$\varnothing_A := 16 \text{ mm} \quad \varnothing_F := 16 \text{ mm}$$

Para el estribo se asumió un diámetro de:

$$\varnothing_I := 6 \text{ mm}$$

Por lo tanto:

$$d := t - r - \max(\varnothing_A, \varnothing_I) - 0.5 \cdot \varnothing_F = 15.1 \text{ cm}$$

Esfuerzo cortante de agotamiento por compresión oblicua en el alma

$$k := 1 \quad f_{lcd} := 0.6 f_{cd}$$

$$V_{ul} := f_{lcd} \cdot b \cdot d \cdot k \cdot \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha)}{1 + \cot(\theta)^2} = 951.3 \text{ kN}$$

La sección resiste

$$V_{rd} \leq V_{ul}$$

Contribución del hormigón a la resistencia del cortante

Coefficientes:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 2.151 \leq 2 \quad \sigma'_{cd} := 0 \frac{N}{mm^2} \quad f_{cv} := f_{ck} = 21 \text{ MPa} \quad \beta = 1$$

Tomando el área de refuerzo a flexión de la armadura F para determinar su cuantía:

$$A_s := 19.667 \text{ cm}^2$$

$$\rho_t = \frac{A_s}{d \cdot b} = 0.0087 \leq 0.02$$

Finalmente

$$V_{cu} = \left(\frac{0.15}{\gamma_c} \xi \cdot (100 \cdot \rho_t \cdot f_{cv})^{\frac{1}{3}} + 0.15 \sigma'_{cd} \right) \beta \cdot b \cdot d = 119.232 \text{ kN}$$

Pero V_{cu} no será menor a:

$$V_{cu} = \left(\frac{0.075}{\gamma_c} \xi^{\frac{3}{2}} \cdot f_{cv}^{\frac{1}{2}} + 0.15 \sigma'_{cd} \right) b \cdot d = 146.789 \text{ kN}$$

La sección no requiere armadura a corte

$$V_{cu} > V_d$$

Torsión

Se toma el esfuerzo (22 de la sección 3.6.3.6

$$T_d := 28.91 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Para el estribo se asumió un diámetro de:

$$\varnothing_I := 6 \text{ mm}$$

Calculando los datos geométricos:

$$A := b \cdot h = 0.3 \text{ m}^2 \quad u := 2 \cdot (b + h) = 3.4 \text{ m} \quad c := r + \varnothing_I = 3.1 \text{ cm}$$

Sección de cálculo

$$\frac{A}{u} = 8.824 \text{ cm} \quad 2 \cdot c = 6.2 \text{ cm}$$

$$h_e \leq 8.824 \text{ cm} \geq 6.2 \text{ cm}$$

Máximo momento torsor que pueden resistir las bielas comprimidas de hormigón

$$\alpha := 0.6 \quad K := 1 \quad \theta := 45 \text{ deg} \quad f_{lcd} := 0.6 \cdot f_{cd} = 8.4 \text{ MPa}$$

$$A_e := (b - h_e) \cdot (h - h_e) = 0.158 \text{ m}^2$$

$$T_{u1} := 2 K \cdot \alpha f_{1cd} \cdot A_e \cdot h_e \cdot \frac{\cot(\theta)}{1 + \cot(\theta)^2} = 70.168 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

La sección cumple no se requiere cambiar las dimensiones

$$T_d \leq T_{u1}$$

Refuerzo transversal por unidad de longitud

$$T_{u2} := T_d \quad f_{ytd} := f_{yd}$$

$$\frac{A_t}{s_t} = \frac{T_{u2}}{2 \cdot A_e \cdot f_{ytd} \cdot \cot(\theta)} = 2.508 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Verificación de compresiones excesivas por torsión y corte

$$\beta := 2 \cdot \left(1 - \frac{h_e}{b}\right) = 1.882$$

$$\left(\frac{T_d}{T_{u1}}\right)^\beta + \left(\frac{V_{rd}}{V_{u1}}\right)^\beta = 0.197 \leq 1$$

Espaciamiento máximo

$$u_e := ((b - h_e) + (h - h_e)) \cdot 2 = 3.047 \text{ m}$$

$$a := (h - h_e) = 0.112 \text{ m}$$

Espaciamiento máximo bajo la condición:

$$\frac{T_{u1}}{5} < T_d \leq \frac{2 T_{u1}}{3}$$

Tendrá un valor de:

$$s_t = 0.6 a \cdot (1 + \cot(\alpha)) = 6.706 \text{ cm} \leq 45 \text{ cm}$$

Refuerzo longitudinal

$$T_{u3} := T_d \quad f_{yld} := f_{yd}$$

$$A_1 := \frac{u_e \cdot T_{u3}}{2 \cdot A_e \cdot f_{yld} \cdot \tan(\theta)} = 7.643 \text{ cm}^2$$

Disposición armadura transversal

Solo se tiene la armadura de torsión:

Tomando en cuenta que para un estribo en torsión solo se tiene una pierna

$$\frac{A_v}{s} = 0 \qquad 0.5 \cdot \frac{A_v}{s} + \frac{A_t}{s} = 2.508 \frac{cm^2}{m}$$

Para obtener el área por estribo se tendrá que multiplicar por el espaciamiento que se desea utilizar, dado que solo se tiene armadura a torsión se toma el espaciamiento máximo de esta como base para elegir el espaciamiento que se desea:

Torsión

$$s_t = 6.706 \text{ cm}$$

El espaciamiento elegido es entonces:

$$s = 6.5 \text{ cm}$$

Área del estribo:

$$\frac{A_v + A_t}{s} \cdot s = 0.163 \text{ cm}^2$$

Dado que el diámetro asumido es suficiente y no se tienen ramas internas la configuración final es:

$$e \text{ } \emptyset 6\text{mm c}6.5 \text{ cm}$$

Disposición armadura longitudinal

$$A_l = 7.643 \text{ cm}^2$$

Esta cuantía se adicionara a las armaduras de las posiciones F y G, cumpliendo con los siguientes requerimientos:

- Espaciamiento máximo entre barras longitudinales: 20 cm
- Repartidas equitativamente en todo el perímetro

3.8 Iteración de variables

De lo analizado en el punto 3.1 se tienen 4 variables independientes, de las cuales basado en los criterios arquitectónicos y limitaciones establecidos en normativas de construcción civil, se eligieron los siguientes valores para un barrido que entregue resultados representativos respecto del comportamiento de la escalera.

Altura: 2.5 m – 2.8 m – 3.2 m – 3.5 m.

Ancho: 60 cm – 80 cm – 90 cm – 110 cm – 120 cm – 150 cm -180 cm

Ojo: $20 \text{ cm} - 0.5 * (0.2 + b) - b$

Espesor: $10 \text{ cm} - 15 \text{ cm} - 20 \text{ cm} - 25 \text{ cm} - 30 \text{ cm}$

Por lo tanto matemáticamente se tienen 420 posibles combinaciones de cálculo, que serán el número de iteraciones a realizar para el presente trabajo de investigación además del cálculo de la armadura de cada una de las combinaciones mencionadas.

CAPÍTULO IV
ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Análisis de los esfuerzos

De las 420 iteraciones se recopilaron todos los esfuerzos de la escalera en (ver Anexo A.- Tabla de esfuerzos internos”) de los cuales los momentos torsores en el tramo y el descanso serán el enfoque del estudio.

4.1.1 Momentos torsores en el tramo

De la tabla se pueden agrupar los esfuerzos en 4 grupos según el desnivel que cubren (H): 2.5 m, 2.8 m, 3.2 m y 3.5m

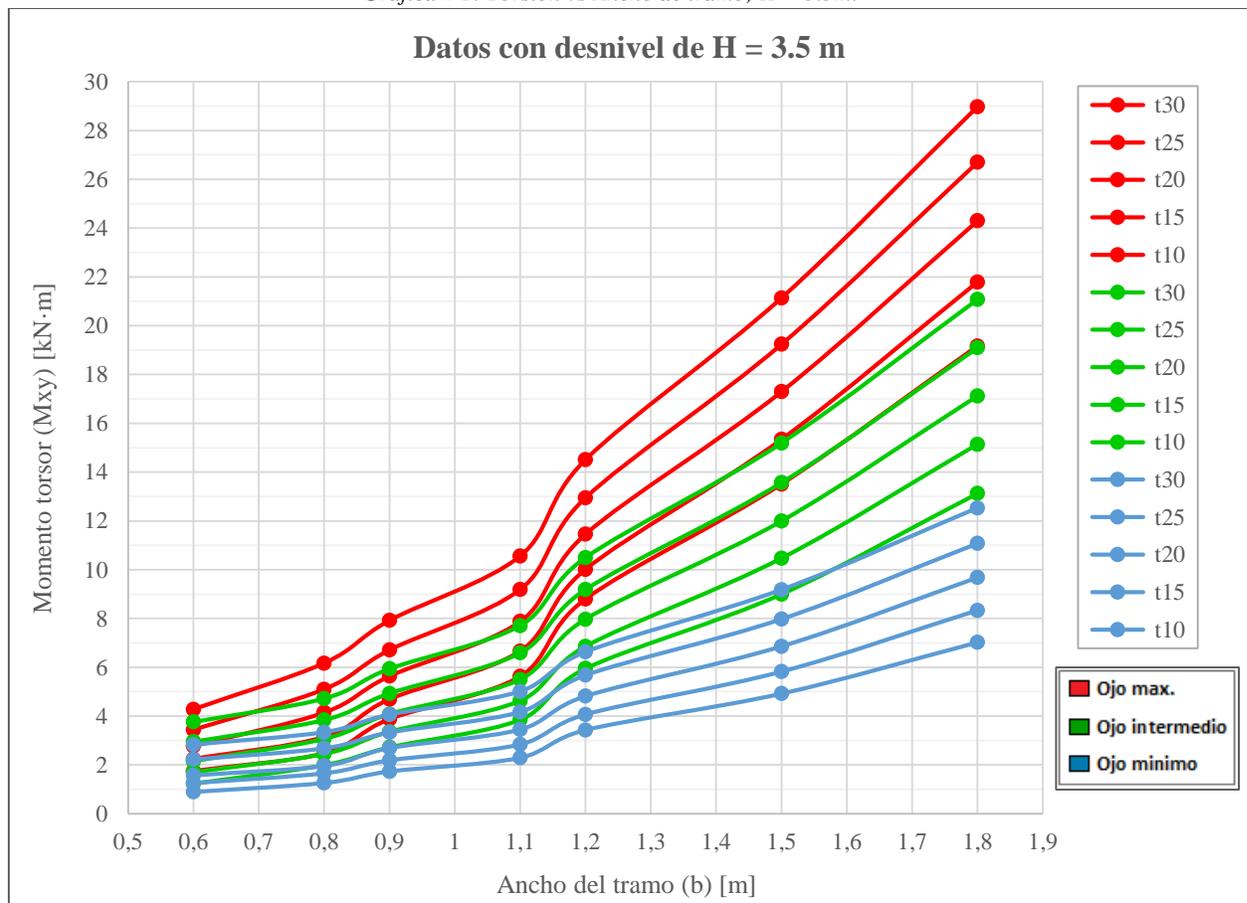
En donde para la estructura de la gráfica se disponen los datos de la siguiente forma:

Eje X: ancho del tramo (b): 0.6m, 0.8m, 0.9 m, 1.1 m, 1.2 m, 1.5 m y 1.8 m.

Eje Y: valor en [kN*m] de los momentos torsores (M_{xy})

Tomando para el análisis el desnivel máximo

Grafica # 1: Torsión vs Ancho de tramo; H = 3.5m.



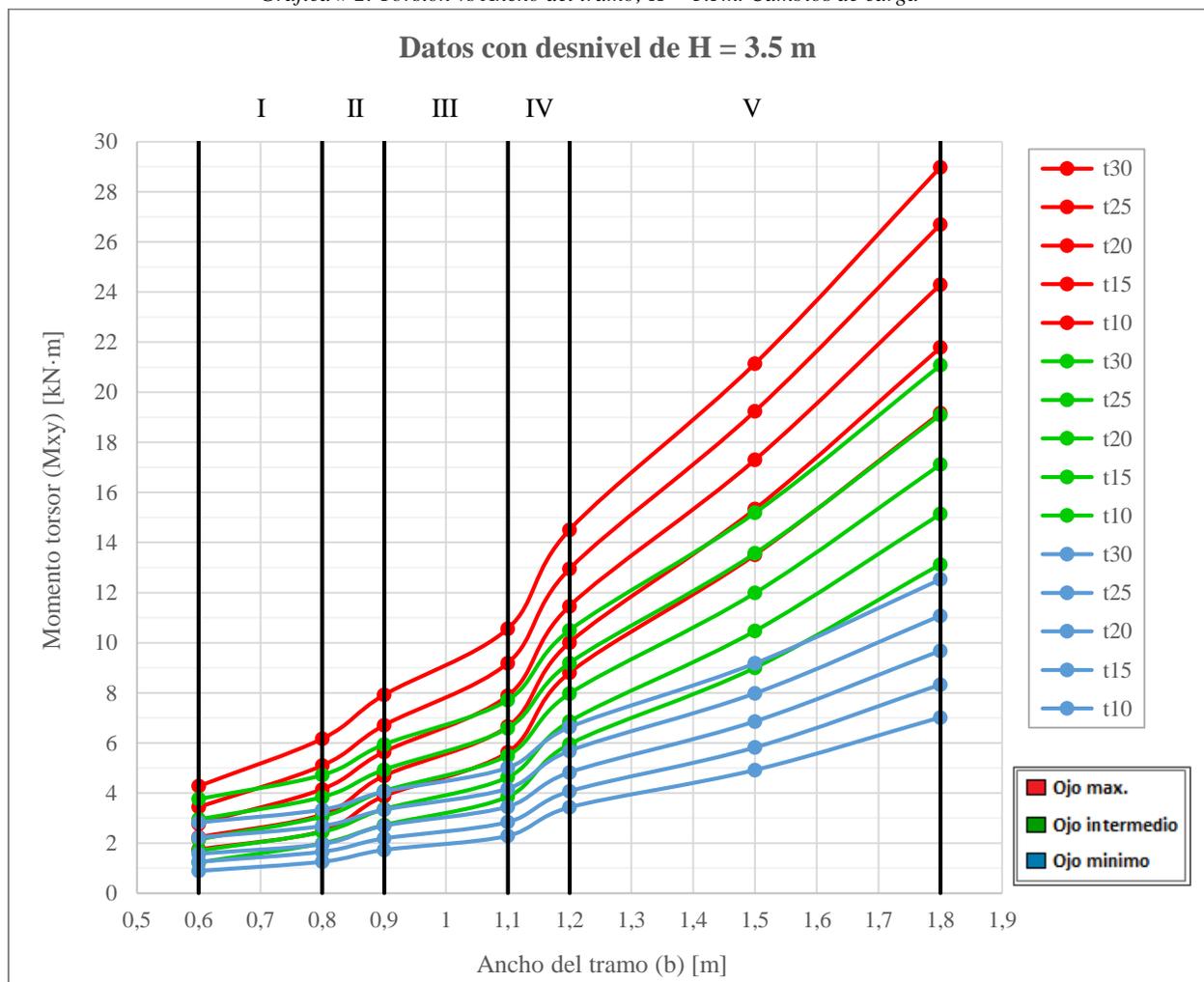
Fuente: Elaboración propia

En la gráfica se dispuso:

- En color azul los momentos utilizando el ancho mínimo para el ojo: $a = 0.2$ m. A su vez en orden ascendente se tienen las 5 variaciones del espesor de la losa
- En color verde los momentos utilizando el ancho intermedio para el ojo es decir: $a = 0.5 \cdot (0.2 \text{ m} + b)$. De igual forma en orden ascendente se tienen las variaciones del espesor de la losa
- En color rojo los momentos utilizando el máximo ancho asumido para el ojo es decir un ancho igual al del tramo: $a = b$. Igual a los anteriores se tiene de forma ascendente la variación del espesor de la losa.

Utilizando líneas auxiliares para dividir en zonas.

Grafica # 2: Torsión vs Ancho del tramo; $H = 3.5$ m. Cambios de carga



Fuente: Elaboración propia

Las zonas solo muestran la influencia de la carga en los esfuerzos, un resultado previsible por lo que no es de gran importancia.

I: Carga viva de 2 kN/m^2

II: Salto por cambio de carga, no representativo al comportamiento de la escalera

III: Carga viva de 3.5 kN/m^2

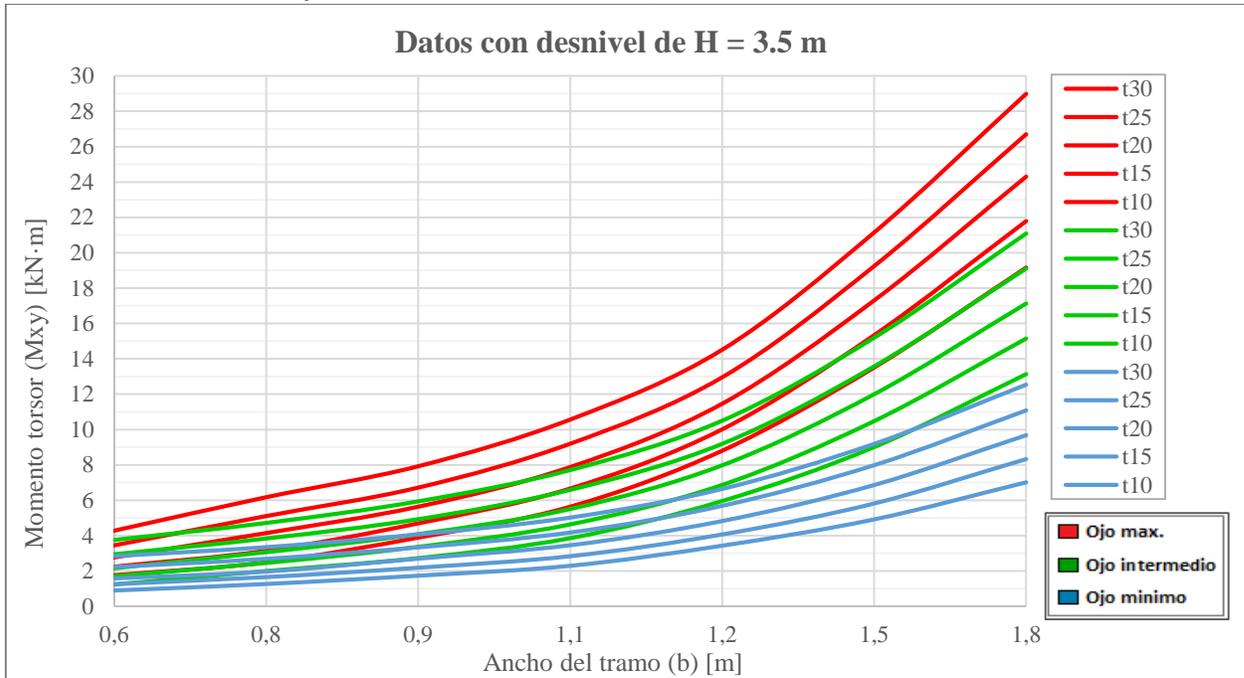
IV: Salto por cambio de carga, no representativo al comportamiento de la escalera

V: Carga viva de 5 kN/m^2

En las zonas I, III y V los puntos de los esfuerzos forman líneas prácticamente rectas con una pendiente positiva en cada zona y para cada trazado de datos, de lo cual se puede deducir que cuando la carga es constante el incremento del ancho del tramo incrementa el valor de los momentos torsores linealmente.

Analizando la influencia del espesor de la losa en el incremento de los momentos torsores, se puede tomar dos líneas de datos de un mismo grupo como ser t10 y t15 cuando el ojo tiene el ancho mínimo (líneas en azul) se puede apreciar como en las zonas I, III y V se tiene una diferencia para t15 respecto a t10 un salto entre ambas líneas muy pequeño, este efecto podría provenir del ligero incremento del peso propio de la estructura al crecer el espesor (t) en 5 cm. En las zonas II y IV el efecto del cambio brusco de la carga distorsiona las líneas cruzándolas e insinuando un comportamiento inusual en los esfuerzos. Este salto en los datos no es real sino simplemente producto del trazado de la gráfica, por lo que para reducir este efecto y apreciar los datos en su totalidad de manera más limpia se disponen en el eje "X" solo los valores del ancho (b) utilizados, con un espaciamiento fijo, con lo cual se suaviza la gráfica:

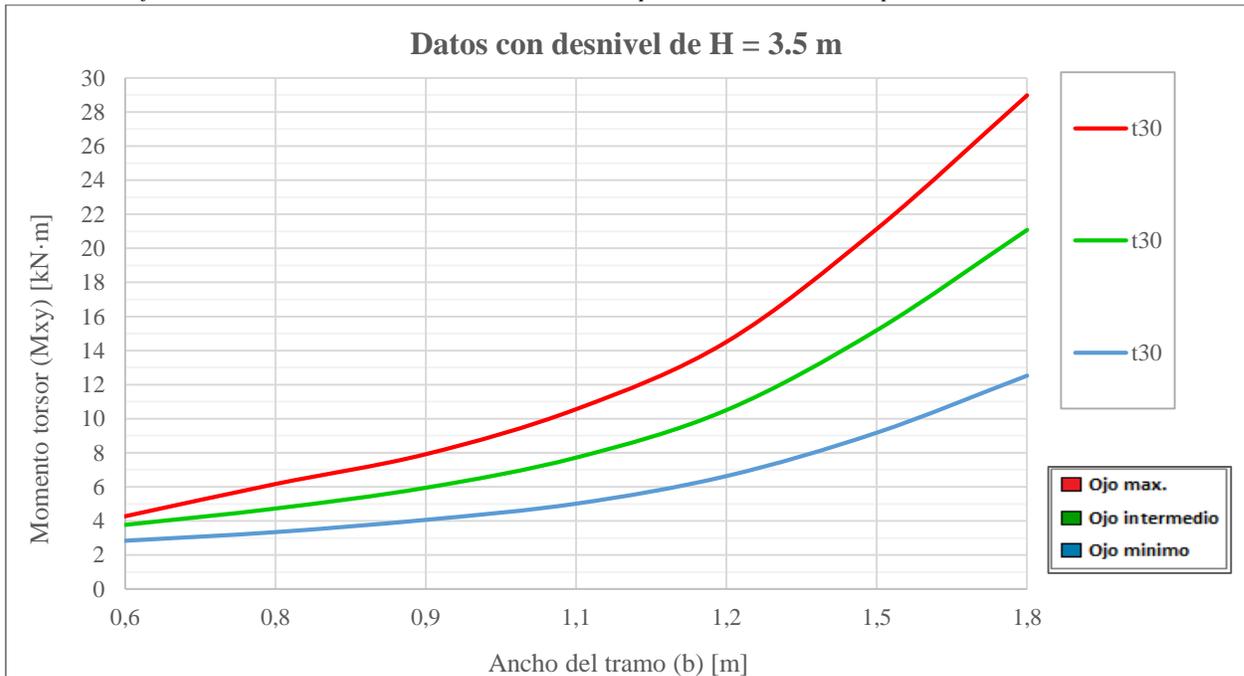
Grafica # 3: Torsión vs Ancho de tramo; $H = 3.5m$. Líneas suavizadas



Fuente: Elaboración propia

Finalmente se analiza la influencia del ancho del ojo en los esfuerzos, comparando las líneas de datos entre grupos, tomando por ejemplo el espesor $t30$ de cada uno:

Grafica # 4: Torsión vs Ancho de tramo; $H=3.5m$. Comparación entre un solo espesor de losa $t = 30 cm$



Fuente: Elaboración propia

Nótese que todos los datos de la escalera en estas 3 series de resultados, tienen cargas y geometrías idénticas excepto por el ancho del ojo

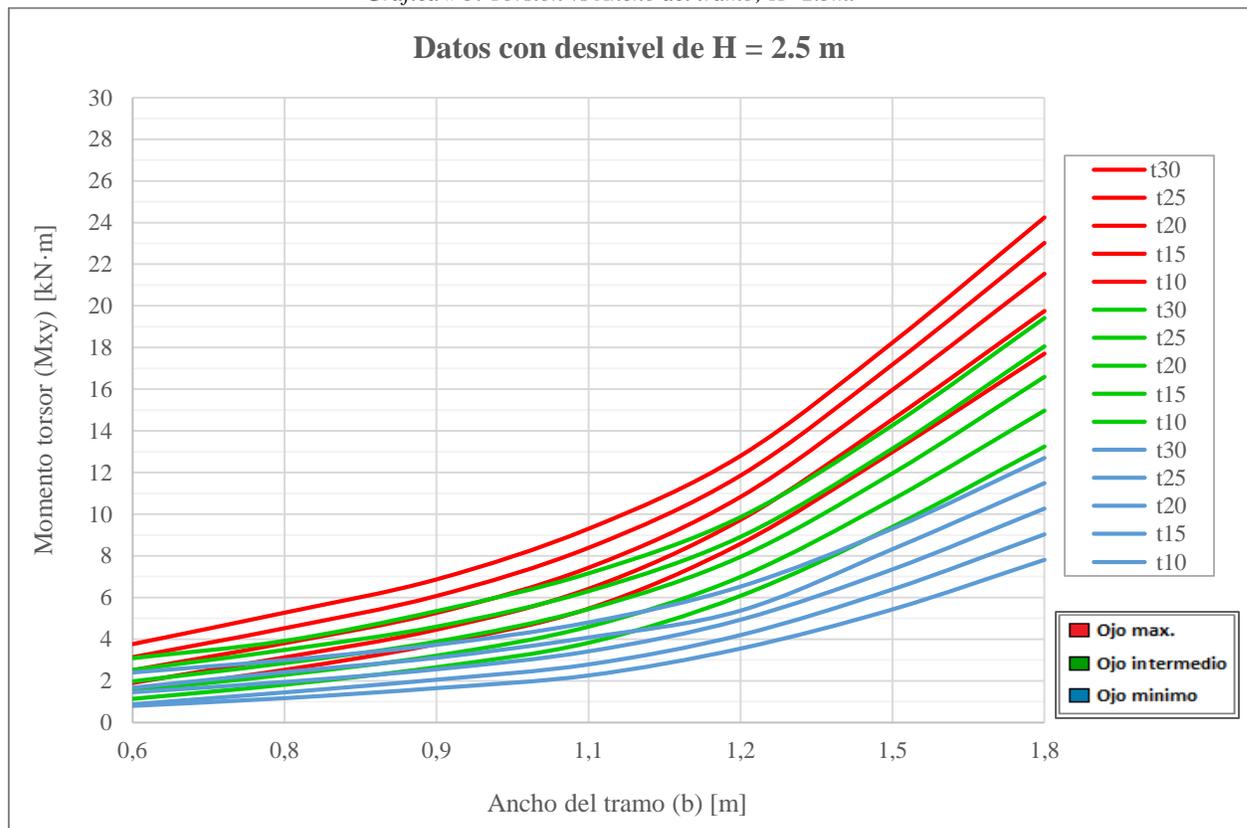
De la gráfica se puede apreciar que desde el inicio hasta el final se tienen variaciones significativas respecto al valor y a su comportamiento.

Si se analiza por ejemplo la zona V (desde 1.2m hasta 1.8m) desde el primer punto en 1.2 m se tiene un salto constante entre las 3 series por lo que el incremento del ojo proporciona un incremento directo al momento torsor de cada serie. Como ya se tiene en claro el valor de los momentos torsores crece, en cuanto se incrementa el ancho del tramo (es decir en 1.5m y en 1.8m) de forma lineal y con pendiente constante, comparando las 3 series se observa que al aumentar el ancho del ojo también se aumenta la pendiente de la recta.

Por lo tanto el ancho del ojo produce variaciones tanto en el valor como en el comportamiento del esfuerzo.

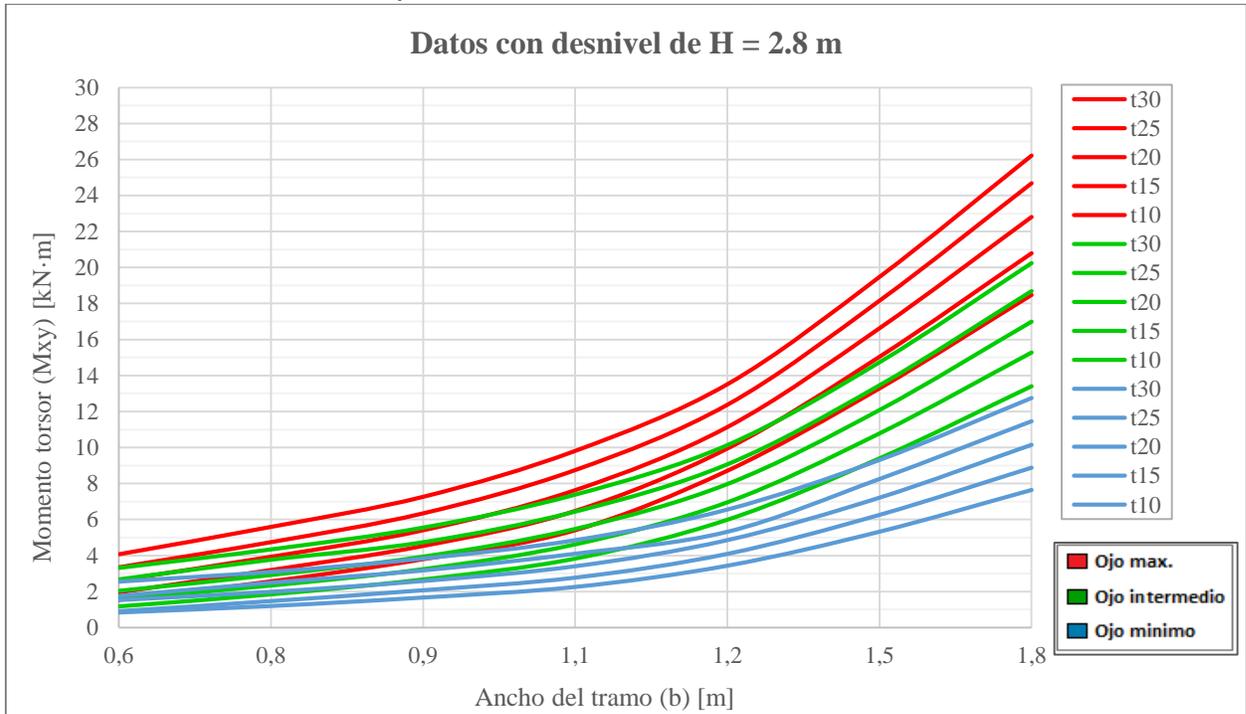
De los otros 3 grupos restantes respecto al desnivel (H) se tienen los datos para 2.5m, 2.8m y 3.5m donde al graficarlos se observa el mismo patrón en las distribuciones:

Grafica # 5: Torsión vs Ancho del tramo; H=2.5m.



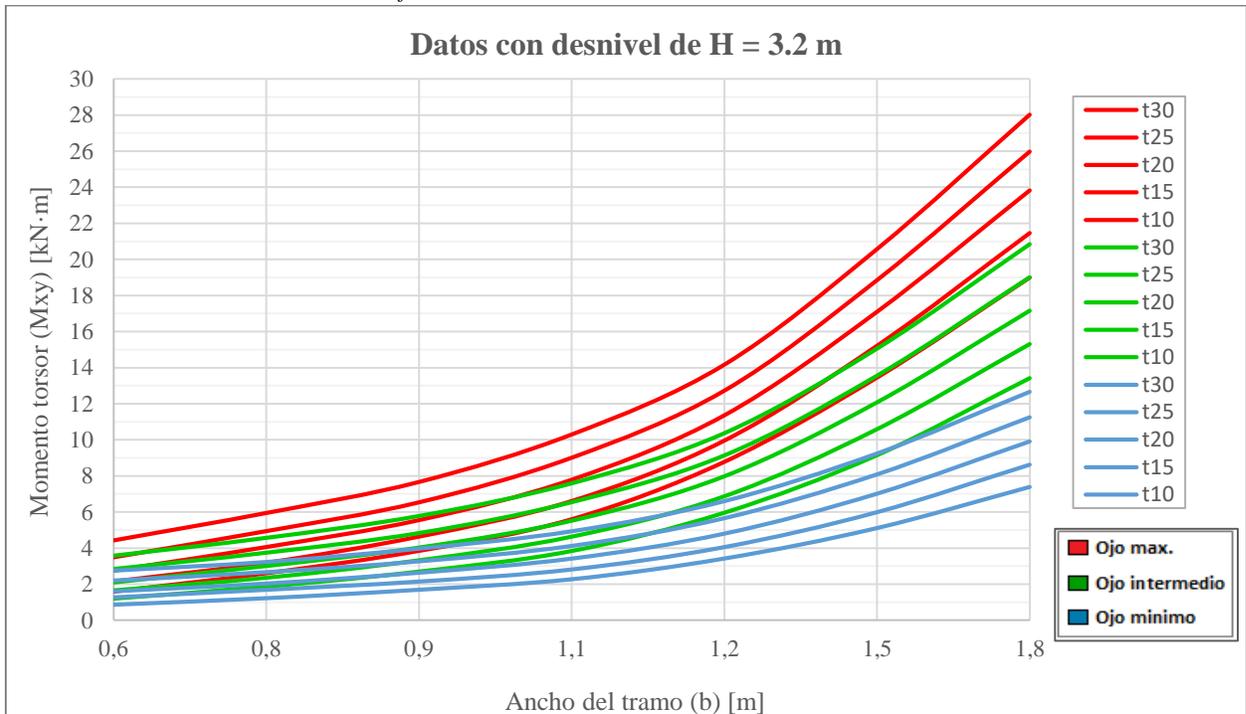
Fuente: Elaboración propia

Grafica # 6: Torsión vs Ancho del tramo; H=2.8m.



Fuente: Elaboración propia

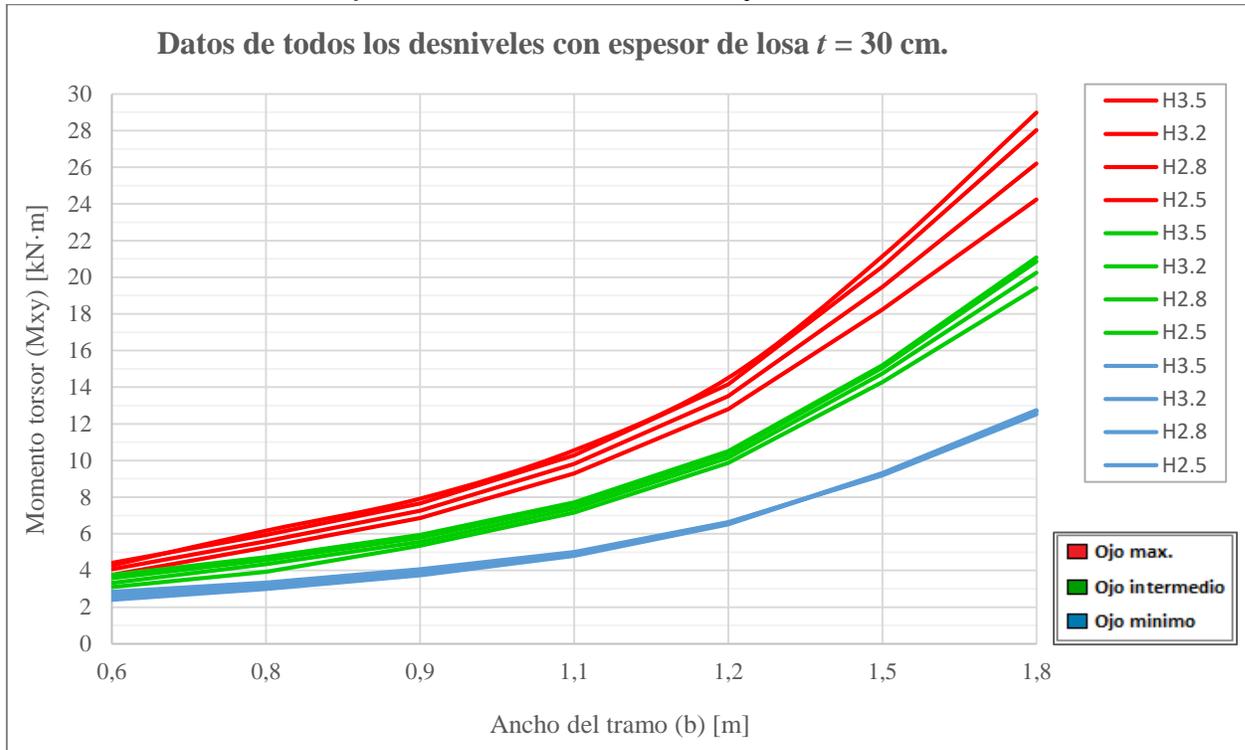
Grafica # 7: Torsión vs Ancho del tramo; H=3.2m.



Fuente: Elaboración propia

Comparando los momentos torsores de un mismo espesor entre los 4 desniveles se tiene la siguiente gráfica:

Grafica # 8: Torsión vs Ancho del tramo; Espesor $t = 30$ cm



Fuente: Elaboración propia

De igual forma que en las anteriores graficas los grupos de colores indican el ancho del ojo donde:

- En color azul el ancho mínimo
- En color verde el ancho intermedio
- En color rojo el ancho máximo

Para el ancho mínimo de la escalera se utilizó el valor constante de 20 cm (grupo azul) y como la gráfica muestra la variación de la altura de la escalera apenas produce un incremento en los momentos, pero para el ancho intermedio y el ancho máximo del ojo (grupos verde y rojo) el ojo dependía directamente del ancho del tramo por lo cual la dimensión del ojo no fue constante, al cambiar el ojo la minúscula variación de los momentos al incrementar la altura se distorsiono produciendo la serie de trazos separados (grupos verde y rojo)

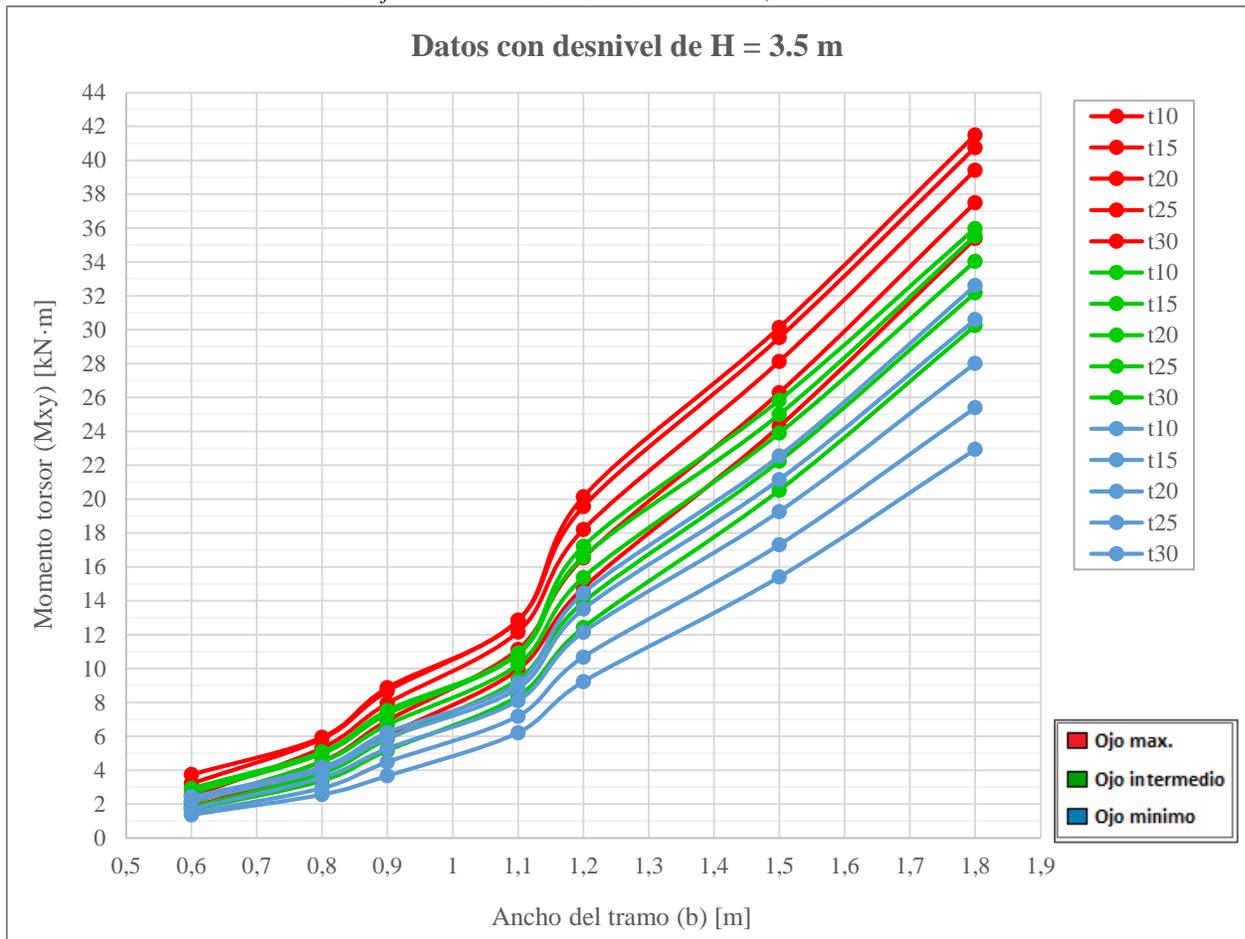
Los esfuerzos para los otros 4 espesores son exactamente iguales en su comportamiento de lo cual se puede concluir que la altura de la escalera tiene muy poca influencia en la torsión del tramo.

4.1.2 Momentos torsores en el descanso

Al igual que en los momentos del tramo se agrupan los momentos del descanso en 4 grupos según el desnivel que cubren (H): 2.5 m, 2.8 m, 3.2 m y 3.5m

Tomando para el análisis el desnivel máximo

Grafica # 9: Torsión vs Ancho del descanso; H = 3.5m



Fuente: Elaboración propia

Las líneas de datos se disponen por colores de igual manera:

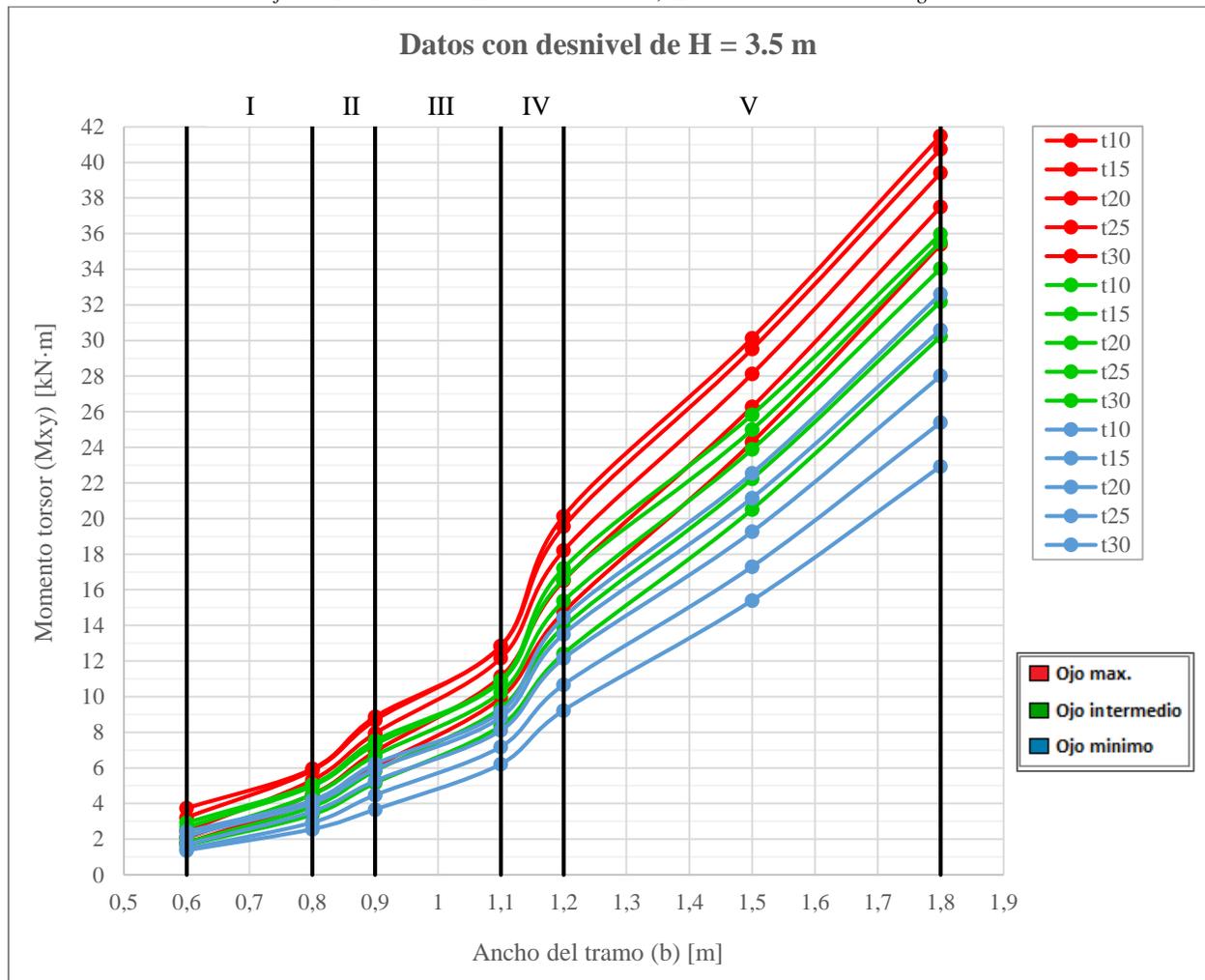
- En color azul los momentos utilizando el ancho mínimo para el ojo: $a = 0.2$ m. A su vez en orden descendente se tienen las 5 variaciones del espesor de la losa

- En color verde los momentos utilizando el ancho intermedio para el ojo es decir: $a = 0.5 \cdot (0.2 \text{ m} + b)$. De igual forma en orden descendente se tienen las variaciones del espesor de la losa
- En color rojo los momentos utilizando el máximo ancho asumido para el ojo es decir un ancho igual al del tramo: $a = b$. Igual a los anteriores se tiene de forma descendente la variación del espesor de la losa.

A diferencia de lo que ocurría en los tramos en el descanso se tiene que a menor espesor de la losa, mayores son los momentos torsores.

De igual forma se tienen saltos en el grafico debido al cambio de la carga viva respecto al ancho del tramo:

Grafica # 10: Torsión vs Ancho del descanso; $H = 3.5 \text{ m}$. Cambios de carga



Fuente: Elaboración propia

I: Carga viva de 2 kN/m²

II: Salto por cambio de carga, no representativo al comportamiento de la escalera

III: Carga viva de 3.5 kN/m²

IV: Salto por cambio de carga, no representativo al comportamiento de la escalera

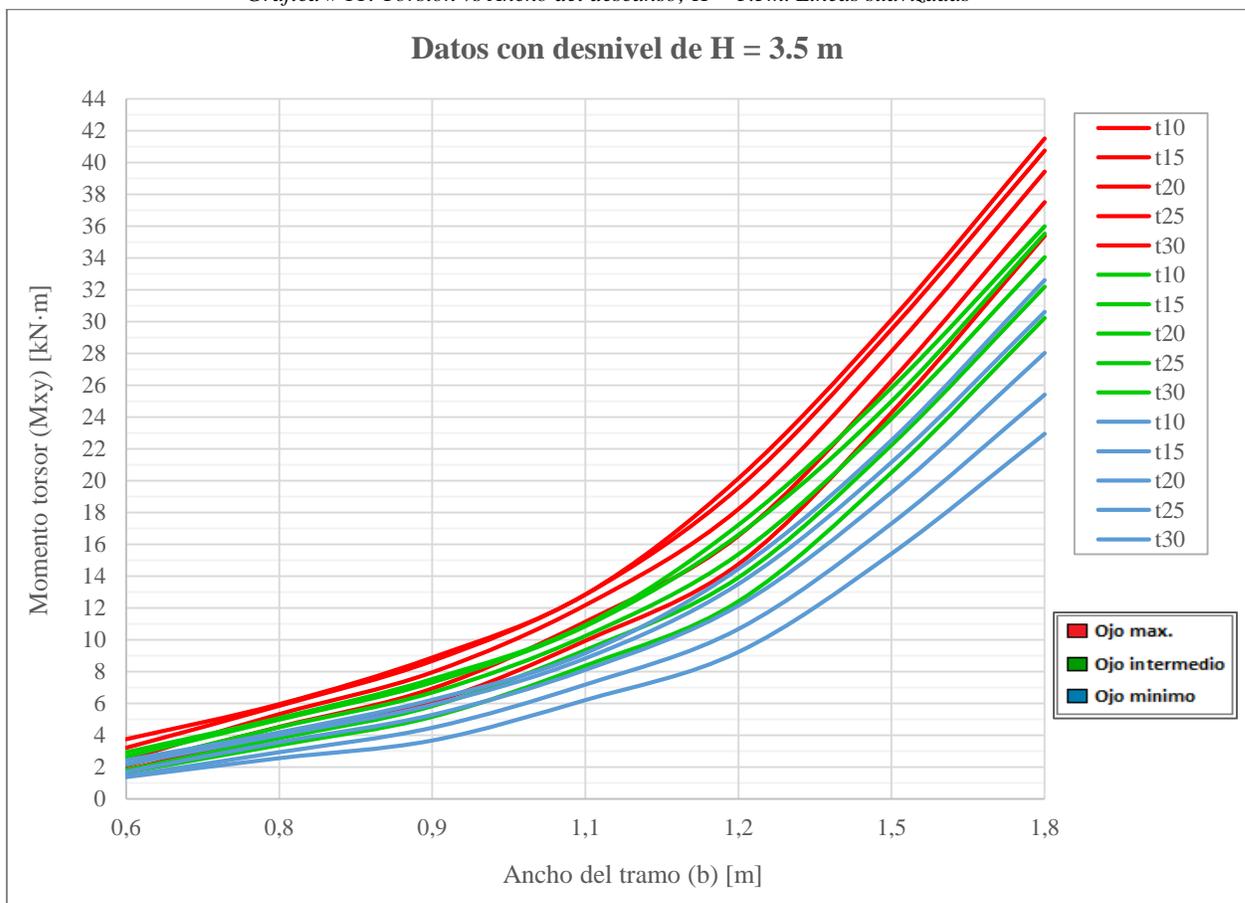
V: Carga viva de 5 kN/m²

De igual forma que en los tramos, en el descanso en las zonas I, III y V los momentos se incrementan linealmente con una pendiente uniforme, según se incrementa el ancho del descanso que para una escalera común es igual al ancho del tramo.

La diferencia principal entre el descanso y el tramo respecto al comportamiento de los momentos torsores es que en el descanso la pendiente en una línea de datos apenas aumenta respecto al incremento del ojo, es decir no se ve afectada en el mismo grado que en el tramo.

Estilizando la gráfica para eliminar los saltos por cambio de carga viva:

Grafica # 11: Torsión vs Ancho del descanso; H = 3.5m. Líneas suavizadas

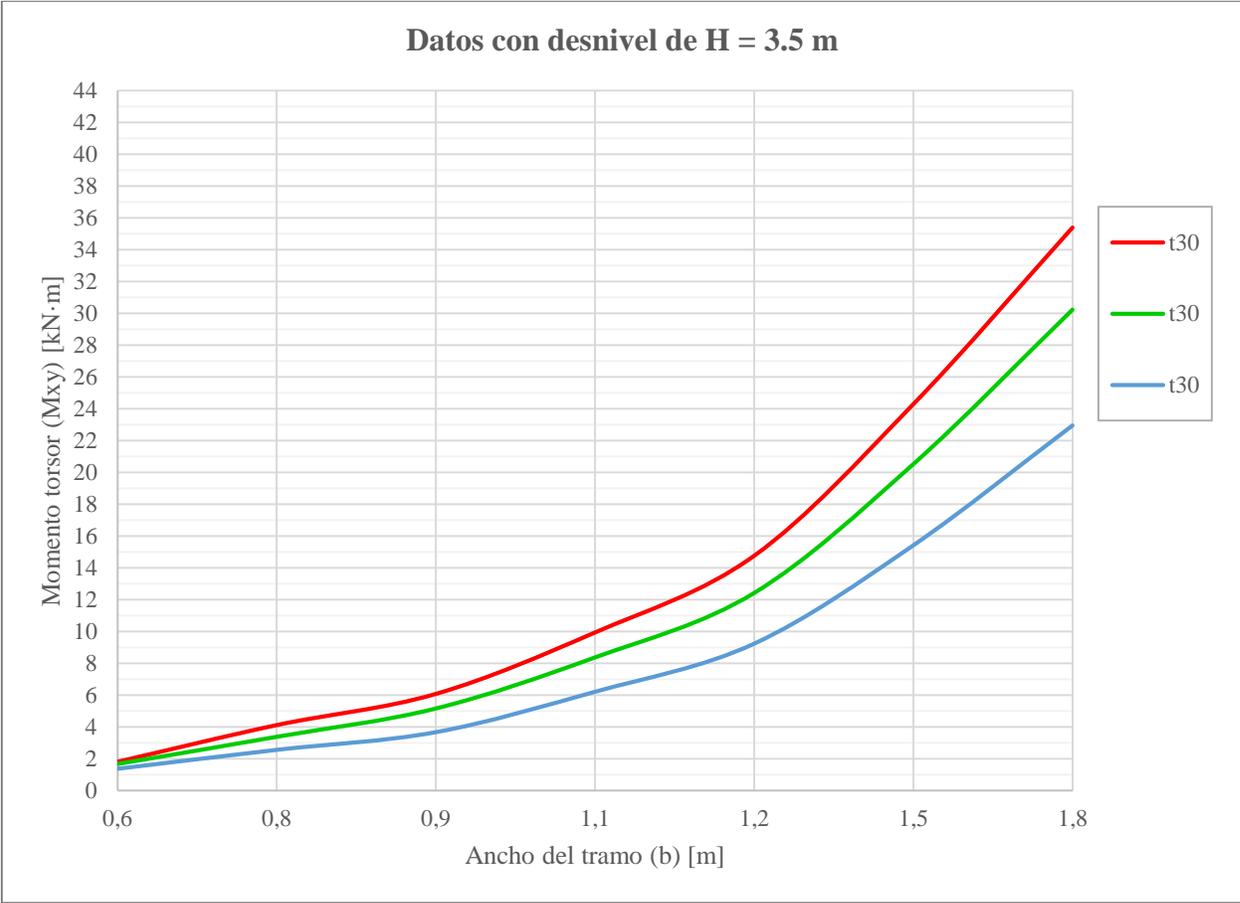


Fuente: Elaboración propia

A diferencia de los momentos en el tramo, en el descanso los trazos no se dispersan sino que se mantienen en un mismo grupo, la zona intermedia casi no tiene su propio espacio sino que se traspone con el grupo del ancho mínimo y el máximo, lo que indica una concentración de esfuerzos en el descanso. Donde se presenta un pico alto de torsión en comparación a los tramos donde el momento torsor se reparte en toda la pieza.

Comparando las líneas de datos entre grupos tomando el espesor t30 como ejemplo:

Grafica # 12: Torsión vs Ancho del descanso; H = 3.5m. Comparacion entre un solo espesor t = 30cm

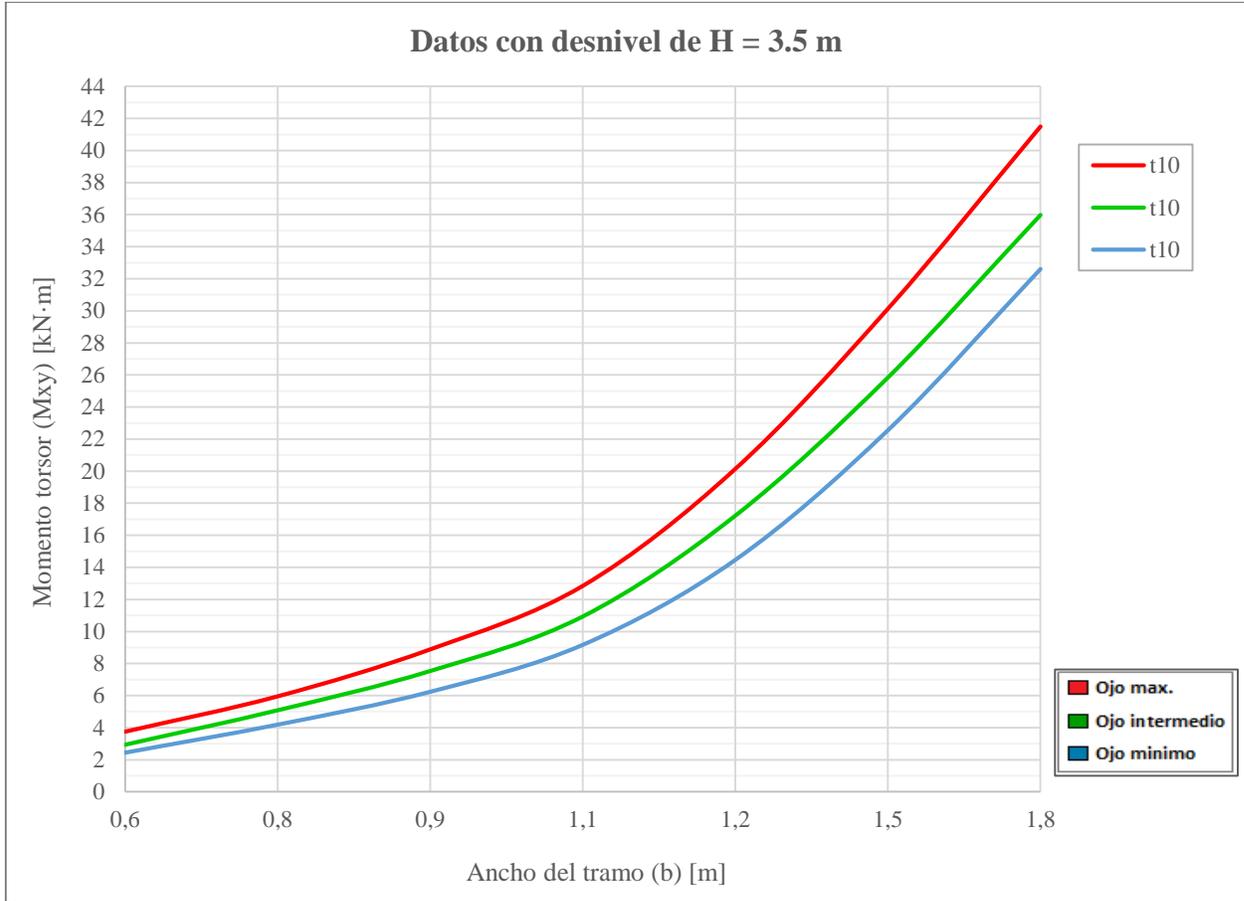


Fuente: Elaboración propia

La separación de las líneas de datos es menor y se puede apreciar con claridad en la zona V (de 1.2m a 1.8m) que el cambio de pendiente entre el trazo con el ojo mínimo y el ojo máximo es muy leve.

Analizando el espesor con mayores valores el t10:

Grafica # 13: Torsión vs Ancho del descanso; $H = 3.5m$. Comparación entre un solo espesor $t = 10cm$

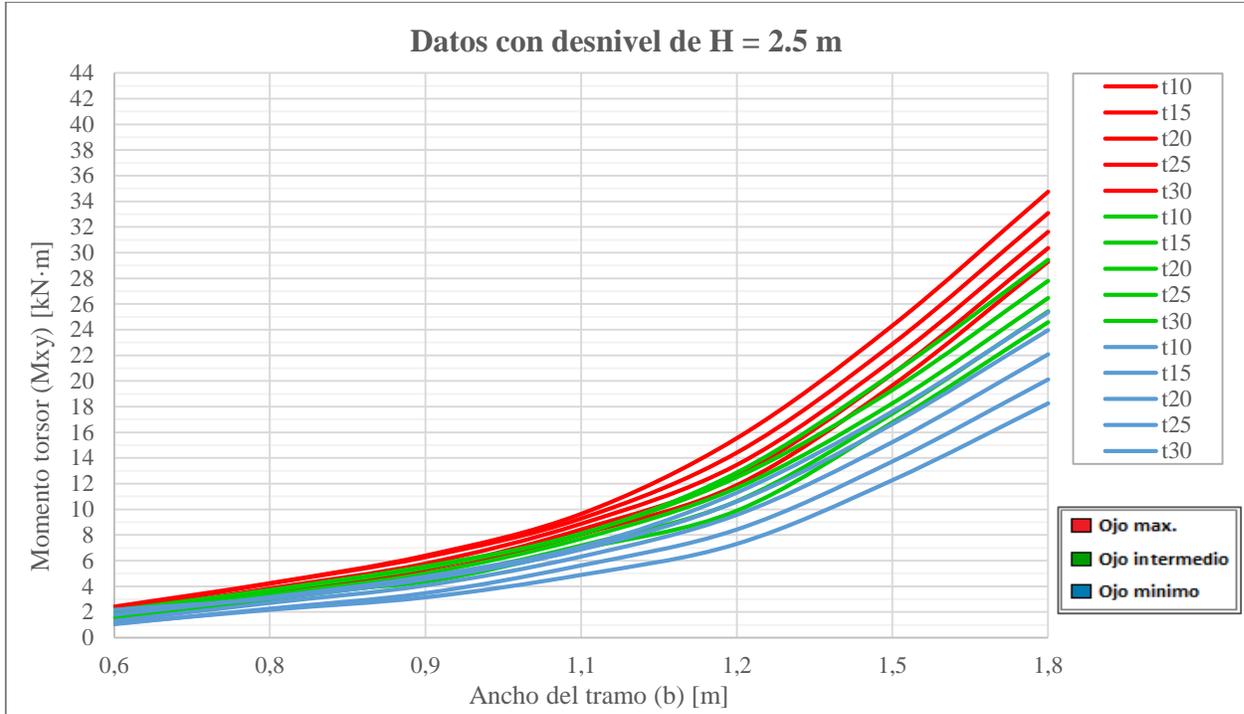


Fuente: Elaboración propia

La separación entre líneas es de igual forma muy reducida por lo cual se determina que el ancho del ojo aunque incrementa los momentos en el descanso no tiene la misma importancia que en el descanso o mejor dicho hay otra variable más influyente en el valor de la torsión y es el ancho del tramo/descanso

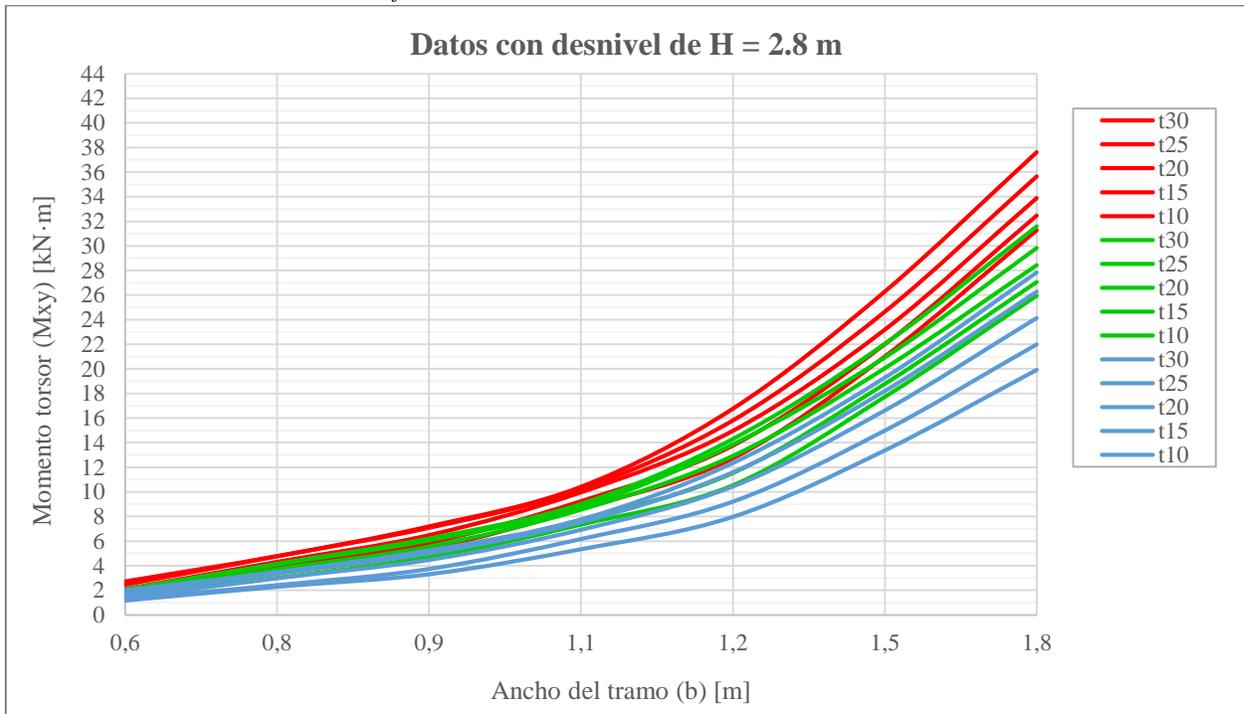
De los otros 3 grupos restantes respecto al desnivel (H) se tienen los datos para 2.5m, 2.8m y 3.5m donde al graficarlos se observa el mismo patrón en las distribuciones:

Grafica # 14: Torsión vs Ancho del descanso; $H = 2.5m$



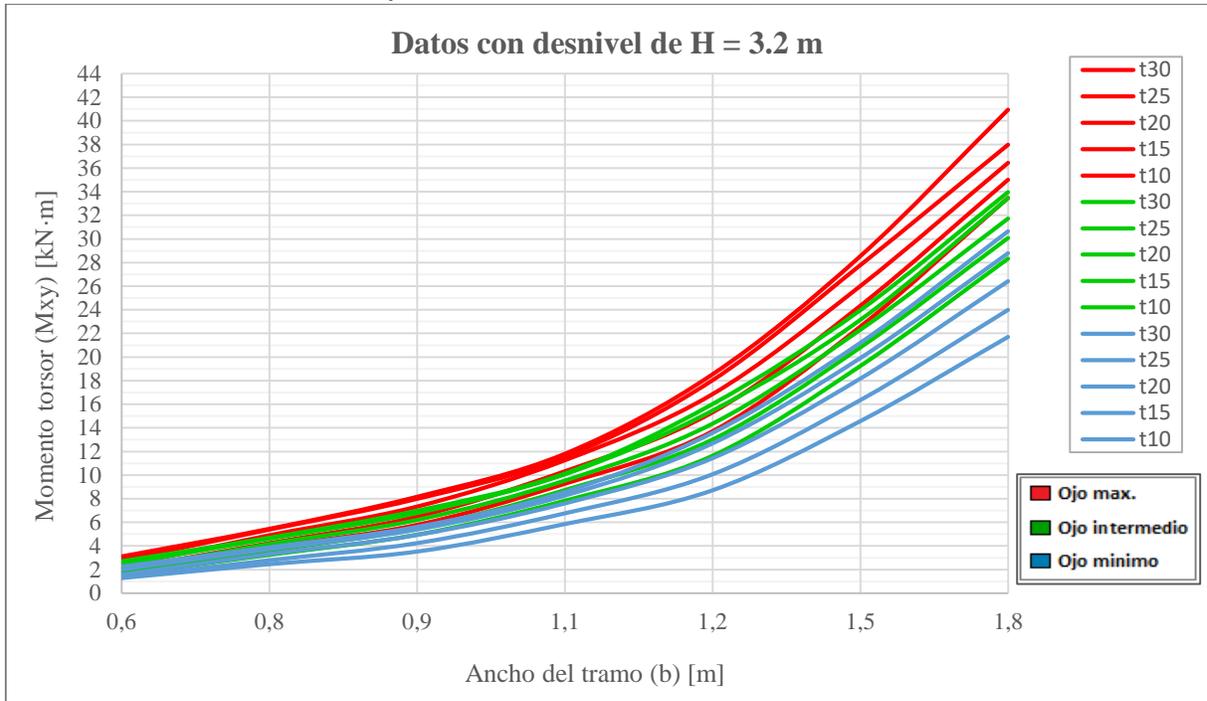
Fuente: Elaboración propia

Grafica # 15: Torsión vs Ancho del tramo; $H=2.8m$.



Fuente: Elaboración propia

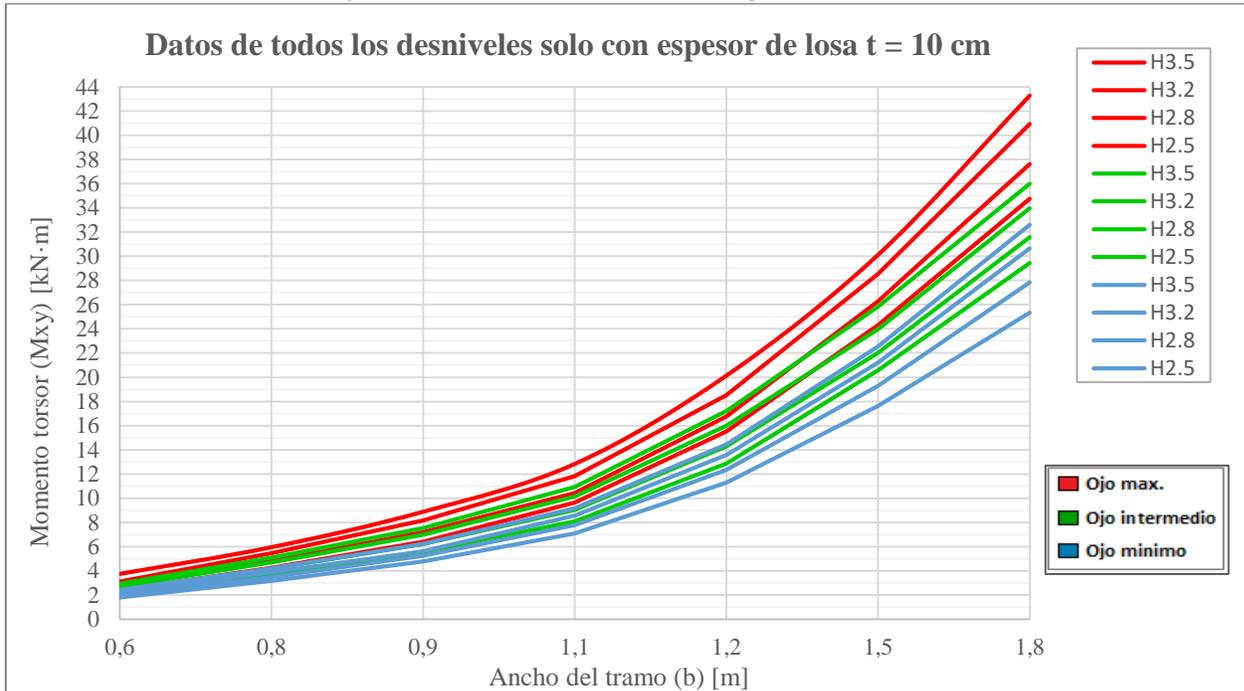
Grafica # 16: Torsión vs Ancho del tramo; H=3.2 m.



Fuente: Elaboración propia

Comparando los momentos torsores de un mismo espesor entre los 4 desniveles se tiene la siguiente gráfica:

Grafica # 17: Torsión vs Ancho del tramo; Espesor t = 10 cm



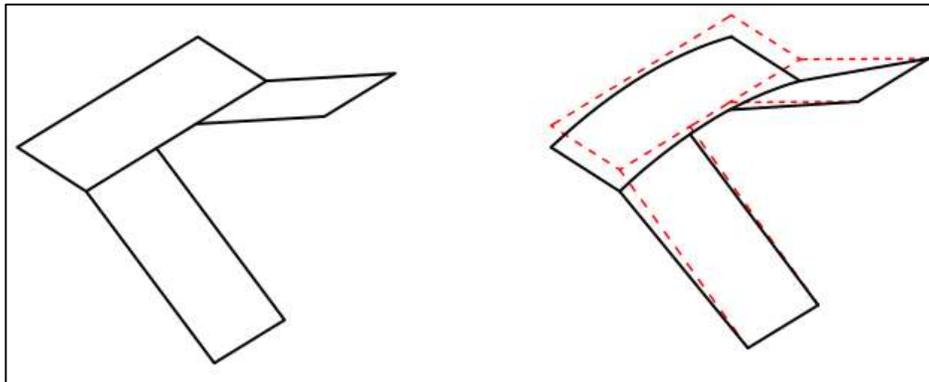
Fuente: Elaboración propia

En comparación de los momentos en el tramo, la altura de la escalera si influye en el valor de los momentos torsores en el descanso. Al incrementar la altura del desnivel siendo la pendiente fija se incrementa el largo del tramo.

4.1.3 Comportamiento de la estructura

De todo el análisis anterior se puede describir el comportamiento de la escalera, la estructura se deforma se la siguiente manera:

Figura # 75: Deformación de la escalera

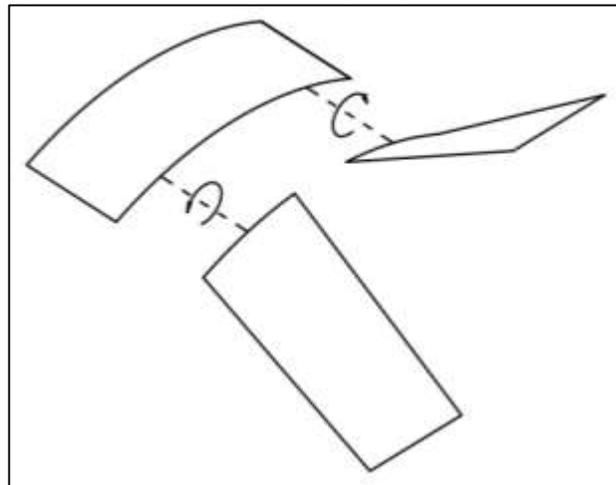


Fuente: Elaboración propia

Donde los tramos se flexionan como si estuvieran en voladizo respecto del apoyo y el descanso se flexiona en arco.

Los momentos torsores en los tramos se producen debido a la deflexión del descanso:

Figura # 76: Torsión en los tramos por deformación del descanso



Fuente: Elaboración propia

Mientras que los momentos torsores en el descanso se producen por la interacción de los tramos donde el inferior empuja hacia arriba y el superior hacia abajo, produciendo una especie de estrangulamiento del descanso.

Cuando se incrementa el ancho del ojo se incrementa el largo del descanso con lo cual se tendrá mayores deflexiones y por ende mayores momentos torsores en los tramos, mientras que en el descanso siempre se tiene un pico elevado cuyo valor no es influenciado de forma importante por ninguna dimensión geométrica en específico respecto a su comportamiento ya que la torsión en el descanso es prácticamente un esfuerzo inherente en la estructura debido a su forma geométrica y a su tipo de emplazamiento.

Respecto a las demás variables el ancho del tramo incrementa el aporte de las cargas por lo que su influencia es directa de ahí su incremento lineal, mientras que la altura de la escalera al ser fija la pendiente produce mayores longitudes de tramo, lo que no afecta en nada a la flexión del descanso por ello no influye en el torsor del tramo, en cambio en el descanso mayores longitudes de tramo involucran mayores deflexiones de los tramos que se transmiten al descanso por lo cual la altura si tiene influencia en la torsión del descanso mas no demasiada, los espesores de la losa producen efectos opuestos en el tramo y en el descanso, donde en los tramos mayores espesores tenían mayores momentos torsores, mientras que en el descanso los espesores más pequeños era los que tenían mayores momentos torsores, por lo cual no se trata de simplemente el efecto del incremento del peso propio sino que son propios del comportamiento de la sección, es decir las propiedades del área respecto a los desplazamientos o deformaciones.

Como no se tiene ningún apoyo intermedio, la torsión en ambas partes de la escalera: tramos y descanso, es considerada primaria dado que es imposible una redistribución de momentos.

4.1.4 Influencia del apoyo

Como se mencionó en el punto 2.9 la naturaleza del apoyo si se realizan empalmes no es de un empotramiento perfecto sino que menos rígido, por lo cual se analizara el ejemplo de cálculo bajo apoyos articulados para observar la influencia en los torsores, el modelo tendrá la misma geometría, mismas cargas y el método de cálculo será por elementos finitos mediante el software de cálculo estructural: Robot Structural Analysis

mismas se tiene prácticamente el mismo mapa de esfuerzos que con los apoyos empotrados por lo tanto se puede asumir que el comportamiento de la estructura es igual, ya que la torsión es resultado de la disposición de los elementos que componen a la escalera y la naturaleza de los apoyos no es muy influyente.

De los resultados finales para los momentos torsores del punto 3.6.5 se tiene en el tramo un valor de 10.29 kN*m lo que significa un incremento del 13.7% en los tramos cuando se tienen los apoyos articulados, mientras que en el descanso se tiene un valor de 28.905 lo cual se traduce en un incremento del 12.48% con los apoyos articulados.

Asumir los apoyos perfectamente articulados es a su vez una exageración por lo cual estos máximos son considerablemente menores a los que presenta el anterior mapa de momentos y se aproximan más a los obtenidos asumiendo los apoyos empotrados.

Ya que el emplazamiento de la escalera es solo un aporte de carga localizado en el elemento donde se apoya la escalera sea una viga u losa y las dimensiones de tal elemento dependerá del ambiente que se esté diseñando por encima de cualquier efecto que tenga la escalera en el elemento estructural mencionado realizar un cálculo estructural del posible elemento de apoyo en si contiene un sin número de posibles configuraciones y dado que para este trabajo se concentra en analizar la estructura en sí, no se considera pertinente realizar el cálculo específico de un elemento estructural ajeno a la escalera.

4.1.5 Análisis de las variantes de la escalera de dos tramos

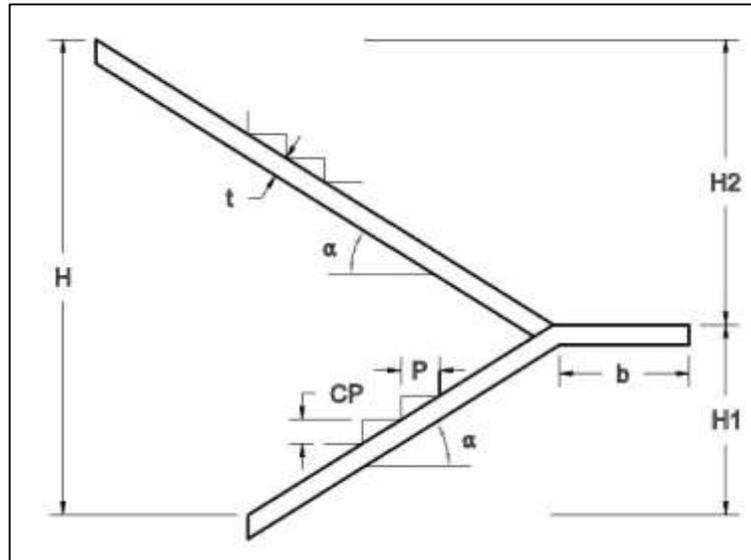
De las posibles variaciones de la escalera de dos tramos descritas en el punto 2.1.2.1 los tramos asimétricos es la variante más importante ya que es la más se produce.

El objetivo del presente trabajo es analizar este tipo de estructuras bajo condiciones generales considerar todas las posibles combinaciones de una escalera donde las dimensiones geométricas sean elegidas arbitrariamente según los requerimientos del edificio específico donde se construyan abre un sin número de posibilidades y para tales casos es mejor un análisis específico enfocado a tal caso en particular y no un estudio generalizado como el presente trabajo

Por lo cual el ejemplo a presentar a continuación solo es de carácter complementario para comparar las conclusiones obtenidas hasta este punto con lo que se obtenga de esta variación.

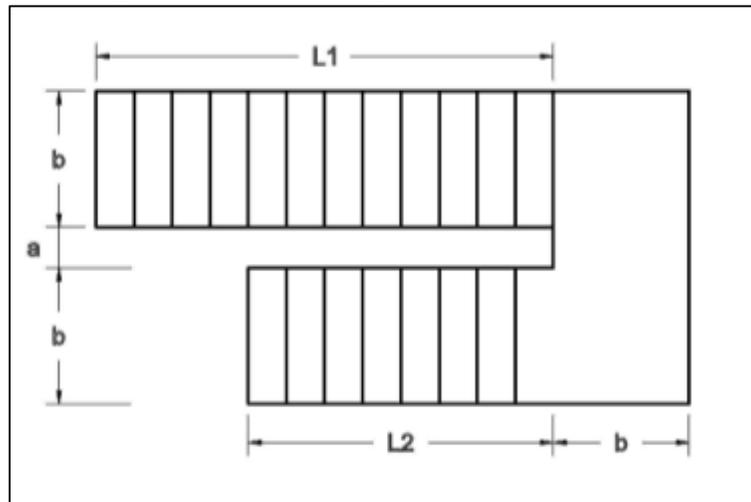
4.1.5.1 Dimensiones geométricas y cargas

Figura # 77: Vista lateral de las dimensiones geométricas de una escalera de tramos asimétricos



Fuente: Elaboración propia

Figura # 78: Vista en planta de las dimensiones geométricas de una escalera de tramos asimétricos



Fuente: Elaboración propia

Dimensiones generales:

$$b := 1.5 \text{ m} \quad a := 0.2 \text{ m} \quad t := 20 \text{ cm}$$

Tramo inferior:

$$H_1 := 1.4 \text{ m} \quad CP = 0.175 \text{ m} \quad P = 0.28 \text{ m} \quad \#_{\text{escalones}} := 8 \quad L_1 = 2.24 \text{ m}$$

$$\alpha_1 = 32.005^\circ \quad t_1 = 23.585 \text{ cm} \quad t_2 = 27.42 \text{ cm}$$

Tramo superior:

$$H_2 := 2.1 \text{ m} \quad CP = 0.175 \text{ m} \quad P = 0.28 \text{ m} \quad \#_{\text{escalones}} := 12 \quad L_2 = 3.36 \text{ m}$$

$$\alpha_2 = 32.005^\circ \quad t_1 = 23.585 \text{ cm} \quad t_2 = 27.42 \text{ cm}$$

Cargas

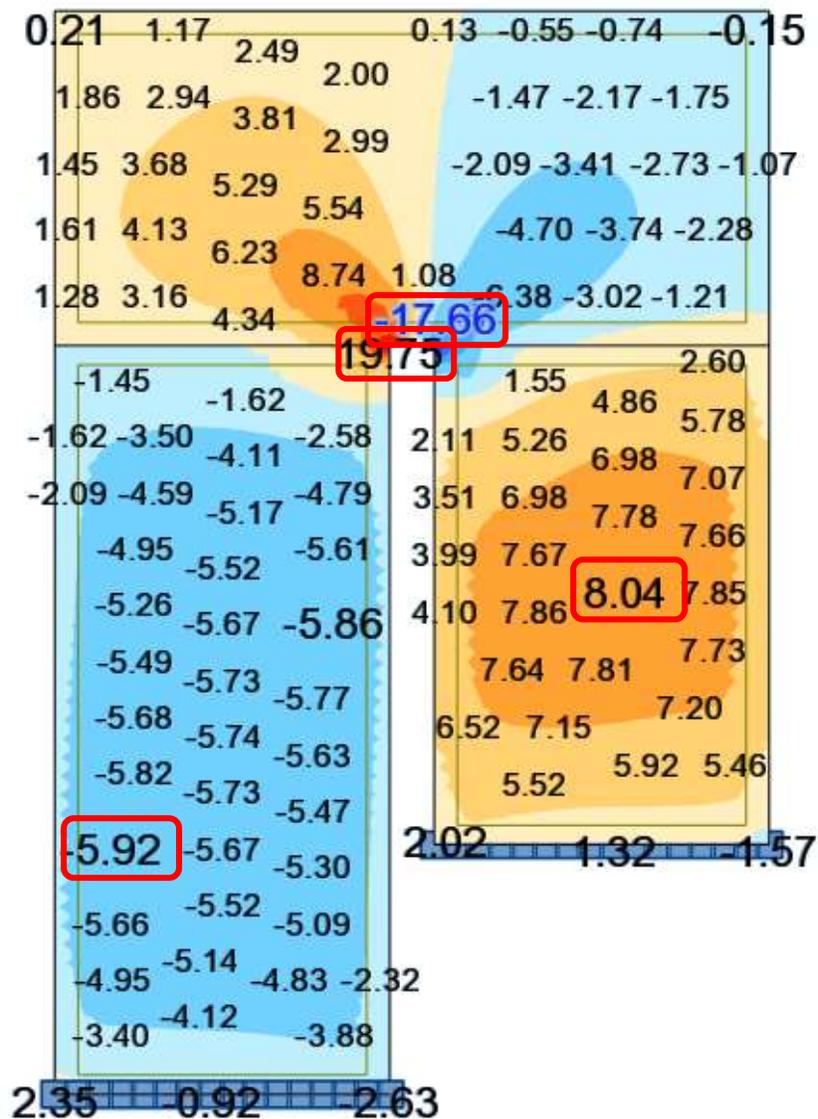
$$U_T = 18.084 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad U_D = 14.383 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

4.1.5.2 Cálculo de la estructura

El método de cálculo será el de los elementos finitos mediante el software de cálculo estructural

“Robot Structural Analysis 2016”

Momentos torsores (M_{xy}) [$\text{kN} \cdot \text{m}/\text{m}$]



Resultados finales:

- Tramo inferior:

$$8.04 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot b = 12.06 kN \cdot m$$

- Tramo superior:

$$5.92 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot b = 8.88 kN \cdot m$$

- Descanso lado del tramo inferior:

$$17.66 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot b = 26.49 kN \cdot m$$

- Descanso lado del tramo superior:

$$19.75 \frac{kN \cdot m}{m} \cdot b = 29.625 kN \cdot m$$

Del ejemplo de una escalera asimétrica se mantuvo todas las dimensiones geométricas iguales al ejemplo de cálculo (ver 3.4 y 3.5) donde las únicas variaciones son la altura de cada tramo y sus longitudes, al conservar los valores de la pendiente y el espesor de la losa las cargas son iguales al ejemplo de cálculo, con lo cual se puede comparar los resultados obtenidos de cada uno.

Revisando los momentos torsores de la escalera de ejemplo (ver 3.6.3.5) se puede observar que el valor máximo de la torsión en los tramos se produce en el tramo más corto y este es un 20.1% mayor que el valor en la escalera simétrica mientras que en el descanso el valor máximo de la torsión se produjo en el lado del tramo más largo y la variación respecto al máximo de la escalera simétrica es del 9.75%, por lo tanto la asimetría de los tramos tiene cierta incidencia en los momentos torsores de la estructura como se esperaba que sea.

Respecto al comportamiento del ejemplo se puede ver que las concentraciones son iguales a el ejemplo de cálculo simétrico por lo tanto la forma en que se producen los esfuerzos es similar, es decir la deflexión del descanso produce los torsores en los tramos y la torsión en el descanso es producto de la forma de la estructura. A estas conclusiones se las respalda con la posición de los máximos, en el descanso se tiene el máximo el lado con el tramo más largo es decir el tramo que más se deforma y potencia la torsión en el descanso, mientras que en los tramos es el de la longitud más corta el que tiene mayor torsión ya que al tener menor longitud la concentración

de esfuerzos tiene que ser mayor para deformar al tramo más corto de igual manera que al tramo más largo.

4.2 Análisis del diseño estructural

De las 420 iteraciones se calculó el refuerzo para todas las escaleras, con las siguientes consideraciones para uniformizar el armado de la pieza:

- Para los refuerzos a flexión se estableció que se consideren validos solo las sección con cuantías eficientes a falla dúctil del acero, es decir que si la pieza requería armadura a compresión se considera sección insuficiente.
- Solo se consideran validos los refuerzos a corte a lo largo tanto del tramo como del descanso es decir que si el cortante a lo ancho en el tramo o a lo ancho del descanso requería refuerzo se descarta la sección.
- Los refuerzos a torsión por la configuración de la estructura solo se dan a lo largo del tramo o el descanso por lo que solo se calculó para tales configuraciones.

4.2.1 Resultados obtenidos del diseño estructural según normativa ACI 318-05

4.2.1.1 Falla por torsión

La falla a torsión se refiere a que la sección no cumple la verificación de falla dúctil que establece la norma y se requiere cambiar las dimensiones.

De las 420 secciones se descartaron como insuficientes ya sea a flexión, corte o torsión un total de 105 secciones, de las cuales se tuvo falla a torsión un total de 59 veces por lo que de todas las secciones insuficientes el 56.2% de las veces la torsión fue influyente.

Falla a torsión en el tramo

Se tuvo un total de 51 fallas, las cuales según las variables geométricas analizadas se distribuyen de la siguiente forma:

- Según el ancho del ojo (*a*)

Tabla # 3: Distribución de fallas en el tramo según el ancho del ojo

a	#	%
Mínimo	8	15.7%
Intermedio	17	33.3%
Máximo	26	51.0%
Σ	51	100%

Fuente: Elaboración propia

Al igual que como se vio en el análisis de esfuerzos, mientras mayor sea el ancho del ojo mayores momentos torsores se tendrán por ende mayores secciones fallan.

- Según el espesor de la losa (t)

Tabla # 4: Distribución de fallas en el tramo según el espesor de la losa

t [cm]	#	%
10	39	76.5%
15	12	23.5%
20	0	0.0%
25	0	0.0%
30	0	0.0%
Σ	51	100%

Fuente: Elaboración propia

El espesor de la losa se traduce en el canto útil de la sección por lo cual como se esperaba las secciones más delgadas son las que contienen todas las fallas, la utilidad de haber realizado la iteración para los diferentes espesores, es que se tiene un espesor base para referencias futuras, el cual es 20 cm siempre que se tome un valor igual o mayor se evita la falla a torsión.

- Según el ancho del tramo (b)

Tabla # 5: Distribución de fallas en el tramo según el ancho del tramo

b [m]	#	%
0.6	0	0.0%
0.8	0	0.0%
0.9	2	3.9%
1.1	5	9.8%
1.2	8	15.7%
1.5	16	31.4%
1.8	20	39.2%
Σ	51	100%

Fuente: Elaboración propia

De esta tabla se puede determinar que para escaleras de hasta 1.1 m. de ancho la falla por torsión es muy rara, si a esta condición se le añade utilizar anchos de 20 cm o mayores directamente se puede descartar el fallo por torsión

- Según la altura del desnivel (H)

Tabla # 6: Distribución de fallas en el tramo según el desnivel

H [m]	#	%
2.5	12	23.5%
2.8	12	23.5%
3.2	13	25.5%
3.5	14	27.5%
Σ	51	100%

Fuente: Elaboración propia

Como se vio en el análisis de esfuerzos la altura tiene poca influencia en la torsión por lo cual la distribución es equitativa en todos los desniveles ya que son las otras variables las que influyen en la distribución.

Falla a torsión en el descanso

Se tuvo un total de 55 fallas, las cuales según las variables geométricas analizadas se distribuyen de la siguiente forma:

- Según el ancho del ojo (a)

Tabla # 7: Distribución de fallas en el descanso según el ancho del ojo

a	#	%
Mínimo	15	27.3%
Intermedio	18	32.7%
Máximo	22	40.0%
Σ	55	100%

Fuente: Elaboración propia

A diferencia del tramo en el descanso el ancho del ojo no es tan influyente en la torsión por lo cual la distribución tiene cierta uniformidad en las 3 iteraciones.

- Según el espesor de la losa (t)

Tabla # 8: Distribución de fallas en el descanso según el espesor de la losa

t [cm]	#	%
10	43	78.2%
15	12	21.8%
20	0	0.0%
25	0	0.0%
30	0	0.0%

Σ	55	100%
----------	----	------

Fuente: Elaboración propia

El espesor de la losa es determinante en el descanso ya que a espesores delgados mayores momentos torsores, con lo cual las secciones delgadas son doblemente descartadas, tanto por la capacidad mecánica como por la generación de esfuerzos.

- Según el ancho del tramo (b)

Tabla # 9: Distribución de fallas en el descanso según el ancho del descanso

b [m]	#	%
0.6	0	0.0%
0.8	0	0.0%
0.9	0	0.0%
1.1	7	12.7%
1.2	12	21.8%
1.5	14	25.5%
1.8	22	40.0%
Σ	55	100%

Fuente: Elaboración propia

El ancho del tramo en el descanso tiene la misma distribución que en el tramo por lo cual se puede confirmar que para anchos de 1 m la falla por torsión en losas de 20 cm o más puede descartarse

- Según la altura del desnivel (H)

Tabla # 10: Distribución de fallas en el descanso según el desnivel

H [m]	#	%
2.5	12	21.8%
2.8	12	21.8%
3.2	15	27.3%
3.5	16	29.1%
Σ	55	100%

Fuente: Elaboración propia

En el descanso la altura tiene una influencia ligeramente mayor, pero no la suficiente para ser determinante por lo cual la altura del desnivel puede considerarse sin importancia.

4.2.1.2 Refuerzos a torsión y casos de armado.

De las 420 secciones descontando las 105 secciones insuficientes se tienen 315 secciones armadas, de las cuales se realizara un análisis de sus diferentes configuraciones.

4.2.1.2.1 Secciones sin armadura transversal

El diseño de una escalera es básicamente el de una losa, y el criterio básico en el diseño de una losa consiste en evitar el uso de armadura transversal aumentando la sección con la finalidad de cubrir los esfuerzos, por lo tanto para lograr este armado más cómodo y sencillo se analiza la influencia de las variables:

En el tramo

Se tuvo un total de 180 casos en donde no se requirió armado ni a corte ni a torsión, un 57.1% de las 315 secciones útiles. La distribución de estos 180 casos según las variables geometrías analizadas, se realiza de la siguiente manera:

- *Ancho del ojo (a)*

Tabla # 11: Distribución de secciones sin refuerzo transversal en el tramo según el ancho del ojo

a	#	%
Mínimo	85	47.2%
Intermedio	57	31.7%
Máximo	38	21.1%
Σ	180	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Espesor de la losa (t)*

Tabla # 12: Distribución de secciones sin refuerzo transversal en el tramo según espesor de la losa

t [cm]	#	%
10	11	6.1%
15	27	15.0%
20	39	21.7%
25	47	26.1%
30	56	31.1%
Σ	180	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Ancho del tramo (b)*

Tabla # 13: Distribución de secciones sin refuerzo transversal en el tramo según el ancho del tramo

b [m]	#	%
0.6	55	30.6%
0.8	48	26.7%
0.9	36	20.0%
1.1	25	13.9%
1.2	12	6.7%
1.5	4	2.2%
1.8	0	0.0%
Σ	180	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Altura del desnivel (H)*

Tabla # 14: Distribución de secciones sin refuerzo transversal en el tramo según el desnivel

H [m]	#	%
2.5	45	25.0%
2.8	47	26.1%
3.2	45	25.0%
3.5	43	23.9%
Σ	180	100%

Fuente: Elaboración propia

La distribución de los resultados no establece un criterio nuevo, un valor específico a considerar, sino que más bien insinúa las mismas consideraciones que para evitar la falla a torsión. Utilizar un ojo reducido, en tramos menores a 1 metro, con secciones iguales o mayores a 20 cm, siguiendo estas consideraciones se tendrá una gran probabilidad de no necesitar armadura a torsión.

En el descanso

La cantidad de secciones sin armado es de 127 un 40.3% de las 315 secciones factibles, dado que en el descanso se tiene muy poco cortante la reducción de la cantidad de casos de armado óptimo se debe a la concentración de momentos torsores que se produce en este elemento. La distribución de los 127 casos según las variables geométricas analizadas se produce de la siguiente manera:

- *Ancho del ojo (a)*

Tabla # 15: Distribución de secciones sin refuerzo transversal en el descanso según el ancho del ojo

a	#	%
Mínimo	50	39.4%
Intermedio	41	32.3%
Máximo	36	28.3%
Σ	127	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Espesor de la losa (t)*

Tabla # 16: Distribución de secciones sin refuerzo transversal en el descanso según el espesor de la losa

t [cm]	#	%
10	0	0.0%
15	9	7.1%
20	24	18.9%
25	41	32.3%
30	53	41.7%
Σ	127	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Ancho del descanso (b)*

Tabla # 17: Distribución de secciones sin refuerzo transversal en el descanso según el ancho del descanso

b [m]	#	%
0.6	45	35.4%
0.8	34	26.8%
0.9	26	20.5%
1.1	17	13.4%
1.2	5	3.9%
1.5	0	0.0%
1.8	0	0.0%
Σ	127	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Altura del desnivel (H)*

Tabla # 18: Distribución de secciones sin refuerzo transversal en el descanso según el desnivel

H [m]	#	%
2.5	35	27.6%
2.8	33	26.0%
3.2	30	23.6%
3.5	29	22.8%
Σ	127	100%

Fuente: Elaboración propia

Las distribuciones del descanso aunque con una ligera variación en los porcentajes prácticamente se tiene el mismo comportamiento que en el tramo.

4.2.1.2.2 Secciones con armadura solo a torsión

En estas secciones se tiene armadura transversal únicamente debido a la torsión, siendo el cortante absorbido por el hormigón, por lo cual estas secciones se consideran las mas afectadas por los momentos torsores

En el tramo

Este caso ocurre 29 veces siendo solamente el 9.2% de las 315 secciones útiles, esto indica que en el tramo la influencia de la torsión por sí sola no es tan importante sino que va acompañada del cortante, por lo que en la mayoría de las veces al incrementar la sección para eliminar la armadura a corte también se elimina la armadura a torsión, la distribución según las variables geométricas analizadas es de:

- Ancho del ojo (a)

Tabla # 19: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el tramo según el ancho del ojo

a	#	%
Mínimo	10	34.5%
Intermedio	9	31.0%
máximo	10	34.5%
Σ	29	100%

Fuente: Elaboración propia

- Espesor de la losa (t)

Tabla # 20: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el tramo según el espesor de la losa

t [cm]	#	%
10	2	6.9%
15	4	13.8%
20	6	20.7%
25	8	27.6%
30	9	31.0%
Σ	29	100%

Fuente: Elaboración propia

- Ancho del tramo (b)

Tabla # 21: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el tramo según el ancho del tramo

b [m]	#	%
0.6	2	6.9%
0.8	2	6.9%
0.9	3	10.3%
1.1	8	27.6%
1.2	6	20.7%
1.5	4	13.8%
1.8	4	13.8%
Σ	29	100%

Fuente: Elaboración propia

- Altura del desnivel (H)

Tabla # 22: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el tramo según el desnivel

H [m]	#	%
2.5	11	37.9%
2.8	7	24.1%
3.2	5	17.2%
3.5	6	20.7%
Σ	29	100.0%

Fuente: Elaboración propia

De los porcentajes obtenidos la mayoría son de una distribución uniforme y no se tiene un patrón definido, de la poca variación se puede destacar que como se es de esperarse en espesores mayores más casos se concentran, mientras que en los demás casos no se tiene patrones claros

En el descanso

En el descanso se tiene refuerzo únicamente a torsión un total de 246 veces el 78.1% de las 315 secciones útiles, al tener un cortante mucho más bajo en el descanso que en el tramo, el cambio de sección elimina con facilidad los requerimientos a corte pero la concentración de torsiones está muy por encima de las capacidades de las secciones de iteración.

La distribución de estos datos según las variables será de la siguiente manera:

- *Ancho del ojo (a)*

Tabla # 23: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el descanso según el ancho del ojo

a	#	%
Mínimo	77	31.3%
Intermedio	81	32.9%
Máximo	88	35.8%
Σ	246	100.0%

Fuente: Elaboración propia

- *Espesor de la losa (t)*

Tabla # 24: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el descanso según el espesor de la losa

t [cm]	#	%
10	53	21.5%
15	61	24.8%
20	58	23.6%
25	43	17.5%
30	31	12.6%
Σ	246	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Ancho del descanso (b)*

Tabla # 25: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el descanso según el ancho del descanso

b [m]	#	%
0.6	15	6.1%
0.8	26	10.6%
0.9	34	13.8%
1.1	43	17.5%
1.2	47	19.1%
1.5	43	17.5%
1.8	38	15.4%
Σ	246	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Altura del desnivel (H)*

Tabla # 26: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el descanso según el desnivel

H [m]	#	%
2.5	57	23.2%
2.8	63	25.6%
3.2	65	26.4%
3.5	61	24.8%
Σ	246	100%

Fuente: Elaboración propia

4.2.1.2.3 Refuerzo a torsión en conjunto con las demás armaduras

La disposición de la armadura a torsión consiste en refuerzos transversales y longitudinales, por lo cual se calcula en porcentaje cuanto de la armadura en las diferentes posiciones se debe a la torsión y se saca un promedio general para cada una

Armadura posición A: aumenta el área de acero en 13.2%

Armadura posición B: aumenta el área de acero en 50.5%

Armadura posición F: aumenta el área de acero en 26.2%

Armadura posición G: aumenta el área de acero en 96%

Armadura posición H: aumenta el área de acero en 44.3%

Armadura posición I: aumenta el área de acero en 588.2%

Las armaduras en las posiciones C, D, y E no reciben ningún aporte de acero por refuerzo a torsión por lo que no se realiza la comparación

De estos valores se puede ver como la torsión influye directamente en el costo de la estructura al aumentar las cantidades de acero,

En las posiciones A y F donde el refuerzo a flexión es grande la cuantía por torsión no es muy significativa, en cambio en B y G donde idealmente debería ir las cuantías mínimas se tiene un gran incremento debido que los refuerzos longitudinales a torsión deben repartirse homogéneamente dentro del perímetro de la sección.

En cuanto a las armaduras transversales H e I, en H se tiene un incremento considerable del 40% siendo el caso de armado a corte y torsión el más común este incremento se considera representativo para esa parte de la estructura, mientras que en la posición I se tiene un incremento extremo del 588% en comparación de lo requerido por cortante, cabe recordar que los casos de armado en conjunto no son muy frecuentes en el descanso.

4.2.2 Resultados obtenidos del diseño estructural según normativa EHE-08

4.2.2.1 Falla a torsión

La falla a torsión se refiere a que la sección no cumple la verificación de las bielas de compresión que establece la normativa y se requiere cambiar las dimensiones.

De las 420 secciones se descartaron como insuficientes ya sea a flexión, corte o torsión un total de 107 secciones, de las cuales se tuvo falla a torsión un total de 56 veces por lo que de todas las secciones insuficientes el 52.3% de las veces la torsión fue influyente.

Falla a torsión en el tramo

Se tuvo un total de 22 fallas, las cuales según las variables geométricas analizadas se distribuyen de la siguiente forma:

- Según el ancho del ojo (a)

Tabla # 27: Distribución de fallas en el tramo según el ancho del ojo

a	#	%
Mínimo	0	0.0%
Intermedio	8	36.4%
Máximo	14	63.6%
Σ	22	100%

Fuente: Elaboración propia

En el análisis de esfuerzos se establece que a mayor sea el ancho del ojo mayores son los momentos torsores, esto se refleja claramente en la distribución de las fallas en el tramo, dado que cuando se utilizó un ojo reducido no se tuvo fallas, mientras que en el ojo máximo se tiene la mayor concentración de fallas

- Según el espesor de la losa (t)

Tabla # 28: Distribución de fallas en el tramo según el espesor de la losa

t [cm]	#	%
10	19	86.4%
15	3	13.6%
20	0	0.0%
25	0	0.0%
30	0	0.0%
Σ	22	100%

Fuente: Elaboración propia

Al tener menor espesor se tiene menor canto útil por lo cual las secciones delgadas recaban todas las fallas, de la iteración de datos se tiene que a partir de los 20 cm se puede descartar la falla por torsión

- *Según el ancho del tramo (b)*

Tabla # 29: Distribución de fallas en el tramo según el ancho del tramo

b [m]	#	%
0.6	0	0.0%
0.8	0	0.0%
0.9	0	0.0%
1.1	0	0.0%
1.2	3	13.6%
1.5	8	36.4%
1.8	11	50.0%
Σ	22	100%

Fuente: Elaboración propia

De la presente tabla se puede determinar que solo a partir de anchos iguales o mayores a 1.2 metros se debe considerar el fallo por torsión.

- *Según la altura del desnivel (H)*

Tabla # 30: Distribución de fallas en el tramo según el desnivel

H [m]	#	%
2.5	5	22.7%
2.8	6	27.3%
3.2	6	27.3%
3.5	5	22.7%
Σ	22	100%

Fuente: Elaboración propia

Según el análisis de los esfuerzos se tenía definido que la variación de la altura tenía nula influencia en el valor de los momentos torsores en el tramo por lo que se tiene una distribución uniforme en los datos, ya que son las otras variables las que influyen en la variación de porcentajes.

Falla a torsión en el descanso

Se tuvo un total de 56 fallas, las cuales según las variables geométricas analizadas se distribuyen de la siguiente forma:

- Según el ancho del ojo (*a*)

Tabla # 31: Distribución de fallas en el descanso según el ancho del ojo

a	#	%
Mínimo	15	26.8%
Intermedio	19	33.9%
Máximo	22	39.3%
Σ	56	100%

Fuente: Elaboración propia

En el descanso el ancho del ojo tiene reducida influencia en los momentos torsores por lo que la distribución de las fallas no es tan elevada en el ancho máximo del ojo respecto al mínimo, a diferencia de lo que ocurre en el tramo.

- Según el espesor de la losa (*t*)

Tabla # 32: Distribución de fallas en el descanso según el espesor de la losa

t [cm]	#	%
10	44	78.6%
15	12	21.4%
20	0	0.0%
25	0	0.0%
30	0	0.0%
Σ	56	100%

Fuente: Elaboración propia

En el descanso mientras menor sea el espesor mayores son los torsores, a su vez a menor espesor menor canto útil con lo cual las sección de 10 y 15 cm concentran todas las fallas, al igual que en el tramo a partir de los 20 cm la torsión no influye en la falla de la pieza.

- Según el ancho del tramo (*b*)

Tabla # 33: Distribución de fallas en el descanso según el ancho del descanso

b [m]	#	%
0.6	0	0.0%
0.8	0	0.0%
0.9	0	0.0%
1.1	8	14.3%
1.2	12	21.4%
1.5	14	25.0%

1.8	22	39.3%
Σ	56	100%

Fuente: Elaboración propia

El ancho del tramo y por ende el del descanso, es la dimensión principal que determina el valor de los momentos torsores en el descanso, a mayor sea el ancho mayores serán los momentos torsores. En la tabla se puede determinar que para anchos de un máximo de 90 cm no se tienen casos de falla por torsión.

- Según la altura del desnivel (H)

Tabla # 34: Distribución de fallas en el descanso según el desnivel

H [m]	#	%
2.5	12	21.4%
2.8	13	23.2%
3.2	15	26.8%
3.5	16	28.6%
Σ	56	100%

Fuente: Elaboración propia

En el descanso la altura si tiene cierta influencia pero demasiado baja para generar un impacto en los resultados, la distribución prácticamente uniforme determina que la altura del desnivel afecta en muy poco a los esfuerzos por torsión de la escalera.

4.2.2.2 Refuerzos a torsión y casos de armado

De las 420 secciones descontando las 107 secciones insuficientes se tienen 313 secciones armadas, de las cuales se realizara un análisis de sus diferentes configuraciones

4.2.2.2.1 Secciones sin armadura transversal

En la normativa ACI se tiene un criterio que toma en cuenta un umbral de resistencia en los momentos torsores llamado torsión crítica, si los momentos torsores no sobrepasan este valor pueden ignorarse, con lo cual se podía conseguir secciones sin armadura transversal al incrementar el espesor, pero en la normativa EHE si la naturaleza de los momentos torsores se considera como principal o de equilibrio, se debe colocar refuerzos a torsión sin importar su valor. Con lo cual los cortantes pueden ser absorbidos por el hormigón pero no la torsión, teniéndose siempre armadura trasnversal.

4.2.2.2.2 Secciones con armadura solo a torsión

En las secciones donde el cortante puede ser absorbido pero la torsión obliga a poner refuerzos transversales son las secciones donde el momento torsor tiene mayor influencia por lo cual se trata de analizar las configuraciones que las producen.

En el tramo

En el tramo este caso ocurre 232 veces siendo 74.1% de las 313 secciones útiles, esto se debe a que la normativa EHE dicta que siempre debe colocarse armadura a torsión si es que se determina que se trata de torsión primaria con lo que la influencia de la torsión en el armado de las secciones es evidente y obligatorio. La distribución según las variables geométricas analizadas es de:

- *Ancho del ojo (a)*

Tabla # 35: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el tramo según el ancho del ojo

a	#	%
Mínimo	102	44.0%
Intermedio	74	31.9%
Máximo	56	24.1%
Σ	232	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Espesor de la losa (t)*

Tabla # 36: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el tramo según el espesor de la losa

t [cm]	#	%
10	18	7.8%
15	36	15.5%
20	50	21.6%
25	62	26.7%
30	66	28.4%
Σ	232	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Ancho del tramo (b)*

Tabla # 37: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el tramo según el ancho del tramo

b [m]	#	%
0.6	59	25.4%
0.8	53	22.8%

0.9	46	19.8%
1.1	36	15.5%
1.2	21	9.1%
1.5	11	4.7%
1.8	6	2.6%
Σ	232	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Altura del desnivel (H)*

Tabla # 38: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el tramo según el desnivel

H [m]	#	%
2.5	61	26.3%
2.8	59	25.4%
3.2	57	24.6%
3.5	55	23.7%
Σ	232	100%

Fuente: Elaboración propia

De las distribuciones se aprecia el efecto de tener que armar todas las secciones, las condiciones más favorables recaban la mayor concentración, como ser los espesores de losa gruesos, los anchos de tramo menores, y los anchos de ojo mínimos, ya que estas disposiciones en comparación a lo obtenido en los resultados de armado según ACI hubieran sido descartadas por no requerir armado a corte ni a torsión, en cambio ahora a pesar de tener esfuerzos por torsión muy bajos el armado es obligatorio y caen en esta clasificación de armadura solo por torsión.

En el descanso

Se tiene un total de 312 veces el 99.6% de las 313 secciones útiles, en el descanso el cortante es absorbido por el concreto en la mayoría de las veces, en la normativa ACI se tenía como referente el hecho de que los valores del momento torsor eran demasiado altos para ser absorbidos por el hormigón dados los espesores con los que se trabaja, pero en este caso es la naturaleza de los momentos más que su valor, lo que determina su influencia en la estructura.

La distribución de estos datos según las variables es:

- *Ancho del ojo (a)*

Tabla # 39: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el descanso según el ancho del ojo

a	#	%
---	---	---

Mínimo	109	34.9%
Intermedio	104	33.3%
Máximo	99	31.7%
Σ	312	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Espesor de la losa (t)*

Tabla # 40: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el descanso según el espesor de la losa

t [cm]	#	%
10	18	5.8%
15	54	17.3%
20	72	23.1%
25	84	26.9%
30	84	26.9%
Σ	312	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Ancho del descanso (b)*

Tabla # 41: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el descanso según el ancho del descanso

b [m]	#	%
0.6	60	19.2%
0.8	54	17.3%
0.9	48	15.4%
1.1	48	15.4%
1.2	42	13.5%
1.5	34	10.9%
1.8	26	8.3%
Σ	312	100%

Fuente: Elaboración propia

- *Altura del desnivel (H)*

Tabla # 42: Distribución de secciones armadas solo a torsión en el descanso según el desnivel

H [m]	#	%
2.5	80	25.6%
2.8	80	25.6%
3.2	77	24.7%
3.5	75	24.0%
Σ	312	100%

Fuente: Elaboración propia

4.2.2.2.3 Refuerzo a torsión en conjunto con las demás armaduras

La disposición de la armadura a torsión consiste en refuerzos transversales y longitudinales, por lo cual se calcula en porcentaje cuanto de la armadura en las diferentes posiciones se debe a la torsión y se saca un promedio general para cada una

Armadura posición A: aumenta el área de acero en 10.6%

Armadura posición B: aumenta el área de acero en 25.1%

Armadura posición F: aumenta el área de acero en 20.2%

Armadura posición G: aumenta el área de acero en 46.7%

Armadura posición H: aumenta el área de acero en 43.8%

Armadura posición I: aumenta el área de acero en 810.8%

Las armaduras en las posiciones C, D, y E no reciben ningún aporte de acero por refuerzo a torsión

Los valores obtenidos son similares a los calculados de la normativa ACI, donde las armaduras a flexión principales A y F al tener áreas de acero considerables la cantidad de acero por torsión es solo del 10% mientras que en las posiciones B y G donde solo se coloca la mínima por flexión se tiene un incremento reducido.

En las armaduras transversales H e I, se tiene el mayor impacto, en la posición H el refuerzo por torsión es el 45% de la armadura a corte, mientras que en la posición I como el cortante apenas tiene influencia en comparación con el área necesaria a torsión es de 8 veces más, en los casos donde se tiene ambos, pero hay que recordar que este caso en el descanso ocurre muy pocas veces.

CONCLUSIONES
Y
RECOMENDACIONES

Conclusiones

- El método de los elementos finitos entrega los valores más precisos y permite visualizar el comportamiento de los esfuerzos, que facilita el análisis de las estructuras en 3 dimensiones, por lo que es el mejor método para calcular escaleras autoportantes.
- En los tramos la torsión se reparte uniformemente en el centro y es en los bordes de los extremos, es decir en el apoyo ya sea superior o inferior y en el quiebre de unión con el descanso, donde el valor de la torsión se reduce
- En el descanso la torsión se concentra en los vértices del ojo donde se encuentra el máximo momento torsor, desde este vértice los momentos torsores se expanden radialmente en un ángulo de 45° hacia los extremos laterales del descanso disminuyendo su valor hasta llegar a cero en los bordes externos del descanso.
- En los tramos el ancho del ojo y el ancho del tramo son las variables principales responsables de generar los mayores momentos torsores donde el ancho del ojo es más influyente que el del tramo, por lo tanto la hipótesis planteada no se cumple dado que es una combinación de más de una variable
- En el descanso el ancho del ojo y el ancho del tramo son las variables principales responsables de generar los mayores momentos torsores donde el ancho del tramo es más influyente que el del ojo, por lo tanto la hipótesis planteada no se cumple dado que es una combinación de más de una variable
- La altura del desnivel tiene muy poca influencia en la generación de momentos torsores en los tramos
- La altura del desnivel tiene cierta influencia en la generación de momentos torsores en el descanso pero no es la variable más importante
- En los tramos los espesores de losa más gruesos generan mayores momentos torsores que los espesores más delgados
- En el descanso los espesores de losa más delgados generan mayores momentos torsores que los espesores más gruesos.
- Existe una relación inversa en la generación de los momentos torsores máximos respecto al espesor de la losa entre el tramo y el descanso

- Analizando la dimensión más influyente en el tramo se tiene que el ancho del ojo incrementa el valor de los momentos torsores en promedio un 63.85% para un ancho intermedio y en un 73.73% en promedio para un ancho máximo.
- Analizando la dimensión más influyente en el descanso se tiene que el ancho del tramo incrementa los momentos torsores en el descanso en promedio un 61.63% cada 20 cm
- En las escaleras autoportantes de tramos asimétricos se tiene el mismo comportamiento de la estructura donde la localización y concentración de los momentos torsores es igual que en escaleras de tramos simétricos.
- En comparación los momentos torsores en el tramo y el descanso son levemente mayores cuando se consideran los apoyos articulados pero el comportamiento, la distribución y las concentraciones de los esfuerzos son iguales a que si estuvieran empotrados.
- La influencia de la torsión en escaleras autoportantes obliga a cambiar el método convencional de armado de una escalera, imponiendo la necesidad de utilizar estribos en una sección plana tipo losa donde normalmente no se considera utilizar armadura transversal.
- Las escaleras autoportantes de dos tramos son estructuras especiales con características diferentes a las estructuras convencionales, por lo cual en el diseño estructural caen en zonas grises respecto a los criterios a utilizar de acuerdo a lo que plantean las normativas estudiadas.
- La normativa del Instituto Americano del Concreto (ACI318-05) se basa en el análisis tanto de la naturaleza del origen de la torsión si es primaria o secundaria y de su valor para determinar el cálculo del refuerzo.
- La normativa de la Instrucción Española del Hormigón Estructural (EHE-08) solo se basa en la naturaleza de la torsión, es decir si es primaria o secundaria para determinar el cálculo del refuerzo.
- En la normativa del Instituto Americano del Concreto (ACI318-05) cuando el refuerzo a torsión es requerido, las exigencias del armado a torsión incrementan el área de refuerzo necesario de manera considerable, los valores mínimos y las condiciones de disposición de las armaduras obligan a tener armados donde se tiene gran concentración de acero.
- La normativa de la Instrucción Española del Hormigón Estructural (EHE-08) obliga a colocar estribos en todos los tramos longitudinales de la escalera al no tener un limitante respecto al valor mínimo o máximo de los momentos torsores para ser considerados

importantes, las cuantías de cálculo son minúsculas y debido a las exigencias de la disposición de armaduras se tiene una gran concentración de acero.

- Tanto la normativa del Instituto Americano del Concreto (ACI318-05) y la normativa de la Instrucción Española del Hormigón Estructural (EHE-08) tomando en cuenta las recomendaciones de los comentarios y la filosofía de cálculo de cada una, el diseño a torsión está más referido para vigas y no para elementos planos y de gran área pero de poca altura como losas en una dirección, por lo cual las exigencias que plantean son demasiado altas y generan escaleras sobreamadas.
- La normativa del Instituto Americano del Concreto (ACI318-05) es más eficiente que la normativa de la Instrucción Española del Hormigón Estructural (EHE-08) en la obtención de armados simples y convencionales de losas para escaleras optimizando el uso de estribos.
- Del análisis de los refuerzos calculados mediante la normativa del Instituto Americano del Concreto (ACI318-05) y la normativa de la Instrucción Española del Hormigón Estructural (EHE-08) se tiene en los tramos de la escalera un incremento en armadura longitudinal en promedio de un 24.85% y un incremento en armadura transversal en promedio de un 44.01% debido al refuerzo por torsión
- Del análisis de los refuerzos calculados mediante la normativa del Instituto Americano del Concreto (ACI318-05) y la normativa de la Instrucción Española del Hormigón Estructural (EHE-08) se tiene en el descanso de la escalera un incremento en armadura longitudinal en promedio de un 44.28% y un incremento en armadura transversal en promedio de un 699.5% debido al refuerzo por torsión

Recomendaciones

- El estudio a detalle del comportamiento de los momentos torsores en escaleras autoportantes de dos tramos permite establecer las siguientes lineamientos simples para un mejor y más eficiente diseño de estos elementos
 - El espesor de losa aconsejable debe ser mínimamente de 20 cm
 - Se recomienda utilizar un ancho de ojo reducido siendo como máximo absoluto la mitad del tramo.
 - En este tipo de escaleras si el ancho del tramo es mayor a 1 metro se debe tener especial cuidado con el esfuerzo a torsión.

- El desnivel de la escalera siempre que se mantenga entre 2.5 y 3.5 metros no tiene influencia significativa en los momentos torsores de la estructura.
- El diseño estructural a torsión de la escalera tiene en las normativas exigencias bastante altas, por lo que utilizar valores mayores de los esfuerzos internos en favor de la seguridad provenientes de los métodos manuales aproximados implicaría un gasto aun mayor de acero, por lo cual se recomienda utilizar el método de los elementos finitos mediante un software de cálculo, por encima de cualquier método manual.
- Se recomienda conseguir el vaciado monolítico de la escalera en conjunto con sus puntos de apoyo para lograr las condiciones de empotramiento del cálculo idealizado de manera que los resultados obtenidos sean lo más cercanos a la realidad
- Si la escalera se emplaza utilizando barras de arranque se debe cuidar que las longitudes de anclaje en los apoyos de llegada y salida sean las adecuadas para un correcto empalme
- Se recomienda que en la etapa de construcción se cuide de que no se caiga en el error de añadir apoyos extra en pro de la seguridad por parte del contratista porque de lo contrario todo el análisis y el diseño estructural invertidos en este elemento serán desvirtuados.
- Se recomienda las siguientes líneas de investigación:
 - Influencia de la torsión en escaleras autoportantes de dos tramos bajo efectos dinámicos (acciones sísmicas)
 - Eficiencia de los refuerzos a torsión en secciones de gran área pero de poca altura según la normativa del Instituto Americano del Concreto (ACI318-05)
 - Eficiencia de los refuerzos a torsión en secciones de gran área pero de poca altura según la normativa de la Instrucción Española del Hormigón Estructural (EHE-08)
 - Estudio de la torsión en escaleras asimétricas tanto del tramo como del descanso, tomando en cuenta como variables independientes la longitud de los tramos y el ancho del descanso
 - Experimentación con modelos físicos reales que sometidos a torsión esclarezcan todas las conclusiones teóricas obtenidas del presente trabajo.