

Capítulo I:

# **ANTECEDENTES**

## **I.1. – Antecedentes:**

La Universidad Autónoma Juan Misael Saracho, en su misión de proveer educación superior de calidad para formar profesionales aptos para el servicio a la sociedad, se ve en la obligación de mejorar constantemente el desarrollo académico impartido en sus dependencias por lo que es de suma importancia para esta institución contar con ambientes que estén en condiciones óptimas, tanto funcionales como infraestructurales, para el desarrollo de la enseñanza en el campo profesional.

Siendo la Universidad Autónoma Juan Misael Saracho la única institución pública en el departamento de Tarija que brinda servicios de calidad destinados a la enseñanza en grado superior, se ha ido generando en la misma un progresivo crecimiento de la población estudiantil en cada una de sus facultades y unidades académicas en las últimas gestiones, tendencia que se acentúa cada año.

Dentro de tal contexto encontramos el día de hoy que las carreras de la Facultad de Ciencias y Tecnología, que representan la vanguardia científica y técnica de la Universidad, no cuentan con laboratorios de Química y Física acordes a las necesidades actuales y no se puede pensar siquiera en seguirle el paso al desarrollo tecnológico de los últimos años, dejando además un notorio vacío en el aprendizaje de los estudiantes al no poder unificar la teoría con la práctica, siendo esto es tan evidente que, debido al sustancial crecimiento del número de estudiantes en la Facultad de Ciencias y Tecnología, los laboratorios existentes son cada vez menos suficientes para cubrir la demanda estudiantil y debido a eso tampoco se cuenta con la capacidad de brindar distintos servicios remunerados a entidades externas para generar fuentes de ingreso adicionales para la universidad.

## **I.2. – Aspectos Físicos:**

### **I.2.1. – Localización del Proyecto:**

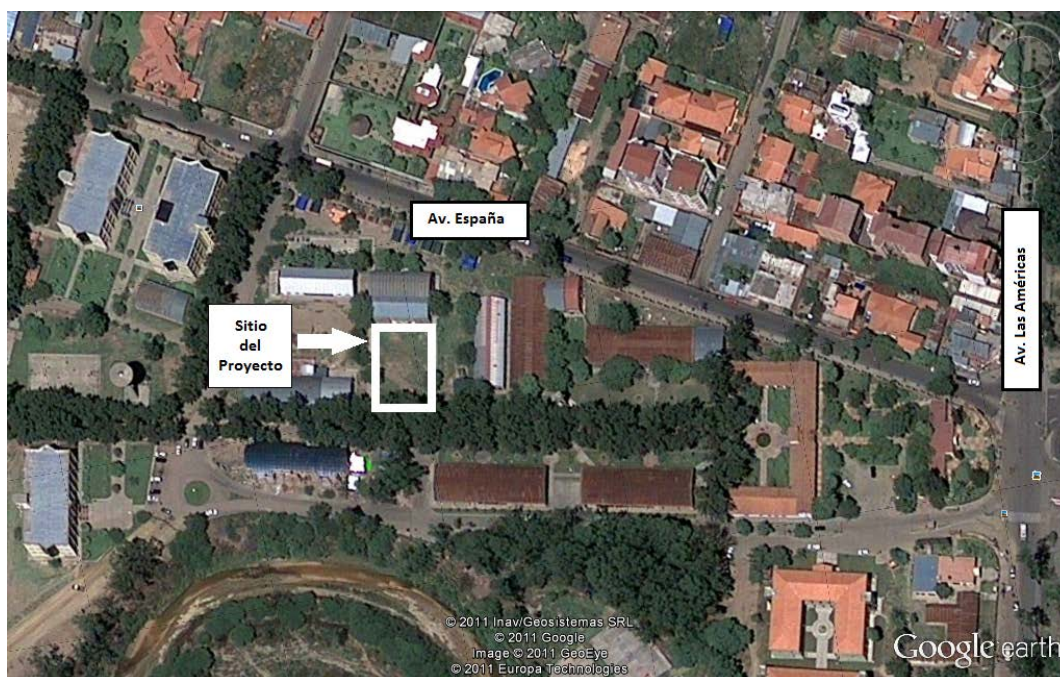
El emplazamiento del proyecto está localizado en el Campus de la zona del Tejar de la Universidad Autónoma Juan Misael Saracho, en la ciudad de Tarija.

El edificio de laboratorios de Procesos Unitarios, Servicios Petroleros e Industriales estará ubicado en las mismas inmediaciones de la carrera de Ingeniería Química, como un bloque de ampliación a la construcción actual, en el mismo se incluirán los ambientes requeridos para el sector académico y de investigación, quedando el bloque ya construido para el área administrativa y de consulta.

La superficie del nuevo bloque es:  $1262 \text{ m}^2$ , frente a la del antiguo, que es:  $915 \text{ m}^2$ .

### I.2.2. – Ubicación Geográfica del Proyecto:

La siguiente imagen satelital precisa la ubicación del edificio dentro del Campus Universitario del Tejar:



**Fotografía I-1:** Ubicación del proyecto en el Campus del Tejar.

Las coordenadas de las cuatro esquinas del perímetro del edificio, obtenidas por el levantamiento topográfico son:

| Punto | Este      | Norte      | Altura  |
|-------|-----------|------------|---------|
| A     | 321743,85 | 7617021,01 | 1834,43 |
| B     | 321750,18 | 7617046,34 | 1834,47 |
| C     | 321706,71 | 7617014,36 | 1834,49 |
| D     | 321706    | 7617028,34 | 1834,98 |

**Tabla I.1-1:** Puntos perimetrales del emplazamiento del proyecto.



**Fotografía I.1-2:** Puntos perimetrales del emplazamiento del proyecto.

### **I.3. – Descripción del Problema:**

De la manera descrita en la sección de antecedentes, el día de hoy observamos que la carrera de Ingeniería Química, una de las más antiguas de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la UAJMS, aún no cuenta con algunos laboratorios básicos para el desarrollo adecuado de materias troncales como lo son los laboratorios de Procesos Unitarios, dejando gravemente afectada la calidad de la educación impartida dada la especial importancia que tiene el trabajo de laboratorio para dicha carrera y además perdiendo oportunidades de crecimiento para la universidad al no poder contar con los ingresos que generarían laboratorios como el de Servicios Petroleros e Industriales.

La falta de recursos económicos en años pasados y el tamaño reducido de la población estudiantil de la carrera en comparación a otras fueron causas para la postergación de proyectos de complementación de aulas y laboratorios para Ingeniería Química, situaciones que han cambiado en la actualidad de tal manera que ya no se justifica la postergación de proyectos que mejoren las condiciones de trabajo para los estudiantes de la carrera.

En gestiones pasadas, como solución parcial a las necesidades de la carrera de Ingeniería Química, se plantea el proyecto de adecuación y equipamiento del Laboratorio de Química existente en el bloque de la carrera. La construcción y equipamiento de los Laboratorios de Procesos Unitarios y Servicios Petroleros e Industriales como una

ampliación de dicho bloque es también una alternativa considerada como una segunda etapa de complementación.

De la evaluación de alternativas de solución a la problemática planteada, las autoridades universitarias, en acuerdo con el cuerpo docente y estudiantil, concluyeron que es necesaria tanto la adecuación y equipamiento del predio existente como la construcción y equipamiento de la ampliación al bloque para los nuevos laboratorios, teniéndose actualmente un estudio a diseño final realizado en el año 2009 para dicha ampliación.

En la actual gestión, con el objetivo de realizar un proyecto de ingeniería que le permita la graduación, con la autorización de la dirección de infraestructura de la universidad y con la información del proyecto brindada por la misma oficina, el autor del presente documento estudia el diseño realizado en el año 2009 analizando las varias posibilidades diferentes a la alternativa seleccionada en dicho diseño que permitirían la posibilidad de generar mejoras en términos económicos y funcionales para la edificación, generándose así la propuesta de proyecto que fue aprobada en las instancias correspondientes y se desarrolla en el presente documento.

#### **I.4. – Objetivos del Proyecto:**

Los objetivos a alcanzar con el presente proyecto de ingeniería son los siguientes:

##### **I.4.1. – Objetivo General:**

Realizar un diseño estructural alternativo al existente para el edificio de ampliación al bloque de Ingeniería Química destinado a albergar los Laboratorios de Procesos Unitarios y Servicios Petroleros e Industriales de la UAJMS buscando como resultado una propuesta que brinde una optimización del bloque estructural, manteniendo o mejorando la estética y reduciendo el costo económico de la edificación.

##### **I.4.2. – Objetivos Específicos:**

- Realizar un análisis de alternativas para la selección de la configuración de la estructura portante y los correspondientes elementos estructurales de la edificación.

- Diseñar los distintos elementos estructurales de la edificación a partir de las disposiciones y recomendaciones de la norma adoptada y de los resultados del análisis estructural.
- Generar los planos estructurales a nivel constructivo para los elementos diseñados.
- Realizar un plan constructivo y un análisis de precios unitarios que permitan estimar un presupuesto para la ejecución del proyecto.
- Analizar comparativamente las ventajas y desventajas técnicas y económicas del presente diseño con respecto al diseño estructural del 2009.

### **I.5. – Alcance del Proyecto:**

El presente estudio, en orden de cumplir el objetivo general del proyecto, contempla en su alcance la realización de los siguientes trabajos:

- Análisis de alternativas y selección de la configuración del esqueleto portante y los correspondientes elementos estructurales de la edificación.
- Análisis y diseño estructural de la edificación y generación de los correspondientes planos estructurales.
- Elaboración de un plan constructivo y un presupuesto general referenciales.

Señalado lo anterior se aclara que el presente estudio no incluye el diseño de las instalaciones sanitarias, eléctricas, de gas ni de conexión de internet. Puntualizado esto, cabe mencionar que los diseños de las instalaciones mencionadas para la alternativa estructural desarrollada en el presente documento podrían ser similares, si no iguales, a las ya realizadas para el diseño del año 2009 tomando en cuenta que la configuración espacial básica de la estructura no sufre cambios significativos en el presente diseño.

Capítulo II:

# **MARCO TEORICO**

## **II.1 – Estudios de Suelos:**

En ingeniería, la importancia de los estudios de suelos radica en que el terreno sobre el cual se apoyará una determinada estructura es el elemento estructural cuyo comportamiento frente a distintas situaciones de proyecto nos genera mayor incertidumbre. Durante muchos años la ingeniería civil anduvo casi a ciegas en este aspecto hasta el relativamente reciente nacimiento de la mecánica de suelos (hace alrededor de un siglo) que a pesar de haber mejorado mucho la seguridad y eficiencia en el diseño de cimentaciones todavía tiene mucho por avanzar antes de poder mejorar la precisión de sus resultados que en la actualidad no consisten en valores de magnitudes sino en órdenes de magnitud, esto dada la gran complejidad del elemento estudiado y las hipótesis adoptadas para simplificar su estudio.

A continuación se elaborará brevemente sobre lo que es la clasificación de suelos y la estimación de su capacidad portante como estudios básicos para el diseño de los cimientos de una estructura.

### **II.1.1 – Clasificación de Suelos**

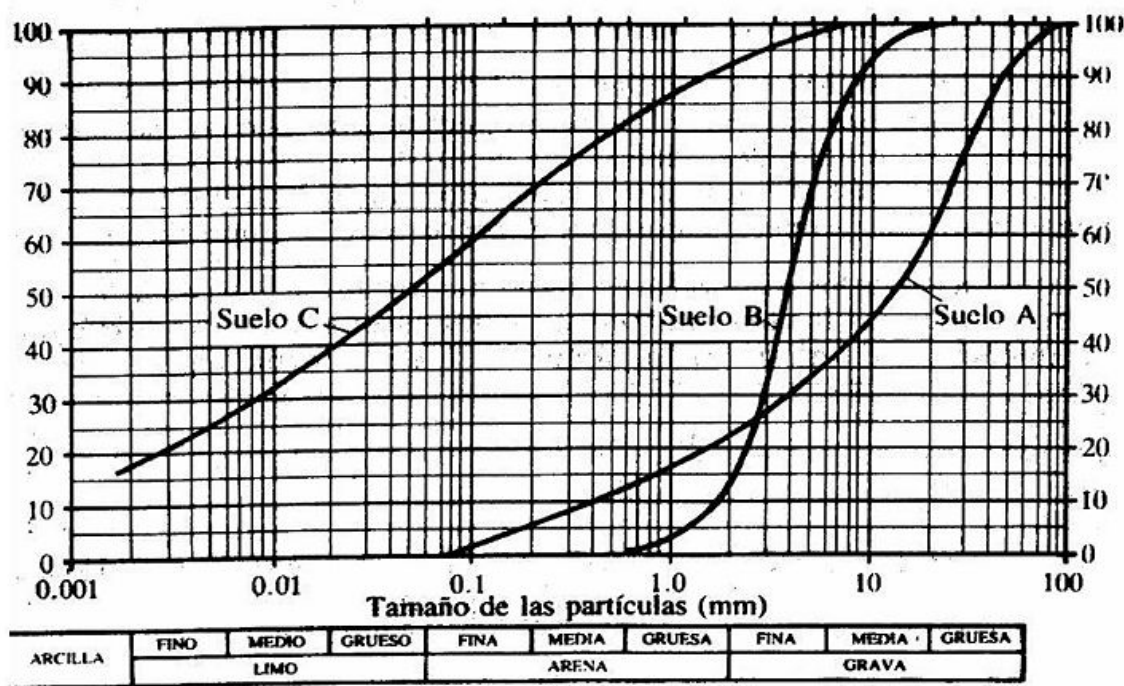
El objeto de la clasificación de suelos es aportar bases sobre las cuales puedan agruparse los suelos dependiendo de sus propiedades físicas y de su apariencia, con el propósito de comparar diferentes suelos, describir sus propiedades y estimar su conveniencia para la utilización en un trabajo de ingeniería específico.

Las características físicas y la apariencia de un suelo granular dependen principalmente de la distribución del tamaño de las partículas en el depósito de suelo. En un suelo arcilloso ellas dependen de la adherencia del tipo *sticktion* y la plasticidad, propiedades que están asociadas con su composición mineralógica y su contenido de humedad, y también de su textura natural o macroestructura. Por tanto, la fracción granular de un depósito de suelo se clasifica de acuerdo con su distribución de tamaños de las partículas, en tanto que la fracción arcillosa se clasifica de acuerdo con sus características de plasticidad con los parámetros conocidos como límites de Atterberg.

En los siguientes apartados se tratan principios y criterios relacionados a los ensayos de granulometría y de límites de consistencia o plasticidad, ensayos que proporcionan la base para los sistemas de clasificación de suelos.

### II.1.1.1 – Granulometría:

La distribución de tamaños de las partículas en una masa de suelo se representa usualmente con la curva granulométrica o curva de distribución de tamaños de las partículas, en la cual el porcentaje de partículas inferiores a un tamaño en particular se representa en función de ese tamaño en escala logarítmica. La figura II.1-1 muestra algunas curvas de gradación típicas.



**Figura II.1-1:** Curvas granulométricas de dos suelos gravosos (uno bien graduado y uno muy uniforme) y un suelo fino bien graduado; A, B y C, respectivamente.

**Fuente:** Mecánica de Suelos, W. Lambe (Ed. Limusa, 1991).

La curva de gradación se obtiene midiendo la distribución de tamaño de las partículas de una muestra de suelo representativa; en arenas y gravas esto puede hacerse con un *análisis por tamizado* y con un *análisis por sedimentación* para la fracción limosa.

#### II.1.1.1.1 – Análisis por Tamizado

Una muestra representativa de masa conocida de suelo se pasa a través de una serie de tamices estándar con aberturas cada vez más pequeñas y luego se mide la masa retenida en cada uno de los tamices. Con este resultado puede calcularse el porcentaje de la masa de la muestra que pasa a través de cada tamiz para representarlo en función de la abertura correspondiente. La tabla II.1-1 muestra los tamices utilizados normalmente para la medición del tamaño de las partículas; de este rango se seleccionan los tamices apropiados para estudiar un material en particular.

Si el suelo contiene partículas de limo y arcilla, la muestra se trata primero con un agente defloculante y se lava a través de algunos tamices escogidos para separar los finos. Luego, el material grueso se seca y se tamiza como se describió anteriormente.

| Norma ASTM D-422-63 |                       |
|---------------------|-----------------------|
| Designación         | Tamaño de la abertura |
| 3 pulg              | 75 mm                 |
| 2 pulg              | 50 mm                 |
| 1 1/2 pulg          | 37,5 mm               |
| 1 pulg              | 25 mm                 |
| 3/4 pulg            | 19 mm                 |
| 3/8 pulg            | 9,5 mm                |
| No. 4               | 4,75 mm               |
| No. 8               | 2,36 mm               |
| No. 10              | 2 mm                  |
| No. 16              | 1,18 mm               |
| No. 20              | 850 µm                |
| No. 30              | 600 µm                |
| No. 40              | 425 µm                |
| No. 50              | 300 µm                |
| No. 60              | 250 µm                |
| No. 100             | 150 µm                |
| No. 140             | 106 µm                |
| No. 200             | 75 µm                 |

**Tabla II.1-1:** Rango de tamices utilizados comúnmente para el análisis granulométrico de un suelo.

### **II.1.1.2 – Límites de Atterberg:**

Según su contenido de agua en orden decreciente, un suelo susceptible de ser plástico puede estar en cualquiera de los siguientes estados de consistencia, definidos por Atterberg:

1. Estado líquido, con las propiedades y apariencia de una suspensión.
2. Estado semilíquido, con las propiedades de un fluido viscoso.
3. Estado plástico, en que el suelo se comporta plásticamente.
4. Estado semisólido, en el que el suelo tiene la apariencia de un sólido, pero aún disminuye de volumen al estar sujeto a secado.
5. Estado sólido, en que el volumen del suelo no varía con el secado.

Los anteriores estados son las fases generales por las que pasa el suelo al irse secando y no existen criterios estrictos para distinguir sus fronteras. El establecimiento de éstas ha de hacerse en forma puramente convencional. Atterberg estableció las primeras convenciones para ello, bajo el nombre de límites de consistencia.

La frontera convencional entre los estados semilíquido y plástico fue llamada por Atterberg límite líquido, nombre que hoy se conserva. Atterberg lo definió en términos de una cierta técnica de laboratorio que consistía en colocar el suelo remoldeado en una capsula, formando en él una ranura y en hacer cerrar la misma golpeando secamente la capsula contra una superficie dura; el suelo tenía el contenido de agua correspondiente al límite líquido, según Atterberg, cuando los bordes inferiores de la ranura se tocaban, sin mezclarse, al cabo de un cierto número de golpes. El procedimiento de laboratorio estandarizado utilizado en la actualidad no presenta variaciones significativas del concebido por Atterberg.

La frontera convencional entre los estados plástico y semisólido fue llamada por Atterberg límite plástico y definida también en términos de una manipulación de laboratorio. Atterberg amasaba un fragmento de suelo hasta convertirlo en un cilindro de espesor no especificado; el agrietamiento y desmoronamiento del rollito, en un cierto momento, indicaba que se había alcanzado el límite plástico y el contenido de agua en momento era la frontera deseada. El procedimiento normalizado utilizado en laboratorio en la actualidad es cualitativamente equivalente al ideado por Atterberg.

A las fronteras anteriores, que definen el intervalo plástico del suelo se les ha llamado límites de plasticidad.

Atterberg consideraba que la plasticidad del suelo quedaba determinada por el límite líquido y por la cantidad máxima de una cierta arena que podía ser agregada al suelo, estando éste con el contenido correspondiente al límite líquido, sin que perdiera por completo su plasticidad. Además encontró que la diferencia entre los valores de los límites de plasticidad, llamada índice plástico, se relacionaba fácilmente con la cantidad de arena añadida, siendo de más fácil determinación, por lo que sugirió su uso, en lugar de la arena, como segundo parámetro para definir su plasticidad.

$$I_p = LL - LP \quad (II.1.1)$$

Además de los límites de plasticidad (líquido y plástico) ya señalados, Atterberg definió otros límites de consistencia de menor importancia desde el punto de vista de la ingeniería civil, que se mencionan a continuación:

1. El límite de adhesión, definido como el contenido de agua con el que la arcilla pierde sus propiedades de adherencia con una hoja metálica, por ejemplo, una espátula. Es de importancia en agricultura.
2. El límite de cohesión, definido como el contenido de agua con el que los grumos de arcilla ya no se adhieren entre sí.
3. El límite de contracción, frontera entre los estados de consistencia semisólido y sólido, definido con el contenido de agua con el que el suelo ya no disminuye su volumen al seguirse secando.

#### **II.1.1.3 – Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS):**

Dada la complejidad y la prácticamente infinita variedad con que los suelos se presentan en la naturaleza, cualquier intento de sistematización científica debe ir precedido por otro de clasificación completa. Un sistema de clasificación que pretenda cubrir hoy las necesidades correspondientes debe estar basado en las propiedades mecánicas de los suelos y la base descriptiva que se proporcione debe ser a su vez preponderantemente cualitativa, pues un sistema que pretenda incluir relaciones cuantitativas resultaría impráctico; además, un sistema útil de clasificación debe servir para normar el criterio del técnico respecto al

suelo que se trate, de forma previa a un conocimiento más profundo y extenso de las propiedades del mismo, sirviendo más bien de guía en cuanto a la dirección hacia la cual se debería profundizar su investigación.

Como métodos ampliamente difundidos para la clasificación de suelos en la mayoría de los países se tienen el sistema de la AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Officials), mayormente utilizado para análisis de subrasantes y otros estudios en carreteras, y el Sistema Unificado, que es usualmente el preferido por los ingenieros geotécnicos. A continuación se desarrollará brevemente este segundo sistema de clasificación.

El Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (S.U.C.S.) fue presentado por Arthur Casagrande en el año 1952 como una modificación y adaptación más general a su sistema de clasificación propuesto en 1942 para aeropuertos. Hoy en día, es ampliamente usado en el campo de la ingeniería civil y se encuentra normalizado a detalle (Prueba ASTM D-2487-00).

El sistema unificado se presenta en las tablas II.1-2, II.1-3 y II.1-4; clasifica los suelos en dos amplias categorías:

1. Suelos de grano grueso que son de naturaleza tipo grava y arenosa con menos del 50% pasando por la malla No.200. Los símbolos de grupo comienzan con un prefijo G o S. G significa grava o suelo gravoso y S significa arena o suelo arenoso.
2. Los suelos de grano fino con 50% o mas pasando por la malla No.200. Los símbolos de grupo comienzan con un prefijo M, que significa limo inorgánico, C para arcilla inorgánica u O para limos y arcillas orgánicos. El símbolo Pt se usa para turbas, lodos y otros suelos altamente orgánicos.

Otros símbolos son también utilizados para la clasificación:

- W: bien graduado
- P: mal graduado
- L: baja plasticidad (límite líquido menor que 50)
- H: alta plasticidad (límite líquido mayor que 50)

| Símbolo de Grupo | Criterios                                                                                                              |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| GW               | Menos de 5% pasa la malla No.200; $C_u \geq 4$ ; $1 \leq C_c \leq 3$                                                   |
| GP               | Menos de 5% pasa la malla No.200; no cumple ambos criterios para GW                                                    |
| GM               | Más de 12% pasa la malla No.200; los límites de Atterberg se grafican debajo de la línea A (figura II-2) o el $IP < 4$ |
| GC               | Más de 12% pasa la malla No.200; los límites de Atterberg se grafican debajo de la línea A (figura II-2); $IP > 7$     |
| GC-GM            | Más de 12% pasa la malla No.200; los límites de Atterberg caen en el área sombreada marcada CL-ML en la figura II-2    |
| GW-GM            | El porcentaje que pasa la malla No.200 está entre 5 y 12; cumple los criterios para GW y GM                            |
| GW-GC            | El porcentaje que pasa la malla No.200 está entre 5 y 12; cumple los criterios para GW y GC                            |
| GP-GM            | El porcentaje que pasa la malla No.200 está entre 5 y 12; cumple los criterios para GP y GM                            |
| GP-GC            | El porcentaje que pasa la malla No.200 está entre 5 y 12; cumple los criterios para GP y GC                            |

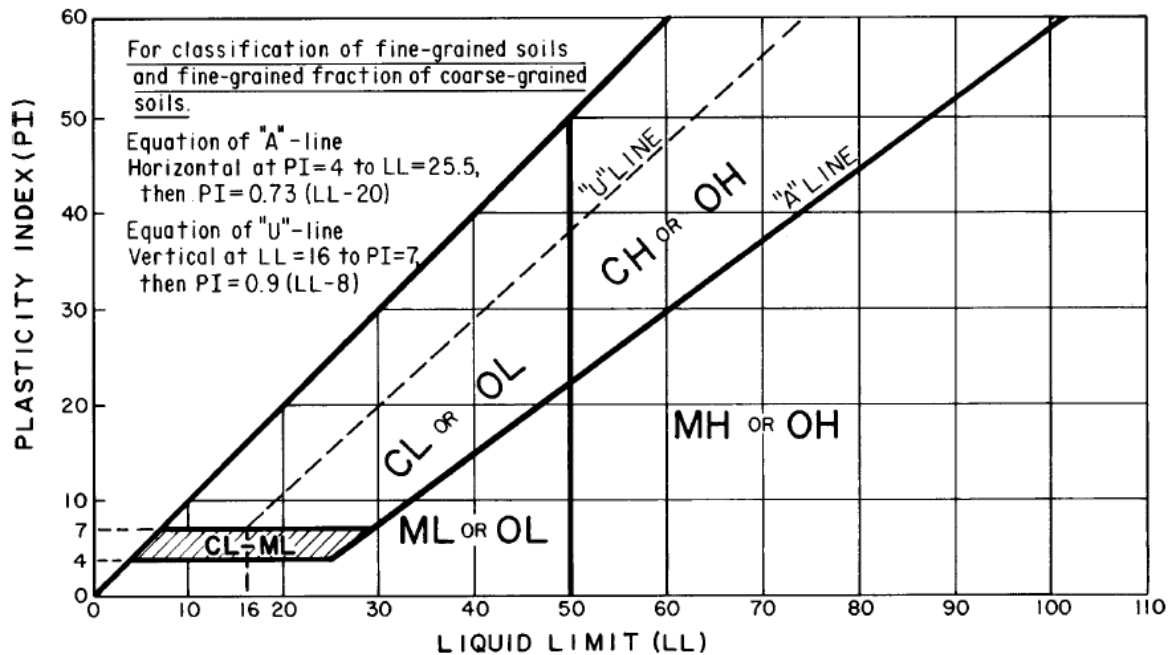
**Tabla II.1-2:** Símbolos para suelos gravosos (S.U.C.S.).

| Símbolo de Grupo | Criterios                                                                                                              |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| SW               | Menos de 5% pasa la malla No.200; $C_u \geq 6$ ; $1 \leq C_c \leq 3$                                                   |
| SP               | Menos de 5% pasa la malla No.200; no cumple ambos criterios para SW                                                    |
| SM               | Más de 12% pasa la malla No.200; los límites de Atterberg se grafican debajo de la línea A (figura II-2) o el $IP < 4$ |
| SC               | Más de 12% pasa la malla No.200; los límites de Atterberg se grafican arriba de la línea A (figura II-2); $IP > 7$     |
| SC-SM            | Más de 12% pasa la malla No.200; los límites de Atterberg caen en el área sombreada marcada CL-ML en la figura II-2    |
| SW-SM            | El porcentaje que pasa la malla No.200 está entre 5 y 12; cumple los criterios para SW y SM                            |
| SW-SC            | El porcentaje que pasa la malla No.200 está entre 5 y 12; cumple los criterios para SW y SC                            |
| SP-SM            | El porcentaje que pasa la malla No.200 está entre 5 y 12; cumple los criterios para SP y SM                            |
| SP-SC            | El porcentaje que pasa la malla No.200 está entre 5 y 12; cumple los criterios para SP y SC                            |

**Tabla II.1-3:** Símbolos para suelos arenosos (S.U.C.S.).

| Símbolo de Grupo | Criterios                                                                                                              |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| CL               | Inorgánico; $LL < 50$ ; $PI > 7$ ; se grafica sobre o arriba de la línea A (véase zona CL en la figura II-2)           |
| ML               | Inorgánico; $LL < 50$ ; $PI < 4$ ; o se grafica debajo de la línea A (véase zona ML en la figura II-2)                 |
| OL               | Orgánico; $(LL - \text{seco en horno}) / (LL - \text{sin secar}) < 0,75$ ; $LL < 50$ (véase zona OL en la figura II-2) |
| CH               | Inorgánico; $LL \geq 50$ ; $PI$ se grafica sobre o arriba de la línea A (véase la zona CH en la figura II-2)           |
| MH               | Inorgánico; $LL \geq 50$ ; $PI$ se grafica debajo de la línea A (véase la zona MH en la figura II-2)                   |
| OH               | Orgánico; $(LL - \text{seco en horno}) / (LL - \text{sin secar}) < 0,75$ ; $LL < 50$ (véase zona OH en la figura II-2) |
| CL-ML            | Inorgánico; se grafica en la zona sombreada en la figura II-2                                                          |
| Pt               | Turba, lodos y otros suelos altamente orgánicos                                                                        |

**Tabla II.1-4:** Símbolos para suelos finos (S.U.C.S.).



**Figura II.1-2:** Carta de plasticidad.

**Fuente:** Norma ASTM D 2487-00.

Para una clasificación apropiada con este sistema, debe conocerse algo o todo de la información siguiente:

1. Porcentaje de grava, es decir, la fracción que pasa la malla de 76,2 mm y es retenida en la malla No.4 (abertura de 4,75 mm).
2. Porcentaje de arena, es decir, la fracción que pasa la malla No.4 (abertura de 4,75 mm) y es retenida en la malla No.200 (abertura de 0,075 mm).
3. Porcentaje de limo y arcilla, es decir la fracción de finos que pasan la malla No.200 (abertura de 0,075 mm).
4. Coeficiente de uniformidad ( $C_u$ ) y coeficiente de curvatura ( $C_c$ ).
5. Límite líquido e índice de plasticidad de la porción de suelo que pasa la malla No.40.

### II.1.3 – Ensayo de Penetración Estándar (SPT):

El ensayo normal de Penetración Estándar (SPT) nació en los Estados Unidos de Norteamérica en la década de 1920, con la finalidad de estimar el grado de densificación de los suelos.

Originalmente los penetrómetros dinámicos fueron concebidos para apreciar la compacidad de los suelos sin cohesión, ante la dificultad de obtener muestras inalteradas.

En 1925, un perforista de la firma Societé Raymond-Pile, propuso a K. Terzaghi, contar el número de golpes necesarios para hincar en un tubo tomamuestras que tenía por costumbre utilizar, asumiéndolo como un ensayo después de haber acumulado gran número de resultados.

El ensayo se puede desarrollar en dos formas, una a cielo abierto (mediante una excavación manual o con equipos característicos) y otra por perforación (con barrenado).

Una vez efectuada la limpieza correspondiente de la perforación de sondeo, se hince el tomamuestras 15 cm en el suelo para asegurarse que la zapata de corte se asiente en material virgen.

Luego se hince 30 cm. en incrementos de 15 cm a golpes de un martinete que pesa 64 kilos (140 libras) y cae de una altura de 76 cm. Se anota el número de golpes que se necesita para hincar el tomamuestras cada uno de los 15 cm.

El Registro de Penetración o Índice de Penetración "N" se obtiene al considerar los golpes necesarios para penetrar los últimos 30 cm (12") de un total de 45 cm (18") de la Cuchara Muestreadora; los primeros 15 cm (6") no se consideran, dado que el suelo podría estar alterado por efectos del procedimiento utilizado durante la ejecución del sondaje.

Hay que destacar que en nuestro medio se utiliza mucho el cono y no la cuchara partida, por lo que se debe recordar aquel estudio de Sowers y Sowers (1970) donde se determinó que el número N de golpes necesario para hincar 30cm utilizando un cono de punta adiamantada es comparable con el número de golpes N del ensayo normal de penetración SPT (utilizando la cuchara partida).

La muestra es examinada, clasificada por el técnico de campo encargado del sondeo, guardándose posteriormente en un depósito de vidrio o plástico, que se sella y se envía al laboratorio. Las muestras recuperadas en el penetrómetro que mantienen su forma cilíndrica pueden ser usadas para pruebas de compresión sin confinamiento.

La resistencia a la Penetración es un indicador de la compacidad de los suelos no cohesivos y de la resistencia de los suelos cohesivos, pues es, en efecto un ensayo Dinámico de Esfuerzo Cortante In-Situ.

La correlación más utilizada con este ensayo es la obtenida por medio del número de golpes N y la clasificación del suelo, datos que mediante los ábacos de B. K. Hough proporcionan directamente la capacidad de carga admisible de un suelo. Las tablas II.1-5 y II.1-6 relacionan la compacidad y la resistencia de acuerdo con los resultados de la prueba de Penetración Estándar.

| Número de Golpes | Compacidad Relativa |
|------------------|---------------------|
| 0 - 4            | Muy Suelta          |
| 5 - 10           | Suelta              |
| 11 - 20          | Firme               |
| 21 - 30          | Muy Firme           |
| 31 - 50          | Densa               |
| Más de 50        | Muy Densa           |

**Tabla II.1-5:** Compacidad relativa de la arena.

**Fuente:** Principios de Ingeniería de Cimentaciones, Braja M. Das (2001).

| No. de Golpes | Consistencia | Resistencia a la Compresión Simple $q_u$ (Kg/cm <sup>2</sup> ) |
|---------------|--------------|----------------------------------------------------------------|
| < 2           | Muy Blanda   | < 0.25                                                         |
| 2 - 4         | Blanda       | 0.25 - 0.50                                                    |
| 4 - 8         | Media        | 0.50 - 1.00                                                    |
| 8 - 15        | Firme        | 1.00 - 2.00                                                    |
| 15 - 30       | Muy Firme    | 2.00 - 4.00                                                    |
| > 30          | Dura         | > 4.0                                                          |

**Tabla II.1-6:** Resistencia de los suelos cohesivos.

**Fuente:** Principios de Ingeniería de Cimentaciones, Braja M. Das (2001).

Dada la naturaleza empírica del ensayo no es recomendable que se infiera demasiados datos a partir del mismo como es costumbre en nuestro medio, sino que se deberían tomar los valores obtenidos por medio del ensayo y correlaciones como datos de anteproyecto en vez de valores de cálculo.

En la Universidad Nacional de Buenos Aires, en el vecino país de la Argentina, donde se tienen problemas similares a los nuestros respecto a este ensayo, se publicó un trabajo de investigación a cargo del Ing. López Menardi sobre las correcciones que se deberían hacer a los resultados del ensayo SPT en cuanto al tipo de aparato (el utilizado en Estados Unidos) para el cual fueron confeccionadas las correlaciones de otras propiedades del suelo con el numero de golpes del ensayo y los tipos de aparatos más utilizados en la región. Así mismo se hizo un análisis de cuáles propiedades del suelo podrían correlacionarse y cuáles no. La siguiente tabla detalla un resumen de este último análisis.

| Parámetros del subsuelo            | Aplicabilidad del SPT |
|------------------------------------|-----------------------|
| Tipo de suelo                      | B                     |
| Perfil estratigráfico              | B                     |
| Densidad relativa ( $D_r$ )        | B                     |
| Angulo de fricción ( $\phi$ )      | C                     |
| Resistencia al corte. UU           | C                     |
| Presión neutra (U)                 | N                     |
| Relación de preconsolidación       | N                     |
| Módulos E y G )                    | N                     |
| Compresibilidad ( $m_v$ & $c_c$ )  | C                     |
| Consolidación $c_v$ )              | N                     |
| Permeabilidad (k)                  | N                     |
| Curva-( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) | N                     |
| Resistencia a la liquefacción      | A                     |

**A: Aplicabilidad alta.**

**B: Aplicabilidad moderada.**

**C: Aplicabilidad limitada.**

**N: Aplicabilidad nula.**

**Tabla II.1-7: Aplicabilidad del ensayo SPT.**

**Fuente:** Determinación In Situ de Propiedades Ingenieriles de los Suelos y su Relación con el Ensayo Normal de Penetración, López Menardi (UBA, Argentina, 2003).

Esta tabla nos muestra la limitación que se tiene al sólo contar con este tipo de ensayo para el análisis de un suelo, resaltando la necesidad de contar con laboratorios de suelos que permitan estudiar apropiadamente las propiedades de los suelos sobre los que se trabaja en nuestro medio y no depender completamente de un ábaco publicado hace ya más de 50 años en condiciones distintas a las de nuestro medio y en una época distinta a la actual.

## **II.2 – Análisis Matricial de Estructuras:**

Durante el periodo 1945-1955 aparecieron las primeras publicaciones referentes a un nuevo método de análisis que utilizaba matrices de flexibilidad o de rigidez de la estructura.

El método de distribución de momentos había dado solución satisfactoria a muchos problemas durante los anteriores 20 años pero para el desarrollo de varias ramas de la ingeniería se requería un nuevo tipo de análisis el cual pudiera ser programado de forma práctica para aprovechar la capacidad de procesamiento de las computadoras disponibles en ese momento. La coincidencia de poder plantear el comportamiento de una estructura mediante matrices y poder manejar fácilmente dichas matrices mediante la computadora hizo que se desarrollaran extraordinariamente los métodos matriciales, hasta constituir la herramienta más poderosa con que se cuenta el día de hoy para propósitos de análisis estructural.

Estos métodos presentan dos posibles modalidades en su planteamiento: el método de las fuerzas y el de los desplazamientos, según sean unos u otros las incógnitas principales. En el desarrollo de estos métodos se observó que el método de la rigidez presentaba un mayor potencial de utilización en combinación con la computadora, por lo que es este método el que recibió mayor atención en el ámbito de la ingeniería civil.

Dado lo señalado anteriormente se desarrolla a continuación un procedimiento analítico de análisis matricial general, basado en el expuesto en el libro “Análisis Matricial de Estructuras” del Ing. Jairo Uribe, y luego se puntualizan las particularidades a considerarse para pórticos planos, tomadas de la misma fuente, información con la cual fue realizada la programación del software utilizado en la comprobación de resultados del análisis estructural en el capítulo correspondiente a la ingeniería del proyecto.

### **II.2.1 - Solución General por el Método de los Desplazamientos:**

Tomando el caso general de una estructura cualquiera, el planteamiento matricial de la misma por el método de los desplazamientos:

$$[F] = [K][\delta] \quad (\text{II.2.1})$$

conduce después de una reordenación adecuada a una expresión de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} F_n \\ F_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & K_{na} \\ K_{na} & K_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_a \end{bmatrix} \quad (\text{II.2.2})$$

en donde:

$[F_n]$  = vector de cargas aplicadas (conocidas).

$[F_a]$  = reacciones en los apoyos (desconocidas).

$[\delta_n]$  = vector de desplazamientos en los nudos libres (desconocidos).

$[\delta_a]$  = desplazamientos de los apoyos (conocidos y generalmente iguales a cero).

Expandiendo entonces (II.2.2), se obtiene:

$$[F_n] = [K_{nn}][\delta_n] + [K_{na}][\delta_a] \quad (\text{II.2.3a})$$

$$[F_a] = [K_{an}][\delta_n] + [K_{aa}][\delta_a] \quad (\text{II.2.3b})$$

y despejando de la primera el vector  $[\delta_n]$

$$[\delta_n] = [K_{nn}]^{-1}[F_n] - [K_{nn}]^{-1}[K_{na}][\delta_a] \quad (\text{II.2.4})$$

reemplazando este valor en la ecuación (II.2.3b)

$$[F_a] = [K_{an}][K_{nn}]^{-1}[F_n] - [K_{an}][K_{nn}]^{-1}[K_{na}][\delta_a] + [K_{aa}][\delta_a]$$

y factorizando por  $[\delta_a]$ :

$$[F_a] = [K_{an}][K_{nn}]^{-1}[F_n] + \{[K_{aa}] - [K_{an}][K_{nn}]^{-1}[K_{na}]\}[\delta_a] \quad (\text{II.2.5})$$

Las ecuaciones (II.2.4) y (II.2.5) constituyen la base de la solución matricial de una estructura por el método de los desplazamientos.

En el caso de desplazamientos nulos en los apoyos las ecuaciones (II.2.4) y (II.2.5) se reducen a:

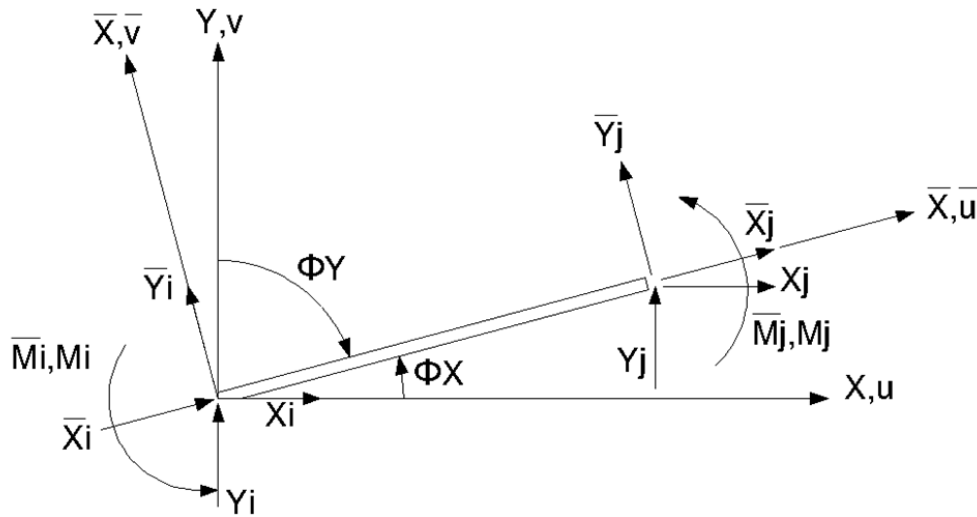
$$[\delta_n] = [K_{nn}]^{-1}[F_n] \quad (\text{II.2.6})$$

$$[F_a] = [K_{an}][K_{nn}]^{-1}[F_n] \quad (II.2.7)$$

Una vez averiguados los desplazamientos mediante las ecuaciones (II.2.6) o (II.2.7) se pueden conocer las fuerzas internas mediante la *Matriz de fuerzas internas* correspondiente al tipo de elementos de la estructura con lo que quedaría completo el análisis.

## II.2.2 - Matriz de Rigidez de un Elemento de Pórtico Plano, Arbitrariamente Orientado:

En el caso general, un elemento de pórtico plano está sometido en sus extremos a fuerza axial, corte y flexión y se encuentra orientado con respecto al eje X de la estructura, como se ilustra en la figura II.2-1. En ella los ejes con barra son particulares, locales o de miembro, mientras que los ejes sin barra corresponden a los globales, generales o de la estructura.



**Figura II.2-1:** Caso general del elemento de pórtico plano, arbitrariamente orientado.

En la figura se observa que la relación entre las fuerzas axiales y cortantes de los dos sistemas se relaciona mediante sumas y restas en términos de sus proyecciones, es decir en términos de senos y cosenos, y los momentos son idénticos en ambos sistemas por ser vectores libres. En consecuencia, la matriz de transformación definida por la ecuación:

$$[\bar{F}] = [T][F] \quad (II.2.8)$$

queda así:

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_i \\ \bar{Y}_i \\ \bar{M}_i \\ \bar{X}_j \\ \bar{Y}_j \\ \bar{M}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_X & \sin \varphi_X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_X & \cos \varphi_X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \varphi_X & \sin \varphi_X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \varphi_X & \cos \varphi_X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ M_i \\ X_j \\ Y_j \\ M_j \end{bmatrix} \quad (\text{II.2.9})$$

Para simplificar la escritura se aprovecha la igualdad de las cofunciones de ángulos complementarios y se definen:

$$\lambda = \cos \varphi_X \quad (\text{II.2.10})$$

$$\mu = \cos \varphi_Y = \sin \varphi_X \quad (\text{II.2.11})$$

Con lo cual, la matriz  $[T]$  se reduce a:

$$[T] = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.2.12})$$

De la ecuación (II.2.8), despejando  $[F]$  se obtiene:

$$[F] = [T]^{-1}[\bar{F}] \quad (\text{II.2.13})$$

Dado que para sistemas de coordenadas ortogonales la matriz de transformación  $[T]$  resulta ortogonal:

$$[T]^{-1} = [T]^T \quad (\text{II.2.14})$$

lo cual simplifica mucho el procedimiento.

La misma relación que existe entre las fuerzas  $F$  y  $\bar{F}$  se presenta entre los desplazamientos  $\delta$  y  $\bar{\delta}$ . Por tanto se puede escribir:

$$[\bar{\delta}] = [T][\delta] \quad (\text{II.2.15})$$

en donde  $[T]$  es la misma matriz de transformación definida en la ecuación (II.2.12).

Reemplazando la ecuación (II.2.14) en (II.2.13) y considerando que recíprocamente a la ecuación (II.2.1) se puede escribir:

$$[\bar{F}] = [\bar{K}][\bar{\delta}] \quad (\text{II.2.16})$$

se llega a:

$$[F] = [T]^T [\bar{F}] = [T]^T [\bar{K}][\bar{\delta}]$$

y reemplazando en esta última expresión la igualdad encontrada en (II.2.15), resulta:

$$[F] = [T]^T [\bar{K}][T][\delta] \quad (\text{II.2.17})$$

Si se compara esta expresión con la ecuación (II.2.8) se llega a la conclusión de que:

$$[K] = [T]^T [\bar{K}][T] \quad (\text{II.2.18})$$

expresión completamente general para sistemas de ejes ortogonales.

Dado el carácter general de la igualdad recién vista y que la matriz  $[\bar{K}]$  para pórticos planos, que combina la acción de fuerzas de compresión con cortantes y momentos en coordenadas locales de cada elemento y cuyos términos son obtenidos por medio de la “Ley de Hooke” y por las ecuaciones del “Método de la pendiente-desviación”, esta dada por:

$$[\bar{K}] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (\text{II.2.19})$$

basta con transponer la ecuación (II.2.12) y efectuar el triple producto indicado en (II.2.18) para obtener la matriz de rigidez del elemento referida a coordenadas generales. Siguiendo este procedimiento se obtiene finalmente la ecuación:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} \lambda^2 + \frac{12EI}{L^3} \mu^2 & \left[ \frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \lambda \mu & -\frac{6EI}{L^2} \mu & -\left[ \frac{AE}{L} \lambda^2 + \frac{12EI}{L^3} \mu^2 \right] & -\left[ \frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \lambda \mu & -\frac{6EI}{L^2} \mu \\ \left[ \frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \lambda \mu & \frac{AE}{L} \mu^2 + \frac{12EI}{L^3} \lambda^2 & \frac{6EI}{L^2} \lambda & -\left[ \frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \lambda \mu & -\left[ \frac{AE}{L} \lambda^2 + \frac{12EI}{L^3} \mu^2 \right] & \frac{6EI}{L^2} \lambda \\ -\frac{6EI}{L^2} \mu & \frac{6EI}{L^2} \lambda & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \mu & -\frac{6EI}{L^2} \lambda & \frac{2EI}{L} \\ -\left[ \frac{AE}{L} \lambda^2 + \frac{12EI}{L^3} \mu^2 \right] & -\left[ \frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \lambda \mu & \frac{6EI}{L^2} \mu & \frac{AE}{L} \lambda^2 + \frac{12EI}{L^3} \mu^2 & \left[ \frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \lambda \mu & \frac{6EI}{L^2} \mu \\ -\left[ \frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \lambda \mu & -\left[ \frac{AE}{L} \lambda^2 + \frac{12EI}{L^3} \mu^2 \right] & -\frac{6EI}{L^2} \lambda & \left[ \frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \lambda \mu & \frac{AE}{L} \mu^2 + \frac{12EI}{L^3} \lambda^2 & -\frac{6EI}{L^2} \lambda \\ -\frac{6EI}{L^2} \mu & \frac{6EI}{L^2} \lambda & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \mu & -\frac{6EI}{L^2} \lambda & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (II.2.20)$$

Cuando los miembros tienen cargas intermedias el vector de fuerzas de empotramiento debe transformarse, lógicamente, a coordenadas generales. Esto puede hacerse mediante la expresión:

$$[F^F] = [T]^T [\bar{F}^F] \quad (II.2.21)$$

en donde:

$[F^F]$  = vector de fuerzas de empotramiento referido a coordenadas generales

$[T]$  = matriz de transformación definida por la ecuación (II.2.12)

$[\bar{F}^F]$  = vector de fuerzas de empotramiento referido a coordenadas locales.

Una vez se haya planteado la ecuación:

$$[F]_{ij} = [K]_{ij} [\delta]_{ij} + [F^F]_{ij} \quad (II.2.22)$$

donde se incluye el vector de fuerzas de empotramiento para cada miembro, se puede proceder a ensamblar, por superposición directa, la ecuación general de todo el sistema y a obtener los desplazamientos nodales en la forma ya estudiada.

### **II.2.3. – Cálculo de las Fuerzas Internas en un Elemento de Pórtico Plano, Arbitrariamente Orientado:**

Las fuerzas internas en los extremos de un elemento de pórtico plano se calculan fácilmente después de averiguar los desplazamientos desconocidos, mediante la ecuación (II.2.1) del caso particular en la cual el vector  $[F]$  y  $[K]$  son los valores conocidos. Sin embargo, dichas fuerzas se refieren a coordenadas generales y antes de poderlas utilizar en diseño o en el dibujo de los diagramas respectivos es necesario transformarlas a coordenadas locales. Dicha transformación se realiza mediante la ecuación (II.2.8):

$$[\bar{F}]_{ij} = [T]_{ij}[F]_{ij}$$

Esta última expresión permite obtener cada una de las solicitaciones en cada una de las barras de la estructura, quedando completo el análisis.

### **II.3. – Diseño Estructural de Elementos de Hormigón Armado:**

Los siguientes apartados desarrollan de manera breve los procedimientos de diseño estructural utilizados en el presente proyecto para el diseño de los elementos de hormigón armado a partir de las especificaciones de la normativa americana “Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-05)”, complementando lo encontrado en dichas especificaciones principalmente con el texto de comentario a dicha normativa y con el desarrollo analítico de los mismos procedimientos encontrado en el texto de Arthur H. Nilson “Diseño de Estructuras de Concreto”.

#### **II.3.1. – Generalidades del Método de Diseño:**

El método de diseño estructural del ACI (American Concrete Institute) fue elaborado bajo el criterio general de que: “Las estructuras y los elementos estructurales deben ser diseñados para que tengan en cualquier sección una resistencia de diseño al menos igual a la resistencia requerida, calculada esta última para las cargas y fuerzas mayoradas en las condiciones establecidas[...]”. El método, conocido comúnmente como “diseño por resistencia”, contiene un gran aporte empírico de una amplia variedad de investigaciones y publicaciones científicas que van afinando cada vez más las ecuaciones y las regresiones utilizadas para su desarrollo, dicho empirismo simplifica bastante los procedimientos de

cálculo haciendo que el método sea de la más amplia difusión en países extranjeros al de su origen aunque vaya en muchos casos en desmedro de la racionalización de los procedimientos.

El requisito básico para el diseño por resistencia se puede expresar como:

$$\text{Resistencia de diseño} \geq \text{Resistencia requerida}$$

$$\phi(\text{Resistencia nominal}) \geq U$$

En el procedimiento de diseño por resistencia, el margen de seguridad se proporciona multiplicando la carga de servicio por un factor de carga, y la resistencia nominal por un factor de reducción de resistencia.

#### II.3.1.1. – Resistencia Requerida:

La resistencia requerida  $U$  se expresa en términos de cargas mayoradas o de las fuerzas y momentos internos correspondientes y debe ser por lo menos igual al efecto contemplado en las siguientes combinaciones de carga:

$$U = 1.4(D + F) \quad (\text{II.3.1a})$$

$$U = 1.2(D + F + T) + 1.6(L + H) + 0.5(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) \quad (\text{II.3.1b})$$

$$U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) + (1.0L \text{ ó } 0.87W) \quad (\text{II.3.1c})$$

$$U = 1.2D + 1.6W + 1.0L + 0.5(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) \quad (\text{II.3.1d})$$

$$U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S \quad (\text{II.3.1e})$$

$$U = 0.9D + 1.6W + 1.6H \quad (\text{II.3.1f})$$

$$U = 0.9D + 1.6E + 1.6H \quad (\text{II.3.1g})$$

donde:

$D$  = cargas muertas, o momentos y fuerzas internas correspondientes.

$E$  = efectos de carga producidos por el sismo o momentos y fuerzas internas correspondientes.

$F$  = cargas debidas al peso y presión de fluidos con densidades bien definidas y alturas máximas controlables, o momentos y fuerzas internas correspondientes.

- $H$  = cargas debidas al peso y empuje del suelo, del agua en el suelo, u otros materiales, o momentos y fuerzas internas correspondientes.
- $L$  = cargas vivas, o momentos y fuerzas internas correspondientes.
- $L_r$  = cargas vivas de cubierta, o momentos y fuerzas internas correspondientes.
- $R$  = cargas por lluvia, o momentos y fuerzas internas correspondientes.
- $S$  = cargas por nieve, o momentos y fuerzas internas correspondientes.
- $T$  = efectos acumulados de variación de temperatura, flujo plástico, retracción, asentamiento diferencial y retracción del concreto de retracción compensada.
- $W$  = carga por viento, o momentos y fuerzas internas correspondientes.

El factor asignado a cada carga está influenciado por el grado de precisión con el cual se puede calcular la misma y por las variaciones esperadas para dicha carga durante la vida de la estructura además de que, en cierta medida, se toma en consideración la probabilidad de la ocurrencia simultánea al asignar factores a las combinaciones de carga. Aunque las combinaciones de carga más usuales están incluidas se aclara en la sección correspondiente del reglamento que el diseñador no debe suponer que estén cubiertos todos los casos posibles sin antes hacer un análisis de la situación de diseño en particular en determinado proyecto.

#### **II.3.1.2. – Resistencia de Diseño:**

La resistencia de diseño de un elemento es la resistencia nominal a determinada sollicitación, calculada según los procedimientos establecidos por el reglamento, multiplicada por un factor de reducción de resistencia  $\phi$  que es siempre menor a la unidad.

Los propósitos del factor de reducción de la resistencia  $\phi$  son los siguientes:

- 1) Tomar en consideración la probabilidad de la existencia de elementos con una menor resistencia, debida a variación en la resistencia de los materiales y las dimensiones.
- 2) Tomar en consideración las inexactitudes de las ecuaciones de diseño.
- 3) Reflejar el grado de ductilidad y la confiabilidad requerida para el elemento bajo los efectos de la carga bajo consideración.
- 4) Reflejar la importancia del elemento en la estructura.

El factor de reducción de resistencia  $\phi$  para elementos de hormigón armado debe adoptarse como se describe en la tabla II.3-1.

| Tipo de Diseño                                                                                                                     | $\phi$                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| Secciones controladas por tracción                                                                                                 | 0.90                             |
| Secciones controladas por compresión                                                                                               |                                  |
| (a) Elementos con refuerzo en espiral                                                                                              | 0.75                             |
| (b) Otros elementos reforzados                                                                                                     | 0.65                             |
| Cortante y torsión                                                                                                                 | 0.75                             |
| Aplastamiento en el concreto (excepto para anclajes y modelos puntal-tensor)                                                       | 0.65                             |
| Zonas de anclaje de postensado                                                                                                     | 0.85                             |
| Los modelos puntal-tensor y puntales, tensores, zonas de nodos y áreas de apoyo en esos modelos                                    | 0.75                             |
| Las secciones en flexión en los elementos pretensados donde la longitud embebida del torón es menor que la longitud de desarrollo: |                                  |
| (a) desde el extremo del elemento hasta el extremo de la longitud de transferencia.                                                | 0.75                             |
| (b) desde el extremo de la longitud de transferencia hasta el extremo de la longitud de desarrollo.                                | Incremento lineal de 0.75 a 0.90 |

**Tabla II.3-1:** Factor de reducción de resistencia  $\phi$  para distintos casos de diseño de elementos de hormigón armado **Fuente:** Código ACI 318-08.

### II.3.2. – Diseño a Compresión:

Las columnas se definen como elementos que soportan principalmente cargas de compresión. En general, éstas soportan también momentos flectores con respecto a uno o a los dos ejes de la sección transversal y esta acción de flexión puede producir fuerzas de tracción sobre una parte de la sección transversal. Aún en estos casos se hace referencia a las columnas como elementos a compresión puesto que este tipo de fuerza domina su comportamiento.

Los procedimientos señalados en los dos apartados siguientes sintetizan muy abreviadamente el diseño de las columnas que soportan las vigas y los sistemas de entrepiso del edificio. El primero de los apartados describe el procedimiento de diseño sin tomar en cuenta efectos de esbeltez. El análisis de efectos de esbeltez del segundo apartado es el

correspondiente a pórticos no arriostrados dado que el diseño arquitectónico de la estructura determina una configuración de ese tipo.

#### II.3.2.1. – Columnas Cortas:

El caso más sencillo de columnas es el de una pieza corta cargada concéntricamente, caso en el cual, mediante un análisis sencillo de compatibilidad de deformaciones en una sección de una columna de hormigón armado se obtiene la **resistencia última nominal** de una columna cargada axialmente, en el que se debe reconocer la respuesta no lineal de ambos materiales mediante sus correspondientes diagramas esfuerzo-deformación:

$$P_n = 0.85f'_c(A_g - A_{st}) + A_{st}f_y \quad (\text{II.3.2})$$

donde:

$P_n$  = resistencia axial nominal de la sección transversal.

$f'_c$  = resistencia especificada a la compresión del hormigón.

$f_y$  = resistencia especificada a la fluencia del refuerzo.

$A_g$  = área bruta de la sección, para una sección con vacíos,  $A_g$  es el área del hormigón solo y no incluye el área de los vacíos.

$A_{st}$  = área total del refuerzo longitudinal no preesforzado (barras o perfiles de acero).

Este valor de resistencia nominal con la introducción de factores de reducción de resistencia determina el valor de la **resistencia de diseño** útil de la columna.

El valor antes encontrado de resistencia de diseño útil representa la respuesta máxima que se podría obtener de una columna determinada. El reglamento ACI 318-05, para incluir el efecto de una excentricidad mínima con el fin de compensar excentricidades accidentales de cargas no tratadas en el análisis, además del factor de reducción de resistencia, establece un límite superior a la resistencia de diseño, que para columnas con estribos es igual a 0.80 veces la resistencia calculada anteriormente, resultando entonces:

$$\phi P_{n(\max)} = 0.80\phi[0.85f'_c(A_g - A_{st}) + A_{st}f_y] \quad (\text{II.3.3})$$

con  $\phi = 0.65$  (para columnas con estribos).

En cualquier tipo de estructura resulta muy raro encontrar elementos cargados concéntricamente a compresión. Algunos elementos sostienen ante todo cargas a

compresión pero casi siempre, por continuidad de la estructura, está presente una flexión simultánea. Incluso aunque el cálculo de diseño demuestre que un elemento está cargado concéntricamente se debe tener en cuenta que por las imperfecciones inevitables en el proceso constructivo se tendrán excentricidades y por consecuencia momentos flectores en el elemento construido. Por este motivo los elementos siempre deben diseñarse para compresión y flexión simultáneas en casi todos los tipos de estructuras de hormigón.

En el diseño de columnas tienen poca influencia los estados anteriores al estado último de ruptura por lo que el diseño de columnas se basa sobretodo en el estado de sobrecargas mayoradas, para el cual la resistencia requerida no debe exceder la resistencia de diseño:

$$\phi M_n \geq M_u \quad (\text{II.3.4a})$$

$$\phi P_n \geq P_u \quad (\text{II.3.4b})$$

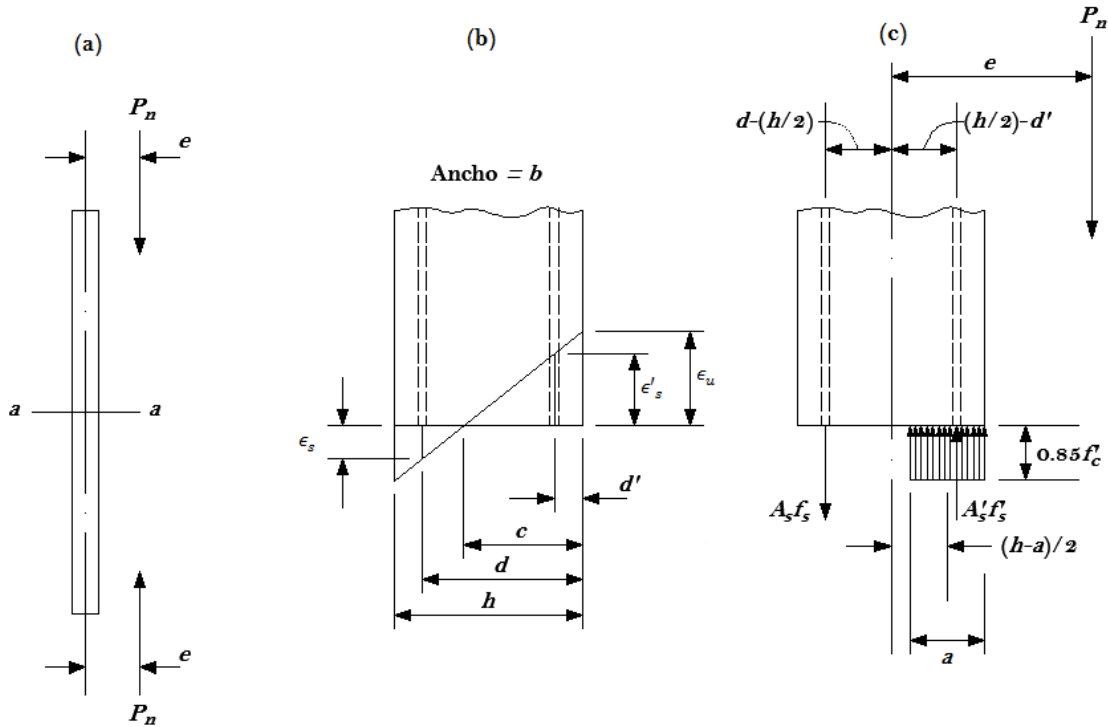
#### II.3.2.1.1. – Análisis de Compatibilidad de Deformaciones:

La figura II.3-1a muestra un elemento cargado en dirección paralela a su eje mediante una fuerza de compresión  $P_n$  y con una excentricidad  $e$  medida desde el eje central de la misma. La figura II.3-1b muestra el diagrama de deformaciones de la sección a-a' cuando la carga aplicada lleva a la pieza a la resistencia nominal última y donde se supone que las secciones planas de la pieza permanecen planas luego de aplicadas las cargas, por lo que las deformaciones unitarias del hormigón varían linealmente con la distancia desde el eje neutro, localizado a una distancia  $c$  del lado más cargado del elemento. Con la compatibilidad total de deformaciones, las deformaciones del acero en cualquier sitio de la sección son las mismas que las del hormigón adyacente.

La figura II.3-1c presenta los esfuerzos y las fuerzas del acero y del concreto en respuesta a la carga aplicada. A partir de estas dos últimas figuras se plantean las siguientes ecuaciones de equilibrio estático, que son las dos ecuaciones básicas de equilibrio para elementos rectangulares sometidos a compresión excéntrica:

$$P_n = 0.85f'_c ab + A'_s(f'_s - 0.85f'_c) - A_s f_s \quad (\text{II.3.5})$$

$$M_n = P_n e = 0.85f'_c ab \left( \frac{h-a}{2} \right) + A'_s(f'_s - 0.85f'_c) \left( \frac{h}{2} - d' \right) - A_s f_s \left( d - \frac{h}{2} \right) \quad (\text{II.3.6})$$



**Figura II.3-1:** Columna sometida a compresión excéntrica: (a) Columna cargada. (b) Distribución de deformaciones en la sección a-a'. (c) Esfuerzos y fuerzas para la resistencia nominal última.

**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

Para grandes excentricidades, la falla inicia por la fluencia del acero traccionado. Para pequeñas excentricidades, el hormigón alcanza su deformación límite  $\epsilon_u$  antes de que el acero en tracción comience a fluir.

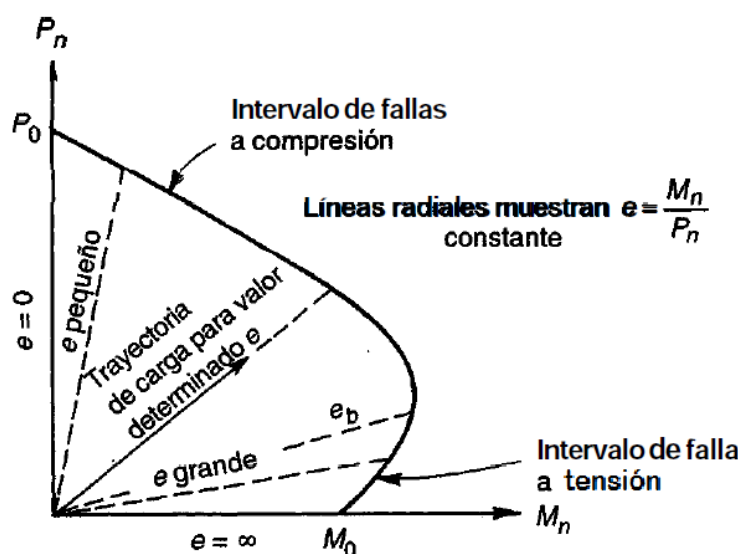
Para una excentricidad determinada a partir del análisis estructural ( $e = M_u/P_u$ ), es posible resolver las ecuaciones (II.3.5) y (II.3.6) para la carga  $P_n$  y el momento  $M_n$  que producirán la falla tomando en cuenta que los esfuerzos del acero se pueden expresar en términos de la distancia del eje neutro a la fibra más cargada  $c$ , tomando  $\epsilon_u = 0.003$  y utilizando la curva esfuerzo deformación del acero. De lo anterior se tienen únicamente como incógnitas los valores  $P_n$  y  $c$  para ser resueltos de manera simultánea con las dos ecuaciones.

Para secciones donde el refuerzo no está colocado únicamente en las caras más cargadas, sino distribuido en las cuatro caras, y en el caso en que se tenga una distribución

asimétrica del mismo, el análisis es similar aunque se complica al tener que tomar en cuenta la variación de los esfuerzos en cada barra o grupo de barras dependiendo de su distancia al eje neutro según indique el diagrama de deformaciones en la sección.

### II.3.2.1. 2. – Diagramas de Interacción:

Para el diseño práctico, en cuenta del análisis anterior para cada par de solicitaciones de diseño, es más efectiva la construcción de un diagrama de interacción de resistencia que defina la carga y momento de falla para determinada columna en el intervalo completo de excentricidades desde cero hasta infinito. Para cada excentricidad existe un sólo par de valores  $P_n$  y  $M_n$  que producirán un estado inminente de falla. El conjunto de pares de valores genera una curva de interacción como la que se grafica en la figura II.3-2.



**Figura II.3-2:** Diagrama de interacción nominal y sus características.

**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

Para una columna seleccionada de manera tentativa, se obtiene el diagrama de interacción escogiendo valores sucesivos de la distancia al eje neutro  $c$  desde el infinito ( $e = 0$ ) hasta un valor muy pequeño encontrado por tanteos para obtener  $P_n = 0$  ( $e = \infty$ , flexión pura).

En el diseño práctico se debe buscar que todos los pares de solicitaciones hallados con las combinaciones de carga en el análisis estructural conformen puntos que caigan dentro del sector encerrado por el diagrama de interacción. Además de lo anterior, para cumplir con el criterio de la economía, también se debería llegar a una sección tal que los pares de

mayor solicitación caigan lo mas cerca posible de la curva para aprovechar óptimamente la capacidad de la columna.

#### **II.3.2.1. 3. – Falla Balanceada:**

En la figura II.3-2 se observa que el diagrama de interacción esta dividido en dos intervalos: uno de falla a compresión y otro de falla a tracción. Como se indicó anteriormente, en el primer intervalo la falla ocurre al alcanzar el hormigón su deformación máxima mientras que en el segundo se debe a la fluencia del acero.

La falla balanceada se produce cuando el hormigón alcanza su deformación límite al mismo tiempo que el acero llega a su deformación de fluencia. Este punto es el divisorio entre la falla a compresión y la falla a tracción.

Los valores  $P_b$  y  $M_b$  (y por lo tanto la excentricidad  $e_b$ ) se pueden determinar, con referencia a la figura II.2-1 utilizando las siguientes ecuaciones en función a la compatibilidad de deformaciones:

$$c = c_b = d \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_y} \quad (\text{II.3.7})$$

$$a = a_b = \beta_1 c_b \quad (\text{II.3.8})$$

Estas dos ecuaciones proporcionan los datos de entrada para resolver el par de valores mencionado mediante las ecuaciones (II.3.5) y (II.3.6) de la forma descrita en la correspondiente sección.

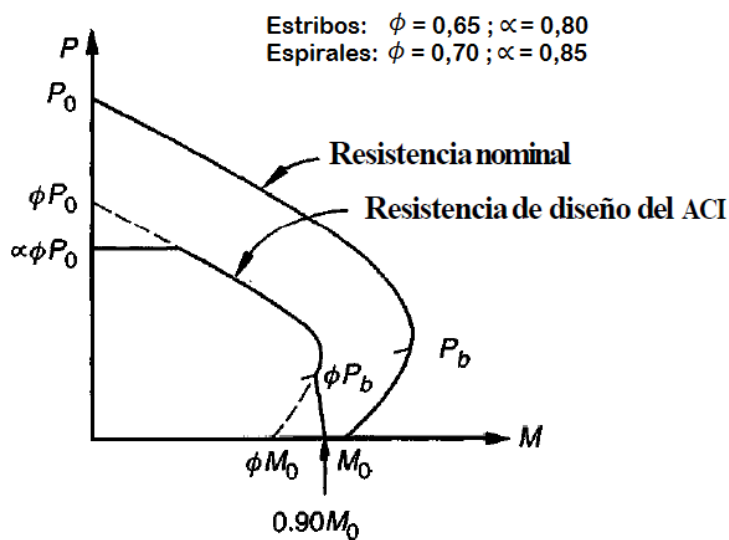
Se puede observar que en la región de falla a compresión un incremento de  $P_n$  ocasiona una disminución en el valor de  $M_n$  mientras que en la región de falla a tracción ocurre lo contrario. Esto se debe a que en este último caso el incremento de la fuerza de compresión disminuye el esfuerzo de tracción que ocasiona la falla del acero en fluencia. En esta zona el diseño debe realizarse buscando en las combinaciones de carga la menor fuerza axial que acompaña al momento  $M_u$ .

#### **II.3.2.1. 4. – Diagrama de Interacción de Diseño:**

Para columnas, al igual que para todos los demás elementos diseñados de acuerdo al Código ACI, se establecen márgenes de seguridad apropiados mediante la aplicación de

factores de sobrecarga a las cargas de servicio y de coeficientes de reducción de resistencia a las resistencias últimas nominales.

El diagrama de interacción de diseño difiere del nominal por la aplicación del factor  $\phi$  de reducción de resistencia y por la imposición del límite superior para capacidad a cargas concéntricas por excentricidades accidentales  $\alpha$  hallado en la ecuación (II.3.3). Además se tiene en cuenta que el factor  $\phi$  se puede incrementar desde 0,70 o 0,65, aplicable desde el menor valor entre  $\phi P_b$  o  $0,10f'_c A_g$ , hasta el valor de 0,90 en  $P = 0$ . Esta transición se indica mediante la línea continua en el extremo inferior derecho de la curva de resistencias de diseño.



**Figura II.3-3:** Diagrama de interacción de diseño. **Fuente:** Código ACI 318-08.

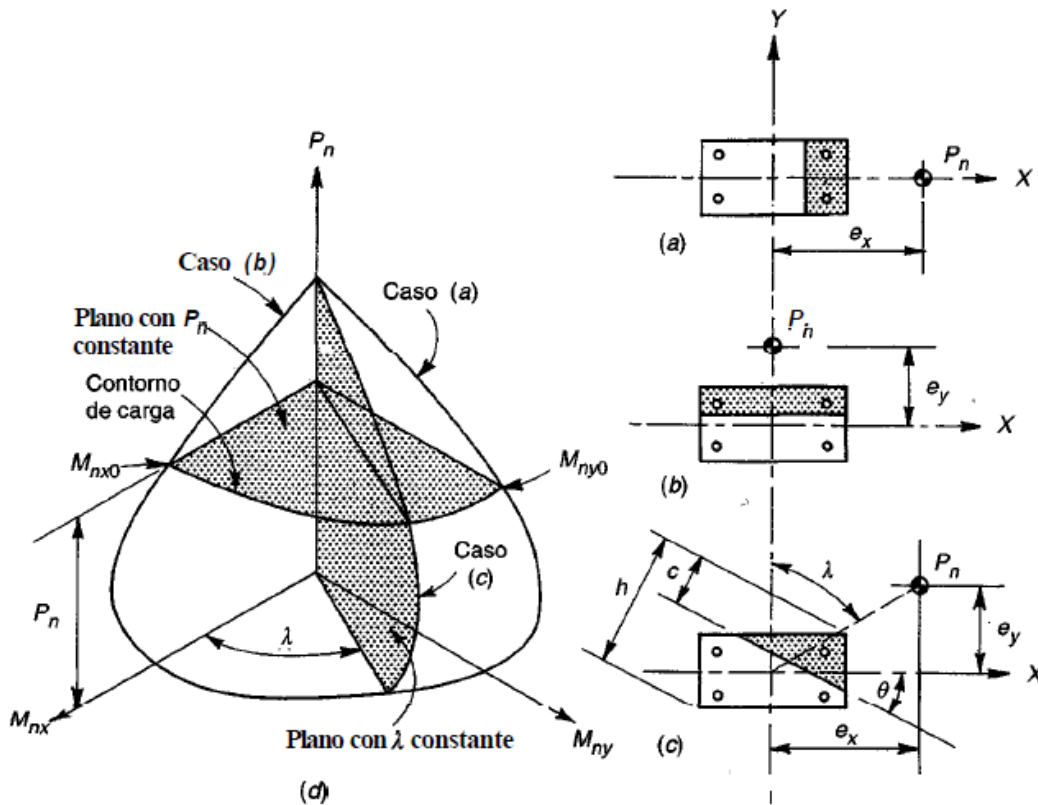
#### II.3.2.1. 5. – Flexión Biaxial:

Los procedimientos descritos entre las secciones II.3.2.1.1. a II.3.2.1.4. permiten diseñar columnas cuando la flexión está presente únicamente respecto a un de los ejes principales de la sección. Por otra parte, la presencia de fuerzas axiales acompañadas por momentos flectores con respecto a los dos ejes de la sección transversal es una situación bastante frecuente en el diseño estructural de edificios corrientes.

El análisis de la resistencia de columnas cargadas biaxialmente se realiza en referencia a la figura II.3-4. Dados los ejes principales de la sección,  $X$  y  $Y$ , se aplican los momentos  $M_y$  y  $M_x$  respectivamente con sus correspondientes excentricidades  $e_x$  y  $e_y$ , figura II.3-4a y

b, generando las curvas de interacción indicadas como Caso (a) y Caso (b) en los planos de flexión uniaxial en la figura II.3-4d. En la figura II.3-4(c) se combinan los momentos flectores ocasionando una excentricidad resultante cuya orientación se define mediante el ángulo  $\lambda$ :

$$\lambda = \arctan \frac{e_x}{e_y} = \arctan \frac{M_{ny}}{M_{nx}} \quad (\text{II.3.9})$$



**Figura II.3-4:** Diagrama de interacción para compresión y flexión biaxial: (a) flexión uniaxial respecto al eje Y; (b) flexión uniaxial respecto al eje X; (c) flexión biaxial respecto a un eje diagonal; (d) superficie de interacción.

**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

En este último caso la flexión es con respecto a un eje definido mediante el ángulo  $\theta$  con respecto al eje X. El Angulo  $\lambda$  define un plano en la figura II.3-4d. En este plano, la resistencia de la columna se define mediante la curva de interacción marcada como Caso (c). Se pueden definir curvas similares para distintos valores de  $\lambda$ , generando así una “superficie de falla”. Cualquier combinación de  $P_u$ ,  $M_{ux}$  y  $M_{uy}$  que caiga dentro de la

superficie de falla puede aplicarse de forma segura. Una superficie de falla bien puede representarse por medio de un conjunto de planos con  $\lambda$  constante o mediante otro conjunto de planos con  $P_n$  constante, llamados contornos de carga, como se indica en la figura.

La construcción de una superficie de falla es una extensión del análisis de flexión uniaxial. El procedimiento de calculo podría realizarse seleccionando distancias sucesivas al eje neutro para un valor seleccionado de  $\theta$ . Para cada una de las distancias se debería resolver para  $P_n$ ,  $M_{nx}$  y  $M_{ny}$  mediante las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, utilizando además el diagrama de esfuerzo-deformación del acero, obteniendo así un solo punto de la superficie. Este cálculo de naturaleza repetitiva puede ser programado en computadora para obtener resultados rápidos y precisos.

La principal dificultad en el procedimiento recién descrito es que el eje neutro, salvo alguna inclinación particular, no es perpendicular a la excentricidad resultante de los dos momentos: para elecciones sucesivas de  $\theta$ , el valor de  $\lambda$  variará. Los puntos en la superficie de falla establecidos de esta manera se desviarán y no formarán una línea de falla como la indicada como Caso(c) en la figura II.3-4d.

Existen alternativas al procedimiento anterior tales como el “Método del Contorno de Carga” y el “Método de la Carga Inversa” en los que se hacen algunas simplificaciones para obtener valores aproximados de carácter conservador, que aunque son útiles al no ser necesario obtener valores muy precisos tienen sus correspondientes limitaciones al ser de naturaleza aproximada.

En la actualidad los cálculos descritos son normalmente realizados con la ayuda de programas de computadora que ofrecen resultados rápidos y precisos. El procedimiento utilizado con mayor amplitud en el mercado de programas de diseño de columnas a flexión biaxial es el descrito por Ehsani en su artículo “CAD for Columns” donde incluye un diagrama de flujo para generar curvas a partir de un ángulo de excentricidad determinado por la relación  $M_{uy}/M_{ux}$  a partir del análisis estructural del pórtico. Esto se lleva a cabo seleccionando valores sucesivos para la distancia al eje neutro desde un valor pequeño hasta uno muy grande, para luego calcular los valores de  $P_n$ ,  $M_{nx}$  y  $M_{ny}$ . Para cada distancia seleccionada del eje neutro se realiza una iteración del ángulo  $\theta$  hasta que  $\lambda = \arctan M_{ny}/M_{nx}$  coincida con el valor de  $\lambda = \arctan M_{uy}/M_{ux}$ . De esa manera se

determina un punto en la curva señalada como Caso (c) de la figura II.3-4d, procedimiento que se repite hasta obtener la curva de interacción con el valor particular de  $\lambda$ .

### II.3.2.2. – Efectos de Esbeltez en Elementos a Compresión:

Dada la antigüedad del problema, existe una gran base teórico-analítica para el estudio del trabajo a compresión de piezas esbeltas en la Mecánica de los Materiales, tanto si se trata de compresión sola como si viene acompañada de flexión.

En forma generalizada, Euler, el principal exponente de la materia hace más de 200 años, estableció que una columna cargada concéntricamente fallará por pandeo a una carga crítica igual a:

$$P_c = \frac{\pi^2 E_t I}{(kl)^2} \quad (\text{II.3.10})$$

donde:

$P_c$  = carga crítica de pandeo de la pieza.

$E_t$  = módulo tangente de elasticidad del material, es decir, la pendiente de la tangente a la curva esfuerzo-deformación unitaria.

$I$  = momento de inercia de la sección.

$kl$  = longitud real de pandeo de la pieza.

La longitud de pandeo de la pieza viene determinada por los puntos de inflexión que se generan cuando se aplica la carga crítica, tal como se ilustra en la figura II.3-5 para piezas con distintos grados de restricción.

La situación de una columna sometida a carga axial más un momento flector (cuyo estudio es conocido como análisis  $P-\Delta$ ) se ilustra en la figura II.3-6, donde se puede observar que la deflexión inicial ocasionada en respuesta a la flexión en combinación con la fuerza axial aplicada genera momentos de segundo orden a lo largo de la pieza, siendo entonces el momento resultante:

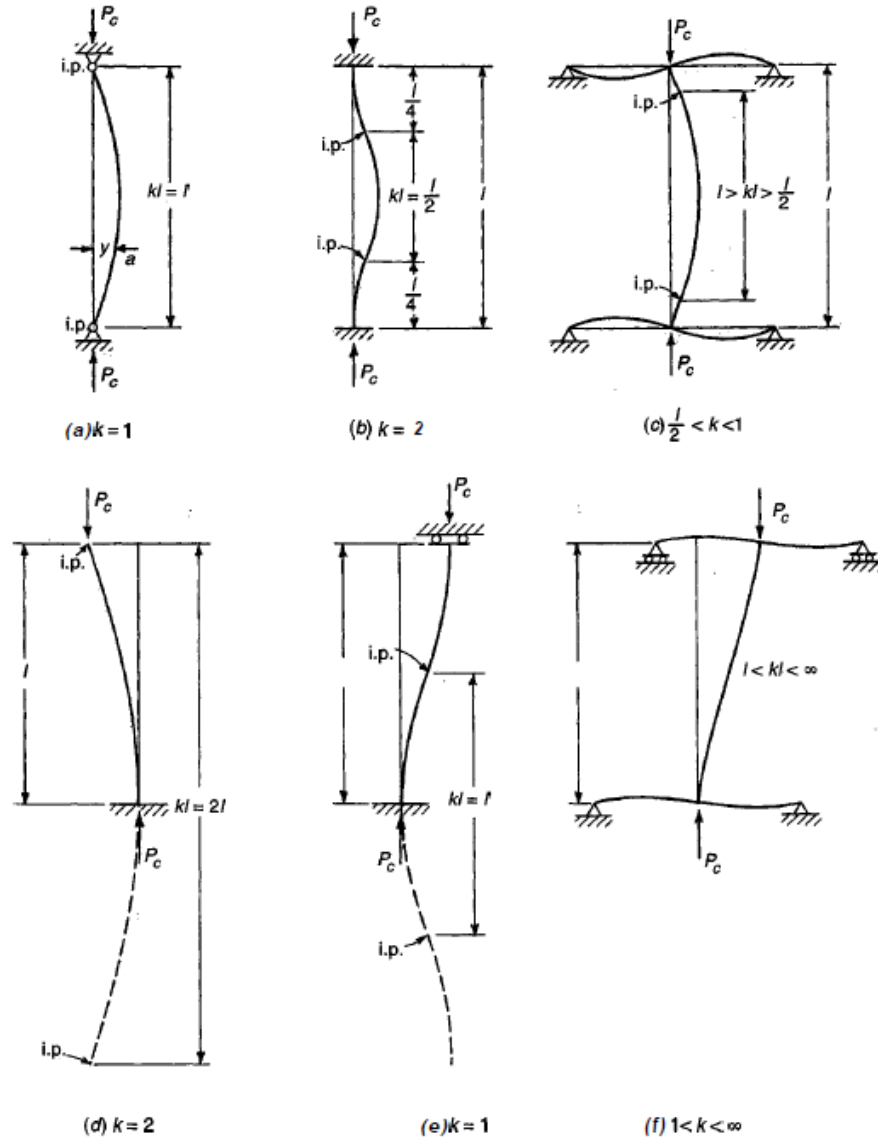
$$M = M_o + Py \quad (\text{II.3.11})$$

donde:

$M$  = momento total.

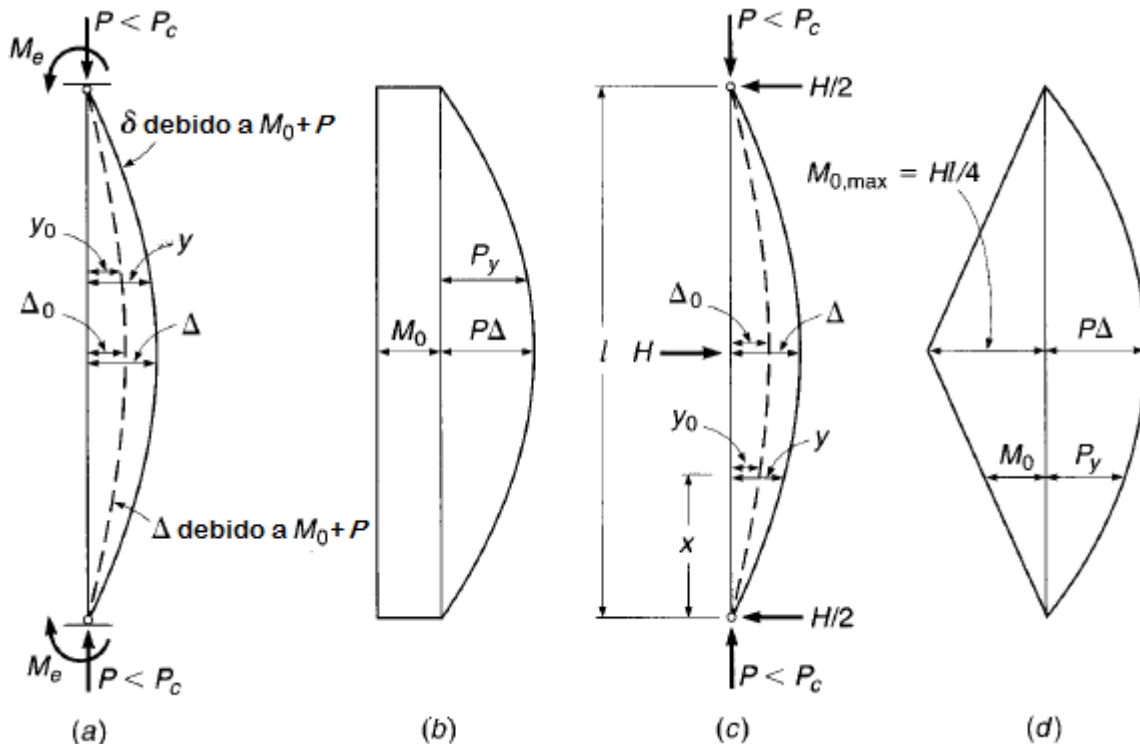
$M_o$  = momento inicial que produce la deflexión de primer orden.

$P_y$  = momento adicional de segundo orden producido por la fuerza  $P$  en combinación con la deflexión lateral de primer orden.



**Figura II.3-5:** Longitudes de pandeo para columnas comprimidas concéntricamente: (a) columna biarticulada, (b) biempotrada, (c) parcialmente empotrada, (d) en voladizo, (e) biempotrada pero con desplazamiento lateral y (f) parcialmente empotrada con desplazamiento lateral.

**Fuente:** “Desisgn of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

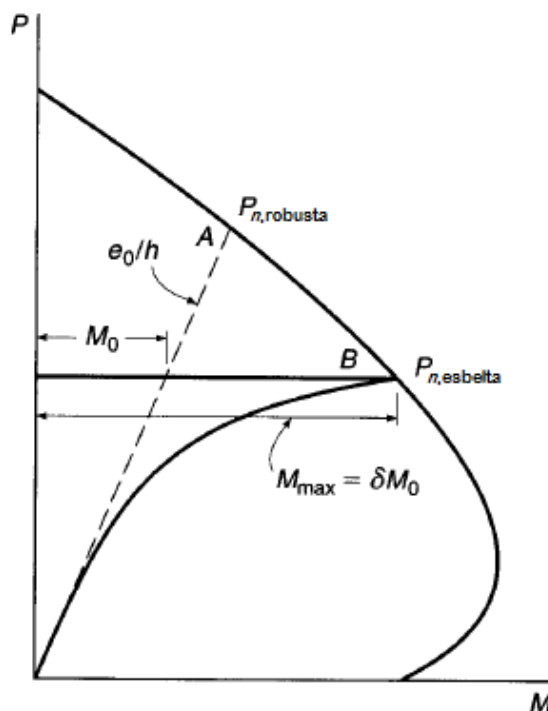


**Figura II.3-6:** Momentos en elementos esbeltos que se someten a compresión más flexión, deflectados en curvatura simple. (a) y (b): Momento uniforme. (c) y (d): Momento producido por una carga puntual a media altura.

**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

Una columna esbelta de hormigón armado alcanza el límite de su resistencia cuando la combinación de compresión y flexión en la sección sometida al máximo esfuerzo produce la falla de la misma. En general la compresión es constante en la longitud del elemento, por lo que la columna se aproxima a la falla cuando en la sección sometida a mayor esfuerzo la fuerza axial  $P$  se combina con un momento  $M = M_{max}$ , de tal manera que esta combinación llega a ser igual a  $P_n$  y  $M_n$ , valores que indican la falla inminente de la sección tal como se observa en la figura II.3-7.

Para una columna de una determinada sección transversal, la figura II.3-7 presenta una curva típica de interacción. Se observa que el efecto de la esbeltez ocasiona que la trayectoria de capacidad de carga deje de ser una recta hacia el punto de falla  $A$ , como en el caso de columnas cortas, generando un incremento de esfuerzos a flexión de segundo orden que reduce la capacidad a cargas axiales de la pieza llegando entonces a la ruptura en el punto  $B$ , para una carga axial menor.



**Figura II.3-7:** Efecto de la esbeltez en la capacidad de carga de una columna.

**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

Los procedimientos del código ACI a desarrollarse en los siguientes apartados tienen por objeto definir cuándo debe ser tomada en cuenta la disminución de la capacidad de carga de una columna en particular y en qué magnitud. La norma permite utilizar distintos métodos para el fin mencionado; el método desarrollado en este trabajo es el de los momentos magnificados.

#### II.3.2.2.1. – Criterios para Despreciar los Efectos de la Esbeltez:

Para permitir al diseñador prescindir de los análisis complicados que se requieren para el diseño de columnas esbeltas, el código ACI establece límites por debajo de los cuales los efectos de la esbeltez no son significativos y pueden despreciarse. Estos límites se ajustan para que generen una reducción máxima no prevista en la capacidad de la columna de no más de 5%. El análisis de esbeltez se despreciará si se cumplen las siguientes situaciones:

- a) Para pórticos arriostrados contra desplazamiento lateral:

$$kl_u/r \leq 34 - 12 M_1/M_2, \text{ donde: } M_1/M_2 \geq -0,5 \quad (\text{II.3.12a})$$

- b) Para pórticos no arriostrados:

$$kl_u/r < 22 \quad (\text{II.3.12b})$$

donde:

$k$  = factor de longitud efectiva.

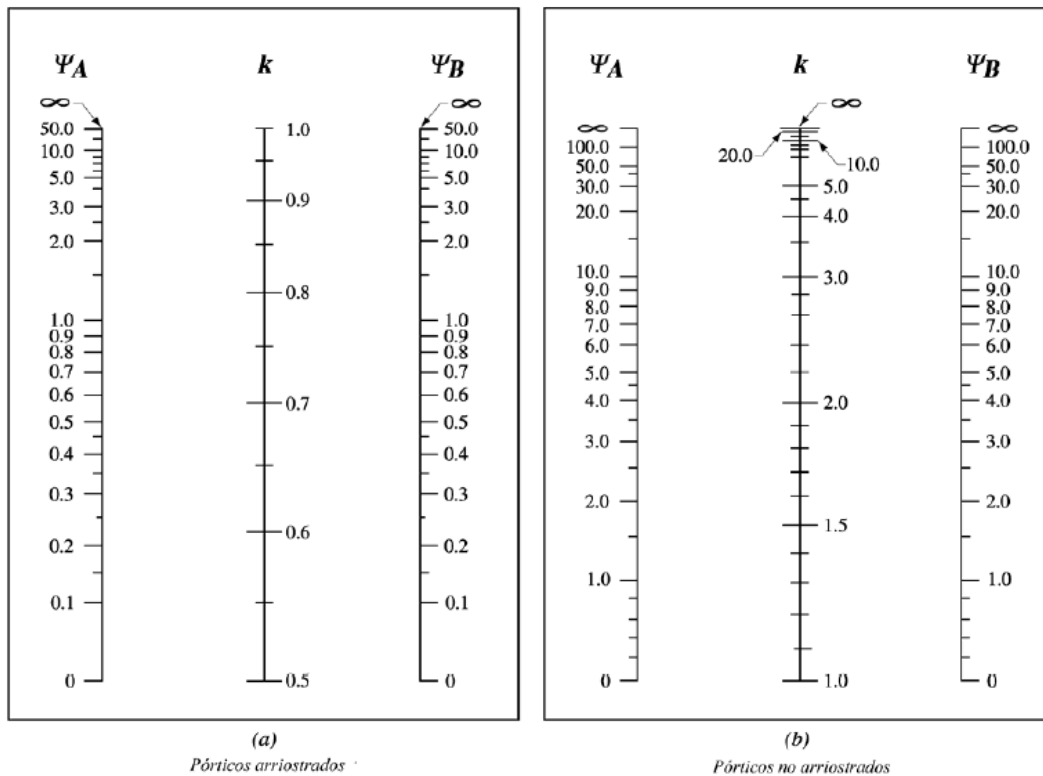
$r$  = radio de giro de la sección.

$l_u$  = distancia libre entre losas de entrepisos, vigas u otros elementos que proporcionen soporte lateral..

$M_1$  = el menor de los momentos extremos mayorados en el elemento a compresión, positivo si el elemento se defleca en curvatura simple y negativo si la curvatura es doble.

$M_2$  = el mayor de los momentos extremos mayorados en el elemento a compresión, siempre positivo.

Para la definición del factor de longitud efectiva  $k$ , que depende del grado de empotramiento de la columna en particular en sus dos extremos, una de las ayudas de diseño más utilizadas son los ábacos de alineamiento de Jackson y Moreland para columnas de sección transversal constante en pórticos de varios vanos:



**Figura II.3-8:** Ábacos de Jackson y Moreland para el factor de longitud efectiva,  $k$ .

**Fuente:** Código ACI 318-08.

donde:

$\Psi$  = relación de  $\sum(EI/l_c)$  de los elementos a compresión respecto a  $\sum(EI/l)$  de los elementos a flexión en el mismo plano del extremo del elemento a compresión.

$l_c$  = longitud del elemento a compresión, medida entre los centros de los nudos.

$l$  = luz del elemento a flexión medida de centro a centro de los apoyos.

Cabe señalar a esta altura que los valores de las fuerzas axiales mayoradas  $P_u$ , los momentos mayorados  $M_1$  y  $M_2$  en los extremos de las columnas y la deriva del entrepiso  $\Delta_o$  en las expresiones expuestas en la presente y las siguientes secciones deben ser calculados a través de un análisis elástico de primer orden tomando en cuenta el efecto de las cargas axiales, la presencia de regiones agrietadas y los efectos de la duración de las cargas en las propiedades de la sección. Las rigideces  $EI$  usadas en un análisis elástico por resistencia deben representar las rigideces de los elementos inmediatamente antes de la falla. La norma indica los siguientes valores, que han sido escogidos con base de ensayos de estructuras y de análisis:

| <b>Módulo de Elasticidad, <math>E_c</math></b> |                                     |
|------------------------------------------------|-------------------------------------|
| *Para $w_c = 1440 - 2560 \text{ kg/m}^3$       | $w_c^{1,5} 0,043 \sqrt{f'_c}$ (MPa) |
| *Para $H^\circ$ de densidad normal             | $4700 \sqrt{f'_c}$ (MPa)            |
| <b>Momentos de Inercia, <math>I</math></b>     |                                     |
| *Vigas                                         | $0,35 I_g$                          |
| *Columnas                                      | $0,70 I_g$                          |
| *Muros                                         |                                     |
| -No agrietados                                 | $0,70 I_g$                          |
| -Agrietados                                    | $0,35 I_g$                          |
| *Placas planas y losas planas                  | $0,25 I_g$                          |
| <b>Área, <math>A</math></b>                    | $1,0 A_g$                           |

**Tabla II.3-2:** Propiedades de cálculo de elementos estructurales.

**Fuente:** Código ACI 318-08.

donde:

$w_c$  = densidad del hormigón,  $\text{kg/m}^3$ .

$f'_c$  = resistencia característica a compresión del hormigón, Mpa..

$I_g$  = momento de inercia de la sección bruta del elemento con respecto al eje que pasa por el centroide, sin tomar en cuenta el refuerzo.

$A_g$  = área bruta de la sección, para una sección con vacíos  $A_g$  es el área del hormigón sólo y no incluye el área de los vacíos.

#### II.3.2.2.2. – Definición de Pórticos Arriostrados y No Arriostrados:

La sección 10.11.4 del código ACI brinda dos opciones para que el diseñador determine si una columna o un piso dentro de una estructura se puede definir como arriostrado (sin desplazamiento lateral):

- a) Se supondrá como arriostrada una columna si el incremento en los momentos extremos de la columna debido a los efectos de segundo orden no excede de un 5% de los momentos extremos de primer orden.
- b) Se permite suponer como arriostrado a un piso en la estructura si cumple:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_{us} l_c} \leq 0,05 \quad (\text{II.3.13})$$

donde:

$Q$  = índice de estabilidad de un piso.

$P_u$  = carga vertical total mayorada del piso,  $N$ .

$V_{us}$  = cortante horizontal mayorado en el piso,  $N$ .

$\Delta_o$  = desplazamiento lateral relativo de primer orden entre la parte superior e inferior del piso debido a  $V_{us}$ .

#### II.3.2.2.3. – Momentos Magnificados, Estructuras Sin Desplazamiento Lateral:

El código ACI indica que los elementos englobados en esta categoría deben diseñarse para la fuerza axial mayorada  $P_u$  y para el momento magnificado por los efectos de curvatura del elemento,  $M_c$ , de la siguiente manera:

$$M_c = \delta_{ns} M_2 \quad (\text{II.3.14})$$

donde:

$\delta_{ns}$  = factor de amplificación de momento para pórticos arriostrados contra desplazamiento lateral, refleja los efectos de la curvatura entre los extremos en compresión.

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75P_c}} \geq 1,0 \quad (\text{II.3.15})$$

$C_m$  = factor de corrección de momentos, relaciona el diagrama real de momentos con un diagrama equivalente de momento uniforme.

$$C_m = 0,6 + 0,4 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \geq 0,4 \quad (\text{II.3.16})$$

$P_c$  = carga crítica por pandeo de Euler.

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2} \quad (\text{II.3.10})$$

En esta última expresión, la rigidez  $EI$  debe tomarse como uno de los dos siguientes valores:

$$EI = \frac{(0,2E_c I_g + E_s I_{se})}{1 + \beta_d} \quad (\text{II.3.17a})$$

$$EI = \frac{0,4E_c I_g}{1 + \beta_d} \quad (\text{II.3.17b})$$

$\beta_d$  = coeficiente de flujo plástico, igual a la relación entre la máxima fuerza axial sostenida mayorada y la máxima fuerza axial mayorada asociada con la misma combinación de carga. Para pórticos no arriostrados  $\beta_d$  es la relación entre el máximo cortante sostenido mayorado del piso y el máximo cortante mayorado en el mismo, también asociado a la misma combinación de carga.

En el proceder de esta sección, la esbeltez es tomada en consideración magnificando los momentos extremos de la columna. Si estos momentos son muy pequeños, el diseño debe basarse en la excentricidad mínima, por lo que el valor del momento mayorado  $M_2$  en la ecuación (II.3.15) no debe tomarse menor que:

$$M_{2,min} = P_u(15 + 0,03h) \quad (\text{II.3.18})$$

alrededor de cada eje separadamente, donde  $(15 + 0,03h)$  están en milímetros.

#### II.3.2.2.4. – Momentos Magnificados, Estructuras Con Desplazamiento Lateral:

Para este tipo de estructuras, los momentos  $M_1$  y  $M_2$  en los extremos de un elemento individual a compresión se deben tomar como:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \quad (\text{II.3.19a})$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} \quad (\text{II.3.19b})$$

donde  $M_{1ns}$  y  $M_{2ns}$  son los momentos mayorados en los extremos del elemento en compresión en los cuales actúan  $M_1$  y  $M_2$ , correspondientemente, y que se deben a cargas que no causan un desplazamiento lateral apreciable, calculados por medio de un análisis elástico de primer orden, mientras que  $M_{1s}$  y  $M_{2s}$  corresponden a momentos mayorados análogos a los anteriores pero debidos a cargas que sí causan un desplazamiento lateral apreciable.

El cálculo de los momentos magnificados  $\delta_s M_{1s}$  y  $\delta_s M_{2s}$  puede ser realizado de tres formas distintas, según lo indica el código:

- 1) Los momentos magnificados por desplazamiento lateral,  $\delta_s M_s$ , son los momentos extremos de la columna calculados a través de un análisis elástico de segundo orden basado en las rigideces del elemento dadas en la tabla II.3-2.

Un análisis de segundo orden es un análisis estructural que incluye el efecto en los esfuerzos internos resultante de las deflexiones.

- 2) Se permite calcular  $\delta_s M_s$  de acuerdo a:

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1-Q} \geq M_s \quad (\text{II.3.20})$$

Si de esta ecuación se obtuviera  $\delta_s < 1,5$ , entonces se debe optar por alguno de los otros dos métodos para el cálculo de  $\delta_s M_s$ .

El análisis  $P\Delta$  iterativo para los momentos de segundo orden del anterior inciso puede ser representado por una serie infinita. La ecuación (II.3.20) es una solución a esta serie y puede predecir apropiadamente los momentos de segundo orden en estructuras no arriostradas para valores de  $\delta_s$  que no excedan a 1,5.

- 3) Se puede calcular  $\delta_s M_s$  como:

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - \sum P_u / 0,75 \sum P_c} \geq M_s \quad (\text{II.3.21})$$

donde  $\sum P_u$  es la sumatoria de todas las cargas mayoradas verticales en un piso y  $\sum P_c$  es la sumatoria para todas las columnas que resisten el desplazamiento lateral en un piso.  $P_c$  se calcula usando la ecuación (II.3.10) con el valor de  $k$  de la sección II.3.2.2.1 y con la rigidez  $EI$  obtenida mediante una de las ecuaciones (II.3.17).

En el cálculo de la rigidez,  $EI$ , el valor de  $\beta_d$  será normalmente igual a cero para una estructura no arriostrada, debido a que las cargas laterales son generalmente de corta duración.

Con el método recién descrito se afronta con seguridad el caso más común en columnas sometidas a flexión, en el que uno de los dos momentos extremos resultantes es el momento máximo en la columna. Sin embargo existen situaciones en las que en columnas esbeltas con cargas axiales elevadas el momento máximo puede estar en alguna sección media de la pieza. Si un elemento en compresión cumple:

$$\frac{l_u}{r} > \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c A_g}}} \quad (\text{II.3.22})$$

, entonces el momento máximo no se encuentra en uno de los extremos y excede los valores calculados con (II.3.19) en más de un 5%. En dicho caso el elemento debe ser diseñado para  $P_u$  y el momento  $M_c$  calculado usando las expresiones vistas en la sección II.3.2.2.3, utilizándolos momentos  $M_1$  y  $M_2$  obtenidos mediante (II.3.19),  $\beta_d$  según se definió para la combinación de cargas y  $k$  para pórticos arriostrados.

Adicionalmente, el código ACI establece restricciones para pórticos no arriostrados para protegerlos del pandeo lateral de todo un piso bajo cargas gravitatorias solas. Las restricciones dependen del método utilizado para calcular  $\delta_s M_s$ :

- 1) Cuando se calcula por el primer método, la relación de las deflexiones laterales de segundo orden y las mismas de primer orden para carga muerta y carga viva mayoradas más la carga lateral mayorada aplicada a la estructura no debe exceder de 2,5.

- 2) Cuando se utiliza el segundo método, el valor de  $Q$ , calculado usando  $\sum P_u$  para carga muerta y carga viva mayoradas no debe exceder de 0,60.
- 3) Si se utiliza el tercer método,  $\delta_s$  calculado usando  $\sum P_u$  y  $\sum P_c$  correspondientes a carga muerta y carga viva mayoradas debe ser positivo y no exceder de 2,5.

En los tres anteriores incisos,  $\beta_d$  debe tomarse como la relación entre la máxima carga axial mayorada que actúa en forma permanente y la máxima carga axial mayorada total.

Debe tenerse en cuenta que la resistencia de una estructura no arriostrada esta controlada por la estabilidad de las columnas y por el grado de restricción al giro en los extremos proporcionado por las vigas del pórtico. Si se forman rotulas plásticas en las vigas que inducen esta restricción, la estructura se acerca a un mecanismo de colapso y su capacidad de resistir cargas axiales se reduce drásticamente. Por lo anterior, en estructuras con desplazamiento lateral, los elementos a flexión deben diseñarse para los momentos magnificados totales de los elementos a compresión que concurren al nudo.

### II.3.3. – Diseño a Flexión:

El diseño de estructuras de hormigón armado se fundamenta en el concepto de proporcionar suficiente resistencia para sostener sobrecargas hipotéticas. De manera análoga al caso de columnas, el método de diseño del código ACI para vigas se basa en las desigualdades:

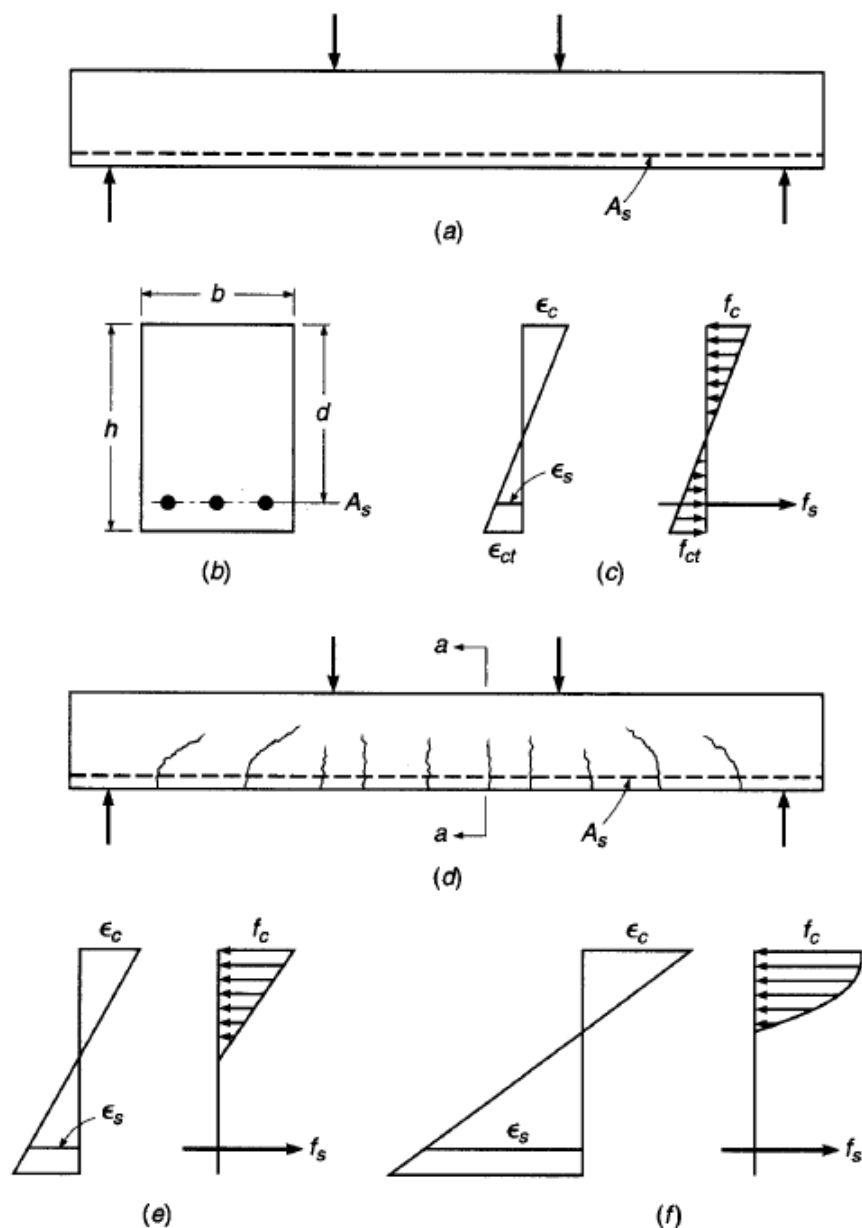
$$\phi M_n \geq M_u \quad (\text{II.3.23a})$$

$$\phi P_n \geq P_u \quad (\text{II.3.23b})$$

$$\phi V_n \geq V_u \quad (\text{II.3.23c})$$

Un elemento diseñado con base en una resistencia adecuada para un estado de carga hipotético, también debe comportarse en forma satisfactoria bajo condiciones normales de cargas de servicio. En el procedimiento presentado por el código ACI a partir de su versión del año 1995, denominado método de la resistencia, después de calcular las dimensiones para obtener una resistencia adecuada, se determinan las deflexiones y luego se comparan con los valores límites (o se controlan de otra manera), y el ancho de las grietas se limita mediante métodos específicos. Este enfoque de diseño también es conocido como método de diseño para estados limites.

### II.3.3.1. – Condiciones de Equilibrio:



**Figura II.3-9:** Comportamiento de vigas de hormigón armado frente a cargas crecientes.

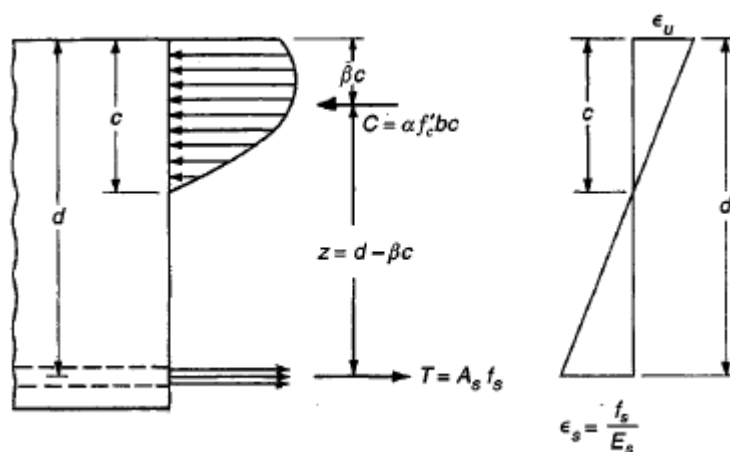
**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

Las vigas de hormigón armado pueden encontrarse en distintos estados de fisuración de acuerdo a la magnitud de los esfuerzos (y por tanto deformaciones) que deban resistir. La aplicación de solicitaciones de flexión en un elemento, salvo el caso de flexión compuesta con pequeña excentricidad, produce esfuerzos de compresión y de tracción. Siendo el hormigón poco apto para soportar éstos últimos, ocurre una transferencia total de los

mismos a las barras de refuerzo a partir del límite del hormigón correspondiente a dicho esfuerzo. La figura II.3-9 ilustra los cambios en el comportamiento de una pieza que es sometida a esfuerzos cada vez mayores:

Se puede observar en la figura II.3-9b y c que a cargas pequeñas, que no superen la resistencia del hormigón a tracción, la sección actúa como un todo a niveles elásticos de esfuerzo. En la figura II.3-9d y e se tiene que al superar la resistencia a tracción del hormigón las fisuras aparecen y el hormigón solo trabaja a compresión, siendo la tracción resistida enteramente por el acero; los esfuerzos en el hormigón aun continúan en un rango elástico. En la figura II.3-9f se observa el diagrama de esfuerzos de la sección cuando se aproxima a su resistencia última, se tiene que el eje neutro de la sección asciende cada vez más y que el comportamiento del hormigón ahora es elasto-plástico y que la distribución de esfuerzos toma la forma de su diagrama esfuerzo-deformación.

En el diseño de vigas en estructuras, lo que interesa primordialmente es el comportamiento de las piezas en el estado de resistencia última. La distribución de esfuerzos para la carga última se ilustra en la siguiente figura:



**Figura II.3-10:** Distribución de esfuerzos para carga última.

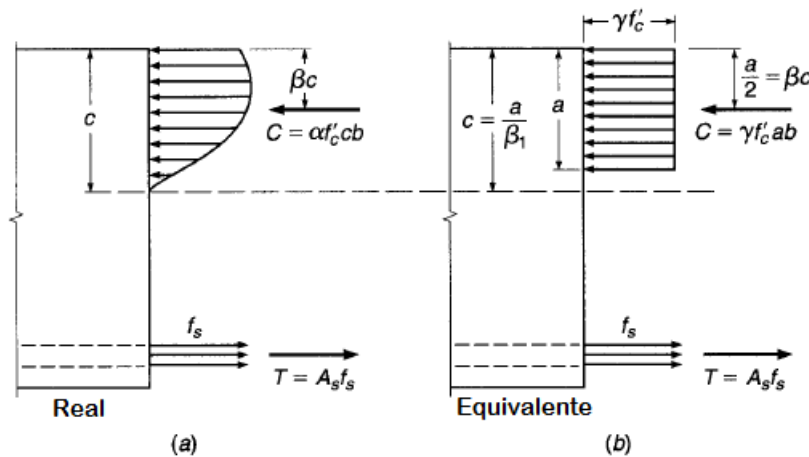
**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

En la figura II.3-10 se observa que el momento externo es resistido por un par de fuerzas resultantes de los esfuerzos en el hormigón y el acero,  $C$  y  $T$ , con un brazo interno  $z$  que depende de la altura útil  $d$  y de las dimensiones de la cabeza comprimida de hormigón y de su distribución de esfuerzos.

Se han elaborado en las últimas décadas varios métodos para la resolución del problema de determinar la resistencia última de una viga de hormigón armado con diversos enfoques y criterios. El método descrito en los siguientes apartados es el que recomienda el código ACI a partir de su versión 1995 y se basa en la determinación de los valores  $\alpha$  y  $\beta$  (indicadores de posición y magnitud de la resultante de compresión  $C$ ) para dicha resolución.

### II.3.3.2. – Distribución de Esfuerzos Rectangular Equivalente:

Con el objetivo de simplificar los procedimientos de diseño y para permitir una mejor aplicabilidad a distintas situaciones con la ventaja de permitir al diseñador visualizar las bases físicas para los métodos y fórmulas utilizadas, el código ACI adopta la distribución rectangular equivalente de esfuerzos en el hormigón propuesta inicialmente por C. S. Whitney, esta distribución se ilustra en la siguiente figura:



**Figura II.3-11:** Distribución real y rectangular equivalente de esfuerzos para carga última.

**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

Con referencia al gráfico, igualando las fuerzas de compresión, se obtienen las relaciones:

$$\gamma = \alpha \frac{c}{a} \quad (\text{II.3.24a})$$

$$\gamma = \frac{\alpha}{\beta_1} \quad (\text{II.3.24b})$$

$$\beta_1 = 2\beta \quad (\text{II.3.24c})$$

Se puede observar que la distribución real de esfuerzos se reemplaza por una distribución equivalente con forma rectangular simple. La intensidad  $\gamma f'_c$  de este esfuerzo constante equivalente y su profundidad  $a = \beta_1 c$  se calculan para que la resultante  $C$  no varíe ni en posición ni en magnitud. El trabajo experimental realizado por comisiones del ACI en décadas pasadas con respecto a este modelo dio como parte de sus resultados la siguiente tabla, en la que se aproximan los valores necesarios para la determinación de la resultante  $C$ :

|                           | $f'_c$ , psi |       |       |       |             |
|---------------------------|--------------|-------|-------|-------|-------------|
|                           | $\leq 4000$  | 5000  | 6000  | 7000  | $\geq 8000$ |
| $\alpha$                  | 0.72         | 0.68  | 0.64  | 0.60  | 0.56        |
| $\beta$                   | 0.425        | 0.400 | 0.375 | 0.350 | 0.325       |
| $\beta_1 = 2\beta$        | 0.85         | 0.80  | 0.75  | 0.70  | 0.65        |
| $\gamma = \alpha/\beta_1$ | 0.85         | 0.85  | 0.85  | 0.86  | 0.86        |

**Tabla II.3-3:** Parámetros del bloque de esfuerzos en el hormigón ( $1ksi \cong 7Mpa$ ).

**Fuente:** “Rectangular Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design”, Mattlock-Kriz-Hogenstad (1961).

A partir de los valores de la tabla II.3-3, el código ACI define lo siguiente para cuando se utilice una distribución rectangular equivalente para representar el bloque de esfuerzos a compresión en diseño a flexión:

- 1) Para  $f'_c$  entre 18 y 30  $MPa$ , el factor  $\beta_1$  se debe tomar como 0,85. Para resistencias superiores a 30  $MPa$  se debe disminuir en forma lineal a razón de 0,008 por cada  $MPa$  de aumento sobre 30  $MPa$ , sin embargo,  $\beta_1$  no debe ser menor de 0,65.

$$\beta_1 = \begin{cases} 0,85 & ; \text{para } 18 \leq f'_c \leq 30MPa \\ 0,85 - 0,008(f'_c - 30) & ; \text{para } f'_c > 30MPa \end{cases} ; 0,65 \leq \beta_1 \leq 0,85 \quad (II.3.25)$$

- 2) El factor de intensidad del esfuerzo  $\gamma$  es esencialmente independiente de la resistencia del hormigón y se adopta con el valor constante de 0,85. La fuerza de compresión en la falla del concreto de una viga rectangular de ancho  $b$  es:

$$C = 0,85f'_c ab \quad (II.3.26)$$

### II.3.3.3. – Cuantía Balanceada de Acero:

La falla de una viga se puede dar de dos formas distintas: la falla de piezas con una pequeña o moderada cantidad de refuerzo se da por fluencia del acero a tracción, presentando grandes deformaciones antes del colapso; la falla de piezas con una cantidad tal de refuerzo que el acero no llega al esfuerzo de fluencia se da por aplastamiento del hormigón comprimido y ocurre de forma frágil, es decir, de forma brusca y sin previo aviso. Las vigas de falla dúctil son llamadas vigas subarmadas mientras que las de falla frágil son conocidas como sobrearmadas.

La cuantía balanceada de acero en una viga se define como la cantidad de refuerzo para la cual la falla se da exactamente al mismo tiempo en el acero y en el hormigón, siendo el límite divisorio entre las cuantías que ocasionarían una falla dúctil y las que derivarían en una frágil. Esta cuantía se determina con base en los criterios de falla en ambos materiales, el esfuerzo de fluencia en el acero  $f_y$  correspondiente a la deformación  $\epsilon_y$  y la deformación última de aplastamiento del hormigón  $\epsilon_u = 0,003$ . Con referencia a la figura II.3-10 se obtiene (II.3.25) y haciendo algunas sustituciones a partir de la condición de equilibrio  $C = T$ , se determinan las dos siguientes relaciones:

$$c = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_y} d \quad (\text{II.3.27})$$

$$\rho_b = 0,85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_y} d \quad (\text{II.3.28a})$$

donde:

$\rho_b$  = cuantía de refuerzo  $A_s$ , evaluada sobre el área  $bd$  que produce condiciones balanceadas de deformación unitaria.

En esta última expresión, si reemplazamos  $\epsilon_u = 0,003$  y  $E_s = 200'000 \text{ Mpa}$ , llegamos a:

$$\rho_b = 0,85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{600}{600 + f_y} d \quad (\text{II.3.28b})$$

Según el código ACI, todas las vigas se deberían calcular para que fallen por fluencia del acero a tracción. En versiones de años anteriores, se fijaba el valor límite de  $\rho =$

$0,75\rho_b$  para asegurar que la pieza fuera subarmada, en las versiones posteriores a la del año 1995 se emplean las deformaciones en las barras de acero situadas con la mayor excentricidad para asegurar la falla dúctil, este último procedimiento se desarrollará en la siguiente sección.

#### II.3.3.4. – Vigas Subarmadas:

En la anterior sección ya se subrayó la gran ventaja que tiene este tipo de vigas frente a las sobrearmadas en cuanto a la forma en que sucede la falla a flexión. Debido a dicha ventaja es que según el código ACI todas las vigas deberían ser diseñadas para que sean subarmadas.

Para que se garantice la falla dúctil, los cálculos con base en el equilibrio mecánico deben ser acompañados por límites de seguridad, los cuales son definidos por el reglamento. En el código ACI, las limitaciones toman dos formas distintas. Primero, el código señala la mínima deformación a tracción del refuerzo permitida en el diseño de vigas. Segundo, el código define que el factor de reducción de resistencia depende de las deformaciones correspondientes al estado de resistencia nominal. Ambas limitaciones están basadas en la deformación unitaria neta  $\epsilon_t$  del acero medida a la distancia  $d_t$  desde la fibra más comprimida del hormigón. La deformación neta se puede escribir:

$$\epsilon_t = \epsilon_u \frac{d_t - c}{c} \quad (\text{II.3.29})$$

Luego, con base en (II.3.28), la cuantía de acero que producirá un valor seleccionado de  $\epsilon_t$  será:

$$\rho = 0,85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{d_t}{d} \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_t} \quad (\text{II.3.30a})$$

donde:

$\epsilon_t$  = deformación unitaria de tracción en el acero extremo en tracción, en el estado de resistencia nominal, excluyendo las deformaciones unitarias causadas por el preesfuerzo efectivo, flujo plástico, retracción de fraguado y variación de temperatura.

$d_t$  = distancia desde la fibra extrema en compresión al centroide de la fila extrema de acero longitudinal en tracción.

Dado que el término  $d_t/d$  es siempre mayor a la unidad, para determinar la cuantía máxima de forma un poco más conservadora normalmente se usa:

$$\rho = 0,85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_t} \quad (\text{II.3.30b})$$

Para asegurar el comportamiento como vigas subarmadas, el código establece una deformación neta a tensión  $\epsilon_t$  mínima de 0,004 para miembros sujetos a cargas axiales menores a  $0,10f'_cA_g$ , donde  $A_g$  es el área bruta de la sección. Como punto de comparación, la deformación unitaria al esfuerzo de fluencia del acero  $\epsilon_y$  es 0,00207 para aceros de  $f_y = 420\text{Mpa}$  y 0,00259 para aceros de  $f_y = 520\text{Mpa}$ .

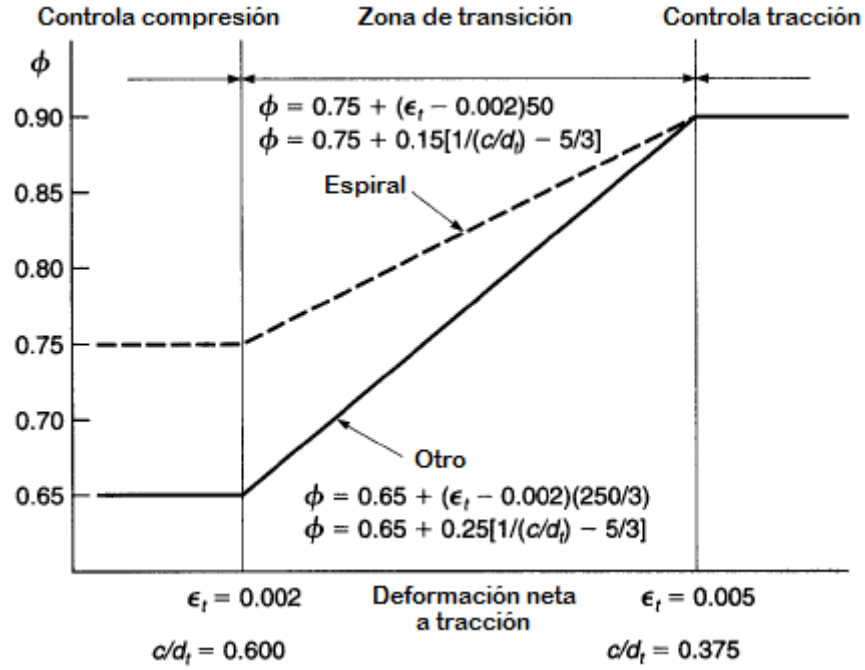
Usando  $\epsilon_t = 0,004$  en (II.3.30b) se obtiene la cuantía máxima de acero permitida por el código ACI para vigas:

$$\rho_{max} = 0,85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + 0,004} \quad (\text{II.3.30c})$$

Más allá de definir esta última restricción, el reglamento alienta el uso de menores cuantías de acero permitiendo el incremento del factor de reducción de resistencia  $\phi$ , como se explica a continuación y se ilustra en la figura (II.3-12):

- Se define que una sección es “controlada por tracción” cuando la deformación neta unitaria cumple  $\epsilon_t \geq 0,005$ . El factor de reducción de resistencia correspondiente es  $\phi = 0,90$ .
- Una sección es “controlada por compresión” cuando  $\epsilon_t \leq 0,002$ . El factor de reducción de resistencia es  $\phi = 0,75$  para elementos reforzados con espirales y  $\phi = 0,65$  para los demás tipos de miembros. La deformación 0,002 es aproximadamente igual a la deformación unitaria de fluencia  $\epsilon_y$  de aceros con  $f_y = 420\text{Mpa}$ .

- c. Para deformaciones unitarias netas  $\epsilon_t$  entre 0,002 y 0,005, el factor de reducción de resistencia  $\phi$  se interpola linealmente entre los valores correspondientes a los anteriores incisos.



**Figura II.3-12:** Variación del coeficiente de reducción de resistencia con la deformación unitaria neta a tracción **Fuente:** Código ACI 318-08.

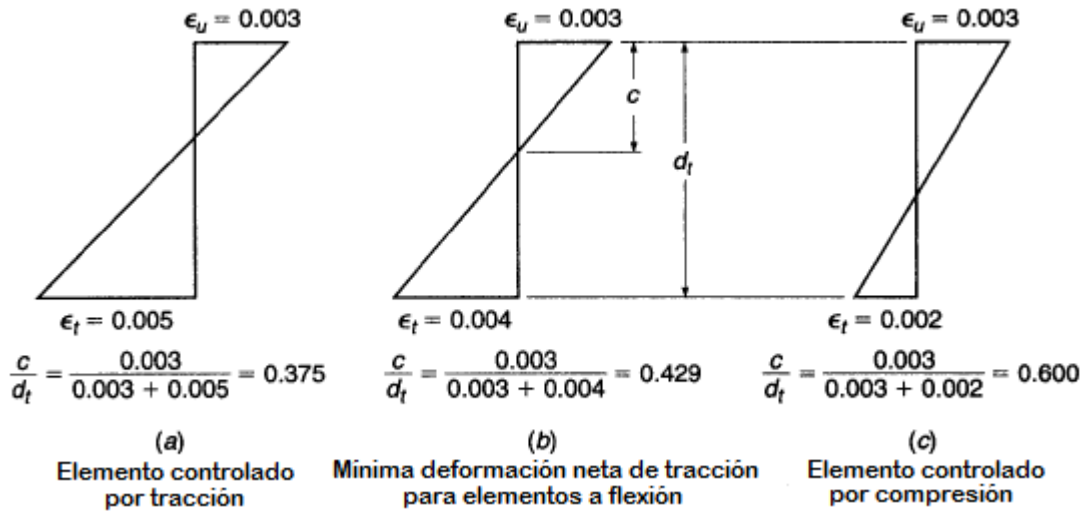
De acuerdo a los puntos anteriores se define la cuantía máxima para secciones controladas por tracción:

$$\rho_{0,005} = 0,85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + 0,005} \quad (\text{II.3.30d})$$

Una comparación entre las ecuaciones (II.3.30c) y (II.3.30d) muestra que para una sección dada,  $\epsilon_t = 0,004$  da una cuantía de acero y un momento nominal mayores que usando  $\epsilon_t = 0,005$ . Por otra parte, esta resistencia mayor no puede ser completamente aprovechada en el diseño por el decremento del coeficiente de reducción de resistencia  $\phi$ . Como resultado, la cuantía máxima de acero en vigas para fines prácticos es la correspondiente a  $\epsilon_t = 0,005$ .

En el cálculo del momento nominal a menudo se debe determinar la profundidad del bloque de compresiones  $a$ . Como  $c = a/\beta_1$ , a veces es más conveniente trabajar con la

relación  $c/d_t$ , tomando los intervalos entre deformaciones unitarias netas como se muestra en la figura II.3-13.



**Figura II.3-13:** Deformaciones unitarias netas a tracción y relaciones  $c/d_t$ .

**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

Para este tipo de elementos, el diseño se realiza en base a la igualdad  $f_s = f_y$  en la falla, determinando la resistencia nominal a flexión (con referencia a la figura II.3-12):

$$M_n = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (\text{II.3.31})$$

donde:

$a$  = espesor del bloque de esfuerzos de compresión del hormigón.

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} \quad (\text{II.3.32})$$

Sustituyendo (II.3.32) en (II.3.31) y haciendo  $A_s = \rho b d$  se llega a la siguiente expresión, más conveniente para el diseño rutinario:

$$M_n = \rho f_y b d^2 \left( 1 - 0.59 \frac{\rho f_y}{f'_c} \right) \quad (\text{II.3.33})$$

donde se hace la siguiente simplificación:

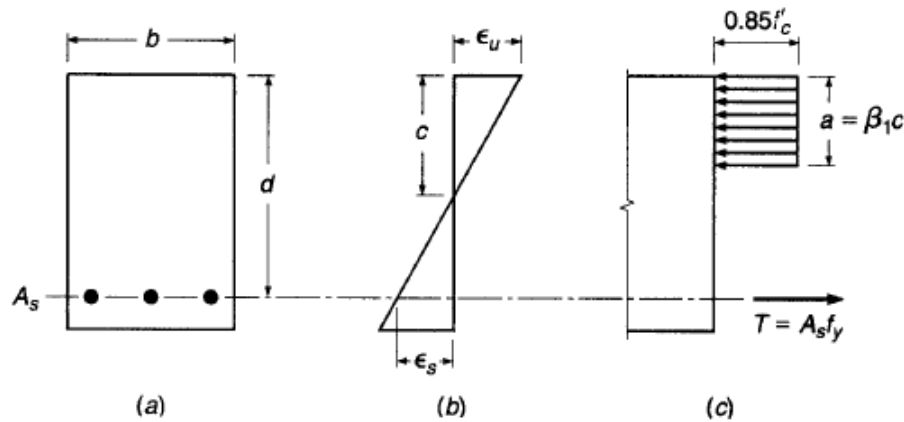
$$M_n = R b d^2 \quad (\text{II.3.34})$$

$$R = \rho f_y \left( 1 - 0,59 \frac{\rho f_y}{f'_c} \right) \quad (\text{II.3.35})$$

El término  $R$  es conocido como el factor de resistencia a flexión y depende únicamente de la cuantía de acero y de las resistencias de los materiales y puede tabularse fácilmente.

Para obtener la resistencia de diseño basta con incluir el factor de reducción de resistencia  $\phi$  visto en la sección II.3.1.2 en (II.3.30):

$$\phi M_n = \phi R b d^2 \quad (\text{II.3.36})$$



**Figura II.3-12:** Diagrama de esfuerzos y deformaciones en una viga rectangular.

**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

### II.3.3.5. – Vigas Sobrearmadas:

Aunque siempre es preferible diseñar vigas subarmadas existen ocasiones en las que, por distintas circunstancias de la configuración, es necesaria la presencia de una viga sobrearmada, para la cual el esfuerzo en el acero  $f_s$  en el momento de la falla a flexión será menor a  $f_y$ .

En este caso, la deformación unitaria del acero de la figura II.3-12 será menor que la deformación unitaria de fluencia, pero puede expresarse en términos de la deformación unitaria del hormigón  $\epsilon_u$  y de la distancia al eje neutro, aún desconocida:

$$\epsilon_s = \epsilon_u \frac{d-c}{c} \quad (\text{II.3.37})$$

A partir del equilibrio que exige que  $C = T$ , se puede relacionar:

$$0,85\beta_1 f'_c b c = \rho \epsilon_s E_s b d \quad (\text{II.3.38})$$

Si se reemplaza  $\epsilon_s$  de (II.3.33) en (II.3.34), y con la definición de  $k_u = c/d$ , se obtiene una ecuación cuadrática para  $k_u$ , como sigue:

$$k_u^2 + m\rho k_u - m\rho = 0 \quad (\text{II.3.39})$$

donde  $\rho = A_s/bd$ , como antes, y  $m$  es un parámetro del material definido como:

$$m = \frac{E_s \epsilon_s}{0,85 \beta_1 f'_c} \quad (\text{II.3.40})$$

La solución a (II.3.35) para  $k_u$  es:

$$k_u = \sqrt{m\rho + \left(\frac{m\rho}{2}\right)^2} - \frac{m\rho}{2} \quad (\text{II.3.41})$$

Con el valor de  $k_u$  se obtiene la posición del eje neutro  $c = k_u d$ , después de lo cual la profundidad del bloque de compresión resulta  $a = \beta_1 c$ . Entonces, con la deformación del acero calculada a partir de (II.3.33), y con  $f_s = E_s \epsilon_s$ , la resistencia nominal a flexión es:

$$M_n = A_s f_s \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (\text{II.3.42})$$

#### II.3.3.6. – Cuantía Mínima de Acero:

Además de las señaladas, una tercera modalidad de falla puede ocurrir en vigas con muy poco refuerzo. Si la resistencia a flexión de la sección fisurada es menor que el momento que produce agrietamiento de la sección no fisurada con anticipación, se generará una falla inmediata y sin ningún aviso de peligro una vez que se forme la primera grieta de flexión.

Para evitar este tipo de falla se puede establecer un límite inferior para la cuantía de acero igualando el momento de agrietamiento con la resistencia de la sección fisurada. El código ACI indica la siguiente desigualdad para obtener cuantías mínimas:

$$A_{s,min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4 f_y} b_w d \quad (\text{II.3.43a})$$

$$A_{s,min} \geq \frac{1,4}{f_y} b_w d \quad (\text{II.3.43b})$$

donde:

$A_{s,min}$  = cuantía mínima de acero para flexión,  $mm^2$ .

$b_w$  = ancho del alma,  $mm$ .

$d$  = altura útil, distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el centroide del refuerzo longitudinal en tracción,  $mm$ .

Además, cuando se trate de vigas T, se indica que la cuantía mínima no debe ser menor que el valor dado por (II.3.27a) reemplazando  $b_w$  por  $2b_w$  o el ancho del ala, el que sea menor.

El código señala además, tomando en cuenta el caso de elementos grandes donde las cuantías antes señaladas sean excesivas, que los anteriores requisitos no necesitan ser aplicados si la cuantía proporcionada en cada sección de la pieza es al menos un tercio (1/3) mayor a la requerida por análisis.

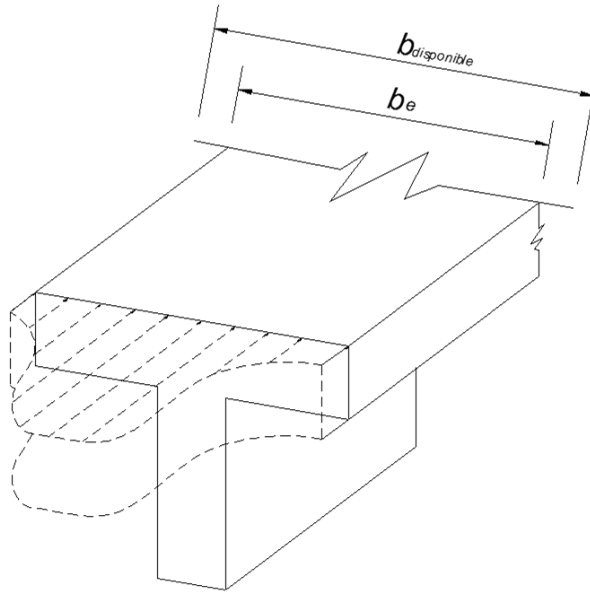
#### **II.3.3.7. – Vigas T:**

Cuando las vigas de una estructura son vaciadas monolíticamente con la losa de entrepiso, es evidente que una parte de la losa actuará en conjunto con la parte superior de la viga para soportar compresiones longitudinales. También hay casos de vigas que son ensanchadas en su parte superior para aumentar su capacidad máxima a flexión. El tipo de vigas recientemente descrito es conocido como “vigas de sección T” y el procedimiento del código ACI para su diseño se desarrolla en los siguientes apartados.

##### **II.3.3.7.1. – Ancho Efectivo:**

Como se aprecia en la ilustración de la figura II.3-13, los esfuerzos de compresión en la losa disminuyen al alejarse de la sección central por encima del alma de la viga.

La distribución de esfuerzos es variable, pero para la simplificación del cálculo de su resistencia se utiliza el concepto del “ancho efectivo de ala”, mediante el cual se reemplaza el ancho de ala comprimido y la distribución de esfuerzos reales en el ala de la pieza por un ancho efectivo menor al real y una distribución uniforme de esfuerzos de compresión con el valor máximo de la misma, de manera que se aproxime de forma satisfactoria y del lado de la seguridad la resistencia a flexión de la pieza.



**Figura II.3-13:** Distribución en la sección transversal de la losa de los esfuerzos de compresión longitudinal.

Los criterios indicados por el código ACI son los siguientes:

1. Para vigas T simétricas (figura II.3-14b), el ancho efectivo  $b$  no debe exceder a un cuarto de la luz de la viga. El ancho que sobresale a cada lado del alma de la viga debe ser menor a ocho veces el espesor de la losa  $h_f$  ni superar la mitad de la distancia libre hasta la siguiente viga.

$$b \leq l/4 \quad (\text{II.3.44})$$

$$(b - b_w)/2 \leq \begin{cases} 8h_f \\ s'/2 \end{cases} \quad (\text{II.3.45})$$

donde:

$b$  = ancho efectivo de la cabeza de compresión de la viga en el que se supone distribución uniforme de esfuerzos.

$b_w$  = ancho del alma de la viga.

$h_f$  = espesor de la losa que brinda el área adicional de compresión.

$s'$  = espacio libre entre caras de dos vigas adyacentes.

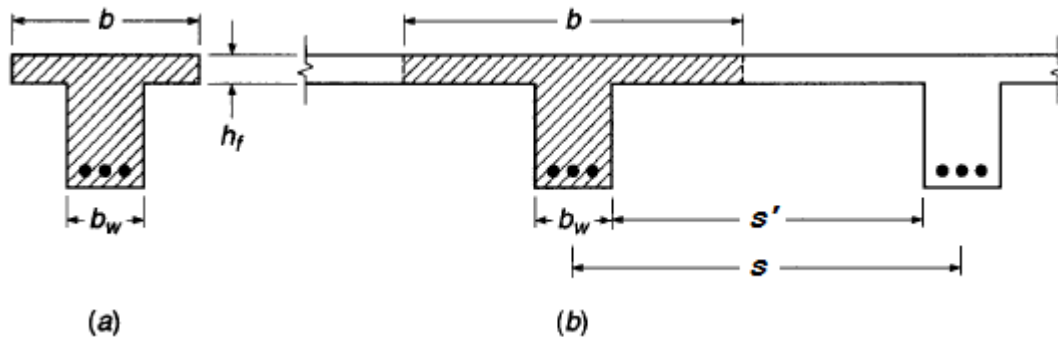
2. Para vigas que tienen losa únicamente de un lado, el ancho efectivo de losa que sobresale no debe ser mayor a un doceavo de la luz de la viga, seis veces el espesor de la losa, o la mitad de la distancia libre hasta la siguiente viga.

$$b - b_w \leq \begin{cases} l/12 \\ 6h_f \\ s'/2 \end{cases} \quad (\text{II.3.46})$$

3. Para vigas T aisladas (figura II.3-14a), en las cuales el ala se utiliza únicamente con el propósito de proporcionar un área adicional de compresión, el espesor del ala no debe ser menor que la mitad del ancho del alma y el ancho efectivo considerado no debe exceder cuatro veces el del alma, por lo que no tendría sentido diseñar un elemento con una dimensión mayor.

$$h_f \geq b_w/2 \quad (\text{II.3.47})$$

$$b \leq 4b_w \quad (\text{II.3.48})$$



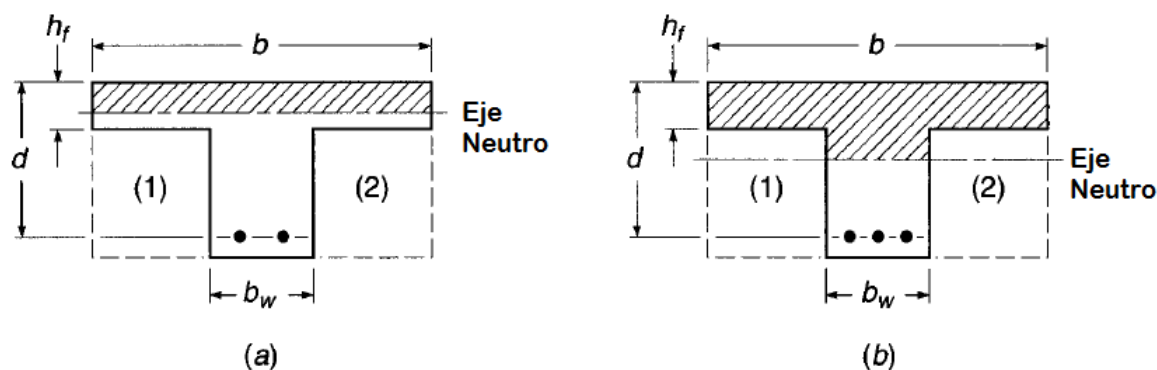
**Figura II.3-14:** Ancho efectivo de ala para vigas T.

**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

#### II.3.3.7.2. – Momento Resistente:

Las vigas T pueden trabajar de dos formas, dependiendo de la posición del eje neutro de la sección:

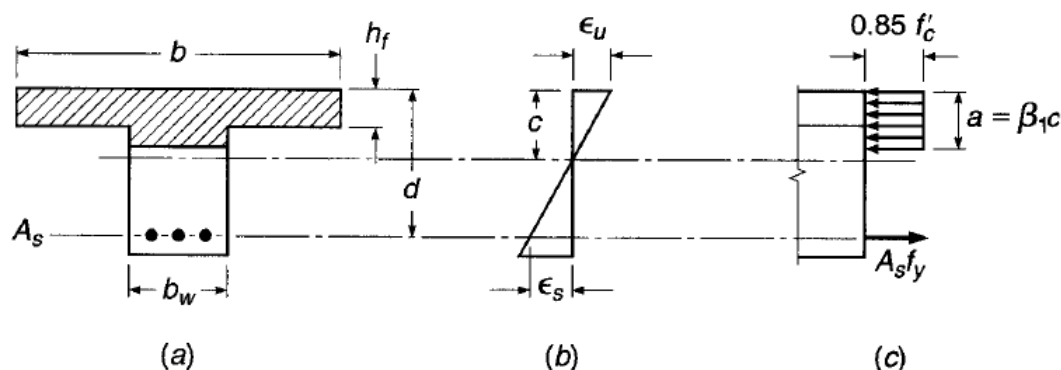
- 1) Si la profundidad del eje neutro es menor al espesor de la losa  $h_f$ , éste se encuentra en el ala y la viga se puede diseñar como una de sección rectangular y de dimensiones  $b$  y  $d$  (figura II.3-15a). Esto se debe a que el hormigón por debajo del eje neutro no es considerado en el análisis y la viga T y la rectangular indicada son exactamente equivalentes.
- 2) Si la profundidad del eje neutro es mayor al espesor de la losa  $h_f$ , éste se encuentra en el alma de la viga (figura II.3.15b) y se debe desarrollar el análisis tomando en cuenta la forma real de la viga T en la zona de compresión.



**Figura II.3-15:** Altura efectiva, casos de diseño en vigas T.

**Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

Para el tratamiento de vigas T es conveniente adoptar la misma distribución de esfuerzos equivalente para vigas de sección rectangular. Aunque dicha simplificación fue desarrollada para la resolución de secciones rectangulares, los errores que se obtienen son pequeños y su uso es justificable. El análisis de los siguientes párrafos se desarrolla a partir de la figura II.3-16.



**Figura II.3-16:** Diagrama de deformaciones y distribución equivalente de esfuerzos para vigas T. **Fuente:** “Design of Concrete Structures” 14th. Edition, Arthur Nilson.

En primera instancia se supone que la altura del bloque equivalente de esfuerzos de compresión es igual o menor que el espesor del ala  $h_f$ :

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{\rho f_y d}{0.85 f'_c} \quad (\text{II.3.49})$$

donde  $\rho = A_s/bd$ . Si  $a$  resulta menor o igual al espesor de ala  $h_f$ , el elemento puede ser tratado como una viga rectangular con ancho  $b$  y altura  $d$ . Si lo anterior no se cumple, se requiere el siguiente análisis como sección T.

Se supone de inicio que la falla de la pieza será por fluencia del acero a tracción, es más, se limitará la cuantía más adelante para asegurar que esto se cumpla. Éste será casi siempre el caso dado el gran tamaño de la cabeza comprimida.

Para el cálculo, la fuerza del acero se divide en dos partes. La primera  $A_{sf}$ , corresponde al área que equilibra en un esfuerzo de fluencia las partes sobresalientes del ala:

$$A_{sf} = \frac{0,85 f'_c (b - b_w) h_f}{f_y} \quad (\text{II.3.50})$$

A esta área corresponde el momento nominal:

$$M_{n1} = A_{sf} f_y \left( d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (\text{II.3.51})$$

El área restante se encuentra por equilibrio con el hormigón restante y proporciona un momento adicional:

$$a = \frac{(A_s - A_{sf}) f_y}{0,85 f'_c b_w} \quad (\text{II.3.52})$$

$$M_{n2} = (A_s - A_{sf}) f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (\text{II.3.53})$$

y el momento nominal resulta de la suma:

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} = A_{sf} f_y \left( d - \frac{h_f}{2} \right) + (A_s - A_{sf}) f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (\text{II.3.54})$$

Luego se debe asegurar que la falla sea por fluencia del acero:

Haciendo  $\epsilon_u = 0,003$  y  $\epsilon_t = 0,004$  se obtiene la máxima relación  $c/d_t = 0,429$ . Por lo tanto, mientras la profundidad del eje neutro sea menor a  $0,429 d_t$  se cumple el requisito de seguridad. Esto ocurre cuando  $\rho_w = A_s/b_w d$  es menor que:

$$\rho_{w,max} = \rho_{max} + \rho_f \quad (\text{II.3.55})$$

donde  $\rho_f = A_{sf}/b_w d$  y  $\rho_{max}$  es el definido previamente para sección rectangular.

#### II.3.4. – Diseño a Cortante:

El diseño de secciones de hormigón armado para resistir solicitaciones de corte, de acuerdo a la filosofía del código ACI, se realiza bajo la condición:

$$\phi V_n \geq V_u \quad (\text{II.3.56})$$

en la que el valor del coeficiente de reducción de resistencia  $\phi$  debe tomarse igual a 0,75, valor que es más conservador que el indicado para diseño de vigas a flexión por existir mayor grado de incertidumbre en el diseño a corte que en el de flexión pero sobre todo por la naturaleza violenta de la falla a cortante de piezas de hormigón armado.

La resistencia nominal al cortante se calcula mediante:

$$V_n = V_c + V_s \quad (\text{II.3.57})$$

donde:

$V_c$  = resistencia nominal a cortante proporcionada por el concreto.

$V_s$  = resistencia nominal a cortante proporcionada por la armadura de cortante.

En un elemento sin refuerzo para cortante, se supone que el cortante lo resiste el alma de hormigón. En un elemento con armadura de cortante se supone que una parte del cortante la soporta el hormigón y el resto el refuerzo para corte.

En los siguientes apartados se describe el comportamiento que presentan vigas sometidas a esfuerzos de corte y el procedimiento de diseño de una pieza para resistir determinada fuerza cortante.

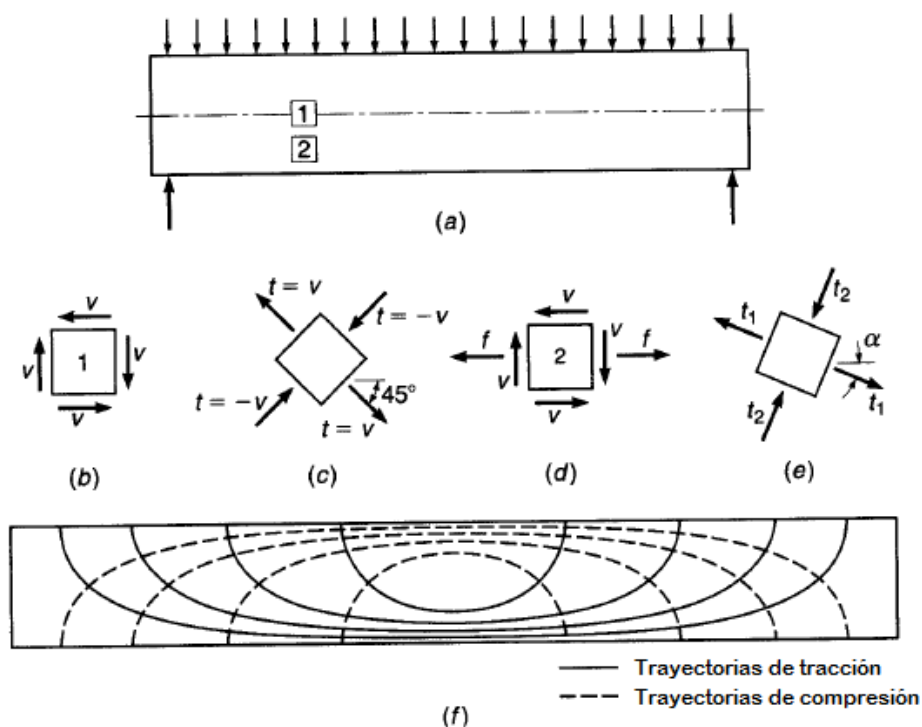
#### **II.3.4.1. – Comportamiento de Vigas a Esfuerzo Cortante:**

En primera instancia, para que se entienda el razonamiento que se encuentra implícito en los procedimientos empleados para el diseño a corte, hay que señalar que el análisis y el diseño a cortante no están relacionados realmente con el cortante como tal. En la mayor parte de las vigas los esfuerzos están muy por debajo de la resistencia a cortante directa del concreto. La inquietud real tiene que ver con el “esfuerzo de tensión diagonal”, que surge de la combinación de esfuerzos cortantes y de esfuerzos de flexión longitudinal.

En la figura II.3-17 se muestran, a modo de ejemplo, las tensiones diagonales generadas por una carga uniformemente distribuida en una viga supuesta homogénea y elástica en un punto sobre el eje neutro y sobre otro en la zona traccionada de la pieza.

En la figura II.4-17 se observa que las tensiones principales, exceptuando las del eje neutro, son producto de la combinación de esfuerzos debidos a corte y a flexión. Entonces

se tiene que el cortante necesario para el desarrollo de grietas diagonales, producidas por las tensiones de tracción tales como  $t_1$  de la figura II.3.17e, depende de la relación entre la fuerza cortante y el momento flector, pudiendo desarrollarse el agrietamiento diagonal antes o después que las fisuras verticales por esfuerzo de flexión.



**Figura II.3-17:** Trayectorias de tensiones principales en una viga rectangular homogénea.

**Fuente:** “Resistencia de Materiales”, 5ta.Edición, Timoshenko-Gere.

Independientemente de la forma en que se produzca, cuando existe agrietamiento diagonal pueden darse dos comportamientos: el primero, en vigas relativamente altas y con fisuras pequeñas, es que se tendrá una redistribución de fuerzas cuyo resultado es una resistencia adicional; el segundo, en vigas relativamente bajas, la falla será casi inmediata a la formación de la grieta.

Dado el hecho de que no se conoce la cantidad de resistencia de reserva y no es posible predecir cuándo una viga fallará de inmediato y cuándo se dará una redistribución de fuerzas en la sección agrietada, la resistencia de reserva no se tiene en cuenta en los procedimientos modernos de diseño. Todas las vigas deben estar provistas por lo menos con una cantidad mínima de refuerzo para corte y todos los elementos a flexión que no lo

tengan, como losas y zapatas, deben estar diseñados en base en el cortante para el cual se espera la formación de grietas diagonales.

El comportamiento de vigas a esfuerzos de corte, una vez formada la grieta por tensión diagonal, es bastante complejo y depende en sus detalles de la configuración particular de las grietas (longitud, inclinación y localización de la grieta principal o crítica). Ésta última es a su vez bastante incierta y hasta ahora no ha sido posible brindar satisfactoriamente predecirla de forma puramente analítica. Por este motivo, los conceptos que fundamentan la práctica del diseño actual no son del todo racionales; ellos se fundamentan de manera parcial en análisis racionales, en evidencias de ensayos y en la experiencia a largo plazo con estructuras en las cuales algunos procedimientos resultaron en un comportamiento satisfactorio.

#### **II.3.4.2. – Resistencia a Cortante Proporcionada por el Hormigón:**

La resistencia a cortante proporcionada por el hormigón  $V_c$  se supone que es igual para vigas con y sin armadura para cortante, y se toma como el cortante que produce un agrietamiento diagonal significativo. La expresión general para la contribución del hormigón a la resistencia a cortante nominal que incluye la contribución generada por el entrelazamiento de agregados, la acción de dovela del refuerzo principal y la del hormigón no fisurado es:

$$V_c = \left( \sqrt{f'_c} + 120\rho_w \frac{V_u d}{M_u} \right) \frac{b_w d}{7} \leq 0,3\sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{II.3.58})$$

donde  $\rho_w$  es la cuantía de acero longitudinal a tracción y la relación  $V_u d/M_u$  no debe ser mayor a 1,0.

La ecuación (II.3.58) es apropiada para el diseño computarizado o para investigación. Para cálculos manuales su uso puede ser difícil por la variación de los valores de  $V_u$ ,  $M_u$  y  $\rho_w$  a lo largo de la luz. El código ACI permite una ecuación alterna para calcular  $V_c$ :

$$V_c = \left( \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \right) b_w d \quad (\text{II.3.59})$$

La relación (II.3.59) es muy conservadora en regiones donde la relación  $V_u/M_u$  es grande, como cerca de los bordes de luces simples; sin embargo, debido a su simplicidad, es la que generalmente se utiliza en la práctica.

Anteriormente se indicó que el agrietamiento por tensión diagonal ocurre cuando el esfuerzo principal de tensión en el alma de la viga, producido por la acción combinada de cortante y flexión, alcanza la resistencia a tensión del hormigón. Es obvio que la introducción de una fuerza longitudinal, que modifica la magnitud y dirección del esfuerzo principal de tracción, puede alterar de manera significativa la carga de agrietamiento diagonal. Para tener en cuenta lo anterior, se parte de (II.3.58) para el cálculo del cortante crítico tomando el siguiente momento modificado en cuenta de  $M_u$ :

$$M_m = M_u - N_u \left( \frac{4h-d}{8} \right) \quad (\text{II.3.60})$$

En esta última expresión, la relación  $V_u/M_u$  no necesita limitarse a 1,0 como antes y la fuerza axial  $N_u$  se debe tomar como positiva cuando es de compresión. Para vigas sometidas a compresión axial, el límite superior para  $V_c$  de (II.3.58) se reemplaza por:

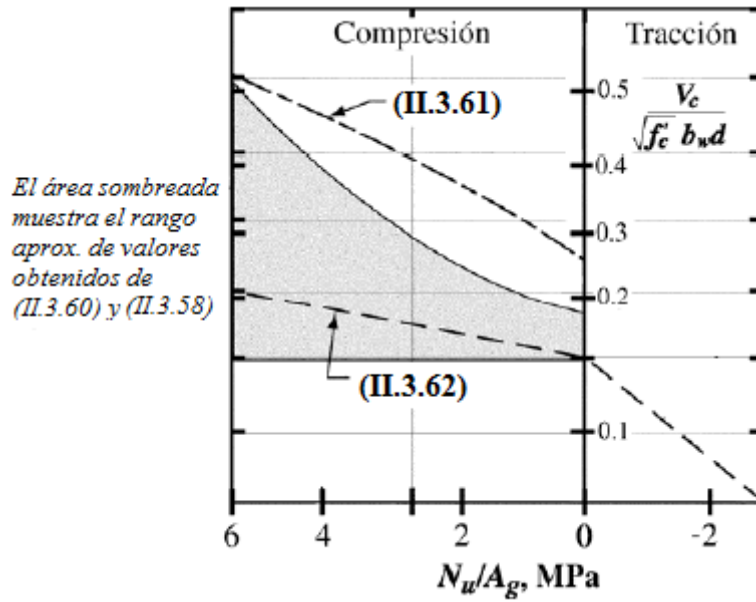
$$V_c = 0,3\sqrt{f'_c}b_wd\sqrt{1 + \frac{0,3N_u}{A_g}} \quad (\text{II.3.61})$$

donde  $A_g$  es el área bruta de la sección de hormigón y  $N_u/A_g$  debe expresarse en  $\text{Mpa}$ . Cuando  $M_m$  calculado por (II.3.60) es negativo,  $V_c$  debe calcularse por medio de (II.3.61).

Debido a la complejidad de la obtención de  $V_c$  mediante (II.3.60) y (II.3.61), el código ACI permite el uso de la expresión simplificada:

$$V_c = \left( 1 + \frac{N_u}{14A_g} \right) \left( \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \right) b_wd \quad (\text{II.3.62})$$

El gráfico II.3-18 muestra una comparación entre el rango de valores obtenidos de la forma completa y los valores obtenidos mediante la forma simplificada. Se puede observar que la ecuación simplificada brinda valores muy conservadores a medida que incrementa la fuerza axial de compresión aplicada a la pieza.



**Figura II.3-18:** Comparación de las ecuaciones de resistencia al cortante para elementos con carga axial. **Fuente:** Código ACI 318-08.

#### II.3.4.3. – Cálculo de la Armadura de Corte:

El procedimiento de cálculo para el diseño de armadura para cortante según el código ACI 318-05 es una sucesión de fórmulas y limitantes sencillas, más debidas a la experiencia que a métodos racionales, ajustadas a lo largo de los años en las distintas ediciones del código, cuya finalidad es proporcionar un refuerzo transversal tal que permita obtener con cierto grado de seguridad elementos que sean capaces de desarrollar su máxima capacidad a momento flector en vez de tener limitada su resistencia por una falla a cortante prematura. Lo anterior es necesario tanto por motivos económicos como de seguridad para los usuarios que deben ser protegidos de una falla súbita y explosiva como la del cortante.

Las disposiciones del código para el diseño del refuerzo a cortante se desarrollan en los siguientes apartados.

##### II.3.4.3.1. – Separación Máxima entre Estribos:

El espaciamiento del refuerzo de cortante colocado perpendicularmente al eje del elemento no debe exceder los siguientes valores:

$$s \leq \begin{cases} d/2 \\ 600mm \end{cases} \quad (\text{II.3.63})$$

donde  $s$  es la separación entre estribos y  $d$  la altura útil de la pieza.

Si se trata de estribos inclinados o de refuerzo longitudinal inclinado, se debe tener un espaciamiento tal que cada línea a 45° que se extienda desde la mitad de la altura del elemento hasta el refuerzo longitudinal de tracción debe estar cruzada por lo menos por una línea de refuerzo de cortante.

Adicionalmente, si se cumple la relación:

$$V_u - V_c = V_s > \sqrt{\frac{f'_c}{3}} b_w d \quad (\text{II.3.64})$$

las separaciones máximas dadas en (II.3.63) se deben reducir a la mitad.

#### II.3.4.3.2. – Armadura Mínima para Cortante:

El refuerzo para cortante restringe la formación de grietas diagonales y, por consiguiente, aumenta la ductilidad de la pieza y advierte del peligro de falla. Este refuerzo resulta de gran valor si un elemento es sometido a una fuerza de tracción imprevista, o a una sobrecarga. Por lo tanto, siempre debe colocarse un área mínima de armadura de cortante  $A_{v,min}$  en todo elemento de hormigón armado sometido a flexión donde  $V_u > 0,5\phi V_c$ , excepto en:

- a) Losas y zapatas.
- b) Losas nervadas de hormigón y viguetas.
- c) Vigas cuya altura cumpla:

$$h \leq \begin{cases} 250mm \\ 2,5h_f \\ 0,5b_w \end{cases} \quad (\text{II.3.65})$$

Cuando se requiera refuerzo para cortante, ya sea de acuerdo con el párrafo anterior o por análisis, y cuando la torsión pueda ser despreciada, el área mínima de refuerzo de corte  $A_{v,min}$  debe ser calculada según:

$$A_{v,min} = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \geq 0,33 \frac{b_w s}{f_{yt}} \quad (\text{II.3.66})$$

donde:

$A_{v,min}$  = área mínima de refuerzo para cortante dentro del espaciamiento  $s$ ,  $mm^2$ .

#### II.3.4.3.3. –Cálculo de la Armadura para Cortante:

De acuerdo a (II.3.56) y (II.3.57) se tiene que, en las secciones donde  $V_u$  exceda a  $\phi V_c$ , el acero debe calcularse para resistir con seguridad la diferencia entre dichos valores mediante una de las siguientes expresiones:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad (\text{II.3.67})$$

donde:

$A_v$  = área de refuerzo para cortante dentro del espaciamiento  $s$ ,  $mm^2$ .

$f_{yt}$  = resistencia especificada a la fluencia  $f_y$  de la armadura transversal,  $Mpa$ .

Normalmente es conveniente para el diseño definir primero el área de refuerzo transversal y luego obtener mediante la anterior relación el espaciamiento correspondiente al área seleccionada:

$$s = \frac{\phi A_v f_y d}{V_u - \phi V_c} \quad (\text{II.3.68})$$

Donde se utilicen estribos inclinados como refuerzo para cortante, la expresión (II.3.67) se modifica como sigue:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s} \quad (\text{II.3.69})$$

donde  $\alpha$  es el ángulo entre los estribos inclinados y el eje longitudinal del elemento, y la separación  $s$  se mide en la dirección paralela al eje longitudinal. En realidad, se puede observar que la ecuación (II.3.67) es el caso particular de (II.3.69) en que  $\alpha = 90^\circ$ .

Donde el refuerzo para cortante consiste en una barra individual o en un solo grupo de barras paralelas, todas dobladas a la misma distancia del apoyo:

$$V_s = A_v f_y \sin \alpha \leq \frac{\sqrt{f'_c}}{4} b_w d \quad (\text{II.3.70})$$

donde  $\alpha$  es el ángulo entre el refuerzo doblado y el eje longitudinal del elemento.

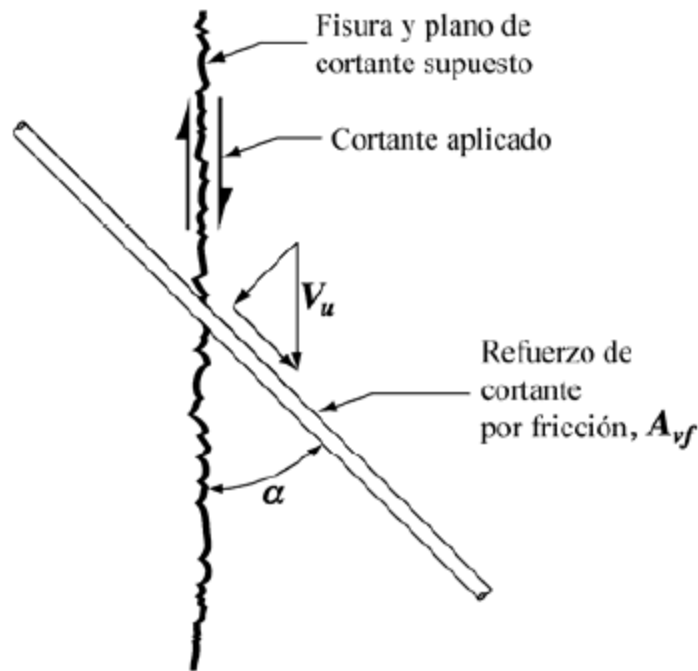
Para evitar fisuras diagonales de ancho excesivo, el código ACI limita la resistencia de las barras de acero a usar en el refuerzo a corte a  $f_{yt} \leq 420 \text{ Mpa}$ . Además, de acuerdo al código ACI, en ningún caso se puede considerar  $V_s$  mayor que:

$$V_s \leq \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{II.3.71})$$

sin importar la cantidad de refuerzo transversal para corte que se use.

#### II.3.4.3.4. –Cortante por Fricción:

Todas las disposiciones respecto a cortante pretenden evitar las fallas por tracción diagonal y no las fallas por transmisión de cortante directo. El propósito del cortante por fricción es considerar la transferencia del esfuerzo cortante en situaciones donde se considera apropiado investigar la transferencia de cortante a través de un plano en el hormigón estructural, situaciones como en una interfase entre hormigones colocados en diferentes épocas o en el diseño de detalles de refuerzo de estructuras prefabricadas de hormigón.



**Figura II.3-19:** Refuerzo de cortante por fricción a cierto ángulo de la fisura hipotética.

La expresión general para el diseño por cortante por fricción de una sección es:

$$V_n = A_{vf} f_y (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) \quad (\text{II.3.72})$$

donde:

$V_n$  = resistencia nominal al corte de la sección,  $N$ .

$A_{vf}$  = área de refuerzo de cortante por fricción,  $mm^2$ .

$f_y$  = resistencia especificada a la fluencia del refuerzo,  $MPa$ . No debe considerarse mayor a  $420MPa$ .

$\mu$  = coeficiente de fricción.

$\alpha$  = ángulo que define la orientación del refuerzo.

| Materiales                                                                                    | Coeficiente de Fricción |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Concreto colocado monolíticamente                                                             | $1.4 \lambda$           |
| Concreto colocado sobre concreto endurecido con la superficie intencionalmente rugosa         | $1.0 \lambda$           |
| Concreto colocado sobre concreto endurecido no intencionalmente rugoso                        | $0.6 \lambda$           |
| Concreto anclado a acero estructural mediante pernos con cabeza o mediante barras de refuerzo | $0.7 \lambda$           |

\* $\lambda=1.0$  para concreto normal,  $0.85$  para concreto liviano con arena de peso normal y  $0.75$  para concreto liviano en todos sus componentes.

**Tabla II.3-4:** Coeficientes de fricción entre el hormigón y otros materiales.

**Fuente:** Código ACI 318-08

### II.3.5. – Diseño a Torsión:

De manera similar a los anteriores apartados, el diseño de elementos a solicitaciones de torsión debe cumplir:

$$\phi T_n \geq T_u \quad (II.3.73)$$

donde:

$\phi$  = coeficiente de reducción de resistencia.

$T_n$  = resistencia nominal a torsión.

$T_u$  = torsión última, producto de la combinación más crítica de cargas mayoradas.

El coeficiente de reducción de resistencia  $\phi$  se toma, al igual que en el diseño a cortante, con el valor de  $0,75$ . El valor del coeficiente  $\phi$  en torsión, al igual que en el diseño a otras solicitaciones, corresponde al grado de riesgo que correría el usuario de una

estructura si se presentara una hipotética falla frágil y al nivel de incertidumbre en las suposiciones de diseño.

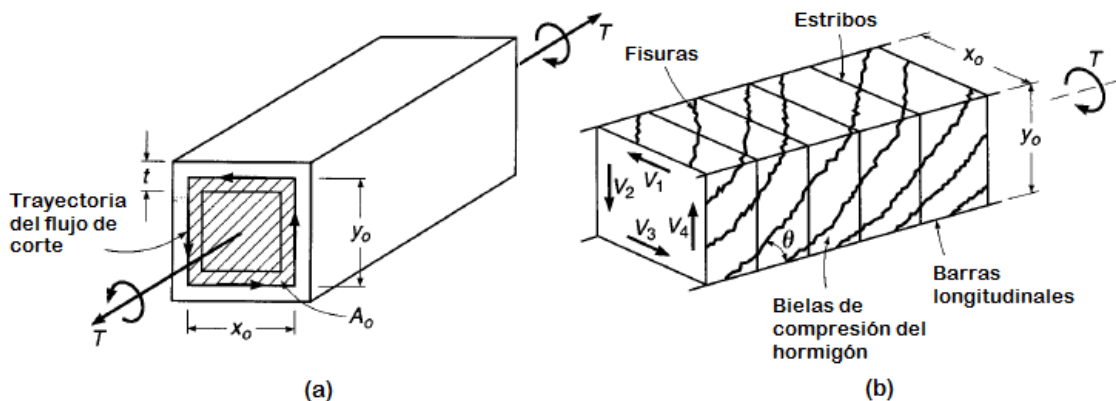
En los siguientes apartados se explica y desarrolla brevemente el procedimiento de diseño para solicitaciones de torsión y su combinación con tipos de acciones en una estructura.

#### II.3.5.1. – Modelo Idealizado para Diseño a Torsión:

El diseño para torsión según el código ACI fue desarrollado de acuerdo a la idealización de la viga sometida a torsión como un tubo de pared delgada, antes de su agrietamiento a torsión, y prácticamente como una cercha espacial luego de agrietada la sección, despreciando el núcleo de hormigón de la sección transversal de la viga sólida, tal como se ilustra en la figura II.3.20.

Una vez que la viga de hormigón armado se ha agrietado en torsión, su resistencia torsional es provista básicamente por los estribos cerrados y barras longitudinales ubicadas cerca de la superficie del elemento donde se supone que éstos hacen las veces de tirantes mientras que el hormigón fisurado continua trabajando a compresión en las bielas comprimidas diagonalmente tal como se observa en la figura II.3-20b.

Se supone que la resistencia es proporcionada por la capa exterior de la sección transversal centrada aproximadamente en los estribos cerrados. Tanto las secciones sólidas como las huecas se idealizan como tubos de pared delgada tanto antes como después del agrietamiento.



**Figura II.3-20:** a) Idealización como tubo de pared delgada en sección no fisurada.

b) Modelado como cercha espacial de sección fisurada.

**Fuente:** "Design of Concrete Structures" 14th. Edition, Arthur Nilson.

### II.3.5.2. – Momento Crítico de Torsión:

Cuando los esfuerzos de tensión diagonal en una pieza exceden la resistencia a la tensión del hormigón, se forma una grieta en algún sitio accidentalmente más débil y ésta se propaga inmediatamente a través de la viga. El valor del momento torsor que corresponde a la formación de esta grieta diagonal se conoce como el torque de agrietamiento  $T_{cr}$ .

Los torques que no exceden de aproximadamente un cuarto del torque de agrietamiento  $T_{cr}$  no producen una reducción estructuralmente significativa en la resistencia al cortante, por lo que pueden ser ignorados. Se supone que el agrietamiento se produce cuando el esfuerzo principal de tracción alcanza un valor igual a  $(\sqrt{f'_c}/3)$ , por lo que se permite despreciar los efectos de la torsión si el momento torsional mayorado  $T_u$  es menor que:

- a) En elementos no preesforzados

$$T_u < \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} \left( \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right) \quad (\text{II.3.74})$$

- b) Para elementos no preesforzados sometidos a tracción axial o fuerzas de compresión

$$T_u < \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} \left( \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{3N_u}{A_g \sqrt{f'_c}}} \quad (\text{II.3.75})$$

en ambas relaciones:

$A_{cp}$  = área encerrada por el perímetro exterior de la sección transversal de concreto,  $mm^2$ .

$p_{cp}$  = perímetro exterior de la sección transversal de hormigón,  $mm$ .

$N_u$  = carga axial mayorada normal a la sección transversal, que ocurre simultáneamente con  $T_u$ ; debe tomarse como positiva para compresión y negativa para tracción.

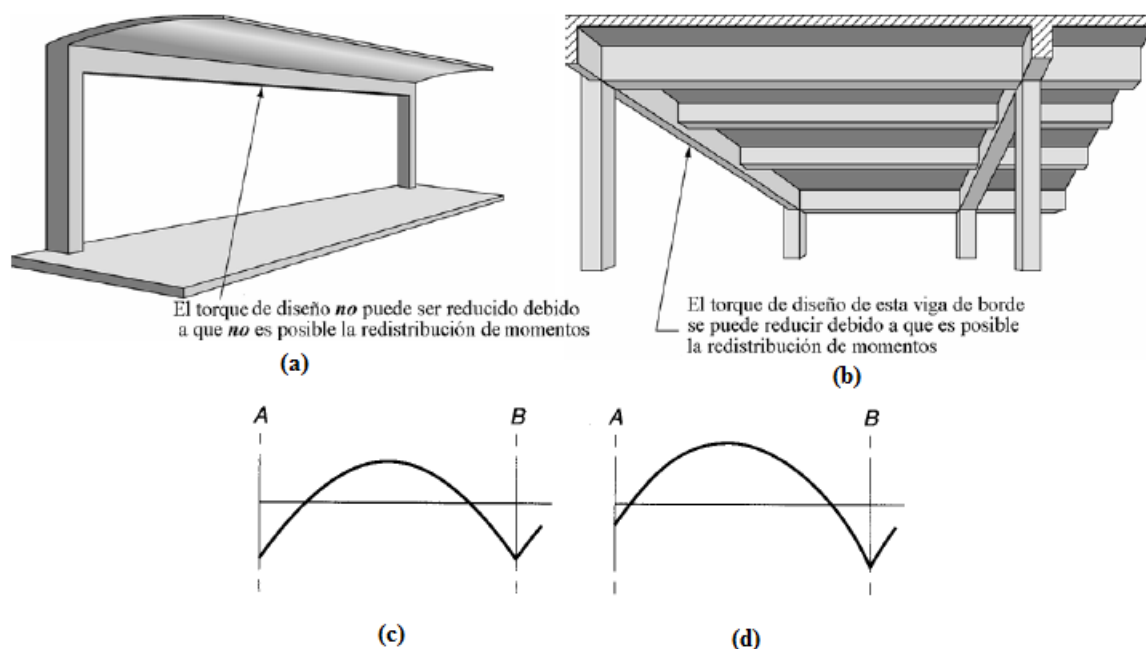
$A_g$  = área bruta de la sección,  $mm^2$ . Para una sección con vacíos,  $A_g$  es el área del hormigón solo y no incluye el área de los vacíos.

Para elementos sólidos, la interacción entre la torsión de agrietamiento y el cortante por agrietamiento inclinado es aproximadamente circular o elíptica. Para un relación de este

tipo, un torque de  $0,25T_{cr}$ , como el que se usa en las dos ecuaciones anteriores, corresponde a una reducción del 3% en el cortante por agrietamiento inclinado. Esta última reducción, según el código ACI, se puede considerar despreciable.

### II.3.5.3. – Torsión Primaria y Secundaria:

Al considerar los efectos de torsión en las estructuras de hormigón armado, es importante diferenciar entre torsión primaria y torsión secundaria. La torsión primaria, algunas veces llamada torsión de equilibrio o torsión estáticamente determinada, se presenta cuando la carga externa no tiene otra alternativa que ser resistida por torsión. En estos casos, la torsión necesaria para mantener el equilibrio estático puede determinarse en forma “única”. Un ejemplo es el voladizo de la figura II.3-19a, donde la estructura necesita de momentos torsores resistentes en las columnas para equilibrarse. Sin estos momentos de torsión, la estructura colapsaría.



**Figura II.3-21:** Torsión primaria y secundaria. **Fuente:** Código ACI 318-08.

En contraste a la condición anterior se genera la torsión secundaria también llamada torsión por compatibilidad o torsión estáticamente indeterminada, a partir de los requisitos de compatibilidad de deformaciones entre partes adyacentes de una estructura. Generalmente en este caso existe la posibilidad de una redistribución interna de fuerzas y de un equilibrio alterno. Un ejemplo de torsión secundaria sería la viga de borde que

sostiene una losa monolítica de hormigón como la de la figura II.3-19b. Si la viga tiene una resistencia adecuada a la torsión que se le aplica entonces los momentos serán aproximadamente los de un apoyo exterior rígido como en II.3-19c. Si la pieza no tiene la rigidez necesaria a torsión se presentará un agrietamiento que disminuirá aún más dicha rigidez y el comportamiento se aproximará al de un apoyo articulado como en II.3.19d.

En una estructura estáticamente indeterminada, donde se puede producir una reducción del momento torsional en el elemento debido a una redistribución de fuerzas internas después del agrietamiento a esfuerzos de torsión, se permite reducir el máximo momento torsor  $T_u$  a los valores dados por las siguientes expresiones:

a) En elementos no preesforzados

$$T_u \geq \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{3} \left( \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right) \quad (\text{II.3.76})$$

b) Para elementos no preesforzados sometidos a una fuerza axial de tracción o compresión

$$T_u \geq \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} \left( \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{3N_u}{A_g \sqrt{f'_c}}} \quad (\text{II.3.77})$$

donde los símbolos tienen el mismo significado que el señalado en el apartado anterior.

El valor reducido de  $T_u$  que admite el código ACI, intenta aproximar la resistencia de torsión al agrietamiento de la viga de soporte para una carga combinada de torsión y flexión. Las grandes rotaciones que se presentan con carga de torsión esencialmente constante producirían una redistribución significativa de las fuerzas internas, justificando la utilización del valor reducido en el diseño del elemento a torsión y de los elementos de soporte.

#### II.3.5.4. – Límites en el Esfuerzo Cortante:

Rara vez se encuentra un elemento sujeto únicamente a torsión. La situación normal es aquella de una viga sujeta a los momentos flectores y fuerzas cortantes usuales, solicitaciones a las cuales se superponen los momentos torsores. En un elemento fisurado, tanto el corte como la torsión incrementan las fuerzas diagonales en las bielas de

compresión, los anchos de las fisuras diagonales y la resistencia requerida del refuerzo transversal.

Con base principalmente en observaciones empíricas, el ancho de las grietas diagonales en condiciones de servicio puede limitarse controlando el esfuerzo cortante calculado bajo torsión y cortante mayorados. Las dimensiones de la sección transversal deben ser tales que:

a) En secciones sólidas

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1,7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left( \frac{V_c}{b_w d} + \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \right) \quad (\text{II.3.78})$$

b) En secciones huecas

$$\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1,7 A_{oh}^2}\right)^2 \leq \phi \left( \frac{V_c}{b_w d} + \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \right) \quad (\text{II.3.79})$$

Si es que el espesor de la pared es menor que  $A_{oh}/p_h$ , el segundo término de la ecuación (II.3.78) debe reemplazarse como sigue:

$$\left(\frac{T_u p_h}{1,7 A_{oh}^2}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{T_u}{1,7 A_{oh} t}\right)^2$$

donde:

$V_u$  = fuerza cortante mayorada en la sección transversal que ocurre simultáneamente con  $T_u$ .

$p_h$  = perímetro del eje del refuerzo transversal cerrado dispuesto para torsión,  $mm$ .

$A_{oh}$  = área encerrada por el eje del refuerzo transversal cerrado más externo dispuesto para resistir la torsión,  $mm^2$ .

#### II.3.5.5. – Cálculo de la Armadura para Torsión:

El refuerzo por torsión incluye tanto armadura transversal como armadura longitudinal, tal como se vio en la idealización de una pieza fisurada a torsión. A diferencia de la armadura para cortante, el refuerzo para torsión siempre debe consistir en estribos

cerrados, ya que de otra manera no se brindaría una resistencia adecuada al flujo de cortante que tiene lugar alrededor de toda la pieza.

La resistencia nominal a torsión de una pieza de hormigón armado según el código ACI se halla mediante:

$$T_n = \frac{2A_o A_t f_{yt}}{s} \cot \theta \quad (\text{II.3.80})$$

donde:

$A_o$  = área bruta encerrada por la trayectoria del flujo de cortante,  $mm^2$ .

$A_t$  = área de una rama de un estribo cerrado que resiste torsión con un espaciamiento  $s$ ,  $mm^2$ .

$f_{yt}$  = esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal cerrado para torsión,  $Mpa$ .

$\theta$  = ángulo entre el eje de un puntal o biela de compresión y la cuerda de tracción de un elemento.

Se permite tomar  $A_o = 0,85A_{oh}$  y el valor del ángulo debe cumplir:  $30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ . Esta última expresión se obtiene analizando el modelo puntal-tensor definido para vigas fisuradas a torsión y sirve, luego de despejar el término  $A_t/s$ , para calcular la armadura transversal para torsión.

Una vez determinada la armadura transversal de torsión, debe definirse el valor del refuerzo transversal combinado entre corte y torsión  $A_{v+t}$  de la siguiente forma:

$$\left( \frac{A_{v+t}}{s} \right) = \frac{A_v}{s} + 2 \frac{A_t}{s} \quad (\text{II.3.81})$$

donde  $A_v$  es el área de dos ramas de un estribo cerrado mientras que  $A_t$  es el área de una sola rama de un estribo cerrado.

El área adicional de refuerzo longitudinal necesario para torsión,  $A_t$ , no debe ser menor que:

$$A_t = \frac{A_t}{s} p_h \left( \frac{f_{yt}}{f_y} \right) \cot^2 \theta \quad (\text{II.3.82})$$

donde:

$f_y$  = esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo longitudinal de torsión,  $Mpa$ .

El valor de  $A_t/s$  en (II.3.81) corresponde al refuerzo determinado mediante (II.3.79) sin modificar su valor para evitar el uso de cantidades excesivas de armadura longitudinal.

#### II.3.5.6. – Refuerzo Mínimo para Torsión:

Para controlar la pérdida de rigidez tras el agrietamiento inclinado y así permitir el desarrollo de la resistencia torsional última de la viga, el máximo espaciamiento para el refuerzo transversal para torsión no debe exceder al más pequeño de los siguientes valores:

$$s \leq \begin{cases} p_h/8 \\ 300mm \end{cases} \quad (\text{II.3.83})$$

Complementariamente a la anterior disposición el código indica que el refuerzo longitudinal para torsión debe estar distribuido a lo largo del perímetro del estribo cerrado con un espaciamiento máximo de  $300mm$  entre barras y que debe haber por lo menos una barra longitudinal en cada esquina de los estribos.

El refuerzo a torsión debe ser desarrollado más allá del punto en que se requiera por análisis en por lo menos una distancia igual a  $(b_t + d)$ , donde  $b_t$  es el ancho de la parte de la sección transversal que contiene los estribos cerrados para torsión. Esta distancia es mayor a la usada para el refuerzo de cortante y flexión debido a que las fisuras por tracción diagonal debidas a la torsión se desarrollan en un patrón helicoidal.

Además, donde se requiera refuerzo para torsión, el área mínima combinada por corte y torsión de estribos cerrados debe calcularse como:

$$(A_v + 2A_t) = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \geq 0,35 \frac{b_w s}{f_{yt}} \quad (\text{II.3.84})$$

En realidad, si un elemento está sometido a un momento torsor mayor a  $0,25T_{cr}$ , como se había establecido anteriormente, la armadura transversal mínima para la combinación de torsión y cortante es  $0,35b_w s/f_{yt}$ , siendo el otro término de la ecuación (II.3.83) añadido para compatibilizar con la ecuación de armadura mínima para cortante.

En base a un análisis experimental del comportamiento de especímenes de ensayo conformados por vigas de hormigón armado sometidas a torsión pura y a torsión combinada con corte llevado a cabo por un comité de la ACI en el año 1995, se definió que

el área mínima total de refuerzo longitudinal para torsión  $A_{t,min}$ , para evitar el riesgo de falla frágil tras el agrietamiento inclinado, debe calcularse como:

$$A_{t,min} = \frac{5\sqrt{f'_c}A_{cp}}{12f_y} - \left(\frac{A_t}{s}\right)p_h \frac{f_{yt}}{f_y} \quad (II.3.85)$$

donde:

$$\frac{A_t}{s} \geq 0,175 \frac{b_w}{f_{yt}} \quad (II.3.86)$$

Adicionalmente, el reglamento indica que se debe utilizar un diámetro mínimo de refuerzo longitudinal de 1/24 del espaciamiento entre estribos pero que no sea menor del diámetro  $\phi = 10mm$  (equivalente al No.10 en sistema decimal y al No.3 en unidades inglesas).

### II.3.6. – Diseño de Fundaciones:

Las fundaciones como elemento estructural particular deben ser diseñadas para soportar esfuerzos de flexión, corte, punzonamiento y aplastamiento. El reglamento ACI 318-08 define el formato general de diseño de la misma manera que para otros elementos estructurales según lo indicado en la sección II.3.1. y tomando en cuenta los factores de la tabla II.3-1:

$$Resistencia\ de\ diseño = \phi \cdot Resistencia\ nominal \leq Resistencia\ requerida$$

$$\phi = \begin{cases} Flexión = 0,90 \\ Punzonamiento = 0,75 \\ Corte = 0,75 \\ Aplastamiento = 0,65 \end{cases}$$

En el presente proyecto se tiene definida la utilización de zapatas aisladas, particularmente de alzado tronco-piramidal, para lo cual se desarrolla en los siguientes apartados una breve explicación del procedimiento de diseño para éste tipo de elemento.

El código ACI contempla sólo zapatas rectangulares de fundación, siendo las zapatas inclinadas apenas mencionadas en un artículo. En nuestro medio, sin embargo, es muy común la construcción de zapatas que tienen su parte superior en forma tronco-piramidal. Las hipótesis generales que plantea el reglamento para zapatas rectangulares permiten encarar el análisis en flexión y punzonamiento de las zapatas tronco-piramidales con ajustes

menores. No ocurre lo mismo en el caso de corte, para lo cual se recurrió en el presente trabajo a otras fuentes.

### II.3.6.1. – Secciones Críticas

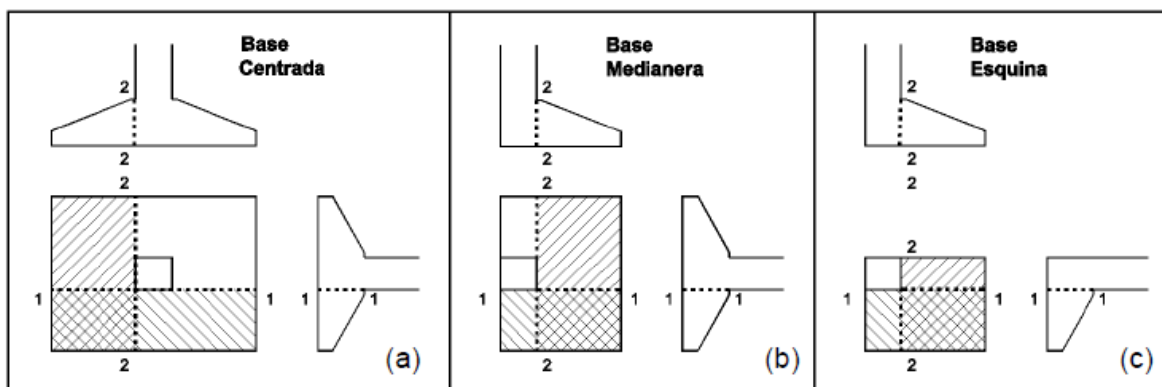
El funcionamiento de las zapatas aisladas es complejo y el cálculo se realiza mediante métodos simplificados y en secciones de particular importancia en la transmisión de esfuerzos de la columna a la zapata.

El diseño o verificación de zapatas se realiza en las denominadas “secciones críticas” mencionadas anteriormente, las cuales son indicadas por reglamento para cada una de las solicitaciones en consideración. En cada uno de los siguientes apartados el procedimiento está referido a dichas secciones.

### II.3.6.2. – Flexión:

Para el diseño a flexión de zapatas aisladas, según indica el artículo 15.4.2 del reglamento ACI: “El momento máximo mayorado,  $M_u$ , para una zapata aislada debe calcularse en la cara de la columna...” .

Para ilustrar lo anterior se muestra la siguiente figura:

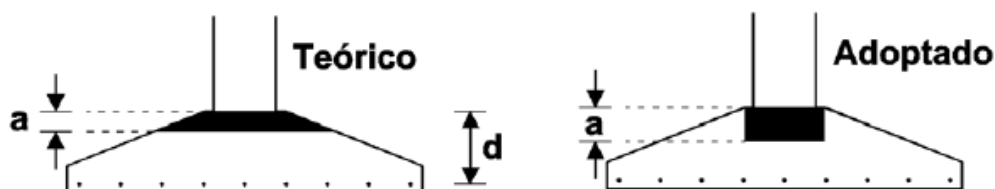


**Figura II.3-22:** Secciones críticas para flexión según tipo de zapata.

**Fuente:** “Ejemplos de Aplicación del Proyecto del Reglamento CIRSOC 201-2005”,  
Hernández - Bissio - Ortega.

Dado que no existen recomendaciones en el reglamento para el diseño de zapatas de sección variable como las de alzado tronco-piramidal, se introduce una simplificación en

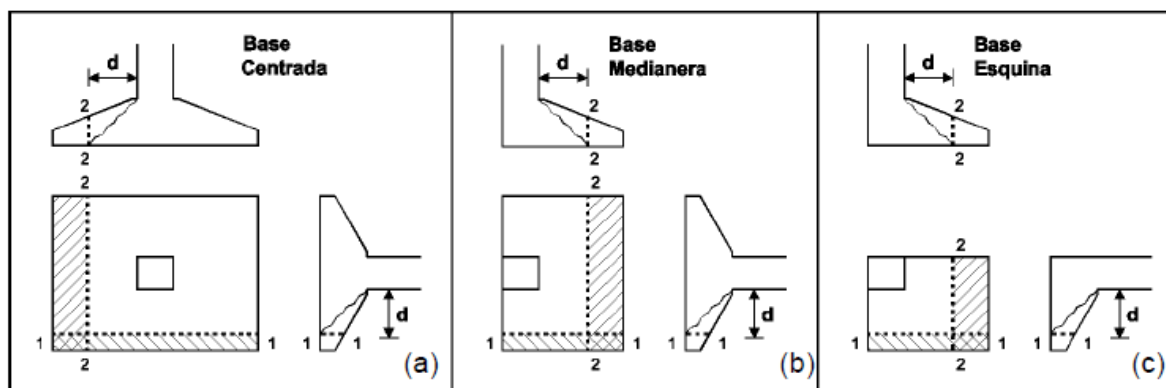
los cálculos del lado de la seguridad: se supone que la sección resistente es de ancho constante e igual al menor ancho de la sección transversal (figura II.3-21).



**Figura II.3-23:** Simplificación de la sección resistente a flexión en zapatas aisladas de alzado tronco-piramidal. **Fuente:** “Ejemplos de Aplicación del Proyecto del Reglamento CIRSOC 201-2005”, Hernández - Bissio - Ortega.

### II.3.6.3. – Corte:

El código ACI indica en el capítulo 11 que las secciones críticas para el corte, en las condiciones de carga de los elementos estructurales en estudio, se deben ubicar a una distancia no mayor a “d” de las caras de las columnas (Figura II.3-22) pero no contempla específicamente el análisis bajo solicitaciones de corte de secciones de ancho variable.



**Figura II.3-24:** Secciones críticas para corte según tipo de zapata. **Fuente:** “Ejemplos de Aplicación del Proyecto del Reglamento CIRSOC 201-2005”, Balat - Bissio - Ortega.

Si bien una hipótesis del lado de la seguridad podría consistir en tomar con ancho resistente el menor ancho de la sección, de la misma forma que en flexión, ésto resultaría en un diseño exageradamente conservador y obligaría bien a diseñar zapatas con alturas innecesariamente grandes o a dejar de utilizar zapatas de sección variable.

En la referencia bibliográfica 15 se indica que en elementos sin estribos, la resistencia al corte puede suponerse compuesta por:

1. El aporte de la zona de hormigón comprimido
2. El efecto pasador de las armaduras de flexión y
3. El efecto de engranamiento de agregados de la zona fisurada.

En la misma referencia bibliográfica 15, al no existir indicaciones reglamentarias ni referencias bibliográficas más específicas, se propone adoptar el siguiente criterio para evaluar la resistencia al corte:

- a) Suponer que la resistencia al corte de la zona comprimida de hormigón está provista por un sector de ancho constante e igual al menor ancho de la sección.
- b) Suponer que el resto del corte está provisto por una sección con un ancho igual al ancho promedio entre el mínimo y el máximo que presenta la sección.

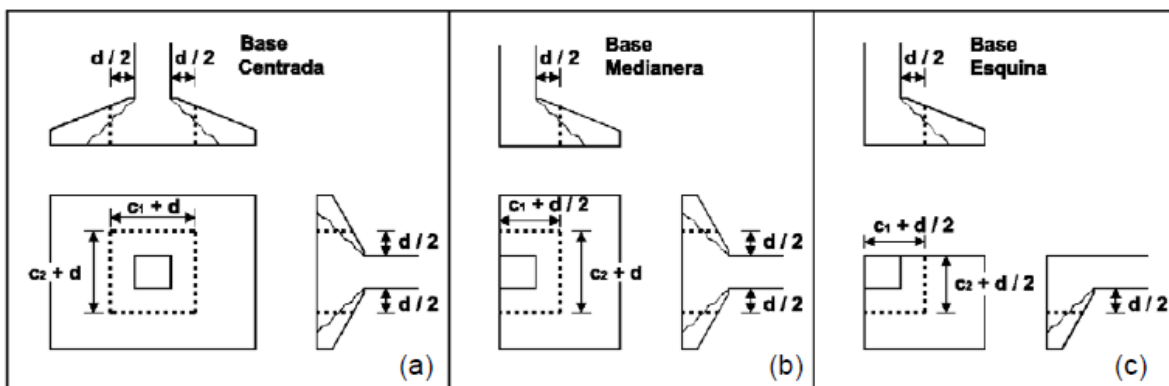
Además, en dicha referencia se explica brevemente que para elementos sin armadura de corte, según ensayos publicados en los últimos 30 años, el aporte de la zona comprimida representa solamente alrededor del 25% de la resistencia total al corte. De lo anterior es que se propone la expresión:

$$V_n = V_c = [0,25 b_{min} + 0,75 (b_{max} + b_{min})/2] d \sqrt{f'_c}/6$$

$$V_n = (5 b_{min} + 3 b_{max}) d \sqrt{f'_c}/48 \quad (\text{II.3.87})$$

#### II.3.6.4. – Punzonamiento:

Según reglamento, los perímetros críticos pueden tomarse a una distancia no menor que  $d/2$  del perímetro de las columnas:



**Figura II.3-25:** Perímetro crítico a punzonamiento. **Fuente:** “Ejemplos de Aplicación del Proyecto del Reglamento CIRSOC 201-2005”, Hernández - Bissio - Ortega.

La carga efectiva de punzonamiento puede calcularse bien considerando la reacción del suelo que se encuentra por fuera del perímetro crítico o bien como la carga de la columna descontada de la reacción del suelo que se encuentra encerrada por el perímetro crítico.

El artículo 11.12.2.1 del código ACI indica que la resistencia al punzonamiento debe ser tomada como el menor de los siguientes valores:

$$V_c = (1 + 2/\beta)\sqrt{f'_c} b_o d/6 \quad (\text{II.3.88a})$$

$$V_c = [\alpha_s d/b_o + 2]\sqrt{f'_c} b_o d/12 \quad (\text{II.3.88b})$$

$$V_c = \sqrt{f'_c} b_o d/3 \quad (\text{II.3.88c})$$

donde:

$\beta$  = relación del lado largo al lado corto de la columna, la carga concentrada o el área de reacción.

$\alpha_s$  = 40 para columnas interiores, 30 para columnas de borde y 20 para columnas de esquina.

$b_o$  = perímetro crítico a punzonamiento.

#### **II.3.6.5. – Aplastamiento:**

La sección 10.14 del reglamento ACI 318-08 cubre la resistencia al aplastamiento en apoyos de hormigón limitando el esfuerzo por aplastamiento permisible al valor de  $0,85f'_c$ :

$$B_r = \phi(0,85f'_c A_1) \quad (\text{II.3.89a})$$

La expresión anterior es de validez general y solo puede ser modificada en caso de que el área de apoyo sea mayor en todos sus lados que el área cargada, lo que da un aumento de la resistencia al aplastamiento por efecto de confinamiento:

$$B_r = \phi(0,85f'_c A_1)\sqrt{A_2/A_1} \quad (\text{II.3.89b})$$

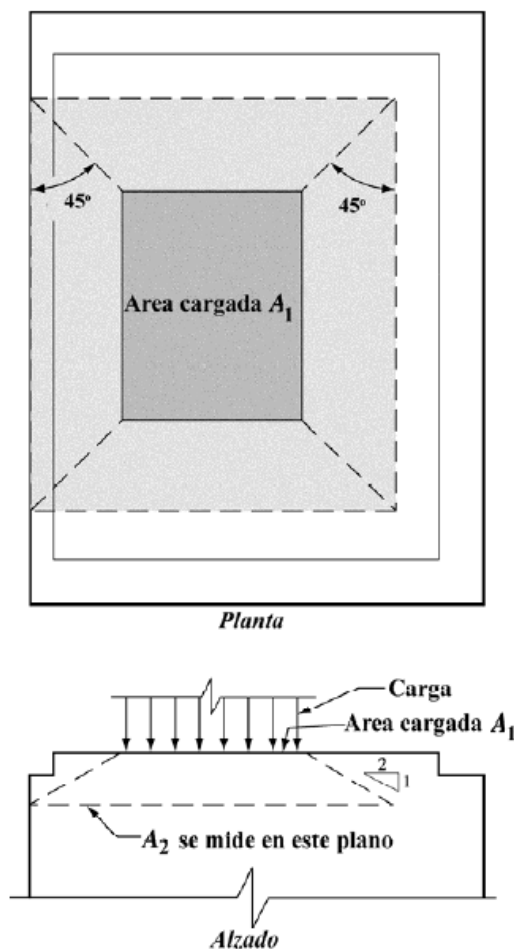
donde:

$B_r$  = carga máxima admisible por aplastamiento.

$A_1$  = área cargada, no debe ser mayor que la platina de apoyo o que el área de la sección transversal de apoyo.

$A_2$  = área de apoyo, se obtiene mediante la aplicación de un tronco-piramidal (ver figura II.3-24).

El reglamento limita el incremento de resistencia por confinamiento. El valor de la relación  $\sqrt{A_1/A_2}$  no debe ser tomado mayor que 2.



**Figura II.3-24:** Aplicación de tronco piramidal para la obtención de  $A_2$  en apoyos inclinados o escalonados. **Fuente:** Código ACI 318-08.

#### II.3.6.6. – Transmisión de Esfuerzos en la Base de Columnas:

La sección 15.8 del código ACI 318-08 cubre este tema con varias disposiciones que en el caso de estructuras de hormigón construidas in situ se pueden resumir como sigue:

- a) Las fuerzas de compresión se transmiten por aplastamiento del hormigón, se debe efectuar la verificación ya descrita en la sección anterior tanto en la cabeza de la zapata como en la base de la columna.

- b) Los momentos son transmitidos a las zapatas a través del refuerzo y por lo tanto este debe anclarse como pasadores dentro de las zapatas, cumpliendo las disposiciones de la sección 12.17 que indica los requisitos especiales para empales en columnas.
- c) Las fuerzas laterales deben transmitirse a la zapata de acuerdo con las disposiciones a cortante por fricción de la sección 11.6 del reglamento ya revisadas en la sección de cortante, o mediante otros medios apropiados.

#### II.3.6.7. – Asentamientos:

A lo largo de los años se plantearon muchos métodos para la estimación de asientos en fundaciones de estructura, uno de ellos es la utilización del módulo o coeficiente de balasto del terreno que soporta el edificio. Este parámetro asocia la tensión transmitida al terreno por una placa rígida con la deformación o la penetración de la misma en el suelo, mediante la relación entre la tensión aplicada por la placa “ $q$ ” y la penetración o asentamiento de la misma “ $y$ ”. Generalmente se identifica con la letra “ $k$ ”:

$$k = \frac{q}{y} \quad (\text{II.3.90})$$

En ausencia de un ensayo de placa de carga para la obtención del módulo de balasto de un suelo se puede recurrir a valores aproximados indicados en función al tipo de terreno. La tabla II.3-5 detalla una lista de valores recomendados obtenidos con placa de 30x30cm.

Para el ajuste del módulo de balasto para las dimensiones de una losa o viga de fundación, en el caso de suelos arcillosos, se recurre a la relación:

$$K_1 = \frac{K_p(n+0,5) \cdot 30}{1,5 \cdot n \cdot b} \quad (\text{II.3.91})$$

donde:

$K_1$  = módulo de balasto para la losa o viga de cimentación.

$K_p$  = módulo de balasto de la placa de 30x30cm.

$b$  = lado menor (ancho) de la losa, zapata o viga (en cm).

$n$  = relación del largo al ancho de la losa.

| Clases de suelo                                           | Coeficiente de balasto (kg/cm <sup>3</sup> ) |      |
|-----------------------------------------------------------|----------------------------------------------|------|
| Suelo ligero de turba y cenagoso                          | 0.5                                          | 1.0  |
| Suelo pesado de turba y cenagoso                          | 1.0                                          | 1.5  |
| Arena fina de ribera                                      | 1.0                                          | 1.5  |
| Capas de humus, arena y grava                             | 1.0                                          | 2.0  |
| Tierra arcillosa mojada                                   | 2.0                                          | 3.0  |
| Tierra arcillosa húmeda                                   | 4.0                                          | 5.0  |
| Tierra arcillosa seca                                     | 6.0                                          | 8.0  |
| Tierra arcillosa seca dura                                | 10.0                                         | -    |
| Humus firmemente estratificado con arena y pocas piedras  | 8.0                                          | 10.0 |
| Lo mismo con muchas piedras                               | 10.0                                         | 12.0 |
| Grava fina con mucha arena fina                           | 8.0                                          | 10.0 |
| Grava media con arena fina                                | 10.0                                         | 12.0 |
| Grava media con arena gruesa                              | 12.0                                         | 15.0 |
| Grava gruesa con arena gruesa                             | 15.0                                         | 20.0 |
| Grava gruesa con poca arena                               | 15.0                                         | 20.0 |
| Grava gruesa con poca arena, muy firmemente estratificada | 20.0                                         | 25.0 |

**Tabla II.3-5:** Valores orientativos del módulo de balasto de distintos tipos de suelo.

**Fuente:** Jorge R. Bernal, “Hormigón Armado Vol.4: Zapatas”.

Dado que los asientos diferenciales pueden conducir a un daño considerable y/o a interferir con el funcionamiento adecuado de una estructura se realizaron muchos estudios y planteamientos para la definición de los valores admisibles que se pueden considerar en este aspecto.

Bjerrum (1963) definió las condiciones para determinar los asientos admisibles en una estructura en función a la distorsión angular generada por los mismos. La figura II.3-25 ilustra los parámetros para dicho cálculo.

El parámetro a verificarse será la distorsión angular “ $\eta$ ” que se define como:

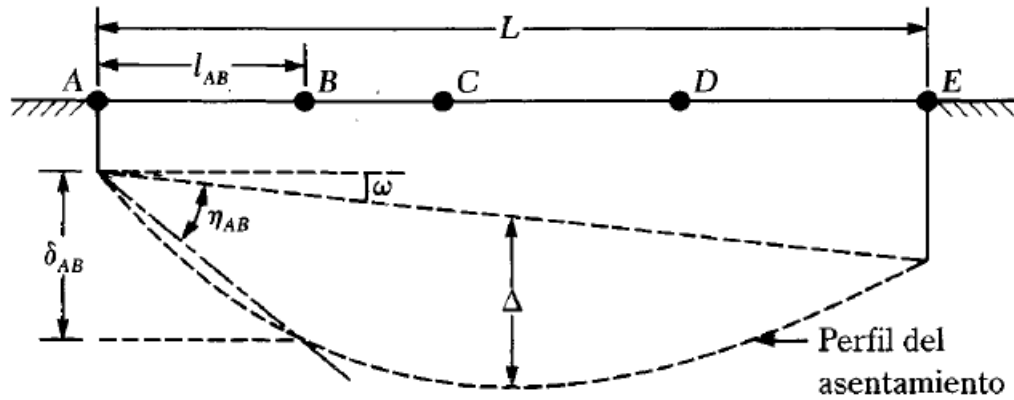
$$\eta_{AB} = \delta_{AB}/l_{AB}$$

donde:

$\eta_{AB}$  = distorsión angular entre los puntos A y B.

$\delta_{AB}$  = asentamiento diferencial entre los puntos A y B.

$l_{AB}$  = distancia entre los puntos A y B.



**Figura II.3-25:** Parámetros para la definición del asentamiento admisible.

**Fuente:** M. Braja Das. “Principios de Ingeniería de Cimentaciones”.

La tabla II.3-6 señala las condiciones para limitar la distorsión angular según Bjerrum para distintos tipos de estructuras.

| Tipo de daño potencial                                           | $\eta$ |
|------------------------------------------------------------------|--------|
| Peligro para maquinaria sensible a asentamientos                 | 1/750  |
| Peligro para marcos con diagonales                               | 1/600  |
| Límite seguro para no agrietamiento de edificios                 | 1/500  |
| Primer agrietamiento de muros                                    | 1/300  |
| Dificultades con grúas elevadas                                  | 1/300  |
| La inclinación de edificios altos rígidos resulta visible        | 1/250  |
| Agrietamientos considerables de muros de tableros y de ladrillos | 1/150  |
| Peligro de daño estructural a edificios en general               | 1/150  |
| Límite seguro para muros flexibles de ladrillo, $(L/H) < 4$      | 1/150  |

**Tabla II.3-6:** Distorsión angular límite recomendada por Bjerrum.

**Fuente:** M. Braja Das. “Principios de Ingeniería de Cimentaciones”.

Capítulo III:

**INGENIERIA DEL  
PROYECTO**

### **III.1. – Topografía del Terreno:**

Se utilizó el levantamiento topográfico del terreno de emplazamiento de la obra ya realizado para el diseño del año 2009. Se observa que el terreno es relativamente plano con una ligera pendiente en dirección noroeste, teniendo los mayores desniveles del orden de 30cm en el área de emplazamiento de la obra. La planilla de coordenadas se encuentra adjunta en el anexo A.

### **III.2. – Estudio de Suelos:**

El estudio de suelos del sitio de emplazamiento de la obra fue ejecutado en el mes de Marzo del año 2009 sobre una sola muestra extraída de la zona central del área de la construcción, a una profundidad de 4 metros, comprendiendo los siguientes ensayos:

- Granulometría
- Límites de Atterberg
- Ensayo de Carga Directa (S.P.T.)

Por medio de estos ensayos se procedió a la clasificación del suelo y a la determinación de la capacidad portante del mismo, siendo los resultados los resumidos a continuación:

#### **Clasificación del Suelo:**

Limo arcilloso de baja plasticidad.

**SUCS:** ML

**AASHTO:** A-4(8)

#### **Resistencia Admisible del Suelo:**

$$\sigma_{adm} = 1,05 \text{ kg/cm}^2$$

El informe completo de estos estudios se encuentra adjunto en el anexo B.

### **III.3. – Análisis de Alternativas Estructurales:**

Una parte esencial de las responsabilidades del ingeniero estructural en un diseño es realizar la selección, a partir de las alternativas posibles, del mejor sistema estructural para las condiciones determinadas de cada proyecto en particular. La selección acertada del sistema estructural es mucho más importante, con respecto a sus efectos sobre la economía y el funcionamiento globales, que los refinamientos en el dimensionamiento de los elementos individuales. Resulta esencial una cooperación

estrecha con el arquitecto en las primeras etapas del proyecto, para desarrollar una estructura que no sólo cumpla los requisitos funcionales y estéticos, sino que también explote al máximo las ventajas especiales del material seleccionado.

En esta etapa de estructuración se seleccionan los materiales que constituirán la estructura, se define el sistema estructural principal y el arreglo y dimensiones preliminares de los elementos estructurales más comunes. El objetivo debe ser el de adoptar la solución óptima dentro de un conjunto de posibles opciones de estructuración de modo que esta propicie la mayor integración posible a la concepción inicial del conjunto del proyecto, de forma que resulte plenamente compatible con el resto de la obra.

En los siguientes apartados se hace una breve reseña de las alternativas estructurales consideradas en la etapa inicial del proyecto y de las ventajas y desventajas que se consideró que presentaba cada una de ellas en este proyecto en particular.

### **III.3.1. – Alternativas de Sistema Estructural:**

#### **III.3.1.1. – Estructura Aporticada:**

Se trata de una estructura conformada por un entramado de vigas y columnas que forma pórticos en dos direcciones perpendiculares de la planta. Este tipo de estructuración es muy versátil desde el punto de vista arquitectónico y flexibiliza las posibilidades de hacer modificaciones a la edificación una vez ejecutada.

Ventajas:

- Se tienen conocimientos y existe amplia bibliografía tanto para el análisis como para el dimensionamiento de este sistema estructural.
- Permite satisfacer fácilmente el diseño arquitectónico existente para la edificación con un mínimo de modificaciones.
- El hecho de que sea de amplio uso en nuestro medio reduce la probabilidad de errores en el cálculo de costos y tiempos de ejecución.
- No es necesario personal especializado.

Desventajas:

- En el sistema, para reducir los esfuerzos, se deben definir pórticos planos principales por lo menos en una dirección, situación que condiciona la posición de columnas en planta.

### **III.3.1.2. – Muros Portantes:**

El sistema estructural resistente está conformado por los muros tanto para la transmisión de cargas verticales como horizontales. Este sistema se puede utilizar cuando existe una gran cantidad de muros en las dos direcciones. Se utiliza, generalmente, en viviendas y edificios multifamiliares, de poca altura.

Ventajas:

- Debido a que la mayor parte de la construcción es estructural presentan poca sensibilidad a defectos localizados.
- En el caso de mampostería reforzada de bloques de hormigón se tiene gran facilidad y rapidez en su ejecución sin necesidad de encofrados.
- En el sistema de mampostería reforzada, las instalaciones sanitarias, eléctricas o cualquier otra se pueden desarrollar por las celdas de la mampostería.
- Se considera que la mampostería conforma un sistema con un buen aislamiento térmico y acústico.

Desventajas:

- Los sistemas de muros portantes conducen a edificaciones poco aptas para lograr una amplia variedad de estilos desde el punto de vista arquitectónico. En el caso particular de la edificación en estudio, el diseño arquitectónico presenta ambientes con grandes ventanales para maximizar la iluminación natural disponible lo cual limitaría la estructura de muros portantes a una estructura mixta.
- Dado el poco uso de muros portantes en edificaciones similares a la del presente estudio no se tiene certidumbre respecto a costos y tiempos que se generarían en la ejecución.

### **III.3.2. – Alternativas para Sistema de Entrepiso:**

El sistema de entrepiso es un sistema de elementos estructurales horizontales cuya función es recibir directamente las cargas y transmitir las a los elementos estructurales que lo sustentan.

Los distintos sistemas de entrepiso reciben varios nombres de acuerdo a distintos autores y distintos puntos de vista respecto a su clasificación. Los nombres adoptados a continuación son los que se consideraron al mismo tiempo como los más apropiados y fáciles de recordar:

### III.3.2.1. – Losa Nervada:

Entrepiso monolítico que consta de una serie de vigas secundarias paralelas, apoyadas en sus extremos en vigas principales las que a su vez se apoyan sobre columnas de concreto a intervalos más o menos regulares sobre la totalidad del área del piso. Este entramado se cubre con una losa de concreto reforzado, armada en una dirección, cuya carga se transmite primero a las vigas secundarias, luego a las principales y de éstas a las columnas.

Ventajas:

- Los entrepisos conformados por vigas secundarias y principales se adaptan a cualquier magnitud de cargas y tipo de luces que puedan encontrarse en la construcción corriente de edificios (el rango normal de los valores de carga viva está entre 200 y 2000 kg/m<sup>2</sup> y el rango normal de espaciamiento entre columnas está entre 5 y 10 m).
- Puesto que las losas y las vigas secundarias y principales se construyen monolíticamente, tanto las vigas secundarias como principales se diseñan como vigas T, aprovechando la continuidad.

Desventajas:

- La necesidad de elaborar encofrados puede encarecer la obra, aunque si el diseño se realiza cuidando que todos los ambientes utilicen dimensiones similares se podría reducir dicho costo a un monto justificable.

### III.3.2.2. - Losa Bidireccional Sin Vigas:

Mediante un dimensionamiento y un refuerzo adecuados de la losa resulta posible eliminar del todo las vigas de apoyo; la losa queda entonces apoyada directamente en las columnas. En una zona rectangular o cuadrada entrada en las columnas, es posible suministrar un sobreespesor a la losa, y las partes superiores de las columnas pueden acampanarse. El sobreespesor de la losa se llama comúnmente *ábaco* y la forma acampanada de la columna se llama un *capitel* de columna. Los dos tienen un propósito doble: aumentan la resistencia a cortante del sistema de piso en la región crítica alrededor de la columna y proporcionan una altura efectiva mayor para el acero de flexión en la región de alto momento flector negativo sobre el apoyo.

Ventajas:

- Según la bibliografía su uso sería económico para cargas desde medianas hasta los 500Kg/cm<sup>2</sup> con luces de hasta 10m.
- Al tratarse de un entrepiso plano se facilitaría el trabajo de encofrado exceptuando las zonas adyacentes a las columnas.

Desventajas:

- Es necesaria una cuidadosa distribución de columnas en planta.
- El sistema funciona mejor para grandes espacios no armonizando con el diseño arquitectónico de la edificación dado que en este último no existen ábacos, capiteles ni columnas por fuera de las paredes.
- Los sistemas de losa o placa plana sin vigas que excluyen ábacos y capiteles son recomendados solo para cargas pequeñas.
- Al buscar un entrepiso plano (sin alivianado) se tiene que este sistema puede generar gran peso propio al necesitarse un canto de medio a grande tratándose de luces y cargas medias.

### **III.3.2.3. – Forjado Reticular:**

Al igual que los sistemas de entrepiso en una dirección, el peso muerto en las losas bidireccionales puede reducirse en forma considerable creando espacios vacíos en lo que de otra manera sería una losa maciza. En la mayor parte el concreto eliminado estaría en tensión y sería inefectivo, de modo que el piso alivianado tendría casi las mismas características que el entrepiso macizo correspondiente al mismo canto.

Ventajas:

- El sistema es apto para cubrir amplias luces con grandes cargas.
- El acabado es de buena apariencia y se podría eliminar el cielo falso.
- Existe abundante bibliografía de referencia para el análisis y diseño de este tipo de entrepiso.

Desventajas:

- El encofrado eleva significativamente el precio de este tipo de entrepiso al no existir en el mercado local ninguno de los sistemas económicos que comúnmente se utiliza en países más desarrollados.

#### **III.3.2.4. – Vigas Planas:**

El sistema de vigas planas se ha desarrollado debido a que, junto al de losas de igual canto, constituye una alternativa a los sistemas de losa sin vigas en cuanto a conducir a techos planos, sin las limitaciones que este sistema presenta para la distribución de columnas en planta.

Ventajas:

- Mediante su uso se consiguen techos de acabado plano pudiendo eliminar la necesidad de utilizar cielo falso.
- Mejora las posibilidades de un entrepiso plano con respecto a sistemas sin vigas dado el diseño requisito arquitectónico de cierta libertad en el posicionamiento de columnas en planta.

Desventajas:

- La escasez de canto de las vigas las hace muy sensibles a errores de posición de las armaduras y propicias a presentar en servicio deformaciones excesivas.
- Se conoce de experiencias locales en las que el uso de este sistema para luces y cargas pequeñas tuvo un resultado negativo, dado que se generó un importante incremento en los costos de ejecución.

#### **III.3.2.5. – Losa con Bandas (Vigas Planas en una Dirección):**

En la construcción corriente de vigas, la altura de éstas es generalmente entre dos y tres veces mayor al ancho del alma. Para cargas pequeñas se ha desarrollado un sistema de entrepiso en el cual las vigas se omiten en una dirección y la losa la soportan directamente vigas muy anchas y de poca altura sobre los ejes entre columnas. Estas vigas, soportadas directamente por las columnas, se convierten en poco más que una porción de losa con mayor espesor. Aunque se incrementa la armadura de flexión debido a la reducción de la altura efectiva, si se equipara con una viga de dimensiones normales en comparaciones de costo, esto se podría compensar por el ahorro en el acero de la losa.

Ventajas:

- El sistema permite una ligera flexibilidad en la posición de las columnas, las cuales pueden desplazarse cierta distancia desde la línea central de las bandas de losa sin que cambie significativamente la acción estructural del entrepiso.

- El trabajo de encofrado se simplifica por la reducción de la cantidad de elementos que constituyen el entramado.

Desventajas:

- En estos sistemas debe prestarse atención especial a los detalles de diseño en las uniones entre vigas y columnas.
- Puede requerirse acero superior transversal para distribuir la reacción de la columna sobre el ancho de la banda-losa.
- Se debe tener especial cuidado en el diseño a punzonamiento pues el sistema presenta gran sensibilidad a fallar por dicho mecanismo.
- Existe poca bibliografía referente al análisis y diseño de este sistema.

### **III.3.2.6. – Losa Unidireccional Semiresistente (con Viguetas Pretensadas y Bloques Aligerantes):**

Este tipo de losas es muy común en nuestro medio para la construcción de viviendas unifamiliares y estructuras en general con luces y cargas pequeñas en los que se puede cumplir fácilmente con las deformaciones máximas.

Ventajas:

- La principal ventaja es su costo, que sería uno de los más bajos que se puede conseguir.
- Dada la facilidad del sistema constructivo, se puede realizar con un tiempo corto de ejecución.

Desventajas:

- Su uso con cargas considerables, para no exceder las flechas máximas admisibles en condiciones de servicio, está sujeto a luces pequeñas. Su uso con cargas de medias a altas con luces desde medias hasta largas derivaría en la necesidad de muchas vigas intermedias o en el colocado de viguetas dobles o triples según análisis de deflexiones.
- Dado que no es de uso común en países desarrollados existe poca bibliografía técnica sobre este sistema.
- Al no contarse con un control de calidad riguroso por parte de las autoridades locales y al existir en el mercado viguetas pretensadas de distintos tipos y calidades según el fabricante (algunas de ellas sin certificado de garantía), se tendría una gran incertidumbre en cuanto a la concordancia

de los datos asumidos con la realidad al realizar el modelo para un análisis estructural que trate de estudiar su comportamiento.

### **III.3.3. – Selección de Alternativas:**

A continuación se detalla brevemente las alternativas estructurales seleccionadas para el presente proyecto con base en la información recopilada en los anteriores apartados:

#### **III.3.3.1. – Sistema Estructural:**

Tomando en cuenta que de acuerdo al tipo de cargas que se tendrán en las distintas situaciones de diseño y a la geometría del edificio no se tendrían complicaciones de estabilidad lateral y considerando la mejor compatibilidad con la geometría del diseño arquitectónico, además de las facilidades para su diseño y construcción, se considera que un pórtico generaría mejores resultados en cuanto a tiempo y costo de ejecución que un sistema que incluya muros portantes. Por los motivos anteriores, se adopta la alternativa de sostener la estructura mediante un pórtico conformado por vigas y columnas, desechando la alternativa de una estructura mixta.

#### **III.3.3.2. – Sistema de Entrepiso:**

De acuerdo a las cargas mínimas especificadas por reglamento para el diseño de los ambientes de la estructura (entre 3 y 5  $KN/m^2$ ), y a la posibilidad de llegar a un arreglo arquitectónico, respetando el diseño original, en el que se genere la estructura a partir de módulos de dimensiones iguales, se considera que con la utilización del sistema de losa nervada se podría conseguir una estructura de bajo costo al reducirse al mínimo el precio del encofrado y se facilitaría la obtención de un producto de buena calidad con un tiempo reducido de ejecución, esto último sería realizable dada la simplicidad con que estaría planteada la estructura.

### **III.4. – Cargas en la Estructura:**

En el presente proyecto se optó por seguir las especificaciones del reglamento ACI 318-08 para el diseño estructural de elementos de hormigón armado, los que conforman toda la estructura portante del edificio. Dicho reglamento señala como adecuados los valores de cargas que se dictan en la norma de la sociedad americana de ingenieros civiles “Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures, ASCE 7-05” (Cargas mínimas de diseño para edificios y otras estructuras), documento en el cual se describen de forma organizada los valores de las cargas vivas y muertas y el procedimiento adecuado para su aplicación, así como la obtención adecuada de los efectos de viento, nieve, lluvia y sismos y las

combinaciones respectivas de todas estas acciones a aplicarse para todo tipo de estructuras, no solo para las de hormigón armado.

En los siguientes apartados se resumen los valores adoptados para los distintos casos de carga siguiendo las indicaciones de la normativa de cargas mencionada en el párrafo anterior para la determinación de las acciones que se deben aplicar al edificio para garantizar su integridad estructural. Todas las tablas y figuras indicadas como referencia en los siguientes párrafos pertenecen al cuerpo del reglamento ASCE 7-05.

#### III.4.1. – Cargas Permanentes:

Dado que en el proyecto no se tiene especificado en ninguno de los ambientes algún aparato, equipo o mueble que represente una carga permanente que deba ser considerada en el diseño estructural se considerará como carga permanente únicamente al peso propio de la estructura y el peso del sobrepiso.

Los valores de los pesos unitarios de los materiales para la obtención de dichos pesos propios se adoptarán como los valores característicos señalados en las tablas C3-1 “Minimum Design Dead Loads” (Cargas muertas mínimas de diseño) y C3-2 “Minimum Densities for Design Loads from Materials” (Densidades de materiales mínimas de diseño), las unidades fueron transformadas del sistema inglés al internacional y se redondeó al mayor:

|                                                                  |             |        |
|------------------------------------------------------------------|-------------|--------|
| Hormigón normal:                                                 | $23kN/m^3$  |        |
| Hormigón normal armado:                                          | $24kN/m^3$  |        |
| Baldosa hidráulica o cerámica<br>(incluyendo material de agarre) |             | 3cm de |
| espesor total:                                                   | $0.5kN/m^2$ |        |
| Ladrillo cerámico:                                               | $13kN/m^2$  |        |

#### III.4.2. – Sobrecarga de Uso:

Los valores de las sobrecargas vivas de uso se obtuvieron de la tabla 4-1 “Minimum Uniformly Distributed Live Loads,  $L_o$ , and Minimum Concentrated Live Loads” (Mínimas cargas vivas uniformemente distribuidas,  $L_o$ , y mínimas cargas vivas puntuales) y la reducción de las mismas se realizó utilizando conservadoramente  $K_{LL} = 2$ , valor indicado para vigas interiores en la tabla 4-2 “Live Load Element Factor,  $K_{LL}$ ” (Factor de carga viva del elemento) para utilizarse en la fórmula 4-1:

$$L = L_o \left( 0.25 + \frac{4.57}{\sqrt{K_{LL} A_T}} \right)$$

en donde:

$L$  = carga viva reducida de diseño por  $m^2$  de área soportada por el elemento,  $[kN/m^2]$ .

$L_o$  = carga viva de diseño sin reducir por  $m^2$  de área soportada por el elemento,  $[kN/m^2]$ .

$K_{LL}$  = factor de carga viva del elemento.

$A_T$  = área tributaria en  $m^2$ .

La siguiente tabla detalla las cargas adoptadas de la tabla 4-1 ya mencionada para los distintos ambientes de la estructura antes de aplicarse el factor de reducción:

| Nivel    | Ambiente                   | Carga Uniforme<br>$L_o$ ( $kN/m^2$ ) | Carga<br>Concentrada ( $kN$ ) |
|----------|----------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| C=-0,57  | Baño 1                     | -                                    | -                             |
|          | Depósito 1                 | -                                    | -                             |
| C=+0,18  | Pasillos                   | -                                    | -                             |
|          | Laboratorios               | -                                    | -                             |
| C=+2,43  | Baño 2                     | 2,87                                 | 4,45                          |
|          | Depósito 2                 | 4,79                                 | 8,9                           |
| C=+4,68  | Pasillos                   | 3,83                                 | 4,45                          |
|          | Laboratorios               | 2,87                                 | 4,45                          |
|          | Laboratorio de informática | 2,87                                 | 4,45                          |
| C=+6,93  | Baño 3                     | 2,87                                 | 4,45                          |
|          | Depósito 3                 | 4,79                                 | 8,90                          |
| C=+9,18  | Terraza visitable          | 2,87                                 | -                             |
|          | Depósito 4                 | 4,79                                 | 8,90                          |
| C=+11,43 | Cubierta                   | 0,96                                 | 1,33                          |
| C=+13,68 | Cubierta                   | 0,96                                 | 1,33                          |
| ---      | Escaleras                  | 4,79                                 | -                             |

**Tabla III.4-1.** Cargas vivas sin reducir, según ASCE 7-05.

Obedeciendo lo indicado en el reglamento de cargas ASCE 7-05, no se aplicó la reducción en cargas mayores a  $4,79kN/m^2$  y dado que se plantea un sistema de entrepiso de losa unidireccional no se consideraron áreas tributarias mayores a las que se obtienen multiplicando la luz en la dirección de las viguetas por la distancia obtenida al multiplicar dicha luz por 1,5.

Las cargas distribuidas de la tabla anterior se redujeron mediante la ecuación 4-1 del reglamento ASCE 7-05 y se redondearon al mayor según se detalla a continuación:

| Nivel    | Ambiente                   | Área tributaria ( $m^2$ ) | Factor de Reducción | Carga Uniforme ( $kN/m^2$ ) | Carga Concentrada ( $kN$ ) |
|----------|----------------------------|---------------------------|---------------------|-----------------------------|----------------------------|
| C=-2,07  | Baño 1                     | -                         | 1,00                | -                           | -                          |
|          | Depósito 1                 | -                         | 1,00                | -                           | -                          |
| C=+0,18  | Pasillos                   | -                         | 1,00                | -                           | -                          |
|          | Laboratorios               | -                         | 1,00                | -                           | -                          |
| C=+2,43  | Baño 2                     | 10                        | 1,00                | 2,90                        | 4,45                       |
|          | Depósito 2                 | 20                        | 0,97                | 4,70                        | 8,90                       |
| C=+4,68  | Pasillos                   | 19                        | 0,98                | 3,80                        | 4,45                       |
|          | Laboratorios               | 98                        | 0,80                | 2,34                        | 4,45                       |
|          | Laboratorio de informática | 77                        | 0,80                | 2,34                        | 4,45                       |
| C=+6,93  | Baño 3                     | 10                        | 1,00                | 2,90                        | 4,45                       |
|          | Depósito 3                 | 20                        | 0,97                | 4,70                        | 8,90                       |
| C=+9,18  | Terraza visitable          | 98                        | 0,80                | 2,34                        | -                          |
|          | Depósito 4                 | 77                        | 0,62                | 3,00                        | 8,90                       |
| C=+11,43 | Cubierta                   | 10                        | 1,00                | 1,00                        | 1,33                       |
| C=+13,68 | Cubierta                   | 26                        | 0,88                | 0,90                        | 1,33                       |
| ---      | Escaleras                  | -                         | 1,00                | 4,80                        | -                          |

**Tabla III.4-2.** Cargas vivas reducidas por la ecuación 4-1 del reglamento ASCE 7-05.

### III.4.3. – Acción del Viento:

Dado que el edificio cumple con los requisitos enunciados en la sección 6.4 del capítulo de cargas de viento del código ASCE 7-05, estaría permitido utilizar el procedimiento simplificado indicado en dicho documento como “Método 1” para la obtención de cargas de viento de diseño para la estructura. Dichos requisitos son los siguientes:

- El edificio es de diafragma simple. Las cargas de barlovento y sotavento son transmitidas verticalmente a través de un solo diafragma (sin separaciones estructurales).
- Es un edificio de baja altura. Edificio cerrado o parcialmente cerrado con techo de altura media no mayor a 18m y cuya menor dimensión horizontal es mayor o igual a dicha altura.
- El edificio es de perímetro cerrado y no es sujeto de provisiones de protección a impacto de objetos arrojados por el viento.
- El edificio es de forma regular. Edificios u otras estructuras que no tengan irregularidades geométricas inusuales en su forma espacial.
- El edificio no es flexible. Edificios esbeltos que tienen una frecuencia fundamental natural menor a 1Hz.

- El edificio no tiene características que lo hagan sujeto de cargas por viento cruzado, formación de remolinos, inestabilidad debido a ráfagas o corrientes brucas; y no está localizado de forma que efectos de túnel o de vibración en la cara ameriten especial atención.
- El edificio tiene una sección transversal aproximadamente igual en ambas direcciones ya sea con un techo plano o uno inclinado a un ángulo menor a 45°.
- El edificio está exento de casos de carga torsionales o dichos casos de carga no controlan el diseño de ninguno de los miembros de la estructura resistente a cargas de viento.

La expresión básica para la obtención de la presión ejercida por el viento sobre la estructura,  $p_s$ , por el método simplificado según el reglamento ASCE 7-05, denotada como ecuación 6-1 de dicho documento, es la siguiente:

$$p_s = \lambda K_{zt} I p_{s30}$$

donde:

$\lambda$  = factor de ajuste por altura y categoría de exposición.

$K_{zt}$  = factor topográfico evaluado a la altura media de la cubierta.

$I$  = factor de importancia.

$p_{s30}$  = presión de viento simplificada para categoría de exposición B a una altura  $h = 9m$  e  $I = 1,0$ .

Los siguientes apartados detallan resumidamente la determinación de los parámetros necesarios para obtener las cargas de viento de diseño.

#### **III.4.3.1. – Factor de Importancia, $I$ :**

El edificio se clasifica según la tabla 1-1 del reglamento como uno de categoría II, al tratarse de una infraestructura destinada a educación superior con capacidad menor a 500 personas y se encuentra en una zona donde no ocurren huracanes, por lo que según la tabla 6-1:

$$I = 1,00$$

#### **III.4.3.2. – Categoría de Exposición:**

El edificio se clasifica en la “Categoría B” al encontrarse en un área urbana con muchos obstáculos al viento unos cerca de otros a una distancia menor a los 800m en todas las direcciones del edificio, cumpliendo con el artículo 6.5.6.3 del reglamento.

#### III.4.3.3. – Factor de Ajuste de Altura y Exposición, $\lambda$ :

El factor de ajuste de altura y categoría de exposición  $\lambda$  se utiliza para corregir el valor de  $p_{s30}$  que, como se indicó anteriormente, corresponde a una altura de 9m en categoría de exposición B.

La siguiente tabla detalla las superficies de los distintos niveles de la cubierta y sus respectivas cotas para la determinación de la altura media de la cubierta:

| Nivel<br>Cubierta | Cota<br>m | Superficie<br>m <sup>2</sup> |
|-------------------|-----------|------------------------------|
| A                 | 9,18      | 415,80                       |
| B                 | 11,43     | 45,36                        |
| C                 | 13,68     | 120,96                       |

**Tabla III.4-3:** Cotas y superficies correspondientes de la cubierta del edificio.

La altura media ponderada obtenida mediante los valores tabulados es:

$$\bar{h} = 10,30m$$

altura ligeramente mayor a la definida para la obtención de  $p_{s30}$ , tomando entonces el factor de ajuste por interpolación de la figura 6-2 del reglamento:

$$\lambda = 1,04$$

#### III.4.3.4. – Factor Topográfico, $K_{zt}$ :

El factor de topografía, como lo señala el artículo 6.5.7 del reglamento, es utilizado para tomar en cuenta efectos de aumento de velocidad en colinas aisladas, barrancos o en cualquier cambio abrupto en la topografía general para cualquier categoría de exposición. El edificio en estudio no cumple con las condiciones para la aplicación de este factor de corrección, por lo tanto:

$$K_{zt} = 1,00$$

#### III.4.3.5. – Presión Simplificada de Viento de Diseño, $p_{s30}$ :

La sección 6.5.4 del ASCE 7-05 indica que se deben utilizar los valores de velocidad media de viento dados por la figura 6-1 del mismo código, salvo que se trate de regiones especialmente ventosas o se estime la velocidad media del viento por medio de datos climáticos locales.

Dado que el grafico 6-1 solo brinda valores de velocidades medias de viento para territorio norteamericano, se opta por utilizar valores estimados por medio de datos locales. Para este último propósito el reglamento ASCE 7-05 indica lo siguiente:

*“[...] En zonas no vulnerables al paso de huracanes, cuando la velocidad básica del viento es estimada por medio de datos climáticos locales, ésta no debe tomarse menor a la velocidad de viento asociada a una probabilidad anual de 0,02 (50 años de periodo de retorno), y el estimado debe ser ajustado para equivaler a mediciones de intervalos de viento de 3 segundos de duración medidos a una altura de 10m sobre el suelo en exposición Categoría C. [...]”*

Para tratar de cumplir lo más aproximadamente posible lo anterior se recurrió a los datos de velocidad máxima del viento de la estación climatológica AASANA-Tarija recopilados por el SENAMHI (Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología), estación ubicada en el aeropuerto de la ciudad, siendo la más cercana al sitio del proyecto. La estación tiene registros continuos y consistentes desde el año 1954 hasta el año 2004, de donde se extrajo el valor máximo para ser utilizado en el cálculo. El valor a utilizarse es el siguiente:

Velocidad Básica del Viento (T=50años):  $45\text{nudos/hr} \cong 84\text{km/hr}$

De acuerdo a la velocidad de viento adoptada para el cálculo del proyecto se encuentran los valores de las presiones a aplicarse en las distintas zonas de la estructura mediante las tablas de la figura 6-2 del reglamento. Debido a que en dichas tablas no se incluyen valores básicos de velocidad de viento menores a 137km/h (85mph) se obtuvieron las presiones mediante la extrapolación de los datos existentes en las mismas. La siguiente tabla detalla las presiones obtenidas por el procedimiento mencionado:

| Zonas                                  |       |      |       |                                      |       |       |       |
|----------------------------------------|-------|------|-------|--------------------------------------|-------|-------|-------|
| Presión Horizontal ( $\text{kN/m}^2$ ) |       |      |       | Presión Vertical ( $\text{kN/m}^2$ ) |       |       |       |
| A                                      | B     | C    | D     | E                                    | F     | G     | H     |
| 0,25                                   | -0,09 | 0,13 | -0,06 | -0,27                                | -0,14 | -0,15 | -0,13 |

**Tabla III.4-4:** Presión simplificada de viento de diseño  $p_{S30}$  por zonas para el proyecto.

### III.4.3.6. – Presión Simplificada de Viento de Diseño, $p_s$ :

La presión simplificada de viento de diseño se obtiene aplicando los factores de corrección a la homónima presión  $p_{s30}$  tabulada en la figura 6-2 del reglamento. Aplicando los coeficientes obtenidos en los anteriores apartados resulta que:

$$p_s = 1,04p_{s30}$$

quedando entonces las presiones calculadas por zonas:

| Zonas                                   |       |      |       |                                       |       |       |       |
|-----------------------------------------|-------|------|-------|---------------------------------------|-------|-------|-------|
| Presión Horizontal (kN/m <sup>2</sup> ) |       |      |       | Presión Vertical (kN/m <sup>2</sup> ) |       |       |       |
| A                                       | B     | C    | D     | E                                     | F     | G     | H     |
| 0,22                                    | -0,14 | 0,15 | -0,07 | -0,23                                 | -0,15 | -0,15 | -0,15 |

**Tabla III.4-5:** Presión simplificada de viento de diseño  $p_s$  por zonas del proyecto.

Para la aplicación de las presiones detalladas en la tabla III.2-5 del presente proyecto se toma en cuenta que al tratarse de una cubierta plana no existen las zonas B ni D y el valor del término “ $a$ ”, necesario para la delimitación de las zonas es:

$$a \leq \begin{cases} 10\% * 24,60m \\ 0,40 * 10,30m \end{cases} \rightarrow a = 2,46m$$

La presión mínima de diseño según el reglamento es de  $0,48kN/m^2$ , aplicada horizontalmente sobre el área de la proyección del edificio en un plano vertical perpendicular a la dirección asumida del viento, mientras se considera nulo el valor de la presión vertical en la cubierta.

Adicionalmente a las presiones obtenidas por cálculo se aplicará en combinaciones separadas la presión mínima establecida para asegurar el cumplimiento de los efectos mínimos.

### III.5. – Combinaciones de Carga:

Para obtener los máximos efectos sobre los distintos elementos estructurales se consideraron las expresiones (II.3.1a), (II.3.1.b), (II.3.1.d) y (II.3.1.f) indicadas en la sección de diseño estructural, dado que éstas incluyen los casos de carga que se tienen en cuenta en el presente proyecto. Las expresiones mencionadas para las cargas a tener en cuenta toman en este proyecto las siguientes formas:

$$U = 1.4D \quad (II.3.1a)$$

$$U = 1.2D + 1.6L \quad (II.3.1b)$$

$$U = 1.2D + 1.6W + 1.0L \quad (\text{II.3.1d})$$

$$U = 0.9D + 1.6W \quad (\text{II.3.1f})$$

Cada una de las combinaciones indicadas en estas últimas cuatro ecuaciones se multiplica por la cantidad de casos de carga que se tenga para cada una las cargas que la componen para obtener el número total de combinaciones. En el presente proyecto se tienen los siguientes casos de carga:

- Cargas muertas y permanentes, *D*: Un solo caso de carga por ser pequeña la posibilidad de cambio de posición de los elementos considerados como peso muerto.
- Sobrecarga de uso, *L*: Ocho casos de carga. Dos casos para obtener momentos máximos en todas las vigas y columnas mediante el efecto de cargado como tablero de ajedrez, un caso de carga con todos los vanos cargados para obtener fuerzas normales máximas en las columnas y cinco casos de carga para aplicar las fuerzas puntuales en los puntos críticos de cada ambiente.
- Cargas de viento, *L*: Ocho casos de carga. Cuatro casos de carga para obtener los efectos del viento calculados por el procedimiento simplificado indicado en el capítulo III.2. aplicados según las cuatro direcciones posibles del viento y otros cuatro casos para aplicar los efectos de la carga mínima por viento indicada por el reglamento ASCE 7-05 en cada una de las cuatro direcciones.

De acuerdo a lo anterior y considerando que en la tercera combinación de carga solo se hicieron las permutaciones para carga de viento, manteniendo constantemente cargados todos los vanos con la sobrecarga de uso, se obtuvieron 25 combinaciones de carga en total para la obtención de las solicitaciones presentadas en la siguiente sección de análisis estructural.

### **III.6. – Análisis Estructural:**

El análisis estructural del edificio se realizó por el método de Elementos Finitos con el programa de cálculo estructural “CYPECAD”. Se tomaron en cuenta las cargas y combinaciones de carga obtenidas mediante el reglamento ASCE 7-05 ya señaladas en las dos secciones anteriores.

#### **Observaciones de la Comprobación del Análisis Estructural:**

La comparación de resultados entre el modelo realizado con el programa citado en el anterior párrafo fue satisfactoria en todos los elementos estructurales obteniéndose diferencias menores al 8% excepto en las viguetas, donde se halló un defecto en el análisis realizado en un modelo de control

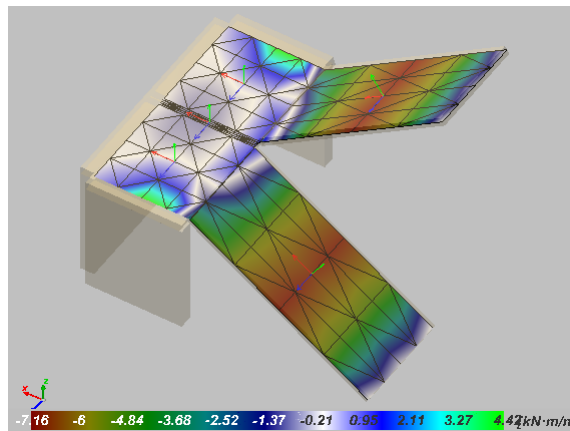
realizado en el programa Sap2000 teniéndose resultados bastante menores a los presentados por el modelo de CYPECAD, que a su vez son entre 10 y 12% mayores a los obtenidos por un cálculo manual aproximado.

### III.7. – Diseño Estructural:

En el presente capítulo se desarrollan brevemente los procedimientos seguidos para la comprobación de los resultados del diseño asistido por computadora de los distintos elementos estructurales del edificio.

#### III.7.1 – Diseño de Escaleras

Se realiza una comprobación manual del armado realizado por el programa CYPECAD a flexión a centro luz de la losa inclinada en ambas direcciones:



**Figura III.7-1:** Modelo de las escaleras realizado en CYPECAD.

#### Verificación Longitudinal

- La sollicitación a verificar es  $M_U = 26,92 \text{ kNm/m}$ , multiplicando la misma por el ancho del elemento  $b_w = 1,90 \text{ m}$  se tiene:

$$M_u = 51,15 \text{ kNm}$$

- La losa tiene  $b_w = 1,90 \text{ m}$  y  $h = 0,15 \text{ m}$  y la armadura longitudinal dispuesta es  $11\phi 12 \text{ c/20cm}$  en la cara inferior y  $11\phi 10 \text{ c/20cm}$  en la superior.
- Se calcula el momento resistente longitudinal de la pieza:

#### Datos geométricos:

$$b_w = 1,90 \text{ m} ; h = 0,15$$

$$d = 0,116 \text{ m} ; d' = 0,033 \text{ m}$$

$$A_s = 12,441\text{cm}^2 ; A'_s = 8,639\text{cm}^2$$

**Cálculo:**

Para la presente comprobación a flexión y para varias otras de este tipo se utilizó la planilla de cálculo cuya programación y funcionamiento se explica en la sección IV.3, en el capítulo correspondiente al aporte académico del estudiante.

Tras la iteración se llegó a los siguientes resultados:

$$c = 0,022\text{m} ; k_c = 0,193 \rightarrow \phi = 0,90$$

$$T = 522,51\text{kN} ; C = 768,23\text{kN} ; C'_s = -245,81\text{kN}$$

$$M_n = 61,40\text{kNm}$$

$$M_R = 55,26\text{kNm}$$

Se comprueba entonces que  $M_R > M_U$  y la sección resiste con seguridad la flexión longitudinal.

**Verificación Transversal:**

- El momento a verificar es  $M_U = 2,42\text{kNm/m}$ .
- La armadura transversal es de  $\phi 8\text{c}/20\text{cm}$  en las dos caras constante en toda la longitud del elemento.
- Se calcula el momento resistente transversal de la pieza:

**Datos geométricos:**

$$b_w = 1,00\text{m} ; h = 0,15$$

$$d = 0,125\text{m} ; d' = 0,025\text{m}$$

$$A_s = 3,142\text{cm}^2/\text{m} ; A'_s = 3,142\text{cm}^2/\text{m}$$

**Cálculo:**

- Se considera el mismo procedimiento de la verificación longitudinal:

Tras la iteración se llegó a los siguientes resultados:

$$c = 0,0117\text{m} ; k_c = 0,093 \rightarrow \phi = 0,90$$

$$T = 84,45\text{kN} ; C = 211,26\text{kN} ; C'_s = -126,91\text{kN}$$

$$M_n = 12,62\text{kNm/m}$$

$$M_R = 11,36\text{kNm/m} \text{ (Cumple)}$$

Se comprueba entonces que la sección resiste con seguridad la flexión transversal.

### III.7.2 – Diseño de Losas Nervadas:

#### Armadura Positiva:

Con la misma planilla de comprobación a flexión ya referida anteriormente se definió la capacidad a momentos positivos de las viguetas como secciones T para distintos diámetros de barra:

##### Datos geométricos:

$$b_w = 0,10m ; b_e = 0,60m ; h = 20 + 5cm ; C_c = 2cm$$

##### Momentos Resistentes:

|                 |                              |
|-----------------|------------------------------|
| $A_s: 1\phi 8$  | $\rightarrow M_U = 4,26kNm$  |
| $A_s: 2\phi 6$  | $\rightarrow M_U = 4,83kNm$  |
| $A_s: 1\phi 10$ | $\rightarrow M_U = 6,62kNm$  |
| $A_s: 2\phi 8$  | $\rightarrow M_U = 8,52kNm$  |
| $A_s: 1\phi 12$ | $\rightarrow M_U = 9,48kNm$  |
| $A_s: 2\phi 10$ | $\rightarrow M_U = 13,20kNm$ |

Los momentos resistentes obtenidos cubren el rango de solicitaciones obtenidas del análisis estructural, procediéndose simplemente a la asignación de la armadura de momento resistente inmediato superior a la solicitación de cada vigueta.

#### Armadura Negativa:

Se procedió de manera similar al diseño de la armadura positiva pero con la diferencia de que el ancho de la cabeza comprimida ya no es  $b_e$ , sino  $b_w$ , y se consideraron distintas combinaciones de barras:

##### Datos geométricos:

$$b_w = 0,10m ; h = 20 + 5cm ; C_c = 2cm$$

##### Momentos Resistentes:

|                 |                             |
|-----------------|-----------------------------|
| $A_s: 1\phi 8$  | $\rightarrow M_U = 4,07kNm$ |
| $A_s: 2\phi 6$  | $\rightarrow M_U = 4,59kNm$ |
| $A_s: 1\phi 10$ | $\rightarrow M_U = 6,25kNm$ |
| $A_s: 2\phi 8$  | $\rightarrow M_U = 7,96kNm$ |
| $A_s: 1\phi 12$ | $\rightarrow M_U = 8,82kNm$ |

**Cortante:**

Con la planilla de comprobación a corte incluida en el presente proyecto como aporte académico del estudiante se comprueba que ninguna de las viguetas necesite la presencia de estribos:

**Datos geométricos:**

$$b_w = 0,10m ; h = 20 + 5cm ; C_c = 2cm$$

**Cortante Resistente:**

$$V_n = V_c = 18,67 \text{ kN}$$

$$V_R = 1,1 \cdot 0,75 \cdot 18,67 = 15,4 \text{ kN}$$

Dado que la mayor fuerza de cortante encontrada en alguna vigueta en la estructura fue de  $8,76 \text{ kN}$  se tiene que no es necesaria la presencia de estribos en ninguna de las viguetas del edificio.

**III.5.3 – Diseño de Vigas**

Se realiza la comprobación a flexión y a cortante de la armadura asignada automáticamente por el programa CYPECAD en las secciones críticas del pórtico 15 del nivel +4,68m:

**Flexión:**

La siguiente tabla resume los momentos solicitantes en los apoyos y centroluz de los tres vanos del pórtico, la armadura de refuerzo longitudinal asignada por el programa y el momento resistente calculado para dicha armadura por el procedimiento de iteración ya descrito en la comprobación de las escaleras:

| $M_U \text{ (kNm)}$ | $A_s/A'_s$                      | $M_R \text{ (kNm)}$ |
|---------------------|---------------------------------|---------------------|
| -84,81              | $2\phi 8 + 4\phi 12 / 3\phi 16$ | -93,85              |
| +127,88             | $2\phi 8 + 3\phi 16 / 2\phi 8$  | +137,40             |
| -119,38             | $2\phi 8 + 4\phi 16 /$          | -133,18             |
| -125,40             | $2\phi 8 + 4\phi 16 /$          | -133,18             |
| +131,99             | $2\phi 8 + 3\phi 16 / 2\phi 8$  | +137,40             |
| -84,72              | $2\phi 8 + 4\phi 12 / 3\phi 16$ | -93,85              |

Se observa que la mayor diferencia entre el momento resistente y el solicitante es de 11% y se considera que, aunque se podría optimizar en cierto grado el acero, se tiene un refuerzo racional con un esquema de fácil ejecución lo que a su vez contribuye a la obtención de una obra de buena calidad.

### Cortante:

La sollicitación máxima de cortante a la que está sometida la pieza en sus tres vanos es  $V_U = 116,79kN$ .

El programa dispuso un estribado uniforme en toda la pieza de  $1e\phi6c/20cm$ , equivalente a  $A_v/s = 2,83cm^2/m$ , para el cual se calcula según las fórmulas expuestas en la sección II.3.4:

$$V_c = 97,08kN ; V_s = 59,29kN$$

$$\rightarrow V_n = 156,38kN$$

$$\rightarrow V_R = 117,28kN \text{ (Cumple)}$$

Dado que ningún cortante en el elemento alcanza el valor de  $(\sqrt{f'_c}/3)b_wd = 200kN$ , el espaciamiento máximo para los estribos del mismo es:

$$s \leq \begin{cases} 60cm \\ d/2 = 24cm \end{cases} = 24cm$$

Además, dado que el cortante solicitante excede el valor de  $0,5\phi V_c = 36,41kN$  se debe disponer de una armadura mínima de corte:

$$A_{v,min}/s \leq \begin{cases} \frac{1}{16}\sqrt{f'_c}\frac{b_w}{f_{yt}} = 1,86cm^2/m \\ 0,33b_w/f_{yt} = 1,96cm^2/m \end{cases}$$

La armadura cumple con los requisitos de la norma y se considera correcto el estribado dispuesto.

### III.5.4 – Diseño de Columnas

A continuación se desarrolla la comprobación de la sección transversal y armado de una de las columnas más solicitadas, la C14:

- Las sollicitaciones a verificar en el elemento son las siguientes:

|                 | BASE   | CABEZA |
|-----------------|--------|--------|
| $P_D$ (kN)      | 174.27 | 165.44 |
| $M_{Dx}$ (kN-m) | -17.07 | 22.90  |
| $M_{Dy}$ (kN-m) | 2.93   | -1.27  |
| $V_{Dx}$ (kN)   | -9.99  | -9.99  |
| $V_{Dy}$ (kN)   | 1.05   | 1.05   |
| $P_L$ (kN)      | 58.06  | 58.06  |

|                 |        |       |
|-----------------|--------|-------|
| $M_{Lx}$ (kN-m) | -11.61 | 11.32 |
| $M_{Ly}$ (kN-m) | 3.45   | -1.87 |
| $V_{Lx}$ (kN)   | -5.73  | -5.73 |
| $V_{Ly}$ (kN)   | 1.33   | 1.33  |
| $P_W$ (kN)      | 1.43   | 1.43  |
| $M_{Wx}$ (kN-m) | -2.03  | 1.90  |
| $M_{Wy}$ (kN-m) | 3.66   | -3.33 |
| $V_{Wx}$ (kN)   | -1.08  | -0.86 |
| $V_{Wy}$ (kN)   | 1.91   | 1.54  |

- Mayorando las mismas se obtiene:

|        |                 | COMBINACIÓN |           |                |           |
|--------|-----------------|-------------|-----------|----------------|-----------|
|        |                 | 1.4D        | 1.2D+1.6L | 1.2D+1.6W+1.0L | 0.9D+1.6W |
| CABEZA | $P_U$ (kN)      | 231.62      | 291.42    | 258.88         | 151.18    |
|        | $M_{Ux}$ (kN-m) | 32.06       | 45.59     | 41.84          | 23.65     |
|        | $M_{Uy}$ (kN-m) | -1.78       | -4.52     | -8.72          | -6.47     |
|        | $V_{Ux}$ (kN)   | -13.99      | -21.16    | -19.09         | -10.37    |
|        | $V_{Uy}$ (kN)   | 1.47        | 3.39      | 5.05           | 3.41      |
| BASE   | $P_U$ (kN)      | 243.98      | 302.02    | 269.47         | 159.13    |
|        | $M_{Ux}$ (kN-m) | -23.90      | -39.06    | -35.34         | -18.61    |
|        | $M_{Uy}$ (kN-m) | 4.10        | 9.04      | 12.82          | 8.49      |
|        | $V_{Ux}$ (kN)   | -13.99      | -21.16    | -19.45         | -10.72    |
|        | $V_{Uy}$ (kN)   | 1.47        | 3.39      | 5.65           | 4.00      |

Donde la máxima normal mayorada es  $P_u = 302,02kN$  siendo  $\beta_d = 81\%$ .

- Se define si es que la estructura trabaja como una de nudos desplazables o indesplazables mediante la fórmula (10-6) del reglamento:

$$Q = \frac{\Sigma P_u * \Delta_o}{V_{us} * l_c}$$

$$\Sigma P_u = 6634,4kN$$

$$\Delta_{ox} = 0,0011m ; \Delta_{oy} = 0,0015m$$

$$V_{usx} = 217,94kN ; V_{usy} = 600,20kN$$

$$l_c = 4,50m$$

**Dirección x:**

$$Q_x = 0,0074 < 0,05$$

**Dirección y:**

$$Q_y = 0,0037 < 0,05$$

Entonces se puede considerar la estructura como una de nudos indesplazables en ambas direcciones.

- Se calcula la esbeltez y se verifica si se puede despreciar sus efectos en la columna. Para tal propósito se utiliza la relación (10-7) del reglamento:

$$kl_u/r \leq 34 - 12M_1/M_2 \leq 40$$

La ecuación para la determinación de los factores de rigidez  $\Psi_A$  y  $\Psi_B$ , tomando en cuenta un solo tipo de hormigón y las reducciones en la inercia bruta de las secciones de vigas y columnas es:

$$\Psi = 2[\Sigma I_{gc})/l_u]_{columnas}/[\Sigma I_g)/l]_{vigas}$$

**Dirección x:**

Columna 30x30:  $I_{gcx} = 0,000675m^4$  ;  $l_c = 4,50m$

Viga 25x50:  $I_{gx1} = 0,002604m^4$  ; Viga 25x25:  $I_{gx2} = 0,0003255m^4$  ;  $l_1 = l_2 = 4,20m$

De donde:

$$\Psi_A = 0,86 \text{ y } \Psi_B = 0,97$$

Entonces, el factor de longitud efectiva es:

$$k_x = 0,76$$

Se verifica la ecuación (10-7):

$$kl_u/r = 0,76 \cdot 4,0m / (0,3 \cdot 0,3m) = 33,8$$

$$34 - 12M_1/M_2 = 34 - 12 \cdot 39,06/45,59 = 23,7$$

$$33,8 \leq 23,7 \text{ (No cumple)}$$

**Dirección y:**

Columna 30x30:  $I_{gcy} = 0,000675m^4$  ;  $l_c = 4,50m$

Viga 25x50:  $I_{gy1} = I_{gy2} = 0,002604m^4$  ;  $l_1 = 1,80$  ;  $l_2 = 4,50m$

De donde:

$$\Psi_A = \Psi_B = 0,30$$

Entonces, el factor de longitud efectiva es:

$$k_y = 0,64$$

Se verifica la ecuación (10-7):

$$kl_u/r = 0,64 \cdot 4,0m / (0,3 \cdot 0,3m) = 28,4$$

$$M_{2,min} = P_u(15 + 0,03h) = 302,02kN \cdot 0,024m = 7,25kNm \quad (M_2 > M_{2,min})$$

$$34 - 12M_1/M_2 = 34 - 12 \cdot 4,52/9,04 = 28$$

$$28,4 \leq 28 \quad (\text{No cumple})$$

Es necesario considerar los efectos de la esbeltez en ambas direcciones.

- Dado que ambas esbelteces son menores a 100 se procede con el método de momentos magnificados para estructuras intraslacionales descrito en la sección II.3.2.2.3.:

$$M_c = \delta_{ns} \cdot M_2 ; \delta_{ns} = C_m / (1 - P_u / 0,75P_c) \geq 1$$

**Dirección x:**

$$EI = 0,4E_c I_g / (1 + \beta_d) = 0,4 \cdot (4700\sqrt{25} \cdot 1000) \cdot 0,000675 / (1 + 0,80) = 3525kNm^2$$

$$P_c = \pi^2 EI / (k_x l_u)^2 = \pi^2 \cdot 3525 / (0,76 \cdot 4,00)^2 = 3764,54kN$$

$$C_m = 0,60 + 0,40M_1/M_2 = 0,60 + 0,40 \cdot 39,06/45,59 = 0,94$$

$$\delta_{ns} = 0,94 / (1 - 302,02/0,75 \cdot 3764,54) = 1,05$$

$$M_{cx} = 1,05 \cdot 45,59 = 47,99kNm$$

**Dirección y:**

$$P_c = \pi^2 EI / (k_y l_u)^2 = \pi^2 \cdot 3525 / (0,64 \cdot 4,00)^2 = 5308,59kN$$

$$C_m = 0,60 + 0,40M_1/M_2 = 0,60 + 0,40 \cdot 4,52/9,04 = 0,80$$

$$\delta_{ns} = 0,80 / (1 - 302,02/0,75 \cdot 5308,59) = 0,86 \therefore \delta_{ns} = 1,00$$

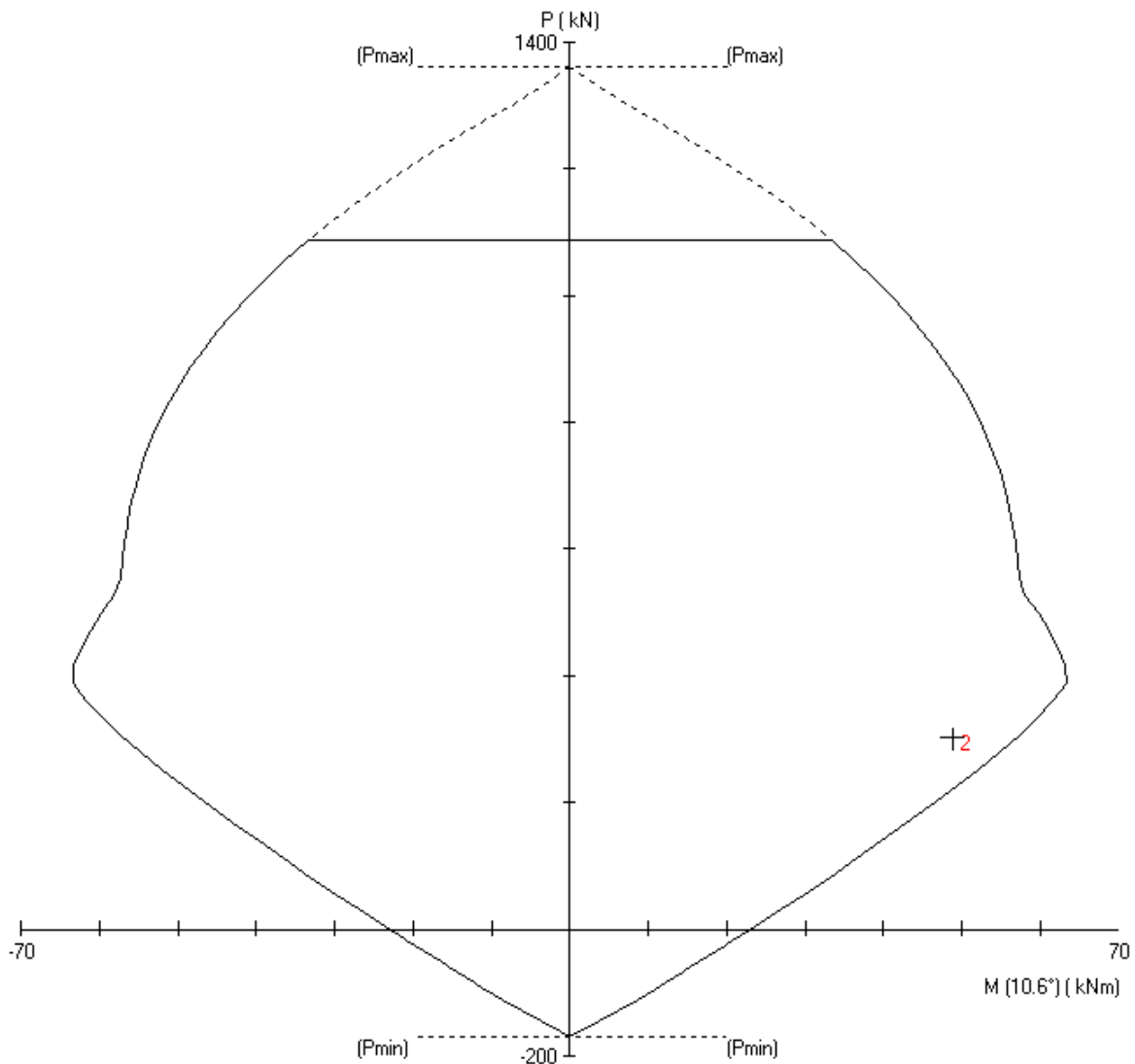
$$M_{cy} = 1,00 \cdot 9,04 = 9,04kNm$$

Entonces las solicitaciones a verificar por diagramas de interacción son:

|                 | COMBINACIÓN |           |                |           |
|-----------------|-------------|-----------|----------------|-----------|
|                 | 1.4D        | 1.2D+1.6L | 1.2D+1.6W+1.0L | 0.9D+1.6W |
| $P_U$ (kN)      | 243.98      | 302.02    | 269.47         | 159.13    |
| $M_{cx}$ (kN-m) | 32.06       | 47.99     | 43.39          | 23.65     |
| $M_{cy}$ (kN-m) | 7.25        | 9.04      | 12.82          | 8.49      |

- Con ayuda del programa específico para el diseño y verificación de columnas “SpColumn” se generan los diagramas de interacción para la verificación del elemento a las solicitaciones previamente señaladas y se grafican los puntos generados en los mismos por las solicitaciones calculadas. A continuación se muestra el diagrama obtenido a un ángulo de

10,6° en el que se marca el punto correspondiente a la segunda combinación de carga, que es la mayor de las obtenidas:



**Figura III.7-3.** Diagrama de interacción biaxial de la columna C14 a un ángulo de 10,6°. La marca corresponde a la mayor sollicitación obtenida por combinaciones de carga.

- Se verifica la resistencia a cortante del elemento y si el espaciamiento está de acuerdo a la norma:

Se observa en la tabla de sollicitaciones mayoradas que los cortantes son constantes o casi constantes a lo largo del elemento, se hará la verificación en el mayor de los cortantes hallado por la segunda combinación de carga:

$$V_u = 21,16kN$$

El estribado dispuesto es de  $\phi 10c/19cm$ , se calcula su capacidad mediante las expresiones del reglamento:

$$V_u = \phi V_n = \phi(V_c + V_s) ; V_c = 1/6 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d ; V_s = A_v/s \cdot d \cdot f_{yt}$$

Tomando en cuenta que para corte  $\phi = 0,75$  se tiene:

$$V_c = 1/6 \cdot (\sqrt{25} \cdot 1000) \cdot 0,25 \cdot 0,462 = 96,25kN$$

$$V_s = (2 \cdot 7,854 \times 10^{-5} / 0,19) \cdot 0,462 \cdot (420 \cdot 1000) = 160,42kN$$

$$V_n = 256,67kN$$

$$V_u = 192,50kN$$

La resistencia de la pieza es mayor a la solicitada. Se procede a la revisión del espaciamiento:

Dado que:

$$V_s = 73,78kN < (1/3) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 194,17kN$$

el espaciamiento no debe exceder el máximo establecido para columnas por el reglamento:

$$s \leq \begin{cases} 16 \cdot \phi_l = 0,192m \\ 48 \cdot \phi_{est} = 0,48m \\ b_{menor} = 0,30m \end{cases} \therefore s_{max} = 19cm$$

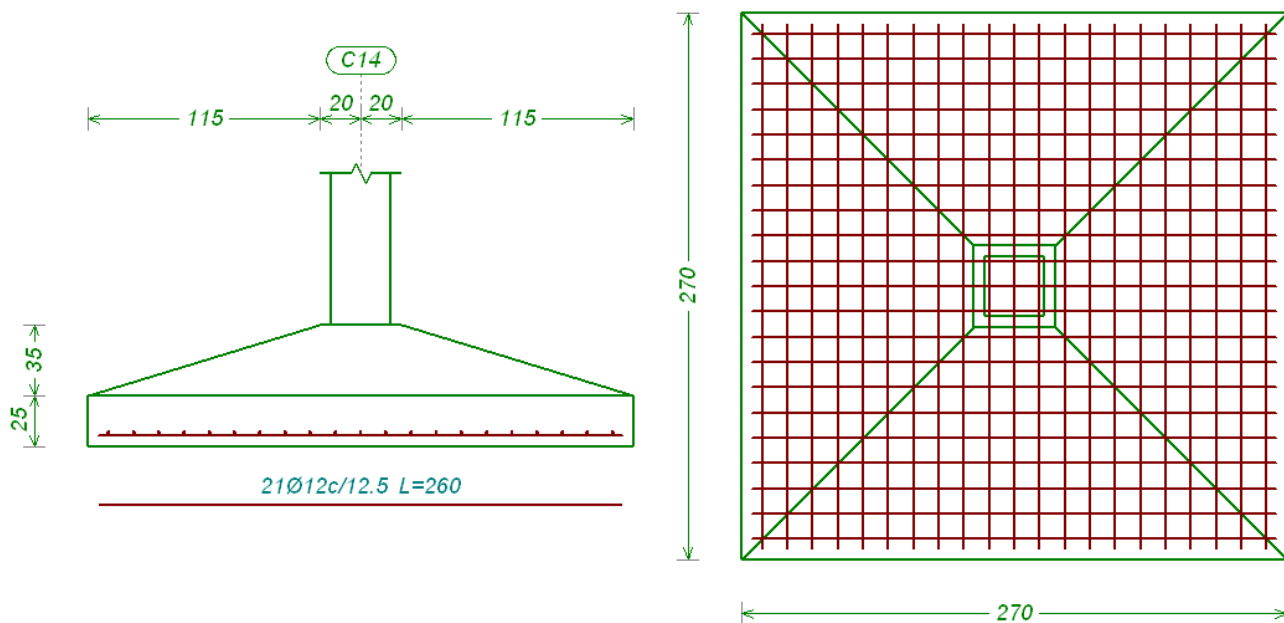
Con esto se verifica que el armado de los estribos cumple con todas las disposiciones del reglamento y la pieza está debidamente diseñada.

### III.5.5 – Diseño de Fundaciones

Se realiza la comprobación de la zapata C14, que es una de las más solicitadas en la estructura:

#### Datos:

La zapata es cuadrada y centrada, rígida y de alzado tipo tronco piramidal. Sus dimensiones son 270x270x60/25(cm) y el refuerzo dispuesto es  $\phi 12c/12,5cm$  en ambas direcciones, tal como se muestra en la figura III.7-3:



**Figura III.7-3:** Vista en perfil y en planta de la zapata C14.

#### Solicitaciones:

Se calcularon los esfuerzos máximos producidos en el suelo debido a cada tipo de carga mediante la expresión:

$$\sigma = P/A \pm M/S$$

Dado que todos los momentos son muy pequeños en comparación a las normales se hizo la simplificación (del lado de la seguridad) de uniformizar en toda la superficie al esfuerzo máximo en cada tipo de carga, siendo las normales iniciales y las resultantes de la uniformización:

$$D = 565,28kN \rightarrow D = 568,77kN$$

$$L = 130,07kN \rightarrow L = 131,22kN$$

$$W = 0,44kN \rightarrow W = 2,62kN$$

Se calcula la normal última por cargas mayoradas:

$$\sigma_U = 1,4D = 796,28kN$$

$$\sigma_U = 1,2D + 1,6L = 892,48kN$$

$$\sigma_U = 1,2D + 1,0L + 1,6W = 817,94kN$$

Entonces se tiene que  $\sigma_U = 892,48kN$ .

### Dimensiones en Planta:

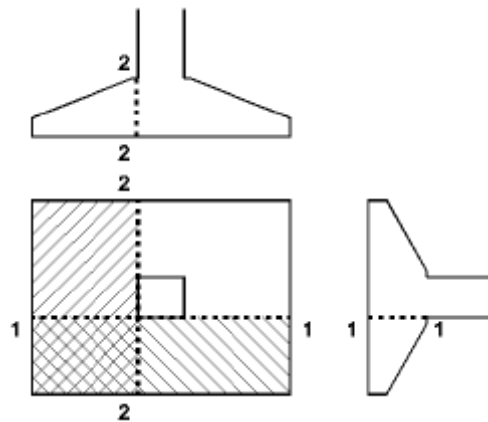
Se comprueban si las dimensiones en planta cumplen con  $\sigma_{adm} = 1.05 \text{ kg/cm}^2$  al aplicar las solicitaciones sin mayorar:

$$A_{min} = (D + L + W)/\sigma_{adm} = 6,82 \text{ m}^2$$

$$A = (2,70 \text{ m})^2 = 7,29 \text{ m}^2 > A_{min} = 6,82 \text{ m}^2 \text{ (Cumple)}$$

### Flexión:

La sección crítica definida en el reglamento para flexión en zapatas es la mostrada en la figura:



**Figura III.7-4:** Sección crítica para flexión para zapatas aisladas. **Fuente:** “Ejemplos de Aplicación del Proyecto del Reglamento CIRSOC 201-2005”, Balat - Bissio - Ortega.

Se comprueba en la sección crítica, sobre un eje paralelo a una de las caras de la columna:

$$M_U = \sigma_U L k^2 / 2 = 122,43 \cdot 2,70 \cdot 1,20^2 / 2 = 238,00 \text{ kNm}$$

Los datos de la sección transversal que resiste el momento son las siguientes:

$$b_w = 0,40 \text{ m} ; d = 0,55 \text{ m} ; C_c = 0,05 \text{ m} ; A_s = 21 \phi 12 = 23,75 \text{ cm}^2$$

Se comprueba que la armadura cumpla con la cuantía mínima de flexión indicada en el artículo 10.5.2 del código:

$$A_{s,min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{2f_y} b_w d = \frac{\sqrt{25}}{2 \cdot 420} 400 \cdot 550 = 1309 \text{ mm}^2 < A_s = 2375 \text{ mm}^2 \text{ (Cumple)}$$

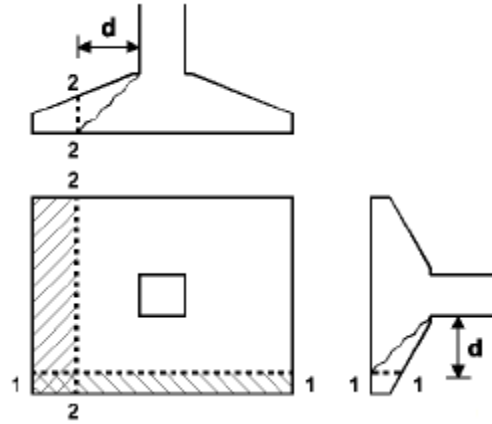
Con los valores indicados, siguiendo el procedimiento de comprobación a flexión ya explicado en los apartados anteriores, se obtiene el momento nominal por iteraciones en planilla electrónica:

$$M_n = 472,11 kNm ; k_c = 0,259 \rightarrow \phi = 0,90$$

$$\phi M_n = 424,90 kNm > M_U = 238,00 kNm \text{ (Cumple)}$$

### Corte:

La siguiente figura ilustra la sección crítica a corte indicada por el reglamento:



**Figura III.7-5:** Sección crítica para corte en zapatas aisladas. **Fuente:** “Ejemplos de Aplicación del Proyecto del Reglamento CIRSOC 201-2005”, Balat - Bissio - Ortega.

Se calcula el cortante último en la sección crítica:

$$V_u = \sigma_u L (k - d) = 122,43 \cdot 2,70 \cdot (1,20 - 0,55) = 214,86 \text{ kN}$$

Se calculan los datos geométricos en la sección crítica a corte:

$$b_{min} = 0,40 + 2,30 \left( \frac{0,50}{1,15} \right) = 1,40m ; b_{max} = 2,70m ; d = 0,55 - 0,35 \left( \frac{0,50}{1,15} \right) = 0,398m$$

Se calcula la resistencia nominal y última:

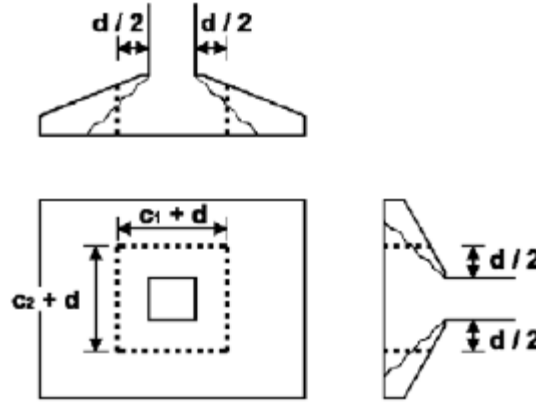
$$V_n = (5 b_{min} + 3 b_{max}) d \sqrt{f'_c} / 48 = 626,83 \text{ kN}$$

$$V_r = \phi V_n = 0,75 \cdot 626,83 = 469,51 \text{ kN} > V_u = 214,86 \text{ kN} \text{ (Cumple)}$$

Dado que en el reglamento no existen recomendaciones para tomar en cuenta la sección variable de zapatas piramidales se recurrió a la ecuación propuesta en la referencia bibliográfica 14 para la obtención de la resistencia nominal a corte de la pieza.

### Punzonamiento:

Por indicación del reglamento, el punzonamiento se comprueba en un perímetro crítico tomado a una distancia no menor a  $(d/2)$  a partir de las caras de la columna como se muestra a continuación:



**Figura III.7-6:** Sección crítica para punzonamiento en zapatas aisladas. **Fuente:** “Ejemplos de Aplicación del Proyecto del Reglamento CIRSOC 201-2005”, Balat - Bissio - Ortega.

Se calcula la carga efectiva de punzonamiento considerando la reacción del suelo por fuera del perímetro crítico:

$$V_u = \sigma_u(L^2 - (c + d)^2) = 122,43(2,70^2 - (0,30 + 0,55)^2) = 804,06 \text{ kN}$$

A continuación se calcula el valor de “ $V_c$ ”:

$$V_c \leq \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \sqrt{f'_c} b_o d / 6 = \left(1 + \frac{2}{1}\right) \sqrt{f'_c} b_o d / 6 = 0,5 \sqrt{f'_c} b_o d \\ \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2\right) \sqrt{f'_c} b_o d / 12 = \left(\frac{40 \cdot 481}{3400} + 2\right) \sqrt{f'_c} b_o d / 12 = 0,64 \sqrt{f'_c} b_o d \\ \sqrt{f'_c} b_o d / 3 = 0,33 \sqrt{f'_c} b_o d \end{cases}$$

Los datos geométricos de la sección son:

$$d = 0,55 - 0,35 \left(\frac{0,225}{1,15}\right) = 0,481 \text{ m} ; b_o = 4(0,55 + 0,30) = 3,40 \text{ m}$$

Luego se obtiene la resistencia nominal y la última, aplicando el factor  $\phi = 0,75$ :

$$V_c = 0,33 \sqrt{f'_c} b_o d = 0,33 \sqrt{25} \cdot 3400 \cdot 481 = 2698,41 \text{ kN}$$

$$\phi V_c = 2023,81 \text{ kN} > V_u = 804,06 \text{ kN} \text{ (Cumple)}$$

### **Aplastamiento:**

Los datos para la comprobación a aplastamiento son los siguientes:

$$\phi = 0,65 ; \sqrt{A_2/A_1} = 2$$

Se verifica la resistencia de la pieza:

$$B_r = \phi(0,85 f'_c A_1)\sqrt{A_2/A_1} = 0,65 \cdot (0,85 \cdot 25 \cdot 0,3^2) \cdot 2 = 2486,25 \text{ kN}$$

$$B_r = 2486 \text{ kN} > N_u = 886,45 \text{ kN} \text{ (Cumple)}$$

Se tiene entonces que la pieza cumple con todas las verificaciones necesarias por reglamento y se considera que está debidamente diseñada.

### **Transmisión de esfuerzos de la columna a la zapata:**

Ya habiéndose realizado la comprobación al aplastamiento en la cabeza de la zapata, estando la armadura diseñada para resistir las fuerzas de compresión y los momentos a transmitirse a la zapata y teniendo todas las barras de refuerzo de las columnas correctamente ancladas en las zapatas sólo queda pendiente realizar la comprobación al aplastamiento en la base de la columna y la verificación de la transmisión de la fuerza horizontal a la zapata con la formulación de cortante por fricción:

Los datos para la comprobación a aplastamiento son los siguientes:

$$\phi = 0,65 ; \sqrt{A_2/A_1} = 1$$

Se verifica la resistencia de la pieza:

$$B_r = \phi(0,85 f'_c A_1)\sqrt{A_2/A_1} = 0,65 \cdot (0,85 \cdot 25 \cdot 0,3^2) \cdot 1 = 1243,12 \text{ kN}$$

$$B_r = 1243,12 \text{ kN} > N_u = 886,45 \text{ kN} \text{ (Cumple)}$$

Los datos para la comprobación a cortante son:

$$A_{vf} = 904,78 \text{ mm}^2 ; f_y = 420 \text{ Mpa} ; \mu = 0,6 \cdot 1 = 0,6 ; \alpha = 0^\circ$$

Se verifica el cortante por fricción de la pieza:

$$V_n = A_{vf} f_y (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) = 904,78 \cdot 420 \cdot (0,6 \cdot 1 + 0) = 228 \text{ kN}$$

$$V_n = 228 \text{ kN} > V_u = 10,1 \text{ kN} \text{ (Cumple)}$$

### Comprobación de asentamientos:

De acuerdo al estudio de suelos el suelo es un limo arcilloso de baja plasticidad. En ausencia de un ensayo de placa de carga se opta por adoptar un módulo de balasto aproximado de  $K_p = 40 \text{ MN}/\text{m}^3$  de acuerdo a la tabla II.3-5.

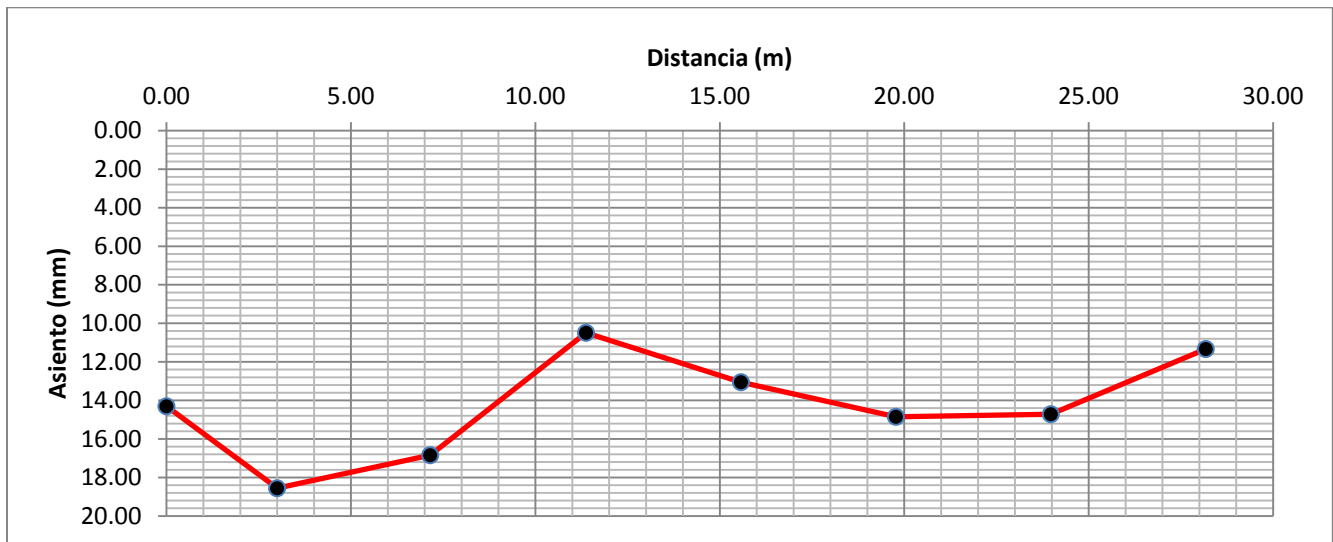
En la siguiente tabla se calcula el asentamiento aproximado que se produciría en cada zapata para luego verificar que en cada alineación los asentamientos diferenciales estén dentro del rango admisible según recomendaciones encontradas en la bibliografía consultada:

| Zapata | Lado (m) | Tensión ( $\text{kN}/\text{m}^2$ ) | $K_1$ ( $\text{kN}/\text{m}^3$ ) | y (mm) |
|--------|----------|------------------------------------|----------------------------------|--------|
| C1     | 1.80     | 95.35                              | 6666.67                          | 14.30  |
| C2     | 1.90     | 102.81                             | 6315.79                          | 16.28  |
| C3     | 2.30     | 96.82                              | 5217.39                          | 18.56  |
| C4     | 2.40     | 102.12                             | 5000.00                          | 20.42  |
| C5     | 2.50     | 102.81                             | 4800.00                          | 21.42  |
| C6     | 2.60     | 98.69                              | 4615.38                          | 21.38  |
| C7     | 2.30     | 98.10                              | 5217.39                          | 18.80  |
| C8     | 1.60     | 102.61                             | 7500.00                          | 13.68  |
| C9     | 2.10     | 96.24                              | 5714.29                          | 16.84  |
| C10    | 2.20     | 99.38                              | 5454.55                          | 18.22  |
| C11    | 2.60     | 102.22                             | 4615.38                          | 22.15  |
| C12    | 1.30     | 96.82                              | 9230.77                          | 10.49  |
| C13    | 2.20     | 101.73                             | 5454.55                          | 18.65  |
| C14    | 2.70     | 96.53                              | 4444.44                          | 21.72  |
| C15    | 2.40     | 100.36                             | 5000.00                          | 20.07  |
| C16    | 2.00     | 95.26                              | 6000.00                          | 15.88  |
| C17    | 1.60     | 97.90                              | 7500.00                          | 13.05  |
| C18    | 2.10     | 100.36                             | 5714.29                          | 17.56  |
| C19    | 2.20     | 101.24                             | 5454.55                          | 18.56  |
| C20    | 2.20     | 99.77                              | 5454.55                          | 18.29  |
| C21    | 1.00     | 99.24                              | 12000.00                         | 14.72  |
| C22    | 1.90     | 93.78                              | 6315.79                          | 14.85  |
| C23    | 1.90     | 102.22                             | 6315.79                          | 16.18  |
| C24    | 2.00     | 99.28                              | 6000.00                          | 16.55  |
| C25    | 1.80     | 102.42                             | 6666.67                          | 15.36  |
| C26    | 1.80     | 98.10                              | 6666.67                          | 14.72  |
| C27    | 1.70     | 93.59                              | 7058.82                          | 13.26  |
| C28    | 1.90     | 97.22                              | 6315.79                          | 15.39  |
| C29    | 1.70     | 95.75                              | 7058.82                          | 13.56  |
| C30    | 1.40     | 97.12                              | 8571.43                          | 11.33  |
| C31    | 1.30     | 95.94                              | 9230.77                          | 10.39  |
| C32    | 1.80     | 93.88                              | 6666.67                          | 14.08  |
| C33    | 1.60     | 96.63                              | 7500.00                          | 12.88  |
| C34    | 1.30     | 101.53                             | 9230.77                          | 11.00  |
| C35    | 1.30     | 94.27                              | 9230.77                          | 10.21  |

La alineación con asentamientos diferenciales más críticos en la dirección  $x$  es detallada en la siguiente tabla:

| Zapata | Distancia (m) | Asiento (mm) |
|--------|---------------|--------------|
| C1     | 0.00          | 14.30        |
| C3     | 3.00          | 18.56        |
| C9     | 7.15          | 16.84        |
| C12    | 11.38         | 10.49        |
| C17    | 15.58         | 13.05        |
| C22    | 19.78         | 14.85        |
| C26    | 23.98         | 14.72        |
| C30    | 28.18         | 11.33        |

El siguiente gráfico ayuda a visualizar los valores recién detallados:



**Figura III.7-7:** Perfil de asentamientos diferenciales de la alineación más crítica en el eje  $x$ .

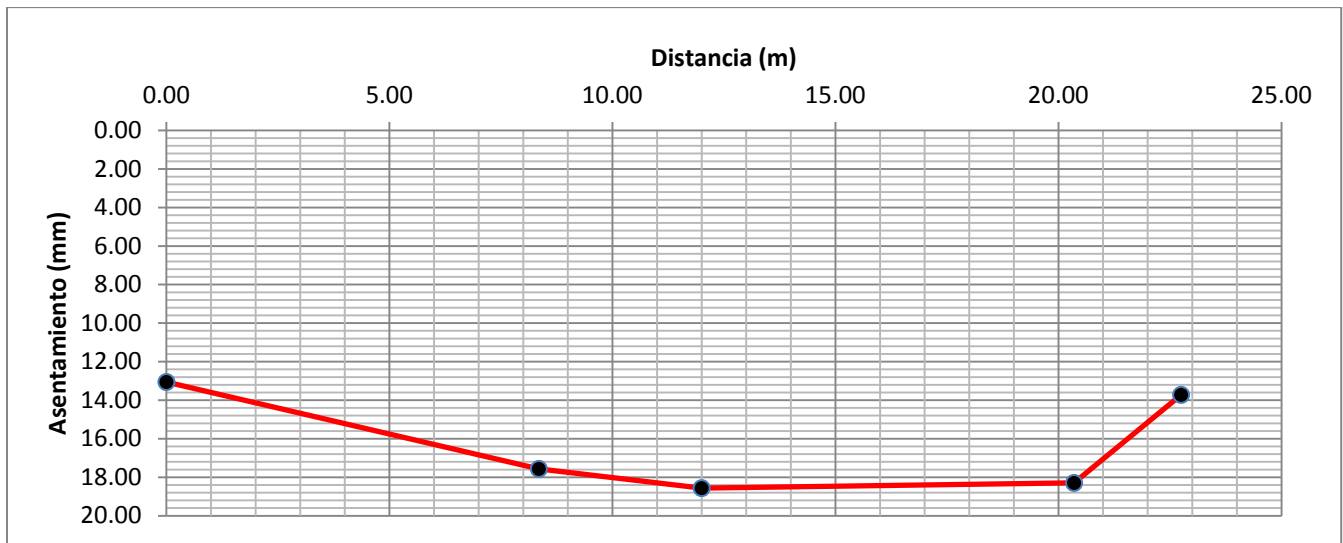
De la tabla II.3-6, se considera como distorsión angular límite el valor de  $\eta = 1/500$ , para asegurar que no existan agrietamientos en el edificio. Se compara entonces la mayor distorsión angular de la alineación con la admisible:

$$\eta = \frac{16,84 - 10,49}{(11,38 - 7,15) \cdot 1000} = 1/666 < \eta_{adm} = 1/500 \quad (\text{Cumple})$$

La alineación más crítica en términos de asientos diferenciales en la dirección y es la siguiente:

| Zapata | Distancia (m) | Asiento (mm) |
|--------|---------------|--------------|
| C17    | 0.00          | 13.05        |
| C18    | 8.35          | 17.56        |
| C19    | 12.00         | 18.56        |
| C20    | 20.35         | 18.29        |
| C21    | 22.75         | 13.72        |

El siguiente gráfico ayuda a visualizar los valores recién detallados:



**Figura III.7-7:** Perfil de asientos diferenciales de la alineación más crítica en el eje x.

Se compara entonces la distorsión angular más crítica de la alineación con el valor admisible ya señalado:

$$\eta = \frac{18,29 - 13,72}{(22,75 - 20,35) \cdot 1000} = 1/525 < \eta_{adm} = 1/500 \quad (\text{Cumple})$$

Se considera entonces que la estructura no corre riesgo de sufrir deterioro por asientos diferenciales y puede omitirse el añadir el caso al análisis estructural del edificio.

:

Capítulo IV:

**APORTE  
ACADEMICO DEL  
ESTUDIANTE**

#### IV.1. – Planilla de Comprobación a Cortante:

Esta planilla tiene por propósito la obtención de la resistencia al corte de secciones rectangulares de hormigón armado según las expresiones indicadas en el capítulo 11 del reglamento ACI 318-08. Para la elaboración de ésta y el resto de las planillas adjuntas como aporte del estudiante se utilizó el programa de programación y procesamiento matemático “Wolfram Mathematica 8.0”

Los datos a introducir son las características mecánicas de los materiales (resistencia característica del hormigón, límite elástico del acero y otros) y la geometría de la sección y de la armadura (base y altura de la sección, recubrimientos y otros). Las unidades que se deben tener en cuenta para introducir los datos están respectivamente indicadas al lado de cada entrada. A continuación se aclaran los significados de cada dato a introducir para evitar confusiones:

- **fc** = resistencia característica del hormigón.
- **fy** = límite elástico del acero de refuerzo.
- **bw** = ancho de la sección.
- **h** = altura de la sección.
- **recub1** = recubrimiento del refuerzo en la cara traccionada de la sección.
- **recub2** = recubrimiento del refuerzo en la cara comprimida de la sección.
- **diamestr** = diámetro de los estribos.
- **diam1** = diámetro de la armadura longitudinal de la cara traccionada.
- **barras1** = número de barras longitudinales de refuerzo en la cara traccionada.
- **diam2** = diámetro de la armadura de la cara comprimida.
- **barras2** = número de barras longitudinales de refuerzo en la cara comprimida.

Como resultados del procedimiento el programa presenta los siguientes valores:

- **Vc** = resistencia al cortante proporcionada por el hormigón.
- **Vs** = resistencia al cortante proporcionada por el refuerzo a corte.
- **Vn** = resistencia nominal a cortante de la sección.

- $V_u$  = resistencia última a cortante de la sección.

El procedimiento de cálculo se muestra en la siguiente figura:

```
In[176]:= If[fy > 420, fyt = 420, fyt = fy];
If[fc > 30,  $\beta_1 = 0.85 - (fc - 30) * 0.008$ ,  $\beta_1 = 0.85$ ]; If[ $\beta_1 < 0.65$ ,  $\beta_1 = 0.65$ ,];
d1 = h - recub1 - diamestr - diam1 / 2 (*mm*); A = bw * d1 (*mm^2*);
d2 = recub2 + diamestr + diam2 / 2 (*mm*);
As1 = barras1 * ( $\pi * diam1^2 / 4$ ) (*mm^2*);  $\rho_1 = As1 / A$ ;
As2 = barras2 * ( $\pi * diam2^2 / 4$ ) (*mm^2*);  $\rho_2 = As2 / A$ ;
Av = piernas * ( $\pi * diamestr^2 / 4$ ) (*mm^2*);
fcv = ( $\sqrt{fc} * 1000$ ) * bw * d1 (*kN*);
Vc = (1 / 6) * fcv (*expresión simplificada*);
Vs = (Av / s) * d1 * (fy * 1000);
Vn = Vc + Vs;
 $\phi = 0.75$ ; Vu =  $\phi * Vn$ ;
```

**Figura IV.1-1:** Sintaxis del procedimiento de cálculo para la comprobación a cortante en el programa “Wolfram Mathematica 8.0”.

## IV.2. – Planilla de Diseño a Flexión:

Esta planilla tiene por propósito la obtención del área de refuerzo necesario tanto traccionado como comprimido para resistir determinado momento último aplicado a vigas de sección rectangular de hormigón armado según el reglamento ACI 318-08. Para la elaboración de ésta y el resto de las planillas adjuntas como aporte del estudiante se utilizó el programa de programación y procesamiento matemático “Wolfram Mathematica 8.0”.

Los datos a introducir son las características mecánicas de los materiales (resistencia característica del hormigón, límite elástico del acero y otros) y la geometría de la sección y de la armadura (base y altura de la sección, recubrimientos y otros). Las unidades que se deben tener en cuenta para introducir los datos están respectivamente indicadas al lado de cada entrada. A continuación se aclaran los significados de cada dato a introducir para evitar confusiones:

- $f_c$  = resistencia característica del hormigón.
- $f_y$  = límite elástico del acero de refuerzo.

- **Es** = módulo elástico del acero.
- **bw** = ancho de la sección.
- **h** = altura de la sección.
- **recub1** = recubrimiento del refuerzo en la cara traccionada de la sección.
- **recub2** = recubrimiento del refuerzo en la cara comprimida de la sección.
- **diam1** = diámetro tentativo de la armadura longitudinal de la cara traccionada.  
Se adopta el valor para obtener una altura útil provisional, que se puede corregir en caso que el primer diámetro no sea el deseado.
- **diam2** = diámetro tentativo de la armadura de la cara comprimida. Se lo introduce con el mismo razonamiento ya descrito.
- **diamestr** = diámetro de los estribos.
- **Mu** = momento último que debe resistir la sección.

La planilla está programada de manera que el refuerzo resultante proporcione secciones cuyas rupturas sean controladas por tracción, es decir, que la falla de las mismas se produciría siempre por fluencia del acero y no por aplastamiento de la cabeza comprimida de hormigón. Para esto se limita la profundidad del eje neutro de tal forma que el acero en el momento de la ruptura siempre tenga una deformación unitaria de por lo menos 5‰. Además en el procedimiento se toman en cuenta tanto armadura mínima como el caso en que sea necesario refuerzo en la cara comprimida de la sección.

Los resultados que proporciona la planilla son los siguientes:

- **kc** = profundidad relativa del eje neutro.
- **kcmin** = profundidad relativa mínima del eje neutro.
- **kcmax** = profundidad relativa máxima del eje neutro.
- **As1** = área de refuerzo necesaria en la cara traccionada de la sección.
- **As2** = área de refuerzo necesaria en la cara comprimida de la sección.

El desarrollo del cálculo en el programa se muestra en la siguiente figura:

```

In[7]:= (*CÁLCULOS*)
If[fc > 30, β1 = 0.85 - (fc - 30) * 0.008, β1 = 0.85]; If[β1 < 0.65, β1 = 0.65,];
d1 = h - (recub1 / 100) - (diametr / 1000) - (diam1 / 1000) / 2;
d2 = (recub2 / 100) + (diametr / 1000) + (diam2 / 1000) / 2;
kamax = 0.375 * β1;
kamin = If[1.4 / (0.85 * fc) > 1 / (3.4 * √fc), 1.4 / (0.85 * fc), 1 / (3.4 * √fc)];
mn = (Mu / 0.9) / (0.85 * (fc * 1000) * bw * d1^2);
ka = 1 - √(1 - 2 * mn);
As1min = 0.85 * fc * bw * kamin * d1 / fy;
As1nec1 = 0.85 * fc * bw * ka * d1 / fy;
Mc = 0.85 * (fc * 1000) * bw * d1^2 * kamax * (1 - kamax / 2);
ΔMn = (Mu / 0.9) - Mc;
c = 0.375 * d1; ξ2s = 0.003 * (c - d2) / c; ξy = fy / Es;
If[ξ2s < ξy, fs2 = ξs2 * (Es), fs2 = fy];
As2nec = ΔMn / ((fs2 * 1000) * (d1 - d2));
As1nec2 = 0.85 * fc * bw * kamax * d1 / fy + As2nec * fs2 / fy;
If[ka < kamin, As1 = As1min; As2 = 0, If[ka < kamax, As1 = As1nec1; As2 = 0, As1 = As1nec2; As2 = As2nec]];

```

**Figura IV.2-1:** Sintaxis del procedimiento de cálculo para el diseño a flexión en el programa “Wolfram Mathematica 8.0”.

### IV.3. – Planilla de Comprobación a Flexión:

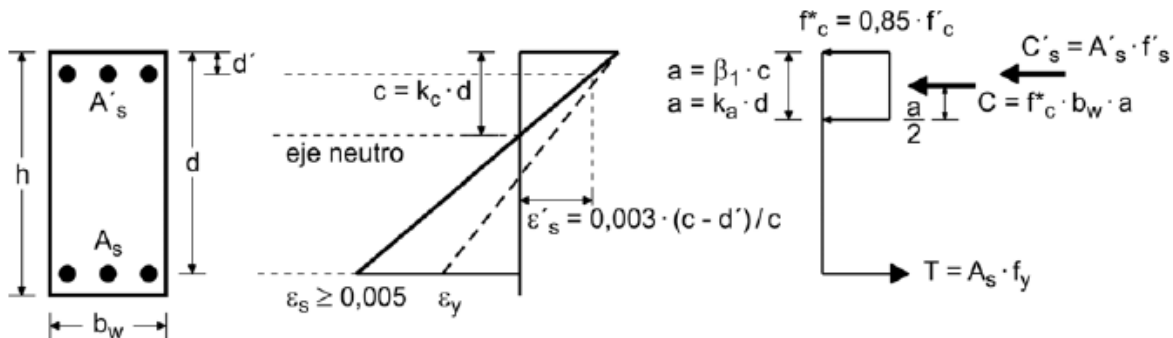
Esta planilla tiene por propósito la obtención del momento resistente en flexión simple de vigas de sección rectangular de hormigón armado según el reglamento ACI 318-08. Para la elaboración de ésta y el resto de las planillas adjuntas como aporte del estudiante se utilizó el programa de programación y procesamiento matemático “Wolfram Mathematica 8.0”.

Los datos a introducir son las características mecánicas de los materiales (resistencia característica del hormigón, límite elástico del acero y otros) y la geometría de la sección y de la armadura (base y altura de la sección, recubrimientos y otros). Las unidades que se deben tener en cuenta para introducir los datos están respectivamente indicadas al lado de cada entrada. A continuación se aclaran los significados de cada dato a introducir para evitar confusiones:

- **fc** = resistencia característica del hormigón.
- **fy** = límite elástico del acero de refuerzo.
- **Es** = módulo elástico del acero.

- **bw** = ancho de la sección.
- **h** = altura de la sección.
- **recub1** = recubrimiento del refuerzo en la cara traccionada de la sección.
- **recub2** = recubrimiento del refuerzo en la cara comprimida de la sección.
- **diam1** = diámetro de las barras de refuerzo longitudinal traccionado.
- **barras1** = número de barras de refuerzo longitudinal traccionado.
- **diam1** = diámetro de las barras de refuerzo longitudinal comprimido.
- **barras1** = número de barras de refuerzo longitudinal comprimido.
- **diamestr** = diámetro de los estribos.

El procedimiento de cálculo programado consiste en la obtención del momento resistente mediante un bucle que desplaza el eje neutro desde el borde de la cabeza comprimida de la sección hacia la cara traccionada de la misma hasta que se cumple el equilibrio estático entre las fuerzas de compresión ofrecidas por la cabeza de hormigón y el refuerzo comprimido y la fuerza de tracción aportada por el refuerzo principal en su tensión máxima.



**Figura IV.3-1:** Diagramas de equilibrio tenso-deformacional de una sección sometida a flexión simple. **Fuente:** “Ejemplos de Aplicación del Proyecto del Reglamento CIRSOC 201-2005”, Balat - Bissio - Ortega.

El desarrollo del cálculo en el programa se muestra en la siguiente figura:

```
(*CÁLCULOS PREVIOS*)
If[fc > 30,  $\beta_1 = 0.85 - (fc - 30) * 0.008$ ,  $\beta_1 = 0.85$ ];
If[ $\beta_1 < 0.65$ ,  $\beta_1 = 0.65$ ,];
d1 = h - (recub1 / 100) - (diamestr / 1000) - (diam1 / 1000) / 2;
d2 = (recub2 / 100) + (diamestr / 1000) + (diam2 / 1000) / 2;
As1 = barras1 * ( $\pi * (diam1 / 1000.)^2 / 4$ );
As2 = barras2 * ( $\pi * (diam2 / 1000.)^2 / 4$ );
(*CÁLCULOS ITERACIÓN*)
T = (fy * 1000) * As1; c = 0; C1 = 0; C2 = 0;  $\xi_y = fy / Es$ ;
While[Abs[T - C1 - C2] > 0.1, c += 0.000001;  $\xi_{s2} = 0.003 (c - d2) / c$ ;
  If[ $\xi_{s2} < \xi_y$ , fs2 =  $\xi_{s2} * (Es)$ , fs2 = fy]; C1 =  $0.85 * (fc * 1000) * \beta_1 * bw * c$ ;
  C2 = As2 * (fs2 * 1000)]
kc = c / d1;
a =  $\beta_1 * c$ ;
Mn = C1 (d1 - a / 2) + C2 (d1 - d2) (*kN-m*);
Mu = 0.9 * Mn (*kN-m*);
```

**Figura IV.3-2:** Sintaxis del procedimiento de cálculo para la comprobación a flexión de secciones rectangulares de hormigón armado en el programa “Wolfram Mathematica 8.0”.

Los resultados que proporciona la planilla son los siguientes:

- **c** = profundidad del eje neutro.
- **kc** = profundidad relativa del eje neutro.
- **T** = fuerza de tracción proporcionada por el refuerzo principal en su límite elástico.
- **C** = fuerza ofrecida por la cabeza comprimida de hormigón.
- **C'** = fuerza de compresión generada por la armadura comprimida.
- **T-C-C'** = precisión alcanzada en el equilibrio estático (la precisión mínima puede editarse en el área de procedimiento).
- **Mn** = momento nominal resistido por la sección.
- **Mu** = momento último resistente obtenido con un coeficiente de reducción  $\phi = 0,90$ . Para el caso en que la profundidad relativa del eje neutro sea mayor que  $k_c = 0,375$ , es decir, para el caso en que la deformación unitaria del acero

traccionado en la ruptura sea menor a 5‰, se debe obtener el momento último multiplicando el momento nominal por un coeficiente de reducción de resistencia obtenido según la figura II.3-12 del capítulo teórico del presente documento.

# **CONCLUSIONES**

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES:

A continuación se listan las conclusiones y recomendaciones obtenidas como producto del presente proyecto:

❖ Se muestran algunos cuadros con datos para el análisis comparativo de los resultados del presente proyecto y el del año 2009:

**Cuadro 1:** Costo de los principales ítems de obra gruesa del diseño del 2009.

| Ítem                                          | Unidad | Cantidad | Precio Unitario (Bs.) | Precio Parcial (Bs.) |
|-----------------------------------------------|--------|----------|-----------------------|----------------------|
| EXCAVACIÓN SUELO SEMIDURO                     | M3     | 671,57   | 52,21                 | 35.062,67            |
| CARPETA H°S° ZAPATAS                          | M3     | 11,58    | 1.210,28              | 14.015,04            |
| ZAPATAS DE H°A°                               | M3     | 86,82    | 2.225,61              | 193.227,46           |
| RELLENO Y COMPACTADO S/MATERIAL               | M3     | 557,30   | 47,42                 | 26.427,17            |
| SOBRECIMENTOS H°A°                            | M3     | 26,20    | 2.929,68              | 76.757,62            |
| IMPERMEABILIZACIÓN SOBRECIMENTOS              | M2     | 70,45    | 35,53                 | 2.503,09             |
| COLUMNAS DE H°A°                              | M3     | 46,41    | 4.084,38              | 189.556,08           |
| GRADAS DE H°A°                                | M3     | 9,33     | 4.118,73              | 38.427,75            |
| VIGAS DE H°A°                                 | M3     | 96,66    | 3.550,63              | 343.203,90           |
| LOSA CON VIGUETAS DE H° + PLASTOFORMO H=0.23m | M2     | 552,83   | 350,27                | 193.639,76           |
| LOSA RETICULAR + PLASTOFORMO H=0.25m          | M2     | 721,77   | 481,31                | 347.395,12           |
| IMPERMEABILIZACIÓN PARA LOSA                  | M2     | 447,18   | 228,65                | 102.247,71           |
| <b>TOTAL Bs:</b>                              |        |          |                       | 1.562.463,36         |
| <b>TOTAL \$us:</b>                            |        |          |                       | 225.138,81           |

**Cuadro 2:** Costo de los principales ítems de obra gruesa del diseño del 2012.

| Ítem                                            | Unidad | Cantidad | Precio Unitario (Bs.) | Precio Parcial (Bs.) |
|-------------------------------------------------|--------|----------|-----------------------|----------------------|
| EXCAVACIÓN SUELO SEMIDURO                       | M3     | 543,68   | 52,21                 | 28.385,53            |
| CARPETA H°S° ZAPATAS                            | M3     | 13,59    | 1.210,28              | 16.447,71            |
| ZAPATAS DE H°A°                                 | M3     | 52,57    | 2.313,61              | 121.626,48           |
| RELLENO Y COMPACTADO S/MATERIAL                 | M3     | 467,44   | 47,42                 | 22.166,00            |
| COLUMNAS DE H°A°                                | M3     | 42,77    | 4.065,74              | 173.891,70           |
| ESCALERAS DE H°A°                               | M3     | 12,50    | 3.652,39              | 45.654,88            |
| VIGAS DE H°A°                                   | M3     | 124,36   | 3.115,62              | 387.458,50           |
| IMPERMEABILIZACIÓN SOBRECIMENTOS                | M2     | 61,65    | 35,53                 | 2.190,42             |
| LOSA CON VIGUETAS DE H°A° + PLASTOFORMO H=0.25m | M2     | 1138,42  | 357,10                | 406.529,78           |
| IMPERMEABILIZACIÓN PARA LOSA                    | M2     | 447,18   | 228,65                | 102.247,71           |
| <b>TOTAL Bs:</b>                                |        |          |                       | 1.306.598,71         |
| <b>TOTAL \$us:</b>                              |        |          |                       | 188.270,71           |

Estos dos primeros cuadros muestran el costo económico de los principales ítems de la obra gruesa de la estructura con precios de materiales y mano de obra actualizados. Se observa que la alternativa estructural planteada en el presente proyecto genera un ahorro de 36.868,10\$us que representa un 16,38% del valor total de los ítems considerados en la comparación.

**Cuadro 3:** Cantidades de hormigón y acero utilizados en los distintos elementos estructurales de ambos diseños.

| Elemento     | Diseño 2009   |              |                 | Diseño 2012   |              |                 |
|--------------|---------------|--------------|-----------------|---------------|--------------|-----------------|
|              | H° (m3)       | Acero (kg)   | Cuantía (kg/m3) | H° (m3)       | Acero (kg)   | Cuantía (kg/m3) |
| Zapatas      | 97.57         | 3537         | 36.25           | 52.57         | 2391         | 45.48           |
| Columnas     | 51.21         | 8546         | 166.88          | 42.77         | 7069         | 165.28          |
| Vigas        | 95.31         | 9303         | 97.61           | 124.36        | 9090         | 73.09           |
| Losas        | 151.24        | 8910         | 58.91           | 94.86         | 3196         | 33.69           |
| Escaleras    | 9.33          | 1479         | 158.52          | 12.50         | 1507         | 120.56          |
| <b>TOTAL</b> | <b>404.66</b> | <b>31775</b> | <b>78.52</b>    | <b>327.06</b> | <b>23253</b> | <b>71.10</b>    |

El cuadro 3 sirve para hacer una comparación en términos de rendimiento de los materiales. Se observa que las diferencias son mayores que las encontradas en términos económicos, dado que en éstos también influyen otros factores como mano de obra e impuestos. El ahorro obtenido con el nuevo diseño sería aproximadamente un 19,18% del volumen de hormigón y de un 26,82% del total de acero a utilizarse en los elementos estructurales del edificio.

Como se puede observar al comparar ambos diseños, los cambios realizados en la geometría de la estructura para hacerla compatible con el nuevo planteamiento estructural no producen cambios de consideración en cuanto a la funcionalidad y a la estética de la edificación considerando que no hay un desplazamiento significativo de la posición de puertas y ventanas por el cambio en la disposición de las columnas ni existe tampoco un cambio apreciable en las dimensiones de ninguno de los ambientes del edificio.

Se considera entonces que la utilización de la alternativa estructural presentada en este proyecto sería beneficiosa para la institución dado que manteniendo los parámetros de capacidad estructural, funcionalidad y estética de la edificación se genera un ahorro de un monto mayor a 36.000 dólares americanos, que representa aproximadamente un 5,24% del costo total de la obra.

❖ Se observa que las mayores distorsiones angulares halladas en la comprobación de asentamientos se dieron cuando existía una diferencia considerable en la dimensión de dos zapatas adyacentes habiendo entre éstas una distancia corta. De lo anterior se recomienda que se tenga especial cuidado cuando al diseñarse una fundación existan zapatas con las características descritas recientemente.

❖ Tras analizar los resultados obtenidos luego de realizar el procedimiento simplificado indicado por la norma ASCE 7-05 para la obtención de cargas por viento en la estructura se llega a la conclusión de que dicho procedimiento no sería necesario para la mayoría de las edificaciones en nuestra ciudad dado que para las velocidades máximas de viento en los registros de la estación AASANA (valores considerados como representativos de la zona) las presiones que se obtienen son bastante menores a la presión mínima de viento que dicta la misma norma. Este hecho se debe a que el país origen de la norma tiene regiones donde las presiones ejercidas por el viento representan un verdadero riesgo para la integridad de las edificaciones.