

# ***1. INTRODUCCIÓN.***

---

## 1.1 DESCRIPCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

### 1.1.1 ARCOS

En el mundo de la ingeniería, desde siempre ha habido una gran atracción por la forma curva del arco y su fenómeno resistente. Su aparente sencillez y la pureza de la línea que configura su forma encierra una estructura que se adapta perfectamente para resistir cargas y vencer grandes luces.

Sin embargo, no es la forma curva la cualidad fundamental del arco, pues lo esencial de esta estructura se encuentra en los esfuerzos longitudinales, que se visualizan en los empujes horizontales sobre los apoyos, pese a que las cargas externas sean verticales.

Un puente en arco está constituido por tres partes, la primera corresponde al arco propiamente dicho, que puede ser parte de un segmento circular o de forma parabólica, luego están las péndolas que son las que transmiten las cargas al arco y finalmente está el tablero que apoya o cuelga de las péndolas.

Desde el punto de vista estructural, los sistemas estáticos que se emplean son:

- a) Arco triarticulado, isostático, de relación 1:  $f = 5$  a 12, en lo posible siguiendo la línea de presiones, de espesor variable por la fluctuación de la línea de presiones debida a las variaciones de las cargas.
- b) Arco biarticulado, hiperestático de 1° grado, de relación 1:  $f = 4$  a 12, en general en forma de hoz porque los momentos en la clave resultan ser los mayores. Las articulaciones pueden ser elásticas de hormigón, por restricción en los arranques.
- c) Arco de una articulación (en la clave), no son convenientes para puentes porque encarecen innecesariamente las fundaciones por los grandes momentos de empotramiento que se producen.

d) Arco empotrado (hiperestático de 3° orden), de relación 1:  $f = 2$  a 10, en general son más gruesos en los arranques que en la clave, por lo que se deben tener en cuenta los momentos de inercia variables al determinar los esfuerzos característicos, esto cuando los arcos son de sección rígida cuando el Momento de Inercia tiende al infinito.

Los arcos completamente restringidos son más sensibles a movimientos en los estribos y a las variaciones de temperatura que los arcos con articulaciones. Los arcos rebajados son más sensibles que los arcos elevados; por eso si los cimientos no son completamente seguros, deben emplearse apoyos articulados. La completa independencia de pequeños movimientos en los estribos se logra instalando una tercera articulación generalmente en la clave o corona.

La tipología estudiada se centra en arcos de hormigón armado con los extremos empotrados, con la posibilidad de que los apoyos estén a nivel o por el contrario, que exista un desnivel entre las extremidades.

Otro factor fundamental es el rebajamiento del arco, o relación entre flecha y luz, que va tener influencia en el diseño y en los empujes en los apoyos. Compaginando ambos criterios, se decide estudiar arcos con relaciones comprendidas 1/5-1/8.

El arco, para construcciones monolíticas (piedra, hormigón), es el tipo más adecuado teóricamente cuando se trata de hormigón armado la solución de los puentes mediante los diferentes tipos de arcos corresponde a la mejor, porque el arco viene a comportarse como un pretensado natural, siguiendo la forma de la línea de presiones de las cargas por peso propio, lo que permite aprovechar mejor los materiales ya que el hormigón presenta una elevada resistencia a la compresión.

Para este estudio tendremos en cuenta que la sección transversal del arco será constante durante toda su trayectoria, esto debido a que se trata de secciones flexibles cuando su momento de inercia son pequeños, también haciendo referencia que los puentes en arcos bi-empotrado de sección flexibles en su mayoría son construidos de

sección constante a lo largo de su trayectoria.

Cuando las soluciones de la superestructura, vigas o pórticos, debido a la luz a cubrir son costosas o antieconómicas, a pesar de utilizar materiales de mayor rendimiento, se debe entrar a otro tipo de solución estructural más provechosa, ellos son los puentes en arco

### **1.1.2 ANÁLISIS DE FISURAS**

Los estudios realizados sobre la fisuración en elementos de hormigón armado han tratado de establecer unos valores máximos admisibles para la abertura de fisuras en función del tipo de exposición de la estructura, así como establecer una fórmula que proporcione la abertura previsible de fisuras en función de las características de la pieza y de su estado tensional, esto referente a las investigaciones consultadas.

Es imposible evitar que aparezcan fisuras en elementos de hormigón armado dada la reducida resistencia a tracción del hormigón, aún para tensiones de tracción pequeñas, ya sea por la actuación de cargas exteriores como por esfuerzos inducidos.

La predicción de anchos de fisura, y una adecuada limitación de los mismos, se torna imprescindible para evitar problemas de durabilidad, funcionalidad y estética que posteriormente demandan la ejecución de costosas tareas de refuerzo y/o reparación.

En función de las condiciones del ambiente y de la sensibilidad de las armaduras a corrosión, la máxima abertura característica de fisura deberá ser aceptada para satisfacer las exigencias de durabilidad de la estructura.

Sin embargo, pese a que se trata de un proceso casi inevitable, se deben diseñar las estructuras limitando la posible abertura máxima de las fisuras por razones de durabilidad, estética, y para reducir el efecto psicológico que produciría sobre los usuarios.

La durabilidad de una estructura de hormigón se basa en su capacidad de resistir, durante su vida útil, las condiciones físicas y químicas a las que está expuesta, y que podrían provocar su degradación por causas diferentes a las de las solicitaciones previstas en el análisis estructural.

La durabilidad del hormigón depende de tres factores: la calidad del hormigón, la densidad del hormigón y los acabados de la estructura. De entre ellos cabe destacar como de gran importancia la densidad del hormigón.

Como el análisis de fisuración en arcos de hormigón armado ha sido de poco estudio, en esta investigación queremos determinar cómo es el ancho y la separación máxima de las fisuras cuando el arco está sometido a una carga externa.

El diseño de las estructuras de hormigón armado exige garantizar unas adecuadas condiciones de seguridad de éstas, así como unas apropiadas condiciones de servicio. El uso de la estructura puede verse afectado por una fisuración excesiva, deformaciones elevadas.

El hormigón no fisurado es un material de alta durabilidad ya que la matriz es poco porosa, del orden del 5%, con lo cual la continuidad de los poros es escasa evitando la penetración de agentes externos. Sin embargo, la fisuración en estructuras de hormigón suele ser inevitable, no suponiendo ningún inconveniente a nivel estructural ni en servicio para determinados valores del ancho de la fisura.

Estableciendo un ancho máximo de fisura garantiza la durabilidad, funcionalidad, estanquidad y apariencia del hormigón. Aún así, es cierto que, cuando el hormigón se fisura disminuye su protección frente la corrosión, facilitando la entrada de agentes agresivos en el hormigón.

La fisuración altera las condiciones de equilibrio interno en la sección del arco, manifestándose un brusco ascenso del eje neutro en toda la longitud y marcados incrementos en las tensiones de aceros y hormigón.

Las consecuencias inmediatas de este cambio de comportamiento son:

- Disminución de la protección contra la corrosión de las armaduras por efecto de la fisuración.
- Incrementos en las deformaciones debidas a la pérdida de rigidez flexional.
- Disminución de la vida útil de los materiales constitutivos, ante la aplicación de cargas repetitivas.

Aunque disponemos de muchas herramientas para impedir que se produzcan estos fenómenos, algunos de ellos son inevitables, y lo más que se puede hacer es controlarlos y mantenerlos dentro de límites aceptables.

Debido a que el concreto no soporta esfuerzos de tracción se debe controlar la fisuración por dos razones principales, durabilidad de la estructura y el peligro de corrosión del acero de refuerzo.

## **1.2 OBJETIVOS:**

### **1.2.1 OBJETIVO GENERAL:**

Calcular y Analizar el Ancho de fisuras en Arcos flexibles de Hormigón Armado con empotramiento en sus arranques, de arcos que estén dentro de la relación entre la flecha y la luz de 1:5 hasta 1:8.

### **1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICO:**

- Determinar los diagramas envolventes de los arcos.
- Obtener un diseño de los arcos de hormigón armado.
- Analizar y Verificar la incidencia de las fisuras y su comportamiento de los arcos, mediante Métodos que se especifican en el planteamiento del problema.

## **1.3 FUNDAMENTO TEÓRICO**

### **1.3.1 ARCOS FLEXIBLES DE HORMIGÓN ARMADO**

Este proyecto trata de establecer recomendaciones de cálculo y diseño de Arcos Flexibles de Hormigón Armado, obtener un diseño de fácil verificación de funcionalidad y/o servicio, para poder controlar las fisuraciones transversales. Así como de dar una idea de cuál es la fisuración (ancho y separación máxima), y plantear nuevas alternativas de hacer puentes en Arco de Hormigón Armado en cuanto a la sección geométrica, relación  $f/l$  (flecha/luz) y distribución de armaduras.

En este trabajo se analizan estructuras de arco en una dimensión, o eje curvo, cuando se someten a su propio peso o bien a una cierta carga dada.

Se parte de los principios fundamentales del equilibrio de fuerzas y se obtienen fórmulas generales para el cálculo de momentos flexionantes así como fuerzas cortantes y de compresión, para estructuras con geometrías específicas. Por otro lado, se plantea el problema de encontrar la forma geométrica del arco que lleve al equilibrio de la estructura, bajo las condiciones de carga elegidas o especificadas por diseño.

El arco es un elemento estructural en la ingeniería civil, que lleva a cabo como funciones cubrir claros, soportar cargas, así como constituir un elemento estético.

Dentro de los campos de la ingeniería civil y de materiales, el diseño de estructuras en arco en una dimensión o eje curvo (o bien cascarones en dos dimensiones), encierra un gran interés, tanto por sus aplicaciones, como por el análisis teórico del equilibrio y la estabilidad de este tipo de estructuras.

En las hiperestáticas o estáticamente indeterminadas las restricciones reactivas del material son más que las estrictamente necesarias para la estabilidad. Estas estructuras podemos decir que siempre trabajan en equilibrio, a expensas de la resistencia del material, y esto hace necesario incorporar al análisis estático, el

comportamiento elástico y otras propiedades de los elementos de la estructura.

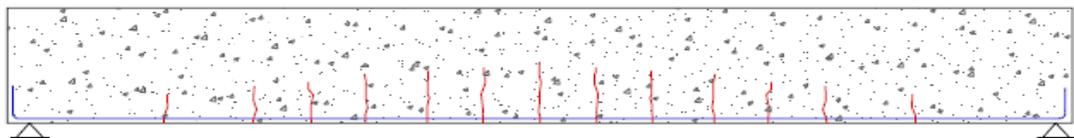
En estructuras tridimensionales utilizadas en la construcción, en general dicho equilibrio siempre está garantizado por la geometría de la estructura y por los múltiples apoyos de ésta. Sin embargo, en la estructura de arco simple, domo o cascarón, donde podemos tener claros grandes y pocos apoyos, el equilibrio estático y la estabilidad pueden ser factores clave en el diseño.

Una amplia variedad de libros y textos de ingeniería exponen en forma muy detallada los conceptos de la estática de estructuras e incluyen en alguno de sus capítulos el análisis de estructuras en arco; sin embargo, hasta donde fue posible conocer, en ninguno de ellos se enfoca el estudio en la forma sistemática y didáctica.

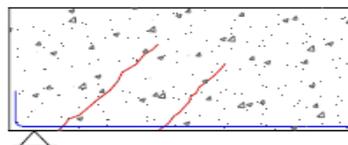
### 1.3.2 FISURACIÓN EN ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO

Fundamentalmente, las fisuras se pueden clasificar en dos grandes grupos en función de su origen.

El primer grupo lo forman las fisuras de origen tensional, denominadas fisuras *estructurales*, debidas al alargamiento de las armaduras o a las excesivas tensiones de tracción o compresión producidas en el hormigón por los esfuerzos derivados de la aplicación de las acciones exteriores o de deformaciones impuestas. En la figura nº 1 se muestran varios ejemplos de este grupo de fisuras.



**Fisuras debidas al alargamiento de la armadura en flexión**



**Fisuras debidas a tensiones de tracción  
en el hormigón originadas por esfuerzo cortante**

**Figura nº 1**

El segundo grupo de fisuras, denominadas *no estructurales*, son las producidas en el hormigón, bien durante su estado plástico, bien después de su endurecimiento, pero generadas por causas intrínsecas, es decir, debidas al comportamiento de sus materiales constituyentes.

El asiento plástico del hormigón y la retracción plástica del mismo son la causa principal de las fisuras aparecidas en el transcurso del primer día de vida de la estructura, mientras que ya en estado endurecido, son la contracción térmica inicial, la retracción hidráulica y la fisuración en mapa las causas principales de la aparición de las fisuras *no estructurales*.

Dado que la fisuración es un fenómeno inherente al hormigón estructural, se debe limitar el ancho de las fisuras para evitar, fundamentalmente, tres tipos de riesgo:

- a) Riesgo de corrosión de las armaduras. Las fisuras se convierten en la vía más rápida de acceso de los agentes agresivos a las armaduras, produciendo no sólo un riesgo de oxidación localizado en la posición de la fisura sino también en las proximidades, dado que la fisura produce la rotura de la adherencia de las armaduras y un ligero despegue del recubrimiento en dichas zonas que quedan desprotegidas.
- b) Riesgo estético, dado que es evidente que las fisuras pueden afectar a la calidad estética del hormigón, sobre todo en edificios públicos de prestigio o en edificios monumentales
- c) Riesgo psicológico. La presencia de fisuras en estructuras puede inducir al usuario una falsa sensación de inseguridad y/o de peligro de hundimiento.

La presente investigación se centra en la fisuración debida a la respuesta estructural, y específicamente en la debida a la respuesta de la estructura frente a esfuerzos de flexión y tracción que ocurren en los arcos flexibles de hormigón armado.

La determinación de la anchura previsible de fisuras en una estructura es un problema complejo y de naturaleza aleatoria, por lo que los cálculos nunca son precisos, teniendo un valor meramente orientativo.

#### **1.4 METODOLOGÍA DE TRABAJO**

En este estudio de investigación en cuanto al desarrollo de la metodología empleada en la investigación se tomará como base la siguiente manera:

- Recopilación de Información.- Se basa netamente en la información sobre los arcos flexibles de hormigón armado, investigación y asesoramiento sobre este tema en particular.
  1. Estudio del comportamiento del hormigón.
  2. Análisis estructural de Arcos flexibles.
  3. Diseño de los arcos flexibles de Hormigón Armado.
  4. Estudio de las fisuras de los arcos flexibles de H° A°.
  5. Estudio del pandeo de los arcos.
- Trabajo de Gabinete.- El desarrollo de trabajo de gabinete tendrá la siguiente secuencia:
  1. Diseño de arcos flexibles de hormigón en las situaciones ( $f/l = 1/5 - 1/8$ ).
  2. Análisis del ancho y separación de las fisuras en los arcos.
  3. Análisis y Verificación del ancho permisible de fisuras de acuerdo a las normativas contempladas.
  4. Análisis comparativo de los arcos flexibles, según las incidencias de las fisuras.

Esquematizar los resultados obtenidos mediante croquis, esquemas y gráficos.

## ***2. ESTADO DE LA CUESTIÓN.***

---

## **2.1. ESTUDIO DE LOS ARCOS**

### **2.1.1 GENERALIDADES**

Aparece a primera vista como cualidad fundamental de la estructura arco su forma curva. Pero a poco que se analice el problema esto resulta insuficiente, pues si se apoya isostáticamente la barra arqueada, se tiene solamente la viga curva. Hay que considerar además las condiciones de sustentación, y encontramos lo esencial de nuestra estructura en la existencia de esfuerzos longitudinales, que son los que determinan su forma.

Tampoco es necesaria la forma curva, pues en sentido amplio empieza por ser arco el par de barras acodadas, y se podría incluir en el género las arcadas, pórticos y otras estructuras reticulares. Sin embargo, se restringe el tipo, utilizando precisamente la forma, pero no en cuanto se refiere a condiciones puramente geométricas, sino en relación con su adecuación mecánica. Al contrario que en las estructuras reticulares con morfología determinada por las condiciones funcionales, en el arco imperan las condiciones estructurales, hasta tal punto que muchas veces la estructura ha de complementarse por exigencias de la función a que está destinada. Por consiguiente, como toda estructura lineal con libertad mecánica, el arco tiene la pretensión de ser configuración de esfuerzos, es decir, funicular de las fuerzas aplicadas. El grado mayor o menor en que esto se logra definir la perfección de la estructura. La adecuación total se consigue en muy pocos casos, pues casi siempre lo impide el carácter variable de la sobrecarga.

Un segmento de un miembro en que la relación de la flecha al claro es pequeña, esto es, en un miembro de curvatura rebajada con su eje definido por un arco de círculo, puede considerarse que la curvatura del arco se aproxima a la de una parábola, y por lo tanto, la solución derivada para miembros en arco rebajado con eje parabólico son aplicables a miembros en arco rebajado con eje circular.

Los arcos son una de las estructuras más utilizadas desde la antigüedad. Ello es debido a que, si su geometría es adecuada, soportan grandes cargas transversales y las transmiten a los apoyos extremos trabajando básicamente a compresión, con muy poco esfuerzo de flexión. Esto permite utilizar en su construcción material que no soportan bien la tracción, como el hormigón en masa o sencillamente ladrillos o bloques de piedra independientes, adosados unos a otros.

### 2.1.2 COORDENADAS DE EJES PARABÓLICOS

Los miembros curvos que se consideran son simétricos con ejes parabólicos. Las coordenadas de sus ejes se definen mediante la ecuación cuadrática:

$$y = 4 * f * \left(1 - \frac{x}{l}\right) * \frac{x}{l}$$

Donde

f: es la flecha del miembro curvo.

l: es la luz o claro del miembro curvo.

x y y : las coordenadas del eje con origen en el extremo izquierdo del mismo.

### 2.1.3 GEOMETRÍA DE LOS MIEMBROS CURVOS

Expresado en términos matemáticos, esto significa que los momentos de inercia de las secciones de un miembro en curva, con relación a su eje neutro, varían directamente con la secante de  $\varphi$ . Dicho en otras palabras, significa que el espesor de estos miembros varía desde la corona a las líneas de arranque, como una función del ángulo de inclinación de los ejes de los miembros a la horizontal, de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$d = d_0 * \sqrt[3]{\sec \varphi}$$

Donde

d = es el espesor del miembro curvo en la sección definida por el ángulo de inclinación  $\varphi$ .

$d_0$  = es el espesor del miembro curvo en la corona.

$\sec \varphi$  = es la secante del ángulo de inclinación del eje del miembro en la sección considerada.

En la mayoría de los arcos construidos se hacen de sección constante, esto sirve para facilitar la construcción y mayor control topográfico de la curvatura del arco.

## **2.2. MÉTODOS DE CÁLCULOS DE ARCOS**

Tanto en la viga de eje recto como en una de eje curvo, se ha comprobado, por experimentación, y verificando mediante una rigurosa solución usando la Teoría de la Elasticidad, que las secciones rectas inicialmente planas, se mantienen planas, al ser sometidas a fuerzas axiales y momentos flectores.

### **2.2.1 TEORÍA DE GRANDES DEFORMACIONES O TEORÍA DE LA ELASTICIDAD**

Tomando en cuenta la teoría de las grandes deformaciones planteada por Carlos Fernández Casado en su libro “Calculo de Arcos” de donde se tienen las siguientes referencias:

- Como las reacciones vienen definidas por seis valores diferentes, se precisan tres ecuaciones para complementar las tres de la estática. Se obtiene expresando que son nulas las deformaciones relativas – giro y desplazamiento según la cuerda y su perpendicularidad – de una extremidad con respecto a la otra.
- El análisis de arcos bi – empotrados, se realiza con el planteamiento del arco en voladizo, donde dejamos deformarse libremente por la actuación de fuerzas y causas exteriores, llevando después la extremidad libre a su posición verdadera mediante aplicación de las reacciones de sustentación correspondientes a dicha extremidad. Siguiendo este razonamiento, se calcula, por un lado, las deformaciones totales del voladizo debidas a las fuerzas y causas exteriores, y por otro, las debidas a la actuación de las reacciones,

supuestas acciones externas sobre el extremo virtualmente liberado. Después se establece las ecuaciones complementarias, igualando dos a dos dichas deformaciones.

### 2.2.2 FORMULACIÓN DE EQUILIBRIO DE FUERZAS

Este tipo de formulación está planteado en el libro “Pórticos y Arcos” de Leontovich y vienen dada de la siguiente manera:

❖ Carga vertical uniforme distribuida:

$$H_1 = H_2 = \frac{W * L}{8 * f}$$

$$V_1 = V_2 = \frac{W}{2}$$

Donde:

$$W = q * L$$

L.- longitud horizontal del arco

f.- flecha del arco

❖ Carga vertical concentrada sobre el arco:

$$H_1 = H_2 = \frac{15 * P * m^2 * n^2}{4 * L^3 * f}$$

$$V_1 = V_2 = P * \left(1 + \frac{2 * n}{L}\right) * \left(\frac{n}{L}\right)^2$$

$$M_1 = P * m * \left(\frac{5 * m}{2 * L} - 1\right) * \left(\frac{n}{L}\right)^2$$

$$M_2 = P * n * \left(\frac{5 * n}{2 * L} - 1\right) * \left(\frac{m}{L}\right)^2$$

Donde:

P.- carga concentrada

L.- longitud horizontal del arco

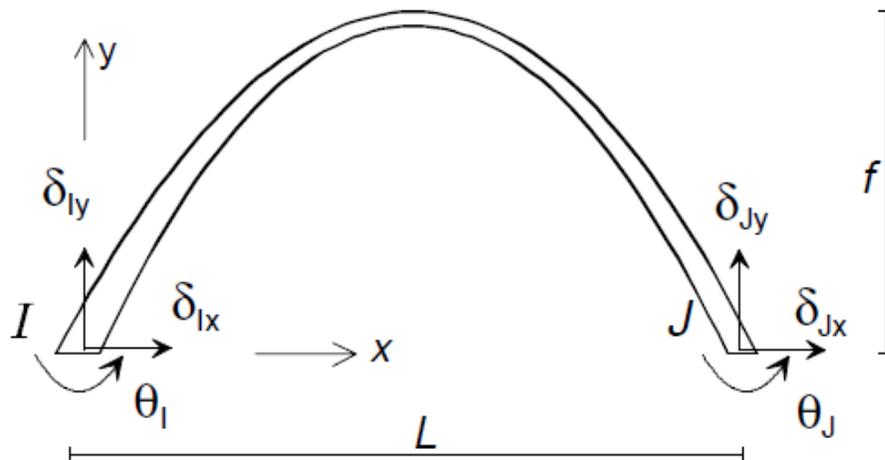
f.- flecha del arco

m.- distancia horizontal de apoyo (1) a la carga concentrada P

n.- distancia horizontal de la carga concentrada P al apoyo (2)

Una vez determinado estos valores, se facilita el cálculo de los esfuerzos sean los diagramas de “M”, “V” y “N”.

### 2.2.3 METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS



Los grados de libertad del elemento son los dos desplazamientos y el giro de cada nudo extremo. Se adopta un sistema de ejes local con origen en el nudo I y cuyo eje X pasa por el nudo J. Con este sistema de ejes, la ecuación de la directriz del arco es:

$$y = \frac{4f}{L^2} (Lx - x^2)$$

Los coeficientes de la matriz de flexibilidad en el nudo I tienen la expresión:

$$f_{11} = \int_0^L (-y)^2 \mu_0 dx = \frac{8}{15} \mu_0 L f^2$$

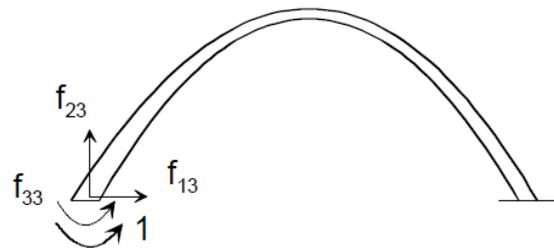
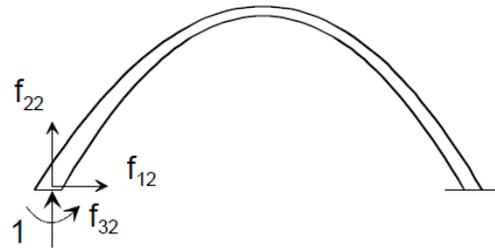
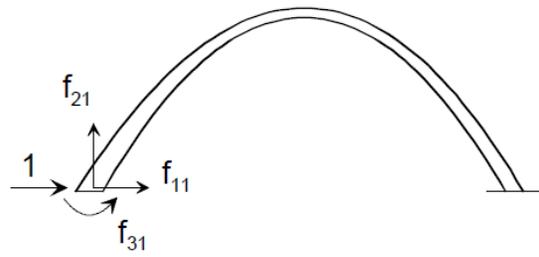
$$f_{21} = \int_0^L x(-y) \mu_0 dx = -\frac{1}{3} \mu_0 L^2 f$$

$$f_{31} = \int_0^L (-1)(-y) \mu_0 dx = \frac{2}{3} \mu_0 L f$$

$$f_{22} = \int_0^L x^2 \mu_0 dx = \frac{1}{3} \mu_0 L^3$$

$$f_{32} = \int_0^L (-1)x \mu_0 dx = -\frac{1}{2} \mu_0 L^2$$

$$f_{33} = \int_0^L (-1)^2 \mu_0 dx = \mu_0 L$$



La matriz de flexibilidad en el nudo I es:

$$\mathbf{f}_{II} = \mu_0 \begin{bmatrix} \frac{8Lf^2}{15} & -\frac{L^2 f}{3} & \frac{2Lf}{3} \\ -\frac{L^2 f}{3} & \frac{L^3}{3} & -\frac{L^2}{2} \\ \frac{2Lf}{3} & -\frac{L^2}{2} & L \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez directa del nudo I se obtiene invirtiendo la matriz de flexibilidad anterior.

$$\mathbf{K}_{II} = \mathbf{f}_{II}^{-1} = EI_0 \begin{bmatrix} \frac{45}{4Lf^2} & 0 & -\frac{15}{2Lf} \\ 0 & \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ -\frac{15}{2Lf} & \frac{6}{L^2} & \frac{9}{L} \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_{Ix} \\ \delta_{Iy} \\ \theta_I \end{matrix}$$

La matriz de rigidez cruzada entre el nudo I y el J se obtiene considerando que  $H=0$ .

$$\mathbf{K}_{JI} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & L & -1 \end{bmatrix} \mathbf{K}_{II} = EI_0 \begin{bmatrix} -\frac{45}{4Lf^2} & 0 & \frac{15}{2Lf} \\ 0 & -\frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ \frac{15}{2Lf} & \frac{6}{L^2} & -\frac{3}{L} \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_{Jx} \\ \delta_{Jy} \\ \theta_J \end{matrix}$$

Considerando la simetría del elemento, es más sencillo determinar la matriz de flexibilidad en el nudo J por simple inspección de la matriz correspondiente del nudo I, dado que las columnas de dichas matrices son las tres deformaciones en cada nudo al aplicarle una fuerza unitaria.

$$\mathbf{f}_{JJ} = \mu_0 \begin{bmatrix} \frac{8Lf^2}{15} & \frac{L^2 f}{3} & \frac{2Lf}{3} \\ \frac{L^2 f}{3} & \frac{L^3}{3} & \frac{L^2}{2} \\ \frac{2Lf}{3} & \frac{L^2}{2} & L \end{bmatrix}$$

Y la matriz de rigidez directa de este nudo es:

$$\mathbf{K}_{JJ} = \mathbf{f}_{JJ}^{-1} = EI_0 \begin{bmatrix} \frac{45}{4Lf^2} & 0 & -\frac{15}{2Lf} \\ 0 & \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ -\frac{15}{2Lf} & -\frac{6}{L^2} & \frac{9}{L} \end{bmatrix} \begin{matrix} \delta_{Jx} \\ \delta_{Jy} \\ \theta_J \end{matrix}$$

La matriz de rigidez cruzada entre J e I es la traspuesta de la  $\mathbf{K}_{JI}$  hallada antes.

Agrupando todas las matrices se obtiene la ecuación de equilibrio del elemento, que se muestra a continuación.

$$\begin{Bmatrix} P_{Ix} \\ P_{Iy} \\ M_I \\ P_{Jx} \\ P_{Jy} \\ M_J \end{Bmatrix} = EI_0 \begin{bmatrix} \frac{45}{4Lf^2} & 0 & -\frac{15}{2Lf} & -\frac{45}{4Lf^2} & 0 & \frac{15}{2Lf} \\ 0 & \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & 0 & -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ -\frac{15}{2Lf} & \frac{6}{L^2} & \frac{9}{L} & \frac{15}{2Lf} & -\frac{6}{L^2} & -\frac{3}{L} \\ \frac{45}{4Lf^2} & 0 & \frac{15}{2Lf} & \frac{45}{4Lf^2} & 0 & -\frac{15}{2Lf} \\ 0 & -\frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} & 0 & \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ \frac{15}{2Lf} & \frac{6}{L^2} & -\frac{3}{L} & -\frac{15}{2Lf} & -\frac{6}{L^2} & \frac{9}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{Ix} \\ \delta_{Iy} \\ \theta_I \\ \delta_{Jx} \\ \delta_{Jy} \\ \theta_J \end{Bmatrix}$$

Para resumir, se tiene que mencionar que el cálculo de esfuerzos o diagramas de M, V y N, fueron determinados mediante el uso del programa informático SAP 2000, esto para facilitar la determinación de todos los diagramas.

## 2.3 ESTUDIO SOBRE EL PANDEO DE LOS ARCOS

La inestabilidad en los arcos puede manifestarse principalmente de dos modos, el pandeo lateral y el pandeo en el plano vertical.

En este trabajo se realiza un estudio aproximado sobre el pandeo longitudinal o pandeo en el plano vertical, debido que cuando la sección del arco se fisura esto provoca a que los momentos flexionantes aumenten por la variación del eje neutro.

Al pasar de la barra recta al arco, las cosas se complican, pues en aquella el esfuerzo longitudinal que da origen al pandeo es independiente de la sollicitación de flexión de la pieza, mientras que en el arco la compresión longitudinal deriva de la sollicitación principal y viene directamente afectada por los momentos flectores complementarios de deformación.

### 2.3.1 FORMULACIÓN DEL PANDEO DE LOS ARCOS

- ❖ Según las Normativas de Carreteras como el MTC (PERU) y la Norma ASSTHO Americana recomiendan el siguiente tratamiento al pandeo de los arcos:

$$P_e = \frac{\pi^2 * E * I}{(k * lu)^2}$$

Donde:

Pe.- carga axial de pandeo del arco.

E.- modulo de elasticidad del arco.

lu.- longitud media de la curva del arco.

k.- constante q está en función de la flecha y longitud horizontal definida en el tabla 2-1.

Relación Flecha / Longitud	Arco Triarticulado	Arco Biarticulado	Arco Fijo
0,1 – 0,2	1,16	1,04	0,70
0,2 – 0,3	1,13	1,10	0,70
0,3 – 0,4	1,16	1,16	0,72

Tabla 2-1 (constante de pandeo)

- ❖ Análisis de Pandeo de Arcos del libro “Theory of Elastic Estabilty” de S. P. Thimoshenko y J. M. Gere .- Viene siendo más utilizado en Europa, más propiamente dicho en España; la cual se utiliza un cuadro de curvas diseñada a experimentos de arcos.

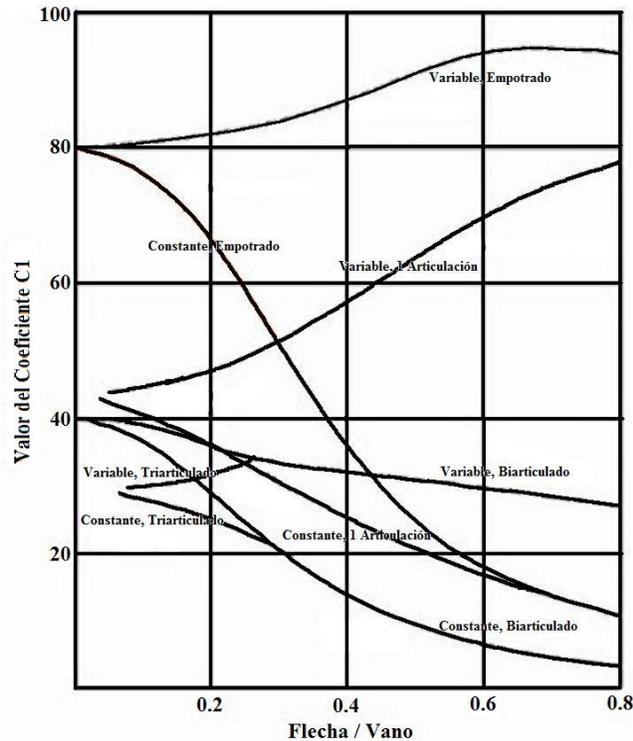


Figura N° 2-1 Coeficiente de pandeo de arco

Utilizando el cuadro se aplica las siguientes formulas que dan tanto el empuje crítico y carga vertical distribuida crítica sobre el arco:

$$H_{cr} = \frac{C_1 * E * I}{(L)^2} \quad C_2 = C_1 * 8 * \frac{f}{L} \quad Q_{cr} = \frac{C_2 * E * I}{(L)^3}$$

Donde:

H<sub>cr</sub>.- empuje crítico del arco.

Q<sub>cr</sub>.- carga vertical distribuida crítica sobre el arco.

f.- flecha del arco.

L.- longitud horizontal del arco.

E.- modulo de elasticidad.

I.- Inercia de la sección del arco.

## 2.4. FISURACIÓN EN ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO.

En todas las construcciones en las que interviene el hormigón y, por tanto, el cemento aparecen fisuras que pueden manifestarse al cabo de años, de semanas, o incluso, solamente, al cabo de algunas horas. La reducida resistencia a tracción del hormigón es la principal causa de la aparición de fisuras en las estructuras de hormigón armado, a lo que se ha sumado desde hace ya algunas décadas el uso de armaduras de alta resistencia. Una vez que se asume que la fisuración es un fenómeno casi inevitable en las estructuras de hormigón armado, sólo se trata de limitar la abertura de las fisuras por debajo de aquellos valores que supongan un riesgo de corrosión de las armaduras, afecten a la estanqueidad de la estructura en el caso de que ésta sea necesaria, puedan afectar a la estética de la construcción, y/o puedan crear incertidumbres en los usuarios sobre la seguridad de la estructura.

La posición de las fisuras en los elementos estructurales, su ancho, su espaciamiento, etc., pueden servir para indicar la causa o causas que las han motivado.

Existen dos tipos de fisuras en el hormigón:

- *Fisuras estructurales.* Son debidas al alargamiento de las armaduras o a las excesivas tensiones de tracción o compresión producidas en el hormigón endurecido por los esfuerzos derivados de la aplicación de las acciones exteriores o deformaciones impuestas. También se consideran como fisuras debidas a la acción de efectos mecánicos.

Las cuales son:  
Estado endurecido

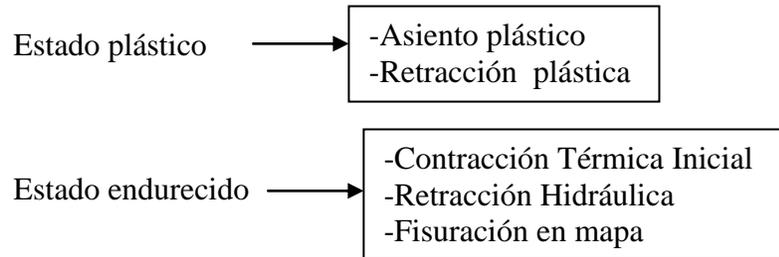


<ul style="list-style-type: none"> <li>-Fisuras debidas a flexión</li> <li>-Fisuras debidas a tracción</li> <li>-Fisuras por compresión</li> <li>-Fisuras por corte</li> <li>-Fisuras por torsión</li> </ul>
--

- *Fisuras no estructurales.* Son las producidas en el hormigón, bien durante su estado plástico, bien después de su endurecimiento, pero generadas por causas

intrínsecas, es decir debidas al comportamiento de sus materiales constituyentes.

Las fisuras no estructurales son las producidas por las siguientes causas:



Ambos tipos de fisuración son inherentes al hormigón armado y no es posible evitarlos; sino simplemente reducirlos a límites razonables. A continuación se resumen sus aspectos esenciales.

#### **2.4.1. FISURAS NO ESTRUCTURALES.**

##### **2.4.1.1. FISURACIÓN POR ASIENTO PLÁSTICO.**

Un aspecto esencial para la comprensión de los fenómenos que ocurren en el hormigón en su etapa plástica, desde el amasado al endurecimiento (unas ocho horas) es el fenómeno de exudación.

La exudación es el fenómeno consistente en el ascenso del agua de hormigón hacia la superficie de éste, a partir del momento del vertido y compactación. Éste debido a una tendencia a la clasificación de los componentes por densidades, debida a la acción de la gravedad, es decir es en cierto modo un proceso de sedimentación de los componentes.

Expuesto lo anterior, el asiento plástico es el experimentado por el hormigón cuando se produce la exudación, y es tanto más importante cuando éste se produce en las primeras 3 horas, variando este plazo por la temperatura.

El mecanismo esencial se indica en las figuras, (Fig. 2-1a, 2-1b) para el caso de una placa de cimentación de hormigón, a escala deformada en dirección vertical. La superficie libre, inmediatamente después de la compactación y alisado, será  $AB$ .

El proceso de exudación tiende a producir un asiento plástico  $\Delta$  igual en toda la superficie. Sin embargo si la barra  $\phi_1$  está firmemente colocada en su posición, el hormigón situado sobre ella, cuando empieza a tener rigidez pero casi nula resistencia se incurva y puede fisurarse. Un ejemplo particular por asiento plástico en la cabeza de pilar (Fig. 2-2). (J. CALAVERA, PATOLOGÍAS DEL HORMIGÓN TOMO II, Pág. 17)

### Fisuración por asentamiento plástico para el caso de una placa de cimentación de hormigón

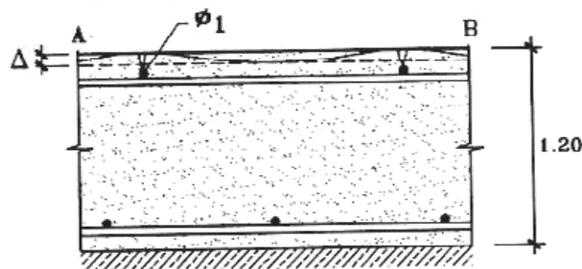


Figura 2-2a

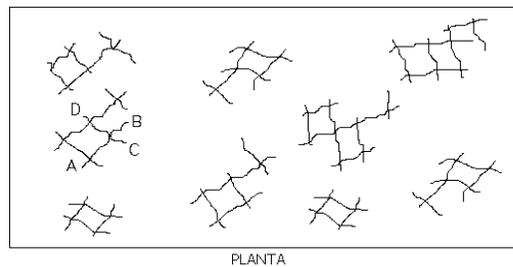


Figura 2-2b

Una vez aparecida una fisura como  $AB$ , las tensiones en esa dirección en esa zona quedan liberadas y las de la dirección ortogonal tiene tendencia a producir otra perpendicular como  $CD$ . Por esta fisuración recuerda la piel de cocodrilo. Fisuras de pequeño ancho (0.15 a 0.3 mm.), amplias y poco profundas

### Fisuración por asentamiento plástico en cabeza de pilar

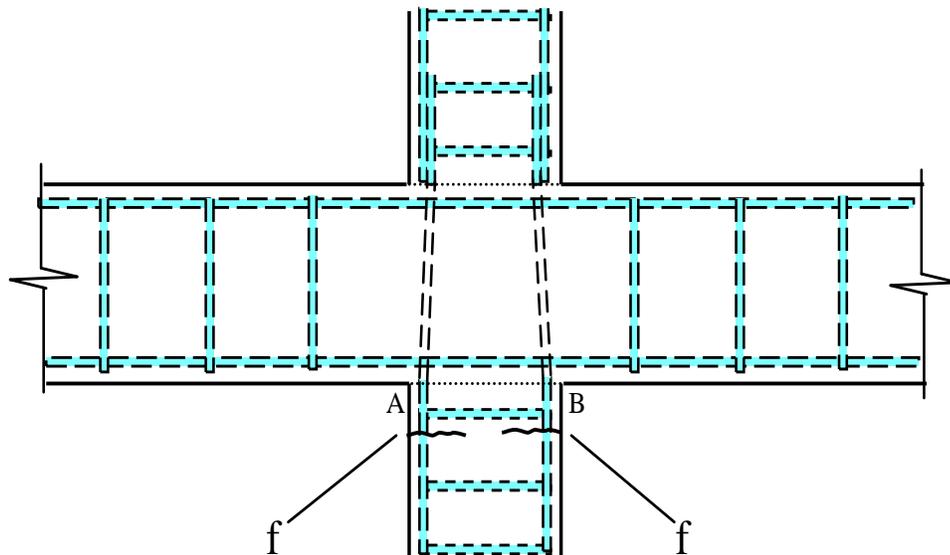


Figura 2-3

#### 1. CARACTERÍSTICAS (Figura 2-3)

- 1.1. Fisura que aparece generalmente a nivel ligeramente inferior al de un estribo en la cabeza del pilar (AB es la junta de construcción).
- 1.2. Fisura de ancho apreciable (0.2 a 0.4mm) y generalmente de poca profundidad.
- 1.3. Aparecen antes de tres horas de vertido el hormigón, pero no son observables debido al encofrado del pilar, hasta que se procede al desencofrado.
- 1.4. Están formados por la coacción que los estribos producen al asiento plástico del hormigón situado sobre ellos. El hormigón del núcleo y el situado bajo el estribo descienden libremente.
- 1.5. Se producen en cabeza, donde el hormigón tiene una mayor relación agua/cemento por el vibrado y no hay peso de hormigón fresco encima en ese momento.

#### 2. CAUSAS (Figura 2-3)

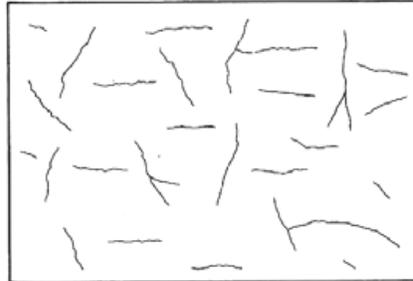
- 2.1. Exceso de exudación.
- 2.2. Hormigonado con altas temperaturas ambiente y/o viento.
- 2.3. Exceso de relación A/C
- 2.4. Cemento inadecuado.
- 2.5. Empleo incorrecto de retardadores.
- 2.6. Exceso de finos en la arena
- 2.7. Armadura con poco recubrimiento.

#### 2.4.1.2 FISURACIÓN POR RETRACCIÓN PLÁSTICA.

Se produce fundamentalmente entre la primera hora y las seis horas a partir de la colocación, y sus daños son frecuentes en elementos superficiales como losa, forjados, muros, etc., especialmente cuando la evaporación del agua exudada es más rápida que la velocidad de acudida de la masa interna a la superficie, frenada por la acción capilar en los poros del hormigón. Es una situación típica en el hormigonado con

viento en climas secos en época calurosa. El riesgo se agrava fuertemente si el curado es deficiente.

En la (Fig.2-4) muestran ejemplos típicos de una fisura por retracción plástica. (J. CALAVERA, PATOLOGÍAS DEL HORMIGÓN TOMO II, Pág.24)



PLANTA  
Figura 2-4

#### 1. CARACTERÍSTICAS (Figura 2-4)

- 1.1. Fisura de ancho apreciable (0.2 a 0.4mm) y generalmente de poca profundidad.
- 1.2. Aparecen en unas seis de vertido el hormigón.
- 1.3. Con frecuencia, las direcciones predominantes coinciden con la menor cuantía de armadura, dirección del viento durante la puesta en obra, variación de espesor, etc.

#### 2. CAUSAS (Figura 2-4)

- 2.1. Evaporación muy rápida del agua en la superficie.
- 2.2. Velocidad lenta de exudación.
- 2.3. Exceso de relación A/C
- 2.4. Cemento inadecuado.
- 2.5. Empleo incorrecto de retardadores.
- 2.6. Exceso de finos en la arena
- 2.7. Hormigonado con altas temperaturas ambientes y/o viento.
- 2.8. Curado incorrecto.

### 2.4.1.3. FISURACIÓN POR CONTRACCIÓN TÉRMICA INICIAL.

Está producida por el calor de hidratación derivado de la reacción de hidratación de cemento. En condiciones normales, la pieza no disipa calor a suficiente velocidad y alcanza temperaturas más altas que el ambiente ver (Fig. 2-5). (J. CALAVERA, PATOLOGÍAS DEL HORMIGÓN TOMO II, Pág. 25)

En el estudio de los efectos de las condiciones climáticas vemos la influencia que el calor generado en la hidratación del cemento puede tener en la formación de fisuras debido principalmente a la baja conductividad del hormigón que hace que exista un gradiente térmico entre el interior de la masa y las superficies, dando lugar a un enfriamiento de las capas externas y consecuentemente contracciones de las mismas,

mientras el núcleo está aún caliente y dilatado. En general siempre que la diferencia entre la temperatura ambiente y la del núcleo sea superior a 20° C es de esperar que se produzcan fisuras. (MANUEL FERNÁNDEZ CANOVAS, PATOLOGÍA Y TERAPÉUTICA DEL HORMIGÓN ARMADO).

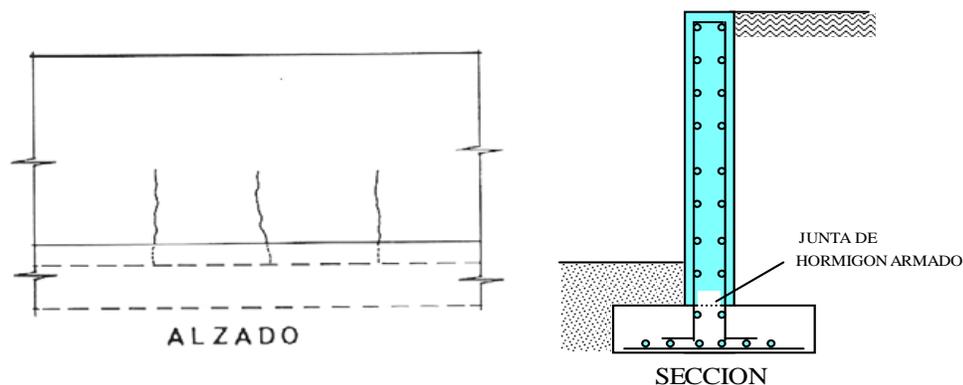


Figura 2-5

#### 1. CARACTERÍSTICAS (Figura 2-5)

- 1.1. Fisura de ancho apreciable (0.15 a 0.3mm). y generalmente de poca profundidad.
- 1.2. Aparecen generalmente entre un día y una semana a partir del vertido del hormigón.
- 1.3. Fisuras normalmente paralelas
- 1.4. Suelen aparecer en elementos de espesor considerable.

#### 2. CAUSAS (Figura 2-5)

- 2.1. Enfriamiento demasiado rápido. Temperaturas altas (debidas a la lenta disipación del calor de hidratación), respecto a la temperatura ambiente. El acortamiento está impedido por el núcleo más caliente de la pieza o por coacciones externas, como el cimientó previamente hormigonado
- 2.2. Cemento inadecuado.
- 2.3. Cuantías insuficiente de acero.

#### 2.4.1.4. FISURACIÓN POR RETRACCIÓN HIDRÁULICA.

El fenómeno consiste en la disminución de volumen que experimenta el hormigón endurecido, cuando está expuesto al aire con humedad no saturada. Es debido simultáneamente a reacciones químicas y a la reducción de humedad. Ver (Fig. 2-6)

La retracción hidráulica crece con la relación agua/cemento, con el contenido del cemento y con la sequedad ambiente. Crece también con la relación superficie/volumen de la pieza, que suele expresarse por el espesor ficticio  $h = 2A_c/U$ . donde  $A_c$  es el área de la sección transversal y  $U$  el perímetro en contacto con la atmósfera.

Por supuesto que la armadura adecuadamente dispuesta controla la separación y ancho de las posibles fisuras.

La fisuración debida a la retracción hidráulica se produce entre 15 días y un año. Suelen ser fisuras finas, pero que afectan en profundidad a la pieza y por tanto su trascendencia estructural debe ser estudiada en cada caso

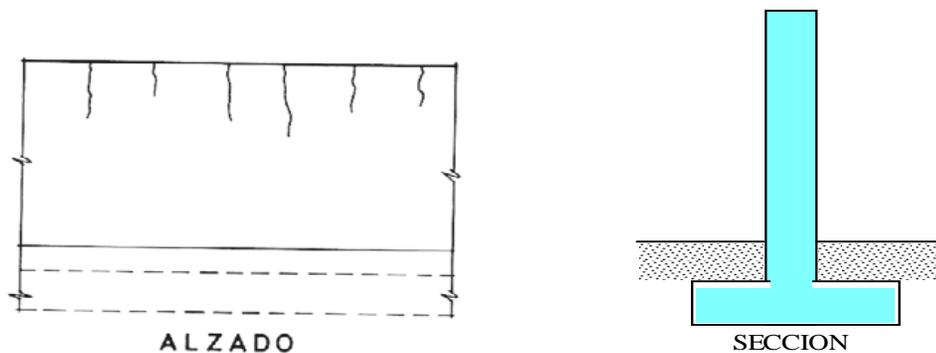


Figura 2-6

Fisuración por retracción hidráulica en la coronación del muro

**1. CARACTERÍSTICAS (Figura 2-6)**

- 1.1. Fisura de ancho pequeño (0.05 a 0.3mm).
- 1.2. Aparecen entre algunas semanas o meses después del endurecimiento del hormigón.
- 1.3. Fisuras con máxima abertura en coronamiento y ancho decreciente al descender. Frecuentemente se cierran antes de llegar al cimiento.
- 1.4. Secuencia de separación generalmente constante.

**2. CAUSAS (Figura 2-6)**

- 2.1. Excesos de finos en la arena.
- 2.2. Insuficiente armadura de retracción y temperatura. Ausencia de dos redondo especiales  $\phi 1$  en coronación.
- 2.3. Curado inadecuado.

**2.4.1.5. FISURACIÓN EN MAPA.**

El esquema de este tipo de fisuración se indica en (Fig. 2-7). Es una fisuración que afecta superficialmente a la pieza de hormigón y que suele aparecer entre 1 y 15 días a partir del vertido. La profundidad llega rara vez al centímetro, y por lo tanto tiene poca trascendencia estructural. (J. CALAVERA, PATOLOGÍAS DEL HORMIGÓN TOMO II, Pág.41).

Su origen está en las tensiones superficiales motivadas por un alto contenido de humedad, sobre todo cuando el gradiente de humedad en sentido normal a la superficie es muy fuerte. Puede darse en superficies encofradas con encofrados de poca permeabilidad, y especialmente en superficies fratasadas (frotachadas), llaneadas, etc. Las épocas más críticas para este tipo de fisuras son las de baja humedad relativa.

### Fisuración en mapa en muros y losas

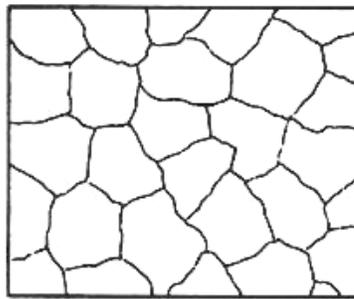


Figura 2-7

#### 1. CARACTERÍSTICAS (Figura 2-7)

- 1.1. Fisura de ancho pequeño (0.05 a 0.2mm).
- 1.2. Distribución anárquica.
- 1.3. Escasa profundidad.
- 1.4. Generalmente aparecen entre un día y una semana a partir del vertido del hormigón.

#### 2. CAUSAS (Figura 2-7)

- 2.1. Encofrado excesivamente impermeables.
- 2.2. Contenido excesivo de cemento.
- 2.3. Curado deficiente.
- 2.4. Llaneado o fratasado excesivo.

Dentro de las fisuras *no estructurales* ocurridas en estado endurecido del hormigón se deben incluir aquellas debidas al incremento de volumen de las armaduras producido por su oxidación.

En efecto, la escasa protección física y/o química de las armaduras (por falta de recubrimiento, elevada porosidad, bajo contenido en cemento, etc.) conlleva a la corrosión directa de éstas, produciéndose el consiguiente aumento de volumen de las barras que ejercerá una presión sobre el hormigón circundante hasta llegar a fisurarlo.

Dichas fisuras son, por tanto, paralelas a la dirección de las barras. En la (Fig. 2-8), se muestra un ejemplo de este grupo de fisuras. (ENRIQUE CALDERÓN BELLO, ESTUDIO EXPERIMENTAL DE PIEZAS EN HORMIGÓN).

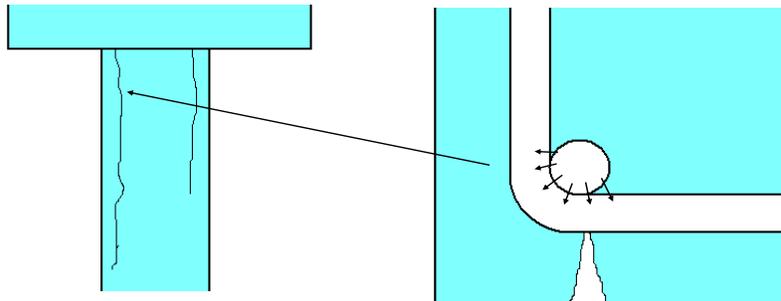


Figura 2-8

Fisura por corrosión en una  
Cabeza de pilar

Detalle de la sección  
fisurada

Dado que la fisuración es un fenómeno inherente al hormigón estructural, se debe limitar el ancho de las fisuras para evitar, fundamentalmente, tres tipos de riesgo:

**a) Riesgo de corrosión de las armaduras.** Las fisuras se convierten en la vía más rápida de acceso de los agentes agresivos a las armaduras, produciendo no sólo un riesgo de oxidación localizado en la posición de la fisura sino también en las proximidades, dado que la fisura produce la rotura de la adherencia de las armaduras y un ligero despegue del recubrimiento en dichas zonas que quedan desprotegidas (véase la Fig.2-9).

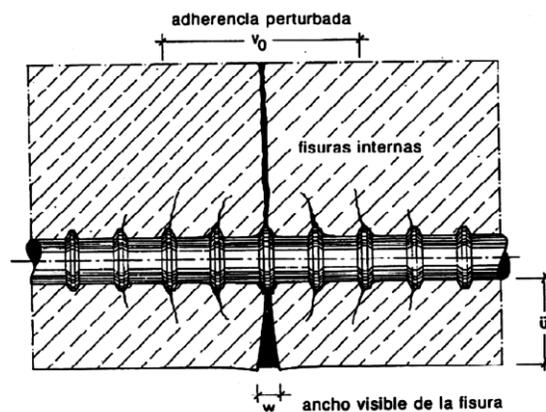


Figura 2-9 Pérdida de adherencia en la proximidad de las fisuras

Diversas investigaciones han tratado la influencia de la fisuración sobre el riesgo de corrosión. De dichas investigaciones se deduce que la fisuración tiene importancia en la iniciación de la oxidación y en la rotura de la capa de pasivación. Tras la despasivación, en anchos hasta 0,4 mm. (que es el máximo valor de la mayoría de las fisuras en las estructuras de hormigón), el ancho de fisura tiene poca importancia en la velocidad de corrosión, jugando la reducción del recubrimiento de las armaduras un papel más importante.

**b) Riesgo estético.** Dado que es evidente que las fisuras pueden afectar a la calidad estética del hormigón, sobre todo en edificios públicos de prestigio o en edificios monumentales.

**c) Riesgo psicológico.** La presencia de fisuras en estructuras puede inducir al usuario una falsa sensación de inseguridad y/o de peligro de hundimiento. Este aspecto en relación con la apreciación de fisuras por parte del observador.

El control de las fisuras *no estructurales* debe abordarse definiendo adecuadamente la dosificación, fabricación, puesta en obra, y curado del hormigón, mientras que el control de las fisuras *estructurales* puede llevarse a cabo con el correcto diseño de la estructura.

## **2.4.2. FISURAS ESTRUCTURALES.**

### **2.4.2.1. FISURAS DEBIDAS A FLEXIÓN.**

Las fisuras a flexión son las más conocidas y frecuentes en hormigón armado pudiendo presentar diferentes formas según correspondan a flexión pura, o flexión combinada con esfuerzo cortante.

En flexión simple las fibras tendidas se pueden considerar sometidas a un esfuerzo de tracción simple cuya intensidad va disminuyendo conforme la fibra considerada se va acercando a la fibra neutra. Estas fisuras aparecen, por tanto en las proximidades de las armaduras sometidas a tracción y progresan verticalmente buscando la línea neutra, a la vez que su anchura va disminuyendo, para al final incurvarse buscando el

punto de aplicación de las cargas y desapareciendo en la zona de compresión (Fig.2-10).

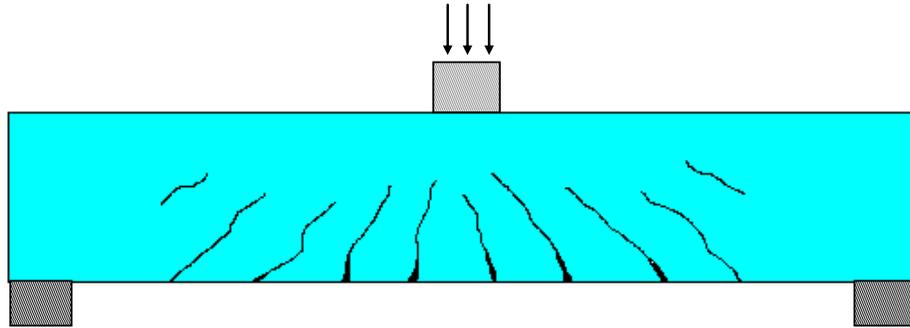


Figura 2-10

Fisuras de flexión simple

Si la flexión es compuesta, es muy posible que sea la fibra más comprimida la que primero sufra la fisuración (Fig. 2-11).

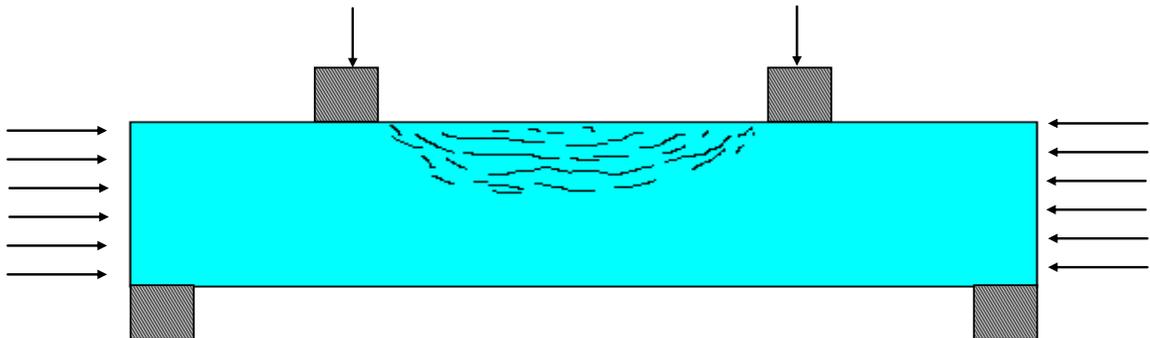


Figura 2-11

Fisuras de flexión compuesta

Las fisuras de flexión avisan con tiempo no siendo, por tanto el índice de un peligro inminente y dando tiempo por consiguiente, para tomar medidas sobre las causas que las han motivado, pudiendo darse el caso que si la armadura de tracción no ha sido superado su límite elástico las fisuras se cierran y desaparezan al cesar la causa que las produjo.

#### 2.4.2.2. FISURAS DEBIDAS A TRACCIÓN.

Las fisuras producidas por la acción de de esfuerzos de tracción axial presentan superficies perpendiculares a la dirección de esfuerzos (Fig. 2-12).

Las fisuras de tracción son poco frecuentes en el hormigón armado por impedir las armaduras, sin embargo, cuando las deformaciones de estas son importantes pueden aparecer coincidiendo, en general con el lugar donde están colocados los estribos. Las fisuras de tracción aparecen de forma súbita.

#### 2.4.2.3. FISURAS DEBIDAS A COMPRESIÓN.

El hormigón sometido a compresión simple puede fisurarse si el valor del esfuerzo es suficiente para agrietarlo. Las fisuras de compresión son paralelas a la dirección del esfuerzo (Fig. 2-13). La separación entre ellas es muy variable y su trazado es irregular debido a la heterogeneidad del hormigón, y así las fisuras a veces dejan de ser paralelas cortándose según ángulos agudos. Hay que tener en cuenta que el módulo de rotura de los áridos gruesos pueden ser diferente al de la pasta de cemento y mortero estando, a veces, con éstos en la relación de 10 a 1, con lo cual al ejercer el esfuerzo de compresión el mortero tiende a deformarse diez veces más que los áridos gruesos dando lugar a superficies de cizallamiento paralelas a la dirección del esfuerzo, pero, desplazadas por la presencia de los áridos.

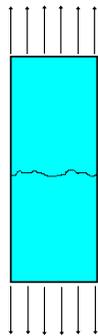


Figura 2-12

Rotura tracción

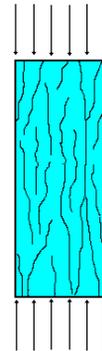


Figura 2-13

Rotura por compresión simple

Las piezas muy esbeltas sometidas a compresión pueden presentar fisuras muy peligrosas en la parte central de las mismas y sólo en una de sus caras. Estas fisuras que suelen ser finas y estar juntas, pueden ser un índice bastante claro de la iniciación de un fenómeno de pandeo.

En los pilares la aparición de fisuras de compresión es muy peligrosa siendo síntoma precursor de hundimiento inmediato de la zona afectada.

Hay que tener en cuenta una diferencia fundamental entre las fisuras de tracción y las de compresión y es que mientras aquellas aparecen repentinamente, las de compresión empiezan a hacerse visibles con esfuerzos inferiores a los de rotura y van aumentando de forma continua.

#### 2.4.2.4. FISURAS DEBIDAS A CORTE.

En el caso de esfuerzo cortante simple, como la resistencia a tracción es mucho menor que la de compresión, las fisuras serán perpendiculares a la tensión en tracción (Fig. 2-14).

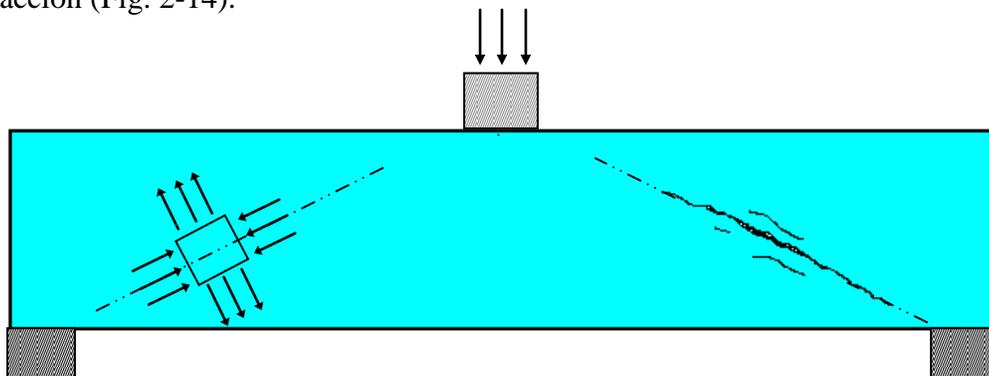


Figura 2-14

Fisuras de cortante

Las fisuras de cortante suelen aparecer en el alma de las vigas progresando hacia las armaduras para llegar finalmente hasta los puntos de aplicación de las cargas con lo cual dividirán las piezas en dos partes.

Su inclinación sigue el antifunicular de las cargas que actúan sobre la pieza, fisurando el hormigón si éste no dispone de armadura suficiente para absorber las tracciones producidas. Las fisuras de cortante se generan en un proceso rápido de ahí su peligrosidad.

La normativa internacional establece diversas formas de control de la abertura de fisura, de forma directa e indirecta, fijando unos valores máximos que no deben ser superados. Dichos valores máximos varían con la clase de exposición a la que se encuentra sometida la estructura para tener en cuenta el posible riesgo de corrosión de las armaduras.

La presente investigación está enfocada en la fisuración debida a la respuesta estructural, y específicamente debidas a la respuesta de la estructura a esfuerzos de flexión y tracción.

La determinación de la anchura previsible de fisuras en una estructura es un problema complejo y de naturaleza aleatoria, por lo que los cálculos nunca son precisos, teniendo un valor meramente orientativo. En el punto siguiente se exponen los principios teóricos en los que se basan los procedimientos prácticos para la estimación de la abertura de fisuras.

## **2.5. INVESTIGACIÓN REALIZADA SOBRE RESPUESTA ESTRUCTURAL.**

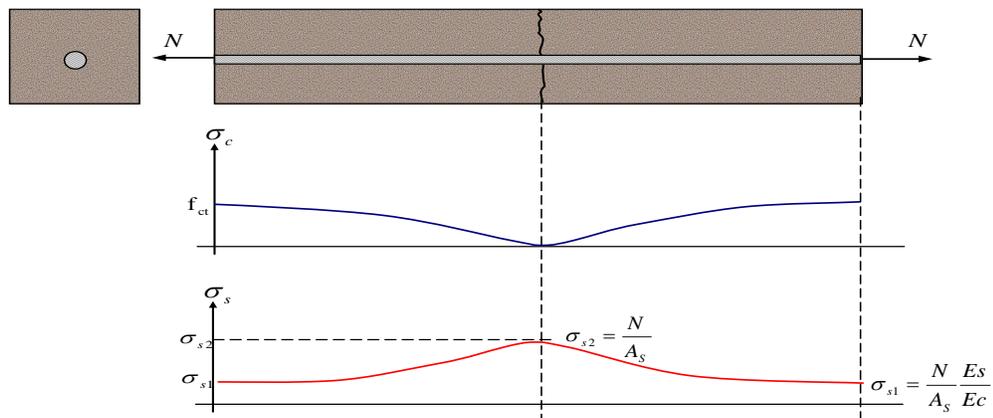
La teoría clásica enunciada en 1936 por R. SALIGER sobre la fisuración en elementos de hormigón armado hasta hoy, han sido propuestas diversas teorías y fórmulas para la estimación de la abertura de fisuras. Dichas teorías si bien en algunos casos difieren en hipótesis y consideraciones, parten en general de unos principios básicos ya establecidos por la teoría clásica.

### 2.5.1. TEORÍA CLÁSICA DE FISURACIÓN.

Este mecanismo se supone una distribución uniforme de esfuerzos de tensión en un área efectiva de concreto y una cierta distribución de esfuerzos de adherencia a lo largo del refuerzo.

A continuación se expone de forma simplificada el comportamiento de una pieza sometida a tracción, de acuerdo con los principios básicos de la teoría clásica:

- Sea un prisma de hormigón armado con una barra corrugada baricéntrica y libre de tensiones propias.
- Inicialmente el esfuerzo de tracción será soportado por la sección conjunta de hormigón-acero. En el momento en el que se alcance la tensión “N” de fisuración del hormigón, se formará la primera fisura, esto ocurre en las secciones más débiles del elemento. A partir de ese instante, las tracciones que antes se repartían entre el acero y el hormigón, se transmitirán ahora únicamente por el acero que cose la fisura. Con ello, la barra experimentará un aumento brusco de tensión y el alargamiento consiguiente, al que se opone la adherencia entre ambos materiales. Por este mecanismo, la tensión en el hormigón, que es nula junto a la fisura, va aumentando a medida que nos alejamos de ella, en tanto que la del acero disminuye.
- En la (Fig.2-14) se muestra el estado tensional del hormigón y del acero al producirse la primera fisura.



- A una cierta distancia “ $s_{min}$ ” de la primera fisura, la tensión en el hormigón alcanzará de nuevo, al crecer la carga, la tensión de fisuración, produciéndose una nueva fisura (Fig. 2-15). Cabe señalar que, en el caso de que hubiese existido antes una fisura separada de la primera menos de “ $2s_{min}$ ” la segunda fisura no se habría formado, ya que habría llegado a ese punto, partiendo de ambas fisuras, con tensión inferior a la de fisuración del hormigón. Por este motivo, las fisuras en una pieza de hormigón armado sometida a esfuerzos de tracción y/o flexión, presentan teóricamente separaciones comprendidas entre “ $s_{min}$ ” y “ $2s_{min}$ ”, con un promedio de  $1.5 s_{min}$ . (Fig. 2-16).

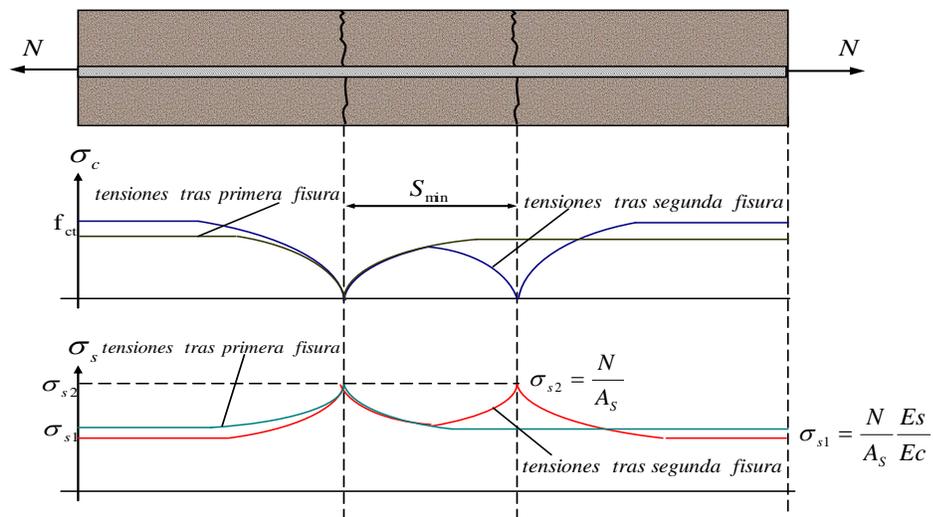


Figura 2-15

intervalo de formación de la segunda

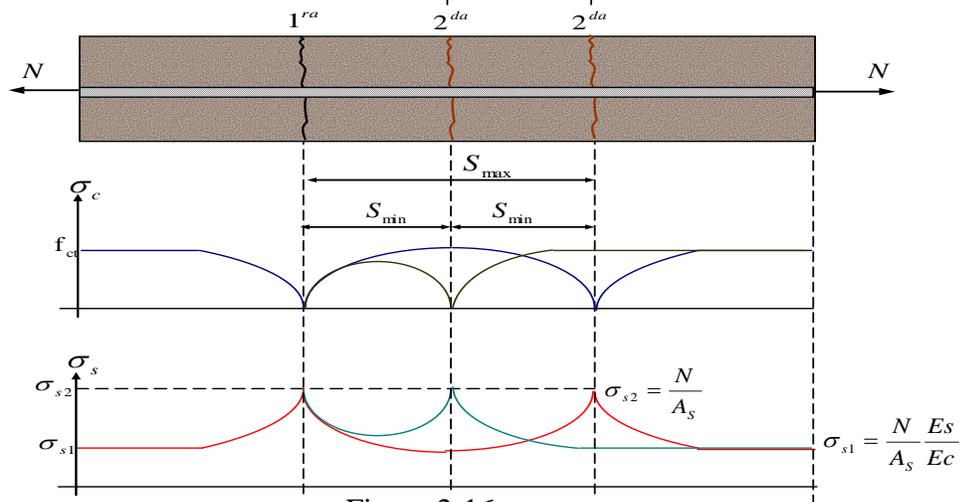


Figura 2-16

- Cuando se alcance el esquema estable de fisuración de la pieza, las fisuras progresarán en anchura según aumente la carga, y por lo tanto, la tensión del acero.
- Para estado de cargas determinado se podrá estimar la abertura media de las fisuras “ $w_m$ ” mediante la siguiente expresión.

$$w_m = s_m (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

Donde:

$s_m$ = separación media entre fisuras

$\varepsilon_{sm}$ = alargamiento medio del acero

$\varepsilon_{cm}$ =alargamiento medio del hormigón, que normalmente suele despreciarse en comparación con el del acero.

La variabilidad en fabricación y métodos de curado pueden incrementar más esta dispersión natural en la separación de fisuras.

El valor de  $s_{min}$  puede calcularse igualando la resistencia en tensión del elemento de concreto con la fuerza de tensión transferida por adherencia.

El ancho de fisura,  $w$ , es igual a la elongación del acero entre dos fisuras menos la elongación del concreto. De acuerdo a la explicación anterior sobre la determinación del ancho medio de fisura, ecuación anterior se obtiene bajo el mismo principio la ecuación para determinar el ancho de fisura mínima. Pero generalmente nos interesa conocer el ancho máximo de fisuras,  $w_{max}$ , en vez del ancho mínimo,  $w_{min}$ .

Teniendo en cuenta que  $s_{max} = 2s_{min}$ , se obtiene:

$$s_{max} = \frac{f_t * d_b}{2 * \gamma * \mu * \rho}$$

$$w_{max} = \frac{f_t * d_b * f_s}{2 * \gamma * \mu * \rho * E_s}$$

Donde:

$f_t$  = Resistencia en tensión del concreto

$\gamma$  = Factor que depende de la distribución de esfuerzos de adherencia.

$\mu$  = Esfuerzo máximo de adherencia

$\rho$  = cuantía de refuerzo

$d_b$  = Diámetro de la barra de refuerzo.

$E_s$  = Módulo de elasticidad del acero de refuerzo.

$f_s$  = Resistencia en tensión del acero de refuerzo.

### 2.5.2. TEORÍA DE SALIGER.

Se basa en los principios antes expuestos, añadiendo las siguientes condiciones:

- Las secciones se mantienen planas en el hormigón tras la fisuración.
- No se mantiene la compatibilidad de deformaciones entre el acero y el hormigón en las proximidades de las fisuras debido al deslizamiento relativo de la armadura desde el inicio de la fisuración. Se produce por tanto el fallo por deslizamiento de la armadura en cada fisura.
- La distribución de tensiones tangenciales a lo largo de las armaduras es función de la tensión tangencial de agotamiento del hormigón.

A través de estas consideraciones se establecen las siguientes relaciones:

$$S_o = k_1 \cdot \frac{\phi \cdot f_t}{\rho \cdot \tau_{ult}}$$

Donde:

- So = Separación mínima de fisuras en el hormigón
- $\phi$  = el diámetro de las armaduras
- $\rho$  = la cuantía geométrica de acero
- $f_t$  = la resistencia a tracción del hormigón
- $\tau_{ult}$  = la resistencia tangencial última del hormigón.
- $k_1$  = constante que depende de la distribución de las tensiones tangenciales a lo largo de la barra.

Por lo tanto, teniendo en cuenta que  $w_m = s_m (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$ , entonces:

$$w_m = k * \frac{\phi}{\rho} * \epsilon_m$$

Siendo K una constante experimental.

### 2.5.3. TEORÍA DE LA ASOCIACIÓN DEL CEMENTO Y EL HORMIGÓN.

Esta teoría fue desarrollada en la década de los sesenta por la Asociación del Cemento y el Hormigón, parte de unas hipótesis opuestas a las de SALIGER:

- Las secciones no se mantienen planas en el hormigón tras la fisuración.
- En el instante de la fisuración no se produce el agotamiento de las tensiones tangenciales en el hormigón, y por ello no se produce el deslizamiento de las armaduras.
- La estimación de la separación mínima de fisuras viene determinada por el recubrimiento de las armaduras “c”, asumiendo que la distribución de tensiones tangenciales es como la indicada en la (Fig. 2-17)

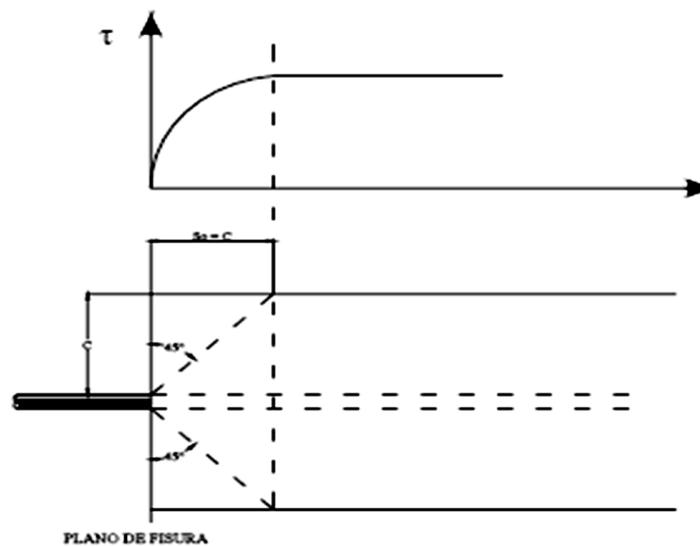


Figura 2-17 Distribución de tensiones tangenciales

Estas consideraciones conducen a la siguiente relación:

$$w = K * c * \varepsilon$$

Esta estimación de la abertura de fisura resulta ser más adecuada para vigas que la propuesta por SALIGER.

#### 2.5.4. TEORÍA DE FISURACIÓN PROPUESTO POR BROMS. B.

Este mecanismo está basado en el estado interno de esfuerzos en el hormigón.

Por la dificultad que existe en la determinación de los esfuerzos en el hormigón se han hecho análisis basados en la Teoría de Elasticidad, en los que se supone que la fuerza de tensión actúa distribuida linealmente en la superficie de la fisura y al nivel de acero de refuerzo (Fig. 2-18).

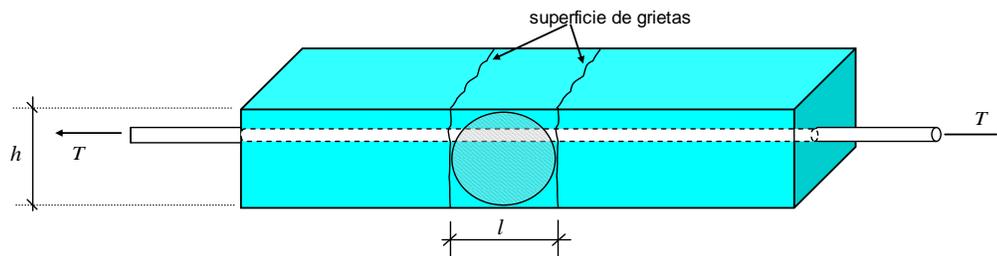


Figura 2-18

Redistribución de esfuerzos por efecto de agrietamiento

Estos análisis elásticos indican que al formar la primera fisura ocurre una redistribución de esfuerzos en el hormigón, por lo que los esfuerzos ya no son uniformes en la sección transversal. Como se supone en el mecanismo elástico de fisuración.

Los resultados de análisis señalan que dentro del círculo inscrito entre la superficie de dos fisuras existen esfuerzos de tensión elevados y que los esfuerzos fuera del círculo son pequeños, ya sea de tensión o compresión. (Fig. 2-19).

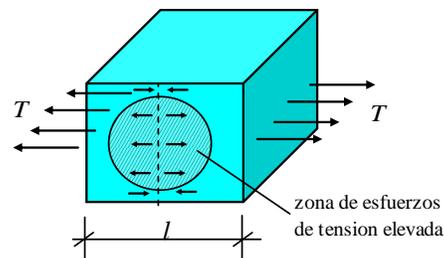


Figura 2-19 Zona de esfuerzos de tensión elevada

Basándose en lo anterior “Broms” propuso este mecanismo según el cual la fisura se desarrolla únicamente en la zona de esfuerzos de tensión elevados. Esta zona depende de la relación  $l/h$ . (Fig. 2-18).

- Si  $\frac{l}{h} < 1$  El círculo inscrito no alcanza a cortar la cara superior del espécimen, y por consiguiente la fisura **no** es visible en el exterior.
- Si  $\frac{l}{h} > 1$  El círculo corta la cara superior y la fisura se desarrolla hasta el exterior.

Idealización del desarrollo y orden de aparición de fisuras en un espécimen sujeto tensión.

- La fisura 1 se forma en una sección localizada al azar donde los esfuerzos de tensión exceden la resistencia del hormigón.
- Después de la aparición de esta fisura se redistribuyen los esfuerzos en el hormigón y las zonas de esfuerzos elevados de tensión son las que quedan en los círculos inscritos entre la fisura y los extremos del espécimen, como en este caso se muestra los esfuerzos a lado derecho de la fisura 1 (Fig. 2-20)

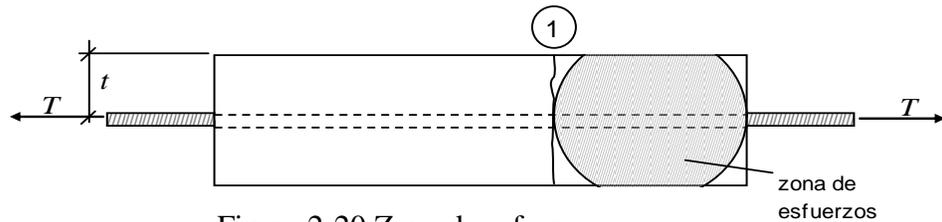


Figura 2-20 Zona de esfuerzos

- Las fisuras 2 se forman aproximadamente al centro del círculo inscrito. Pero como la predistribución de esfuerzos se encuentra a ambos lados de la fisura 1, y como los círculos alcanzan a cortar las caras laterales del espécimen las fisuras se prolongan hasta el exterior de dichas caras, entonces las fisuras son visibles al exterior. (Fig. 2-21).

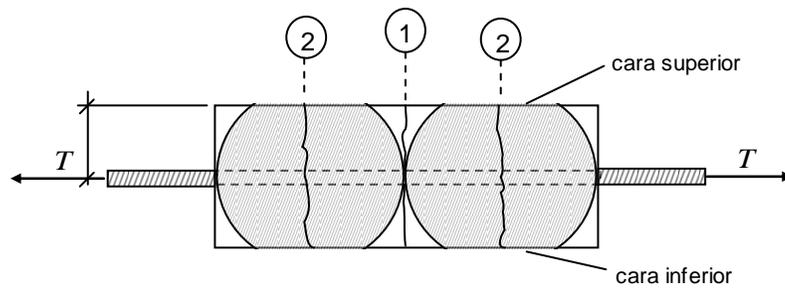


Figura 2-21 Predistribución de esfuerzos en ambos lados de la fisura

- Al formarse la fisura 2 ocurre una nueva redistribución de esfuerzos, elevados de tensión que se localizan nuevamente dentro de los círculos inscritos entre la fisura 1 y la fisura 2, y entre los extremos del espécimen del hormigón. Por lo tanto la fisura 3 se forman aproximadamente al centro de los nuevos círculos inscritos, pero como éstos no alcanzan las caras laterales del espécimen las fisuras no son visibles en el exterior. (Fig. 2-22).

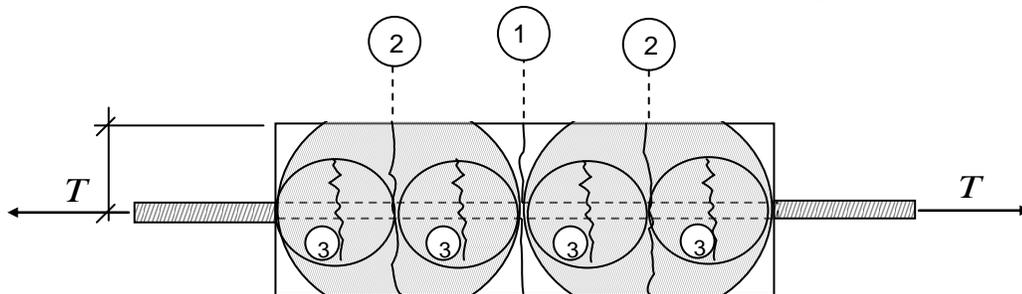


Figura 2-22 Agrietamiento de un elemento sujeto a tensión según el mecanismo propuesto por Broms

- El proceso de fisuración continúa en la forma descrita, hasta que la separación de las fisuras es tal que la resistencia del hormigón no puede desarrollarse por adherencia entre fisuras consecutivas.

La separación de fisuras, según este mecanismo de fisuración varía de " $t$  a  $2t$ ", donde " $t$ " es el recubrimiento del hormigón medio desde el eje longitudinal de la varilla. (Fig.2-23).

- El valor de “ $2t$ ” ocurre cuando los círculos inscritos son tangentes a las caras laterales.
- El valor de “ $t$ ” ocurre cuando los círculos intersectan ligeramente dichas caras.

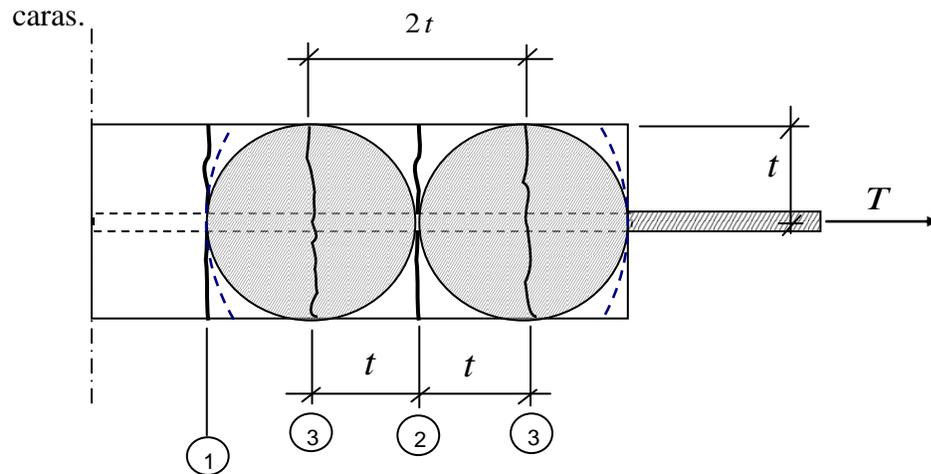


Figura 2-23 Separación de fisuras según el mecanismo propuesto por Bross.

La separación de las fisuras está sujeta a una gran variabilidad igual que el mecanismo clásico.

De acuerdo al mecanismo de fisuración descrito por Bross la separación y en el ancho de fisuras se describe de la siguiente manera.

Separación de fisuras:

$$a_{\max} = 2t \quad a_{\min} = t \quad a_{prom} = 1,5t$$

Ancho de las fisuras:

$$w_{\max} = \varepsilon_s * a_{\max} \Rightarrow w_{\max} = \varepsilon_s * 2t$$

$$w_{\min} = \varepsilon_s * a_{\min} \Rightarrow w_{\min} = \varepsilon_s * t$$

$$w_{prom} = \varepsilon_s * a_{prom} \Rightarrow w_{prom} = \varepsilon_s * (1.5t)$$

#### 2.4.4.1. FORMACIÓN Y DESARROLLO DE FISURAS PROPUESTO POR BROMS. B.

##### Elementos sujetos a tensión.

Cuando los esfuerzos en el refuerzo alcanzan un valor del orden de  $500 \text{ kg/cm}^2$ , empiezan a desarrollarse fisuras perpendiculares al refuerzo que atraviesan toda la sección transversal. Estas fisuras se llaman fisuras primarias 1. (Fig. 2-24), las primeras fisuras se forman en las secciones en la que el concreto es más débil a tensión.

Si los esfuerzos en el refuerzo aumentan a una magnitud de  $1500 \text{ kg/cm}^2$ , se observan nuevas fisuras que se desarrollan entre las fisuras primarias existentes, pero no alcanzan la superficie exterior del espécimen éstas son fisuras secundarias 2. Ver (Fig. 2-24).

Si los esfuerzos en el refuerzo son mayores de  $1500 \text{ kg/cm}^2$ , se forman pequeñas fisuras longitudinales que se desarrollan desde las fisuras “primarias y secundarias existentes”, estas fisuras son del tipo 3, en esta etapa no se forman fisuras transversales, pero las existentes aumentan su ancho.

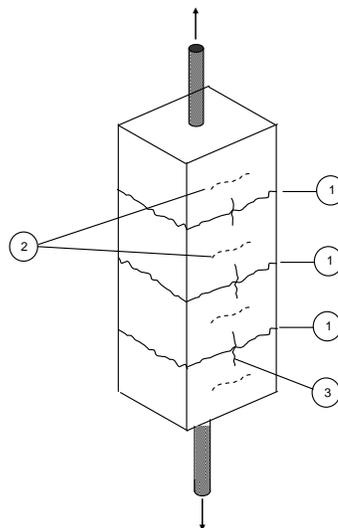


Figura 2-24 Configuración de fisuración de un espécimen sujeto a tensión (según Broms)

### **Elementos sujetos a flexión.**

La formación y desarrollo de fisuras en la zona de tensión de un elemento sujeto a flexión es parecido al elemento sujeto a tensión.

Fisuras primarias 1.- Se forman a cargas relativamente bajas y se prolongan hasta el eje neutro. (Fig. 2-25).

Fisuras secundarias 2.- Son visibles en la cara lateral y se prolongan hasta una altura menor que la del eje neutro. (Fig. 2-25).

En algunos casos se observan fisuras secundarias muy pequeñas hasta la altura del refuerzo éstas son denominadas del tipo 3, se muestran en la (Fig. 2-25).

Fisuras longitudinales 4.- Se forman a cargas cercanas a la resistencia del elemento, a la altura del refuerzo de tensión. (Fig. 2-25).

Cuando las fisuras primarias están divididas en dos ramas horizontales se las denomina fisuras del tipo 5. (Fig. 2-25).

Fisuras horizontales a la altura del eje neutro tipo 6.- Esto sucede cuando está a punto de alcanzarse la resistencia del elemento. (Fig. 2-25).

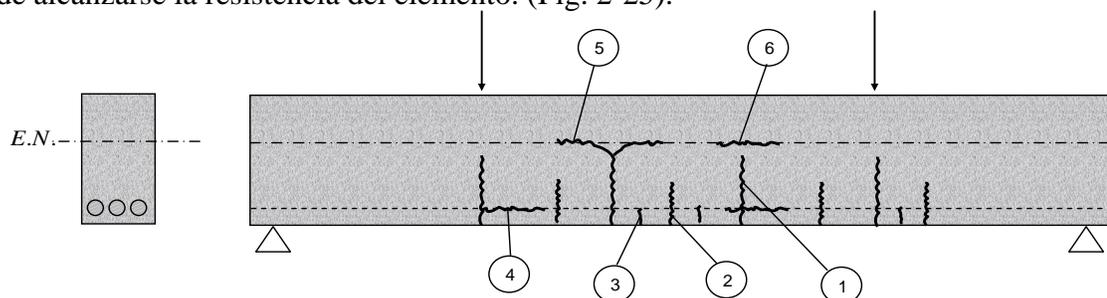


Figura 2-25 Configuración de fisuración de un espécimen sujeto a flexión (según Broms)

### **2.6. LIMITACIÓN DE LA FISURACIÓN SEGÚN DIVERSAS NORMATIVAS.**

Las expresiones propuestas son numerosas. En este trabajo de investigación se presentarán algunas de ellas.

### 2.6.1. INSTRUCCIÓN ESPAÑOLA EHE (INSTRUCCIÓN DE HORMIGÓN ESTRUCTURAL).

La comprobación general del Estado Límite de Fisuración según la Instrucción EHE, consiste en satisfacer la siguiente inecuación:

$$w_k \leq w_{\text{lim}}$$

Siendo:

$w_k$  = abertura característica de fisura.

$w_{\text{max}}$  = abertura máxima de fisura según la clase de exposición de la estructura (véase la tabla N° 2).

Clase de exposición	$w_{\text{max}}$ (mm) Hormigón armado
I	0,4
II <sub>a</sub> , II <sub>b</sub> , H	0,3
III <sub>a</sub> , III <sub>b</sub> , IV, F	0,2
III <sub>c</sub> , Q <sub>a</sub> , Q <sub>b</sub> , Q <sub>c</sub>	0,1

Tabla 2-2

La abertura característica de fisura se calcula mediante la siguiente expresión:

$$w_k = \beta * S_m * \varepsilon_{sm}$$

Donde:

$\beta$  = Coeficiente que relaciona la abertura media de fisura con el valor característico y fisuración producida por acciones indirectas solamente y vale 1,3 para

el resto de casos.

$S_m$  = separación media de fisuras (mm.) que resulta de la expresión:

$$S_m = 2 * c + 0.2 * s + 0.4 * k_1 * \phi * \frac{A_{c,eficaz}}{A_s}$$

$\varepsilon_{sm}$  = alargamiento medio de las armaduras, teniendo en cuenta la colaboración del hormigón entre fisuras.

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot (1 - k_2 \cdot (\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s})^2) \leq 0,4 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$c$  = recubrimiento de hormigón.

$s$  = distancia entre barras longitudinales. Si  $s > 15 \cdot \phi$  se toma  $s = 15 \cdot \phi$ . En el caso de vigas armadas con  $n$  barras, se toma  $s = b/n$  siendo  $b$  el ancho de la viga

$k_1$  = coeficiente que representa la influencia del diagrama de tracciones en la sección, de valor:

$$k_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{8 * \varepsilon_1}$$

Donde  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  son las deformaciones máxima y mínima calculadas en sección fisurada, en los límites de la zona traccionada. De esta manera se tiene.

FLEXIÓN SIMPLE	$k_1 = 0,125$
TRACCIÓN COMPUESTA	$0,125 < k_1 < 0,250$
TRACCIÓN SIMPLE	$k_1 = 0,250$

$\phi$  = diámetro de la barra traccionada más gruesa o diámetro equivalente en el caso de grupo de barras  
 $A_{c,eficaz}$  = área de hormigón de la zona de recubrimiento, de acuerdo con la figura 2-26 extractada de la EHE, en donde las barras a tracción influyen de forma efectiva en la abertura de las fisuras.

$A_s$  = sección total de las armaduras situadas en el área  $A_{c,eficaz}$ .

$\sigma_s$  = tensión en servicio de la armadura pasiva en la hipótesis de sección fisurada

$E_s$  = módulo de deformación longitudinal del acero.

$k_2$  = coeficiente de valor 1,0 para los casos de carga instantánea no repetida y 0,5 para los restantes

$\sigma_{sr}$  = tensión de la armadura en la sección fisurada en el instante en que se fisura el

hormigón, lo cual se supone que ocurre cuando la tensión de tracción en la fibra más traccionada de hormigón alcanza el valor  $f_{ct,m}$ .

$$f_{ct,m} = 0,30 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

$f_{ck}$  = resistencia característica del hormigón en N/mm<sup>2</sup>

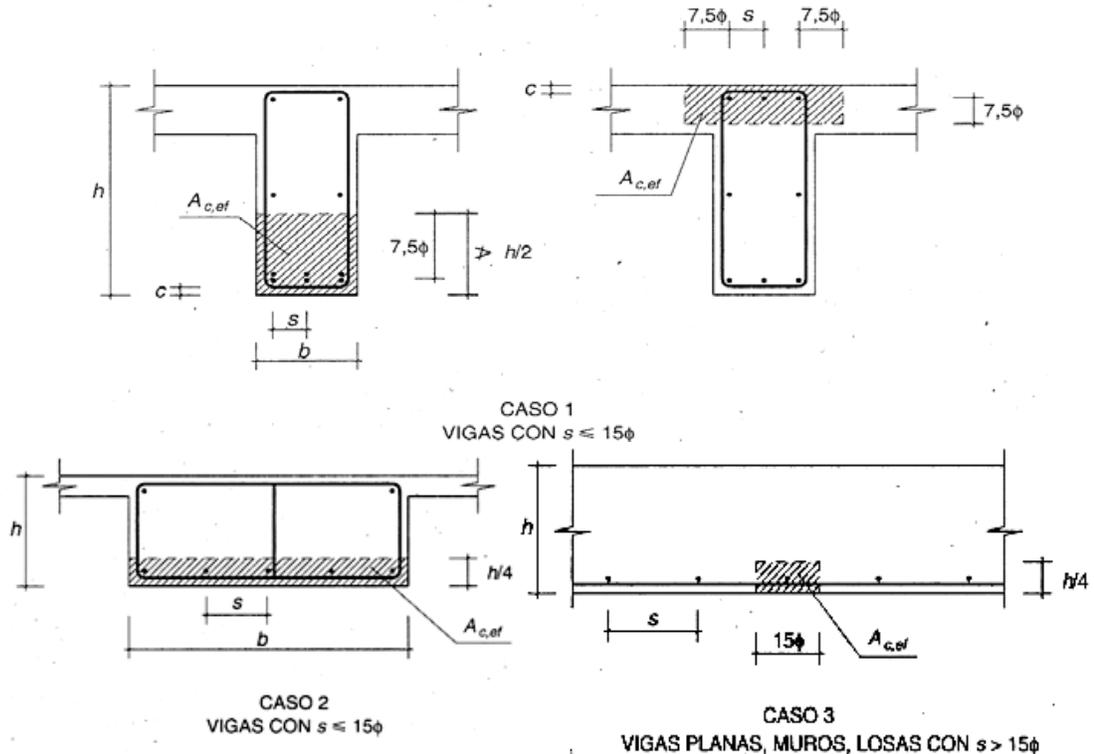


Figura 2-26 Definición del área eficaz de hormigón en la zona traccionada según

EHE

### 2.6.2. INSTRUCCIÓN NORTEAMERICANA ACI 318-05 (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE).

La normativa norteamericana sufrió un cambio sustancial en la edición del año 1999 respecto la anterior (1995). Mediante el análisis de las investigaciones llevadas a cabo por GERGELY LUTZ, BEEBY, y FROSCH, y las formulaciones propuestas por éstos para el control de la abertura de fisuras, se estableció una nueva ecuación para el cálculo directo de la separación máxima de las armaduras. Dicha ecuación es análoga a la propuesta por FROSCH, y en ella ya no se distingue entre distintos tipos de exposición de la estructura, adoptándose un límite común y sensiblemente equivalente a limitar la abertura de fisuras a unos 0,4 mm (0,016 in). La ecuación que se incluye en el ACI 318-99 [4] es la siguiente:

$$s = \frac{540}{f_s} - 2.5 \cdot c_c \leq 12 \cdot \frac{36}{f_s}$$

Donde:

S = separación máxima entre armaduras (in)

$f_s$  = tensión del acero (ksi), que se puede tomar de forma aproximada como  $0,60 \cdot f_{yk}$  (tensión de límite elástico del acero)

$c_c$  = recubrimiento geométrico de la capa de armaduras más cercana a la superficie (in)

En el ACI 318-05 modifica ligeramente la expresión anterior, resultando:

$$s = \frac{600}{f_s} - 2.5 \cdot c_c \leq 12 \cdot \frac{40}{f_s}$$

### ***3. PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO.***

---

### 3.1. OBJETIVO DEL ESTUDIO.

La finalidad de ésta tesis es analizar la fisuración en servicio de los modelos en arcos, propiamente de los arcos flexibles de hormigón armado con empotramiento en sus arranques. El estudio está enfocado en aplicar cargas modelos o tipos de cargas y analizar la fisuración por flexión y tracción a lo largo del arco, haciendo variar la relación flecha/luz  $f/l = (1/5 - 1/8)$  y la sección del arco  $h/b = (1.2 - 2)$ , manteniendo constante la altura de la sección.

El análisis de las fisuras es una aproximación de simple aplicación con algunas limitaciones, ya que los cálculos de ancho y separación de fisuras estas basado en la propiedades de sección fisurada, con la limitación de no realizar la redistribución de los esfuerzos de sollicitación, se tomara la sollicitación inicial como una aproximación, ya que para realizar la redistribución de las sollicitaciones existen mucho factores que intervienen, las cuales no podemos tomar en cuenta ya son empleadas mayormente en experimentación y como este trabajo es una simple modelación, por ello se determina trabajar con la sollicitación inicial como ficticia pero que nos da valores aproximados de ancho y separación de fisuras.

Al realizar la redistribución de las sollicitaciones intervienen factores como la adherencia de la armadura, relajación de la armadura, coeficiente de fricción de la armadura, densidad del hormigón, fluencia del hormigón envejecimiento, etc. Viendo la complicabilidad del caso y el tiempo para realizar dichos estudios más precisos, porque las sollicitaciones aumentarían al realizar la redistribución ya que la cargas permanentes y móviles serian las mismas, solo cambiarían algunos factores que hacen que la resistencia y la propiedades de la sección del arco se vean afectados, lo cual llevaría que la sollicitación aumenten y la resistencia disminuya.

El estudio compone en la recopilación de datos de fisuración producida por los cálculos según las teorías de fisuración en cada modelo de arco.

En cuanto a las aberturas de cada fisura se verificarán el ancho máximo de acuerdo a las recomendaciones de las normativas expuestas.

### 3.2. MODELOS SELECCIONADOS PARA EL CÁLCULO Y ANÁLISIS DE FISURAS

Los modelos seleccionados se basan en construcciones reales, esto se refiere al área transversal (sección), longitud horizontal del arco, flecha del arco.

Para resumir se detalla los modelos elegidos:

Nº	Longitud Hz (m).	Flecha (m).
1	60	12
2	60	10
3	60	8.57
4	60	7.5

Para de selección de cargas se tomo recomendaciones de diseño como ser:

- Carga permanentes como: losa de HºAº, Barandas, vigas de apoyos y péndolas, se definió utilizar un puente de dos carriles, cuyos valores están detallados en el anexo 8 (estudio de cargas).
- Cargas móviles se tomó en cuenta un camión tipo HL-93, siendo este afectado por los coeficientes de distribución transversal de las cargas, factor de ductilidad, redundancia, importancia operativa, cuyos valores están detallados en el anexo 8 (estudio de cargas).

Se tomará en cuenta las propiedades del hormigón con  $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$  y del acero  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ ,  $E_s = 2000000 \text{ kg/cm}^2$ .

### 3.3. VARIABLES EN ESTUDIO

Como variables en estudio se tiene  $W_k$  (mm) que es el ancho de fisura y  $S_m$  (cm) separación de las fisuras; tomado en cuenta otros parámetros que ayudaran a definir tanto el control de la fisuración como a interpretar debido a que razón se está fisurando la estructura.

Estos parámetros son:

❖  $h/b = (1.2 - 2)$ .

$h = 50$  cm cte para los modelos;  $b = 60$  cm,  $70$  cm,  $80$  cm,  $90$  cm,  $100$  cm.

❖  $\phi$  (mm) = 1 (25 mm), 2 (32 mm).

### 3.4. METODOLOGÍA DEL ESTUDIO.

En cuanto al desarrollo de la metodología empleada en la investigación se tomará como base todo el trabajo en gabinete, ya que solo se está realizando un estudio analítico, con planes a realizar modelajes de estructuras en construcción.

#### 3.4.1. TRABAJO DE GABINETE.

En el trabajo de Gabinete se procesarán todos los datos recopilados con el programa SAP 2000. El desarrollo de trabajo de gabinete tendrá la siguiente secuencia.

- Cálculo de esfuerzo M y N (ENVOLVENTES).
- Cálculo del momento de fisuración.
- Análisis de tensiones de acero en servicio y en sección fisurada.
- Cálculo de fisuras de los diferentes modelos, con los métodos de fisuración:
  1. Teoría de fisuración de FERRY BORGES (1966 actualizado el 2000).
  2. Formulación de KAAR y MATTOCK (1963).

3. Formulación de EUROCÓDIGO EC-2 (2004).
  4. Formulación de BROMS (1965).
  5. Teoría planteada por FROSCHE (2002).
- Proceso de comparación del ancho de la fisura calculada con la fisura admisible propuestas por las normativas ACI – 05 y EHE – 08
  - Finalmente el análisis comparativo entre ancho de fisuras según la relación  $f/l = 1/5 - 1/8$ , el diámetro  $D = 25 \text{ mm}$  vs  $D = 32 \text{ mm}$  y para terminar el análisis comparativo de sección  $50 \times 90 \text{ cm}^2$  vs  $50 \times 100 \text{ cm}^2$ .

## ***4. RESULTADOS OBTENIDOS***

---

#### 4.1. DISEÑO DE ARCOS

##### DATOS DE ENVOLVENTES "M"

Momentos de Servicio y Diseño de  $f/l = 1/8$  con la sección 50x100

lx	Momento de Servicio (kg*m)			Momento de Diseño (kg*m)		
	Mpp	Mmáx.	Mmin.	Mpp	Mmáx.	Mmin.
0.00	9583.06	91444.94	-106424.06	13416.28	157811.58	-158778.83
2.08	2476.44	61062.20	-75211.94	3467.02	100671.24	-117367.37
4.16	-2362.71	34573.33	-50127.88	-3307.79	52482.08	-83039.85
6.25	-5306.34	14257.18	-33018.04	-7428.88	16443.89	-59196.47
8.33	-6702.14	34868.51	-18205.70	-9383.00	47747.05	-51923.24
10.41	-6872.77	46477.36	-22667.17	-9621.88	66116.45	-58157.18
12.49	-6115.18	63026.68	-31380.36	-8561.24	93504.48	-69240.44
14.58	-4699.97	68394.13	-36475.76	-6579.97	103790.65	-78406.21
16.66	-2870.85	75028.30	-42314.21	-4019.19	116600.26	-81346.37
18.74	-844.06	74956.27	-45578.85	-1181.68	118917.17	-82344.06
20.82	1192.06	74899.27	-46337.83	1668.88	121269.29	-78301.18
22.91	3077.44	70293.65	-44651.05	4308.41	116162.75	-69508.66
24.99	4680.65	65545.12	-40570.07	6552.92	110488.98	-59295.34
27.07	5899.21	61954.33	-34138.04	8258.90	106205.98	-47541.82
29.15	6659.74	60059.27	-25389.53	9323.64	104086.52	-32631.56
31.23	6918.16	56779.23	-17605.75	9685.42	99148.55	-19867.40
33.32	6659.74	60059.27	-25389.53	9323.64	104086.52	-32631.56
35.40	5899.21	61954.33	-34138.04	8258.90	106205.98	-47541.82
37.48	4680.65	65545.12	-40570.07	6552.92	110488.98	-59295.34
39.56	3077.44	70293.65	-44651.05	4308.41	116162.75	-69508.66
41.65	1192.06	74899.27	-46337.83	1668.88	121269.29	-78301.18
43.73	-844.06	74956.27	-45578.85	-1181.68	118917.17	-82344.06
45.81	-2870.85	75028.30	-42314.21	-4019.19	116600.26	-81346.37
47.89	-4699.97	68394.13	-36475.76	-6579.97	103790.65	-78406.21
49.98	-6115.18	63026.68	-31380.36	-8561.24	93504.48	-69240.44
52.06	-6872.77	46477.36	-22667.17	-9621.88	66116.45	-58157.18
54.14	-6702.14	34868.51	-18205.70	-9383.00	47747.05	-51923.24
56.22	-5306.34	14257.18	-33018.04	-7428.88	16443.89	-59196.47
58.30	-2362.71	34573.33	-50127.88	-3307.79	52482.08	-83039.85
60.39	2476.44	61062.20	-75211.94	3467.02	100671.24	-117367.37
62.47	9583.06	91444.94	-106424.06	13416.28	157811.58	-158778.83

**Cálculo de armaduras de  $f/l = 1/8$ , el cálculo tradicional (flexión simple máxima)**

$b = 100 \text{ cm}$

$h = 50 \text{ cm}$

$d = 40.5 \text{ cm}$

$d' = 9.5 \text{ cm}$

$f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$\Phi = 0.90$

$d_b = 3.20 \text{ cm}$

$E_s = 2000000 \text{ kg/cm}^2$

As (cm <sup>2</sup> )	Nº barras 32 (mm.)	As (cm <sup>2</sup> )	A's (cm <sup>2</sup> )	Nº barras 32 (mm.)	A's (cm <sup>2</sup> )
134.71	20	160.84	135.91	20	160.8
75.76	20	160.84	91.14	20	160.8
36.62	20	160.84	60.65	20	160.8
10.95	20	160.84	41.70	20	160.8
33.10	20	160.84	36.20	20	160.8
47.05	20	160.84	40.91	20	160.8
69.50	20	160.84	49.50	20	160.8
78.55	20	160.84	56.85	20	160.8
90.41	20	160.84	59.26	20	160.8
92.63	20	160.84	60.08	20	160.8
94.92	20	160.84	56.76	20	160.8
89.99	20	160.84	49.71	20	160.8
84.67	20	160.84	41.77	20	160.8
80.74	20	160.84	32.95	20	160.8
78.82	20	160.84	22.17	20	160.8
74.42	20	160.84	13.29	20	160.8
78.82	20	160.84	22.17	20	160.8
80.74	20	160.84	32.95	20	160.8
84.67	20	160.84	41.77	20	160.8
89.99	20	160.84	49.71	20	160.8
94.92	20	160.84	56.76	20	160.8
92.63	20	160.84	60.08	20	160.8
90.41	20	160.84	59.26	20	160.8
78.55	20	160.84	56.85	20	160.8
69.50	20	160.84	49.50	20	160.8
47.05	20	160.84	40.91	20	160.8
33.10	20	160.84	36.20	20	160.8
10.95	20	160.84	41.70	20	160.8
36.62	20	160.84	60.65	20	160.8
75.76	20	160.84	91.14	20	160.8
134.71	20	160.84	135.91	20	160.8

**Cálculo de armaduras de  $f/l = 1/8$ , según el cálculo de por solicitación(tramo)**

$b = 100 \text{ cm}$

$h = 50 \text{ cm}$

$d = 40.5 \text{ cm}$

$d' = 9.5 \text{ cm}$

$f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$\phi = 0.90$

$d_b = 3.20 \text{ cm}$

$E_s = 2000000 \text{ kg/cm}^2$

As (cm <sup>2</sup> )	Nº barras 32 (mm.)	As (cm <sup>2</sup> )	A's (cm <sup>2</sup> )	Nº barras 32 (mm.)	A's (cm <sup>2</sup> )
134.71	20	160.84	135.91	20	160.84
75.76	20	160.84	91.14	20	160.84
36.62	10	80.42	60.65	14	112.59
10.95	10	80.42	41.70	10	80.42
33.10	10	80.42	36.20	10	80.42
47.05	10	80.42	40.91	10	80.42
69.50	14	112.59	49.50	10	80.42
78.55	14	112.59	56.85	12	96.50
90.41	14	112.59	59.26	12	96.50
92.63	14	112.59	60.08	12	96.50
94.92	14	112.59	56.76	12	96.50
89.99	14	112.59	49.71	10	80.42
84.67	14	112.59	41.77	10	80.42
80.74	14	112.59	32.95	10	80.42
78.82	14	112.59	22.17	10	80.42
74.42	14	112.59	13.29	10	80.42
78.82	14	112.59	22.17	10	80.42
80.74	14	112.59	32.95	10	80.42
84.67	14	112.59	41.77	10	80.42
89.99	14	112.59	49.71	10	80.42
94.92	14	112.59	56.76	12	96.50
92.63	14	112.59	60.08	12	96.50
90.41	14	112.59	59.26	12	96.50
78.55	14	112.59	56.85	12	96.50
69.50	14	112.59	49.50	10	80.42
47.05	10	80.42	40.91	10	80.42
33.10	10	80.42	36.20	10	80.42
10.95	10	80.42	41.70	10	80.42
36.62	10	80.42	60.65	14	112.59
75.76	20	160.84	91.14	20	160.84
134.71	20	160.84	135.91	20	160.84

## 4.2. VERIFICACIÓN DEL PANDEO DE LOS ARCOS

Para el diseño del arco  $f/l = 1/5$  asumimos :

L =	60	m.	$\Phi =$	0.65
$f'c =$	350	kg/cm <sup>2</sup>	K =	0.7
$f_y =$	4200	kg/cm <sup>2</sup>	$\beta_1 =$	0.8
$E_s =$	2000000	kg/cm <sup>2</sup>	$\rho_b =$	3.36%
$E_c =$	282495	kg/cm <sup>2</sup>		

Ecuación de la curva parabólica del Arco

$$y = Ax^2 + Bx + c$$

	X	Y
P1	0	0.00
P2	30	12.00
P3	60	0.00

$$\begin{cases} 0.00 \\ 12.00 \\ 0.00 \end{cases} = \begin{cases} 0 & A + & 0 & B + & C \\ 900 & A + & 30 & B + & C \\ 3600 & A + & 60 & B + & C \end{cases} \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ 900 & 30 & 1 \\ 3600 & 60 & 1 \end{matrix}$$

**Solución**

$$\begin{aligned} A &= -0.013 \\ B &= 0.8 \\ C &= 0 \end{aligned}$$

$$y = Ax^2 + Bx + c$$

$$y = -0.013x^2 + 0.8x + 0$$

$$PU = 0.80 * \phi * Ag * [0.85 * f'c * (1 - \rho_b) + f_y * \rho_b]$$

$$\begin{aligned} h &= 50.00 \text{ cm.} \\ lu &= 3310.41 \text{ cm.} \end{aligned}$$

$$Pe = \frac{\pi^2 * E * I}{(K * lu)^2}$$

r = b/h	Base b	Ag = h*b	I	PU	Pe
1.2	60	3000	625000	668682	324513.2199
1.4	70	3500	729167	780129	378598.7565
1.6	80	4000	833333	891576	432684.2932
1.8	90	4500	937500	1003023	486769.8298
2	100	5000	1041667	1114470	540855.3665

Para el diseño del arco  $f/l = 1/6$  asumimos :

L =	60	m.	$\phi =$	0.65
$f'c =$	350	kg/cm <sup>2</sup>	K =	0.7
$f_y =$	4200	kg/cm <sup>2</sup>	$\beta_1 =$	0.8
$E_s =$	2040000	kg/cm <sup>2</sup>	$\rho_b =$	3.36%
$E_c =$	282495	kg/cm <sup>2</sup>		

Ecuación de la curva parabólica del Arco

$$y = Ax^2 + Bx + c$$

	X	Y
P1	0	0.00
P2	30	10.00
P3	60	0.00

$$\begin{cases} 0.00 \\ 10.00 \\ 0.00 \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 900 \\ 3600 \end{cases} \begin{cases} A + \\ A + \\ A + \end{cases} \begin{cases} 0 \\ 30 \\ 60 \end{cases} \begin{cases} B + \\ B + \\ B + \end{cases} \begin{cases} C \\ C \\ C \end{cases} \begin{cases} 0 & 0 & 1 \\ 900 & 30 & 1 \\ 3600 & 60 & 1 \end{cases}$$

Solución

$$\begin{aligned} A &= -0.011 \\ B &= 0.6667 \\ C &= 0 \end{aligned}$$

$$y = Ax^2 + Bx + c$$

$$y = -0.011 x^2 + 0.667 x + 0$$

$$PU = 0.80 * \phi * Ag * [0.85 * f'c * (1 - \rho_b) + f_y * \rho_b]$$

$$\begin{aligned} h &= 50.00 \text{ cm.} \\ lu &= 3217.51 \text{ cm.} \end{aligned} \quad Pe = \frac{\pi^2 * E * I}{(K * lu)^2}$$

r = b/h	Base b	Ag = h*b	I	PU	Pe
1.2	60	3000	625000	668682	343523.2938
1.4	70	3500	729167	780129	400777.1761
1.6	80	4000	833333	891576	458031.0584
1.8	90	4500	937500	1003023	515284.9407
2	100	5000	1041667	1114470	572538.823

Para el diseño del arco  $f/l = 1/7$  asumimos :

L =	60	m.	$\phi =$	0.65
$f'c =$	350	kg/cm <sup>2</sup>	K =	0.7
$f_y =$	4200	kg/cm <sup>2</sup>	$\beta_1 =$	0.8
$E_s =$	2040000	kg/cm <sup>2</sup>	$\rho_b =$	3.36%
$E_c =$	282495	kg/cm <sup>2</sup>		

Ecuación de la curva parabólica del Arco

$$y = Ax^2 + Bx + c$$

	X	Y
P1	0	0.00
P2	30	8.57
P3	60	0.00

$$\begin{cases} 0.00 \\ 8.57 \\ 0.00 \end{cases} = \begin{cases} 0 & A + 0 & B + C \\ 900 & A + 30 & B + C \\ 3600 & A + 60 & B + C \end{cases} \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ 900 & 30 & 1 \\ 3600 & 60 & 1 \end{matrix}$$

Solución

$$\begin{aligned} A &= -0.01 \\ B &= 0.5713 \\ C &= 0 \end{aligned}$$

$$y = Ax^2 + Bx + c$$

$$y = -0.01 x^2 + 0.571 x + 0$$

$$PU = 0.80 * \phi * Ag * [0.85 * f'c * (1 - \rho_b) + f_y * \rho_b]$$

$$\begin{aligned} h &= 50.00 \text{ cm.} \\ lu &= 3160.64 \text{ cm.} \end{aligned} \quad Pe = \frac{\pi^2 * E * I}{(K * lu)^2}$$

r = b/h	Base b	Ag = h*b	I	PU	Pe
1.2	60	3000	625000	668682	355996.6917
1.4	70	3500	729167	780129	415329.4737
1.6	80	4000	833333	891576	474662.2556
1.8	90	4500	937500	1003023	533995.0376
2	100	5000	1041667	1114470	593327.8195

Para el diseño del arco  $f/l = 1/8$  asumimos :

L =	60	m.	$\Phi =$	0.65
$f'c =$	350	kg/cm <sup>2</sup>	K =	0.7
$f_y =$	4200	kg/cm <sup>2</sup>	$\beta_1 =$	0.8
$E_s =$	2040000	kg/cm <sup>2</sup>	$\rho_b =$	3.36%
$E_c =$	282495	kg/cm <sup>2</sup>		

Ecuación de la curva parabólica del Arco

$$y = Ax^2 + Bx + c$$

	X	Y
P1	0	0.00
P2	30	7.50
P3	60	0.00

$$\begin{cases} 0.00 \\ 7.50 \\ 0.00 \end{cases} = \begin{cases} 0 & A + 0 & B + C \\ 900 & A + 30 & B + C \\ 3600 & A + 60 & B + C \end{cases} \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ 900 & 30 & 1 \\ 3600 & 60 & 1 \end{matrix}$$

Solución

$$A = -0.008$$

$$B = 0.5$$

$$C = 0$$

$$y = Ax^2 + Bx + c$$

$$y = -0.008x^2 + 0.5x + 0$$

$$PU = 0.80 * \phi * Ag * [0.85 * f'c * (1 - \rho_b) + f_y * \rho_b]$$

$$h = 50.00 \text{ cm.}$$

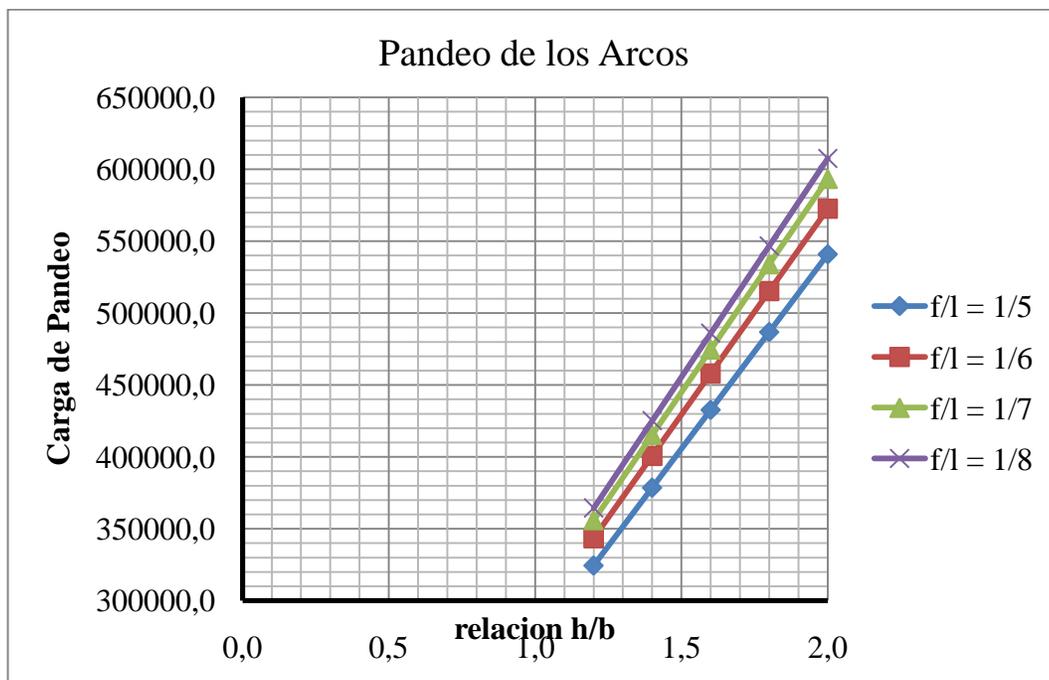
$$lu = 3123.48 \text{ cm.}$$

$$Pe = \frac{\pi^2 * E * I}{(K * lu)^2}$$

r = b/h	Base b	Ag = h*b	I	PU	Pe
1.2	60	3000	625000	668682	364516.5014
1.4	70	3500	729167	780129	425269.2516
1.6	80	4000	833333	891576	486022.0018
1.8	90	4500	937500	1003023	546774.7521
2	100	5000	1041667	1114470	607527.5023

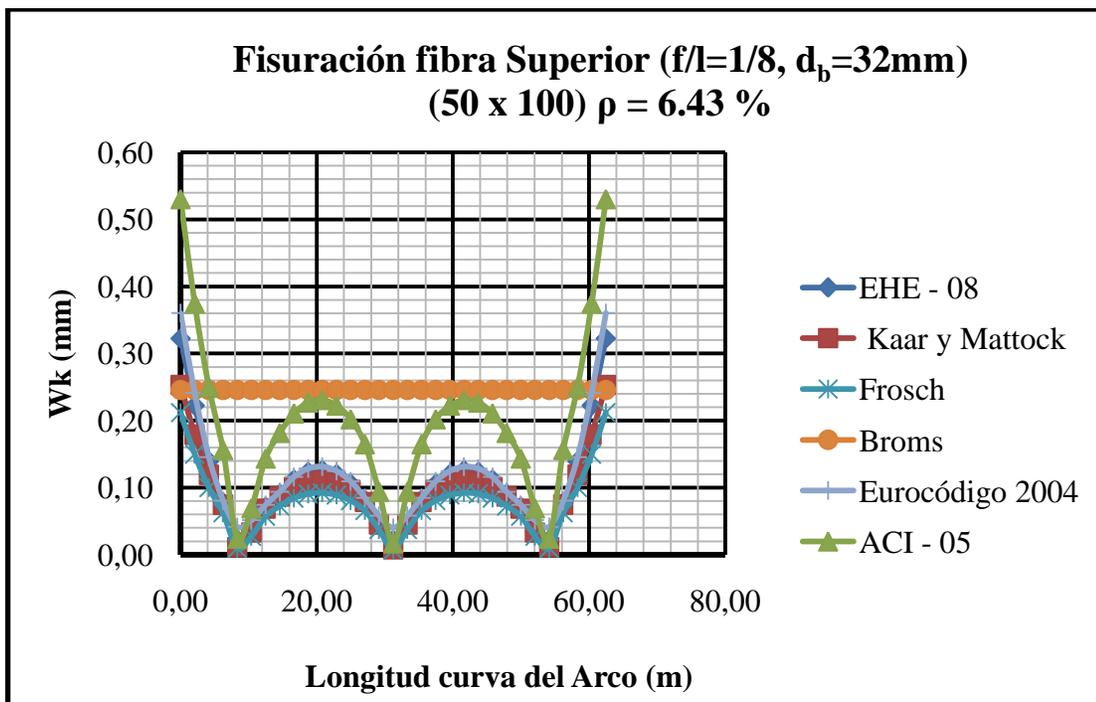
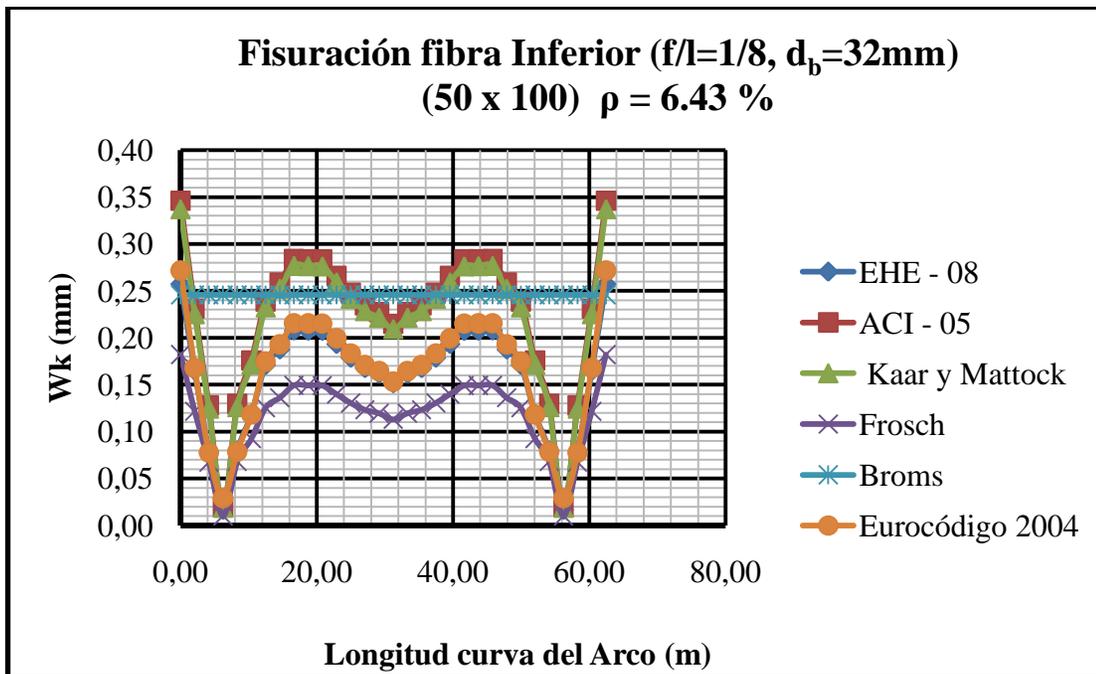
### Gráficas de pandeo de los arcos con diferentes relación de $f/l$ y $h/b$

$h/b =$	Carga de pandeo de los arcos			
	$f/l = 1/5$	$f/l = 1/6$	$f/l = 1/7$	$f/l = 1/8$
1.2	324513.220	343523.294	355996.692	364516.501
1.4	378598.757	400777.176	415329.474	425269.252
1.6	432684.293	458031.058	474662.256	486022.002
1.8	486769.830	515284.941	533995.038	546774.752
2.0	540855.366	572538.823	593327.820	607527.502

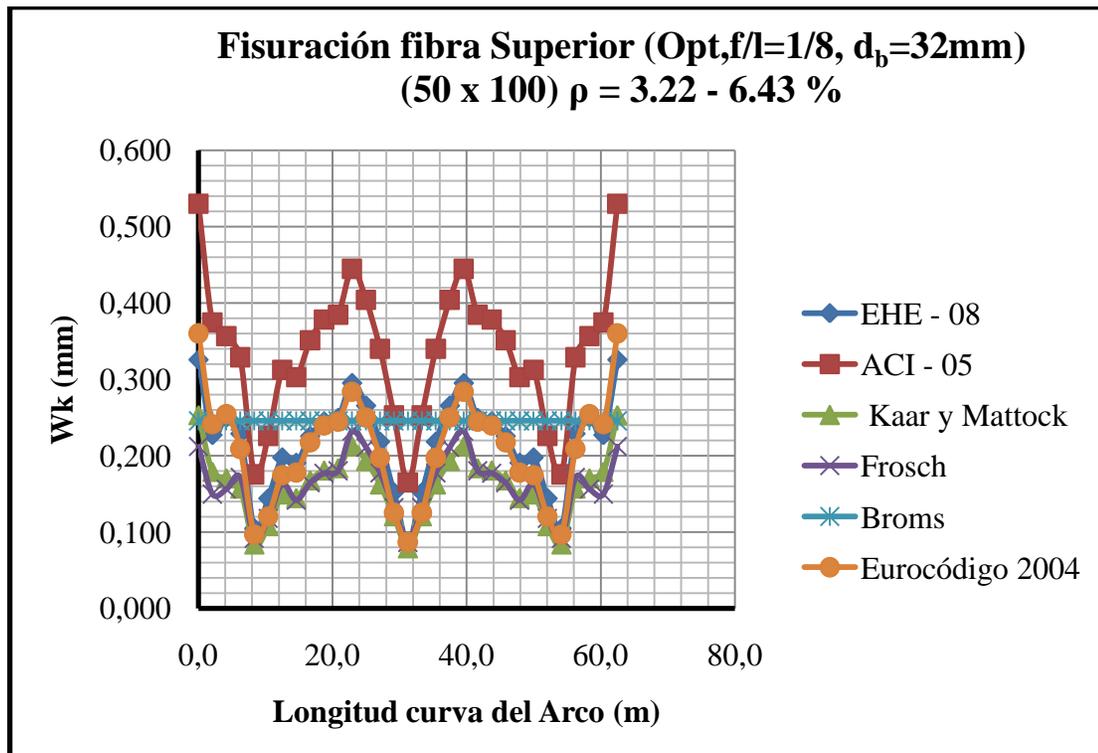
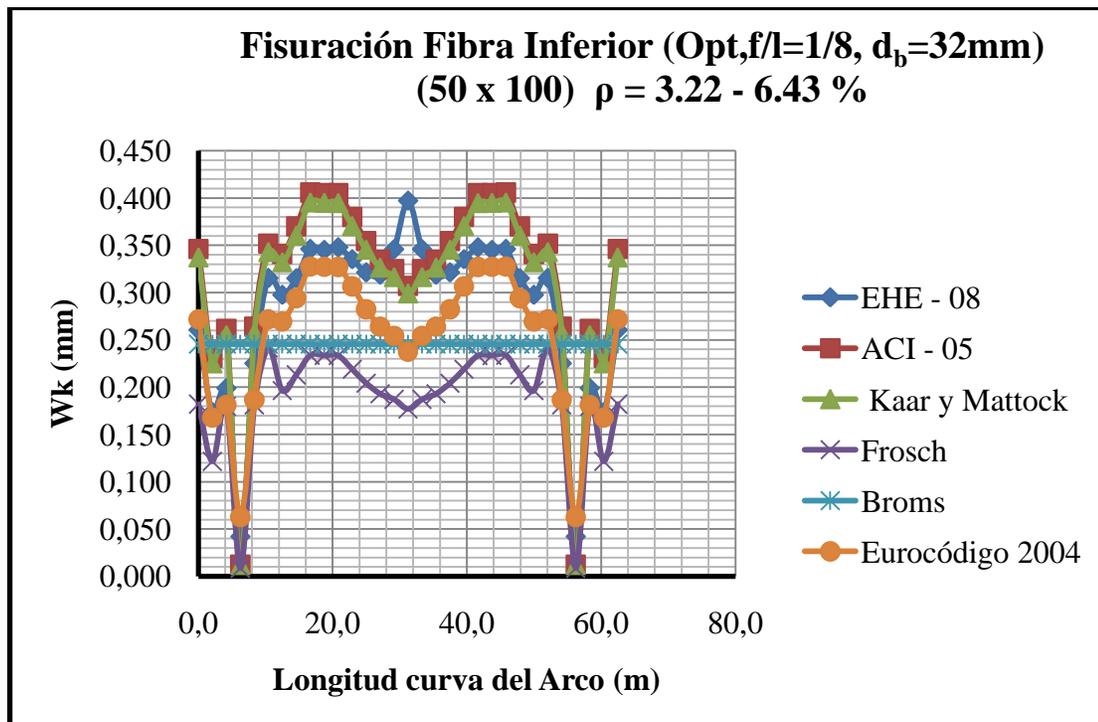


### 4.3. ESQUEMAS DE FISURACION

Cálculo tradicional (flexión simple máxima)



## Cálculo por sollicitación (tramo)



## ***5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.***

---

En este capítulo se realiza un análisis de los resultados obtenidos en el desarrollo del estudio analítico. El objetivo es entender la separación y ancho de fisuras en los arcos a partir de las variables de estudio.

Por razones metodológicas y de volumen de la documentación se ha considerado oportuno presentar sólo alguno de los resultados para ilustrar la explicación.

Antes de realizar el análisis del momento de fisuración y de las fisuras, se realizara el análisis de sección fisurada y sección homogénea.

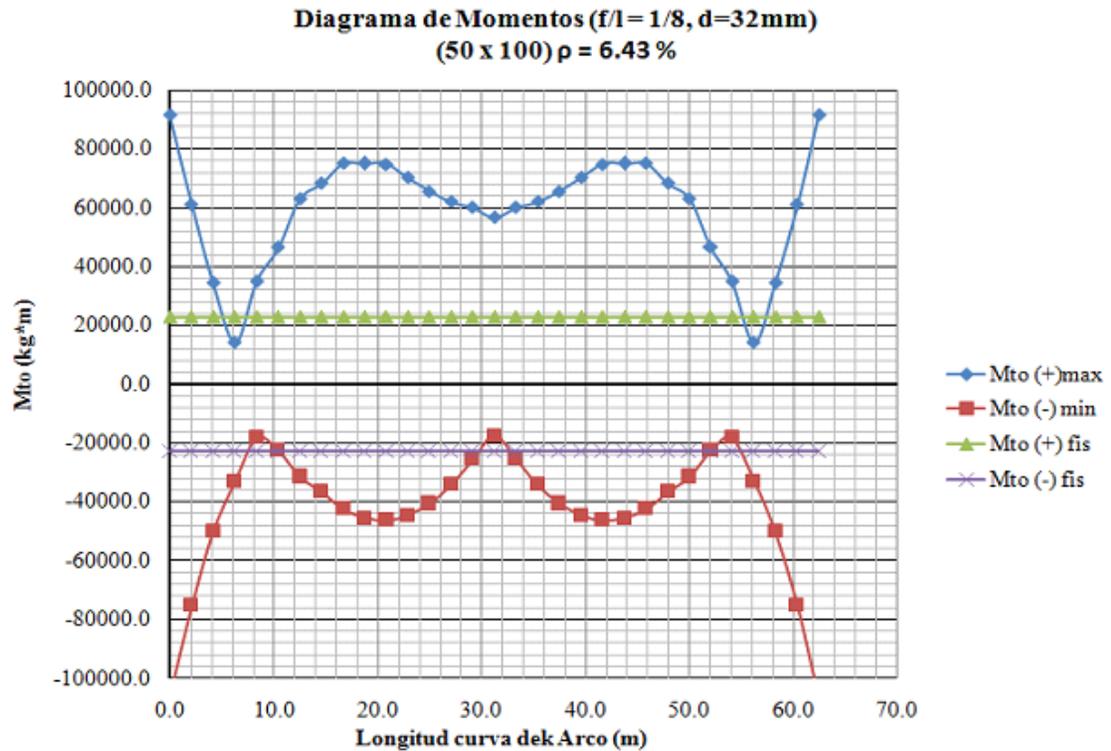
En el análisis del momento de fisuración y del ancho de fisuras, para cada arco en específico se realiza para cada fibra (inferior y superior), mediante las diferentes formulaciones para determinar la separación y ancho de fisura; y el momento de fisuración mediante las propiedades de la sección homogénea (inercia, área, centro de gravedad o eje neutro).

Con el momento de fisuración y las propiedades de sección fisurada se realiza el cálculo de esfuerzos del acero en estado fisurado y estado de servicio, en el estado de servicio se tomará la sollicitación inicial como la sollicitación ficticia para el cálculo de las variables en estudio (separación y ancho de fisuras), ya que es un simple análisis de fisuración a lo largo del arco de hormigón armado y a su vez es aproximado al estudio en estado fisurado.

## 5.1. ANÁLISIS DEL MOMENTO DE FISURACIÓN.

### Cálculo del Momento de Fisuración y del Esfuerzo de acero

Fibra Inferior				Fibra Superior			
Mfis (kg*m)	$\sigma_r$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )		Mfis (kg*m)	$\sigma_r$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )	
22867.29	427.59	1709.92	Se Fisura	22867.29	427.59	1990.02	Se Fisura
22867.29	427.59	1141.80	Se Fisura	22867.29	427.59	1406.38	Se Fisura
22867.29	427.59	646.48	Se Fisura	22867.29	427.59	937.34	Se Fisura
22867.29	427.59	266.59	No Fisura	22867.29	427.59	617.40	Se Fisura
22867.29	427.59	652.00	Se Fisura	22867.29	427.59	340.43	No Fisura
22867.29	427.59	869.08	Se Fisura	22867.29	427.59	423.85	No Fisura
22867.29	427.59	1178.53	Se Fisura	22867.29	427.59	586.78	Se Fisura
22867.29	427.59	1278.90	Se Fisura	22867.29	427.59	682.06	Se Fisura
22867.29	427.59	1402.95	Se Fisura	22867.29	427.59	791.23	Se Fisura
22867.29	427.59	1401.60	Se Fisura	22867.29	427.59	852.28	Se Fisura
22867.29	427.59	1400.54	Se Fisura	22867.29	427.59	866.47	Se Fisura
22867.29	427.59	1314.42	Se Fisura	22867.29	427.59	834.93	Se Fisura
22867.29	427.59	1225.62	Se Fisura	22867.29	427.59	758.62	Se Fisura
22867.29	427.59	1158.48	Se Fisura	22867.29	427.59	638.34	Se Fisura
22867.29	427.59	1123.04	Se Fisura	22867.29	427.59	474.76	Se Fisura
22867.29	427.59	1061.71	Se Fisura	22867.29	427.59	329.21	No Fisura
22867.29	427.59	1123.04	Se Fisura	22867.29	427.59	474.76	Se Fisura
22867.29	427.59	1158.48	Se Fisura	22867.29	427.59	638.34	Se Fisura
22867.29	427.59	1225.62	Se Fisura	22867.29	427.59	758.62	Se Fisura
22867.29	427.59	1314.42	Se Fisura	22867.29	427.59	834.93	Se Fisura
22867.29	427.59	1400.54	Se Fisura	22867.29	427.59	866.47	Se Fisura
22867.29	427.59	1401.60	Se Fisura	22867.29	427.59	852.28	Se Fisura
22867.29	427.59	1402.95	Se Fisura	22867.29	427.59	791.23	Se Fisura
22867.29	427.59	1278.90	Se Fisura	22867.29	427.59	682.06	Se Fisura
22867.29	427.59	1178.53	Se Fisura	22867.29	427.59	586.78	Se Fisura
22867.29	427.59	869.08	Se Fisura	22867.29	427.59	423.85	No Fisura
22867.29	427.59	652.00	Se Fisura	22867.29	427.59	340.43	No Fisura
22867.29	427.59	266.59	No Fisura	22867.29	427.59	617.40	Se Fisura
22867.29	427.59	646.48	Se Fisura	22867.29	427.59	937.34	Se Fisura
22867.29	427.59	1141.80	Se Fisura	22867.29	427.59	1406.38	Se Fisura
22867.29	427.59	1709.92	Se Fisura	22867.29	427.59	1990.02	Se Fisura

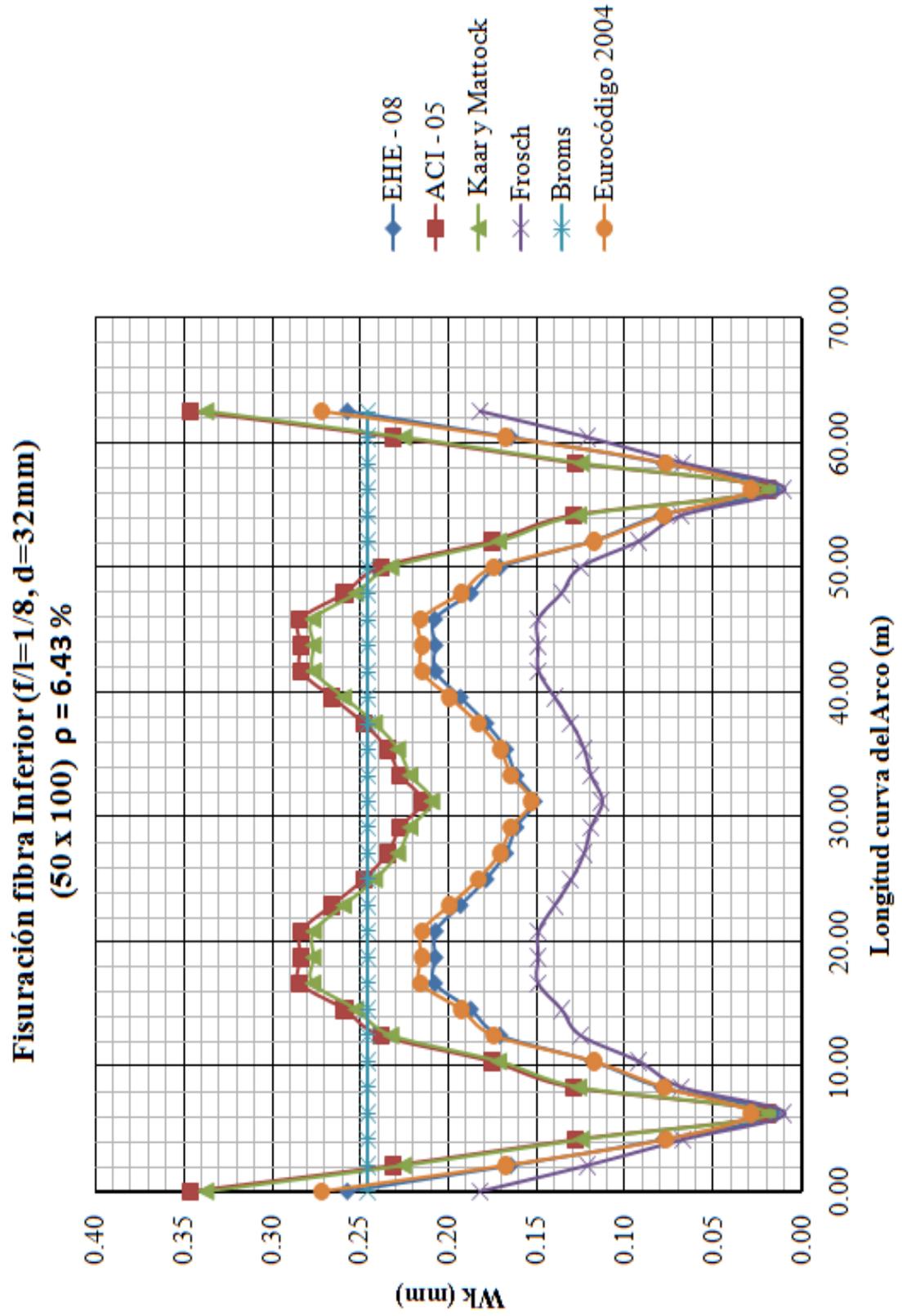


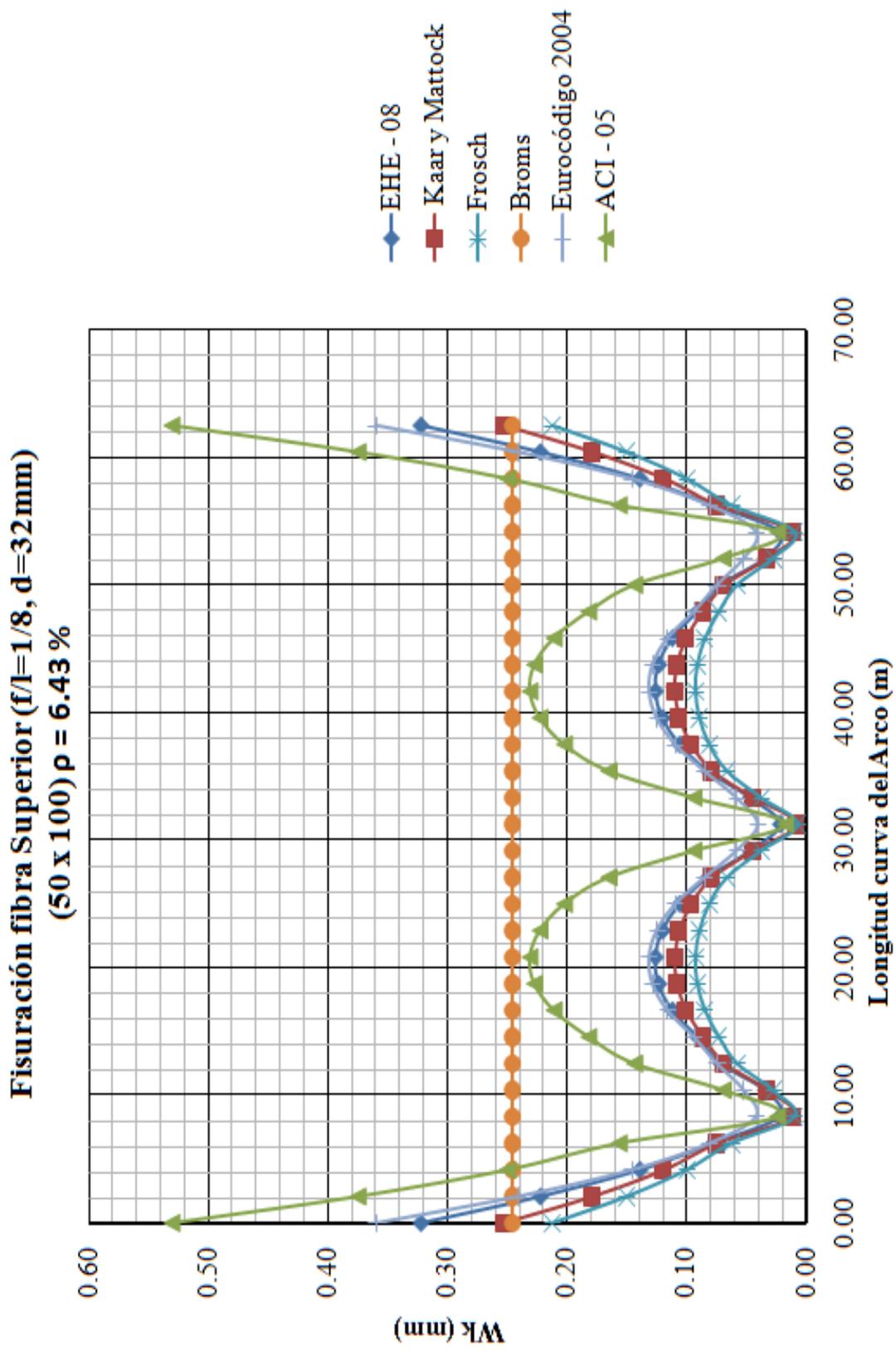
### 5.3. ANÁLISIS DEL ANCHO DE FISURAS

Al realizar los análisis previos como los de sección fisurada y homogénea, luego con el análisis del momento de fisuración y esfuerzos del acero en servicio y fisurado, con todo ese análisis se realiza el análisis de las variables en estudio del proyecto como son la separación y el ancho de fisura.

Antes de realizar el análisis de fisuras por los diferentes métodos o formulaciones, se realiza el análisis de fisuras por las normativas contempladas (EHE – 08 y ACI – 05).

El análisis se realiza en el modelo ya desarrollado en los anteriores puntos ( $f/l = 1/8$ ; con sección  $50 \times 100$  cm).

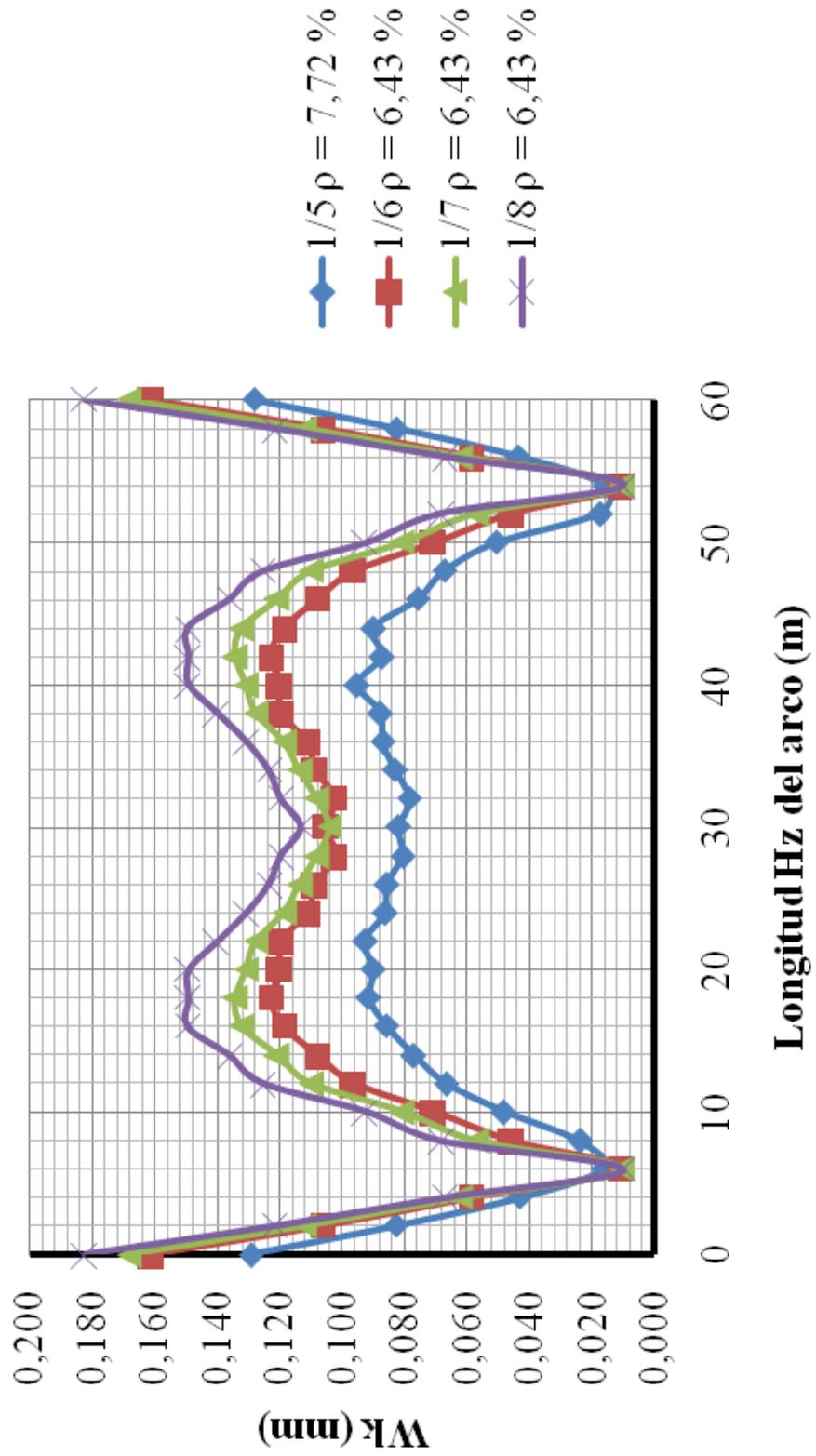




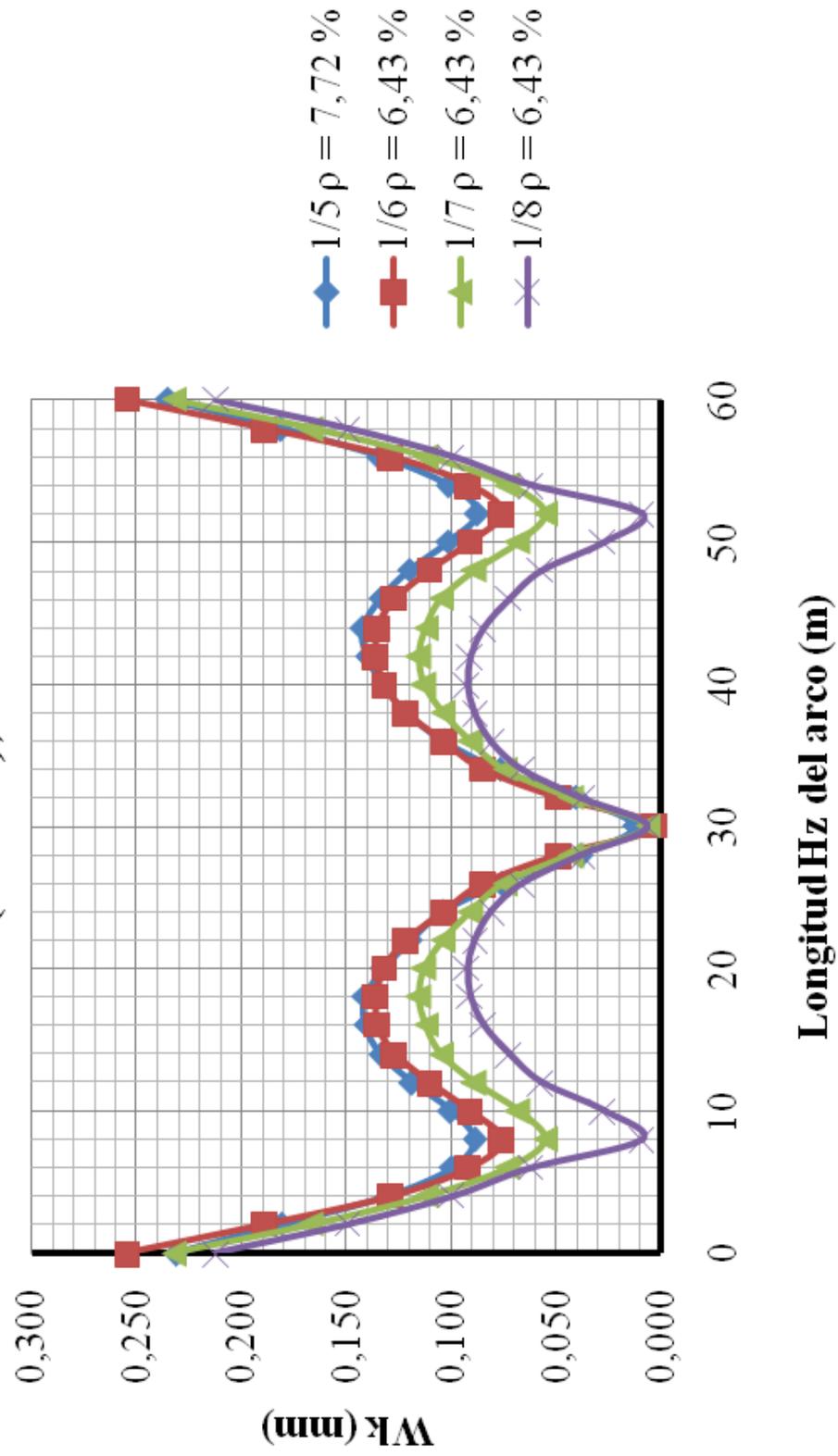
**ANÁLISIS COMPARATIVO DE ANCHO DE FISURAS EN LAS  
RELACIONES  $f/l$  (Sección 50X100)**

l	$f/l = 1/5$		$f/l = 1/6$		$f/l = 1/7$		$f/l = 1/8$	
	Wk(i)	Wk(s)	Wk(i)	Wk(s)	Wk(i)	Wk(s)	Wk(i)	Wk(s)
0	0,129	0,231	0,161	0,255	0,168	0,232	0,182	0,212
2	0,083	0,181	0,106	0,189	0,112	0,167	0,122	0,150
4	0,043	0,131	0,059	0,129	0,062	0,112	0,067	0,100
6	0,017	0,100	0,011	0,092	0,010	0,073	0,010	0,062
8	0,024	0,089	0,046	0,075	0,057	0,055	0,068	0,010
10	0,048	0,100	0,071	0,091	0,081	0,068	0,093	0,028
12	0,067	0,119	0,096	0,110	0,110	0,089	0,126	0,057
14	0,077	0,134	0,108	0,127	0,121	0,105	0,136	0,073
16	0,086	0,141	0,119	0,135	0,132	0,112	0,149	0,084
18	0,091	0,141	0,123	0,136	0,134	0,116	0,149	0,091
20	0,090	0,132	0,120	0,132	0,131	0,113	0,149	0,092
22	0,093	0,120	0,120	0,122	0,128	0,104	0,140	0,089
24	0,086	0,104	0,111	0,103	0,118	0,091	0,131	0,081
26	0,086	0,076	0,109	0,084	0,114	0,075	0,123	0,066
28	0,081	0,038	0,102	0,048	0,108	0,043	0,120	0,038
30	0,082	0,013	0,105	0,003	0,104	0,006	0,113	0,007
32	0,078	0,040	0,102	0,048	0,108	0,043	0,120	0,038
34	0,083	0,077	0,109	0,084	0,114	0,075	0,123	0,066
36	0,087	0,103	0,111	0,103	0,118	0,091	0,131	0,081
38	0,088	0,122	0,120	0,122	0,128	0,104	0,140	0,089
40	0,095	0,133	0,120	0,132	0,131	0,113	0,149	0,092
42	0,087	0,140	0,123	0,136	0,134	0,116	0,149	0,091
44	0,090	0,142	0,119	0,135	0,132	0,112	0,149	0,084
46	0,076	0,134	0,108	0,127	0,121	0,105	0,136	0,073
48	0,067	0,120	0,096	0,110	0,110	0,089	0,126	0,057
50	0,051	0,101	0,071	0,091	0,081	0,068	0,093	0,028
52	0,018	0,088	0,046	0,075	0,057	0,055	0,068	0,010
54	0,016	0,102	0,011	0,092	0,010	0,073	0,010	0,062
56	0,044	0,134	0,059	0,129	0,062	0,112	0,067	0,100
58	0,083	0,182	0,106	0,189	0,112	0,167	0,122	0,150
60	0,128	0,235	0,161	0,255	0,168	0,232	0,182	0,212

**Comparación fibra Inferior  
(50x100), relación f/l**



**Compración fibra Superior  
(50x100),relacion f/l**

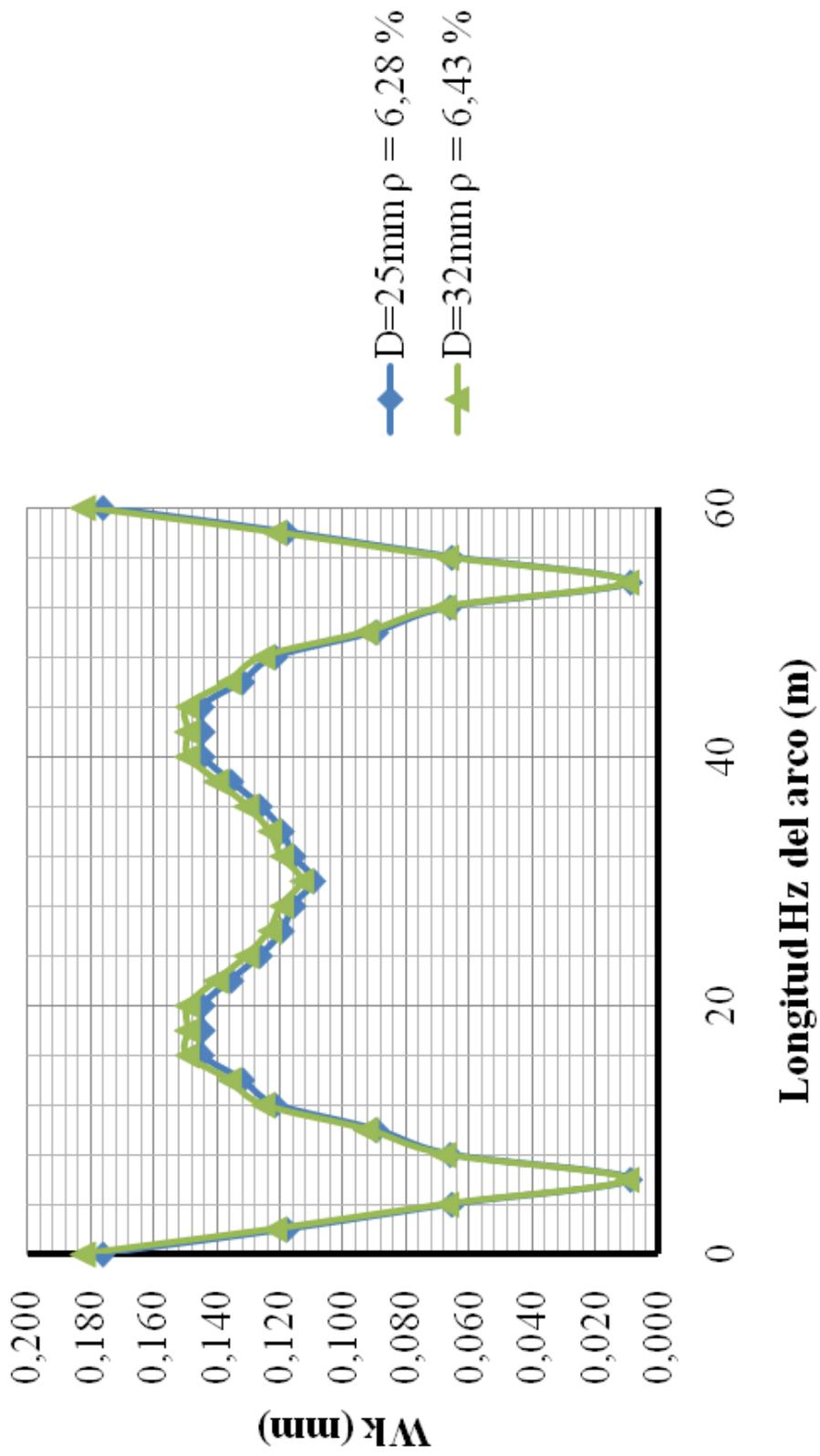


**ANÁLISIS COMPARATIVO DE DIÁMETROS**  
**(Relación  $f/l = 1/8$ , Sección 50X100)**

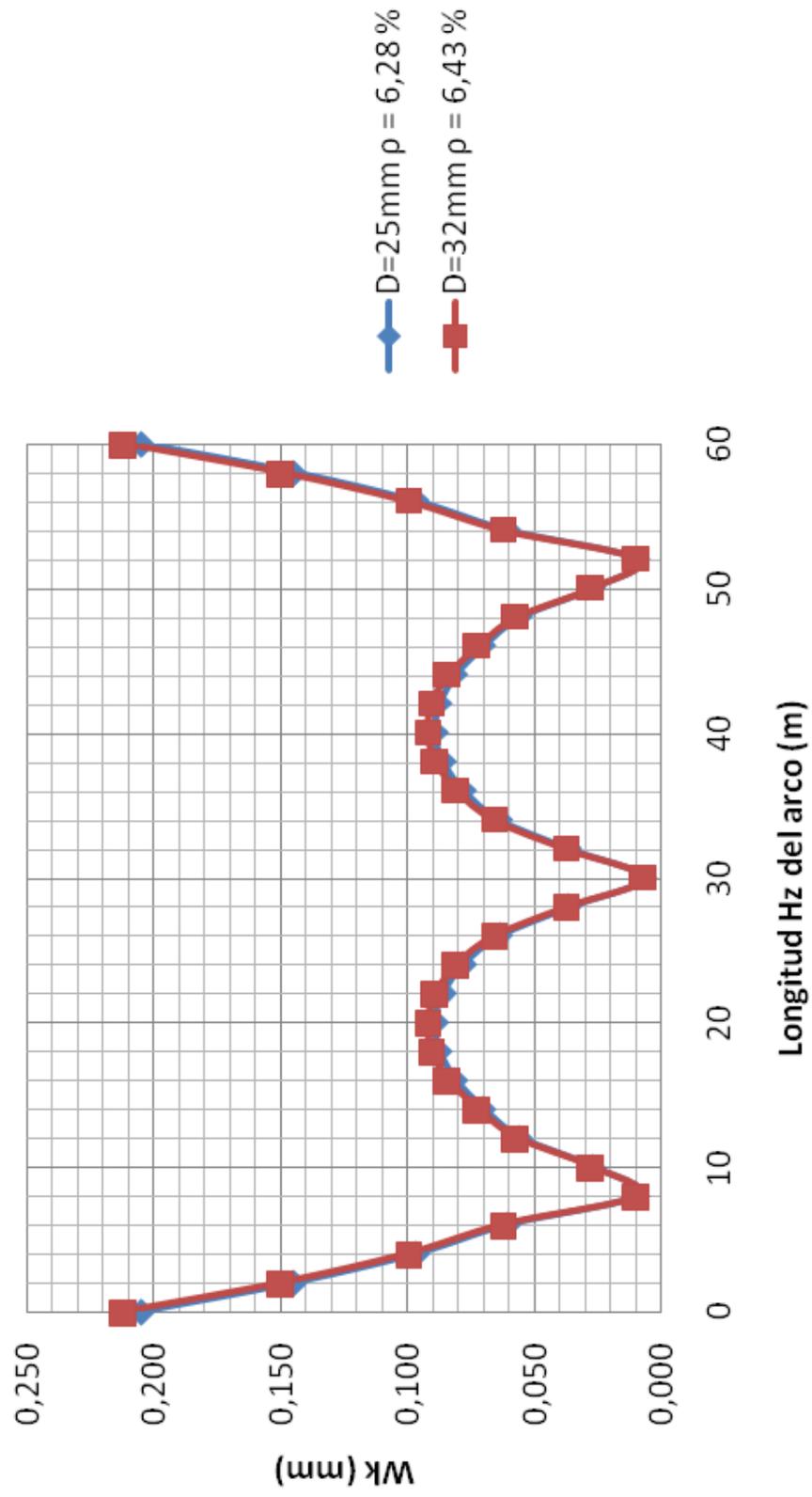
**Diámetro 25mm vs 32 mm**

l	D=25mm $\rho = 6,28 \%$		D=32mm $\rho = 6,43 \%$	
	Wk(i)	Wk(s)	Wk(i)	Wk(s)
0	0,176	0,205	0,182	0,212
2	0,118	0,145	0,122	0,150
4	0,065	0,097	0,067	0,100
6	0,009	0,061	0,010	0,062
8	0,066	0,010	0,068	0,010
10	0,090	0,027	0,093	0,028
12	0,121	0,056	0,126	0,057
14	0,132	0,070	0,136	0,073
16	0,145	0,082	0,149	0,084
18	0,144	0,088	0,149	0,091
20	0,144	0,089	0,149	0,092
22	0,135	0,086	0,140	0,089
24	0,126	0,078	0,131	0,081
26	0,119	0,064	0,123	0,066
28	0,116	0,037	0,120	0,038
30	0,109	0,007	0,113	0,007
32	0,116	0,037	0,120	0,038
34	0,119	0,064	0,123	0,066
36	0,126	0,078	0,131	0,081
38	0,135	0,086	0,140	0,089
40	0,144	0,089	0,149	0,092
42	0,144	0,088	0,149	0,091
44	0,145	0,082	0,149	0,084
46	0,132	0,070	0,136	0,073
48	0,121	0,056	0,126	0,057
50	0,090	0,027	0,093	0,028
52	0,066	0,010	0,068	0,010
54	0,009	0,061	0,010	0,062
56	0,065	0,097	0,067	0,100
58	0,118	0,145	0,122	0,150
60	0,176	0,205	0,182	0,212

## Comparación fibra Inferior (50x100), Diámetro



## Comparación fibra Inferior (50x100), Diámetro

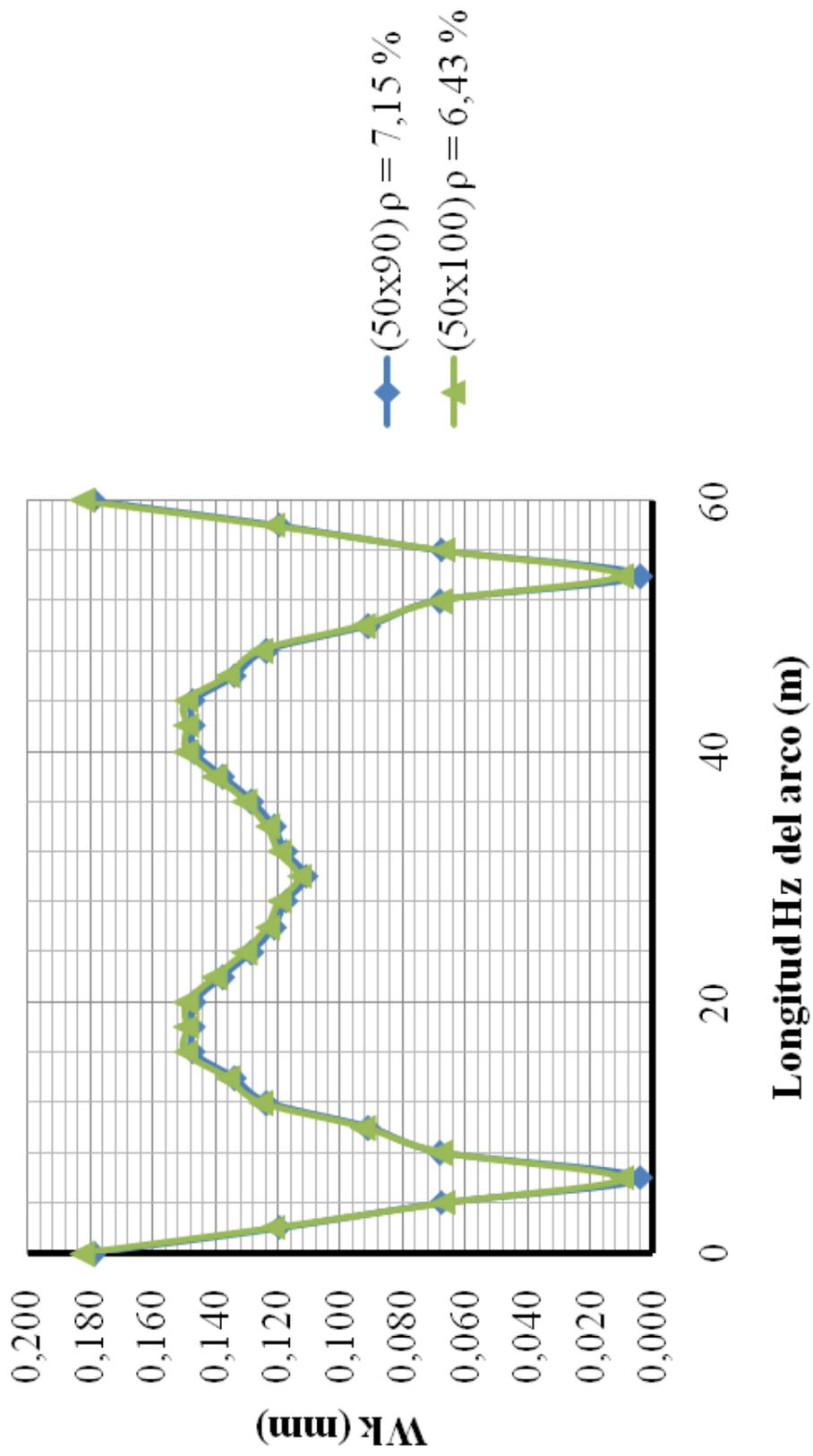


ANÁLISIS COMPARATIVO DE SECCIONES (Relación  $f/l = 1/8$ )

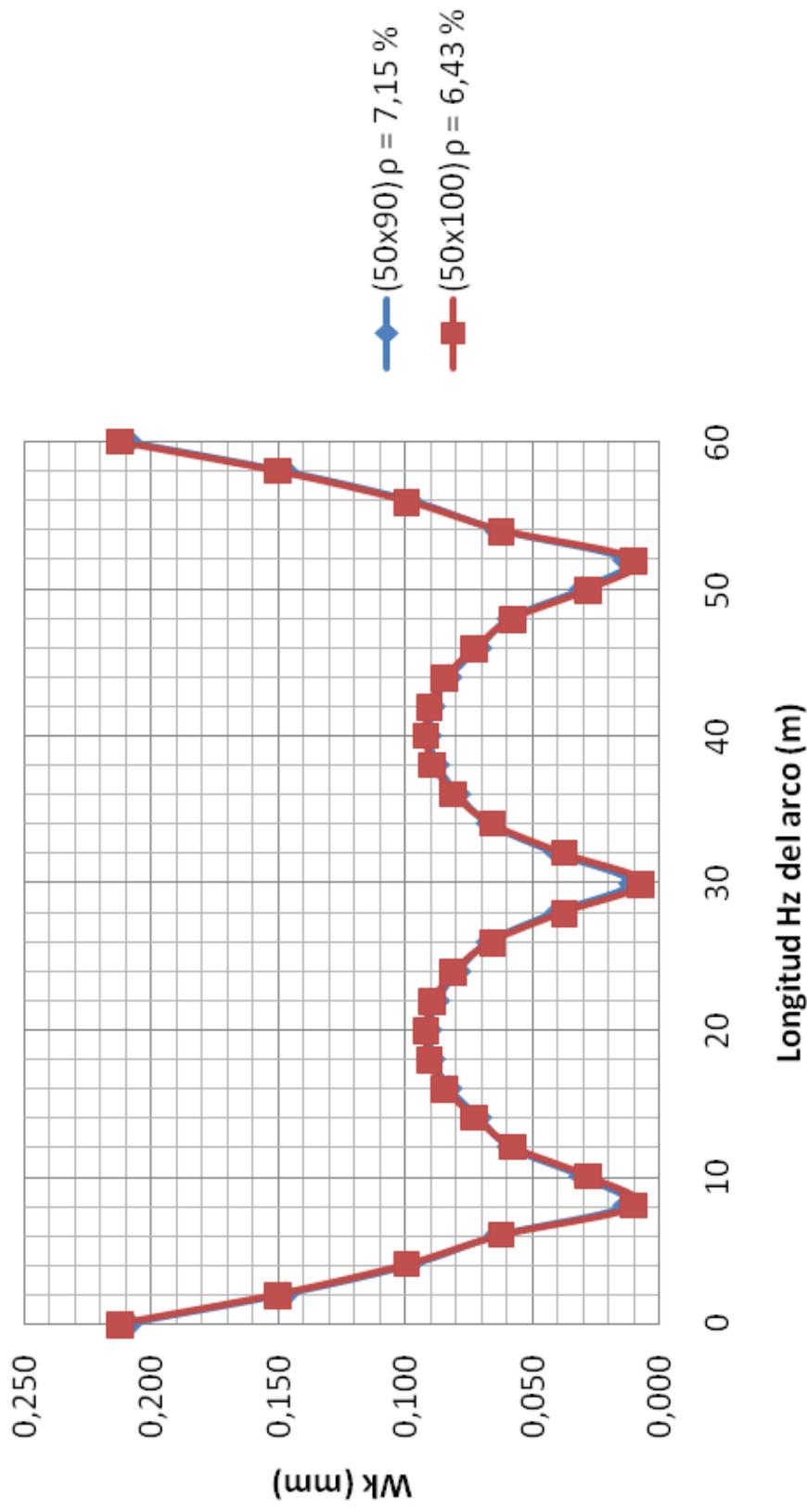
## 50x90 vs 50x100

l	(50x90) $\rho = 7,15 \%$		(50x100) $\rho = 6,43 \%$	
	Wk(i)	Wk(s)	Wk(i)	Wk(s)
0	0,179	0,209	0,182	0,212
2	0,120	0,147	0,122	0,150
4	0,068	0,098	0,067	0,100
6	0,004	0,064	0,010	0,062
8	0,068	0,013	0,068	0,010
10	0,091	0,030	0,093	0,028
12	0,124	0,059	0,126	0,057
14	0,134	0,071	0,136	0,073
16	0,147	0,083	0,149	0,084
18	0,147	0,089	0,149	0,091
20	0,147	0,091	0,149	0,092
22	0,138	0,088	0,140	0,089
24	0,128	0,080	0,131	0,081
26	0,121	0,067	0,123	0,066
28	0,117	0,040	0,120	0,038
30	0,111	0,012	0,113	0,007
32	0,117	0,040	0,120	0,038
34	0,121	0,067	0,123	0,066
36	0,128	0,080	0,131	0,081
38	0,138	0,088	0,140	0,089
40	0,147	0,091	0,149	0,092
42	0,147	0,089	0,149	0,091
44	0,147	0,083	0,149	0,084
46	0,134	0,071	0,136	0,073
48	0,124	0,059	0,126	0,057
50	0,091	0,030	0,093	0,028
52	0,068	0,013	0,068	0,010
54	0,004	0,064	0,010	0,062
56	0,068	0,098	0,067	0,100
58	0,120	0,147	0,122	0,150
60	0,179	0,209	0,182	0,212

### Comparación fibra Inferior (50x90 vs 50x100) mismo $f/l = 1/8$



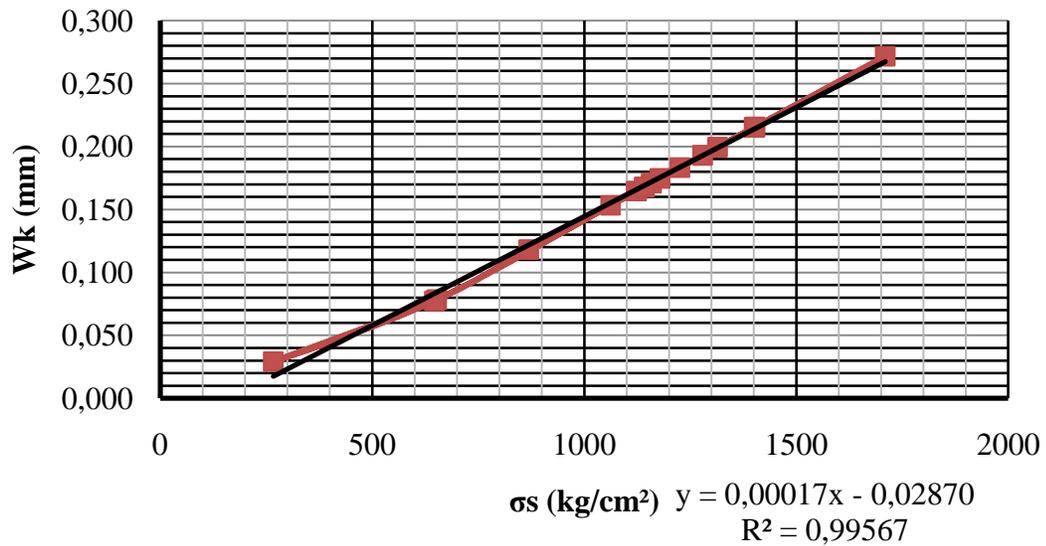
## Comparación fibra Superior (50x90 vs 50x100) mismo $f/l = 1/8$



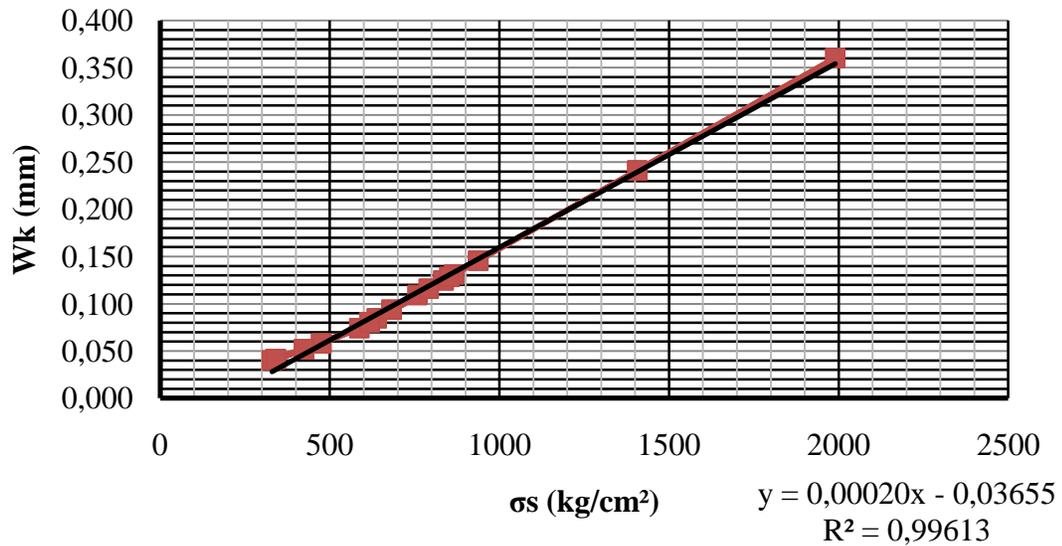
**Análisis de Esfuerzo vs Ancho de fisura (Cargas total del Camión HL-93)  
Del modelo ( $f/l = 1/8$ ); con la sección (50x100);  $d_b = 32$  mm**

lx (m)	Fibra Inferior		Fibra Superior	
	Wk(i) (mm)	$\sigma_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Wk(s) (mm)	$\sigma_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )
0,00	0,272	1709,92	0,360	1990,02
2,08	0,168	1141,80	0,241	1406,38
4,16	0,077	646,48	0,146	937,34
6,25	0,029	266,59	0,081	617,40
8,33	0,078	652,00	0,042	340,43
10,41	0,118	869,08	0,052	423,85
12,49	0,175	1178,53	0,074	586,78
14,58	0,193	1278,90	0,094	682,06
16,66	0,216	1402,95	0,116	791,23
18,74	0,215	1401,60	0,128	852,28
20,82	0,215	1400,54	0,131	866,47
22,91	0,199	1314,42	0,125	834,93
24,99	0,183	1225,62	0,109	758,62
27,07	0,171	1158,48	0,085	638,34
29,15	0,165	1123,04	0,058	474,76
31,23	0,153	1061,71	0,040	329,21
33,32	0,165	1123,04	0,058	474,76
35,40	0,171	1158,48	0,085	638,34
37,48	0,183	1225,62	0,109	758,62
39,56	0,199	1314,42	0,125	834,93
41,65	0,215	1400,54	0,131	866,47
43,73	0,215	1401,60	0,128	852,28
45,81	0,216	1402,95	0,116	791,23
47,89	0,193	1278,90	0,094	682,06
49,98	0,175	1178,53	0,074	586,78
52,06	0,118	869,08	0,052	423,85
54,14	0,078	652,00	0,042	340,43
56,22	0,029	266,59	0,081	617,40
58,30	0,077	646,48	0,146	937,34
60,39	0,168	1141,80	0,241	1406,38
62,47	0,272	1709,92	0,360	1990,02

**Análisis de Esfuerzos vs Fisura**  
**Fibra Inferior del modelo**  
**(f/l=1/8; Sección 50x100; d<sub>b</sub>=32 mm)**



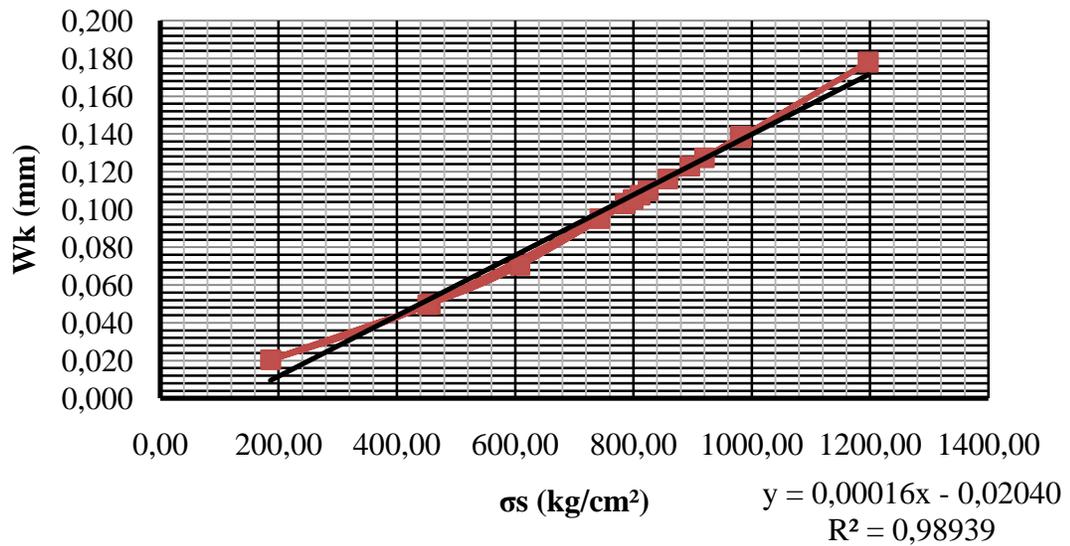
**Análisis de Esfuerzos vs Fisura**  
**Fibra Superior del modelo**  
**(f/l=1/8; Sección 50x100; d<sub>b</sub>=32 mm)**



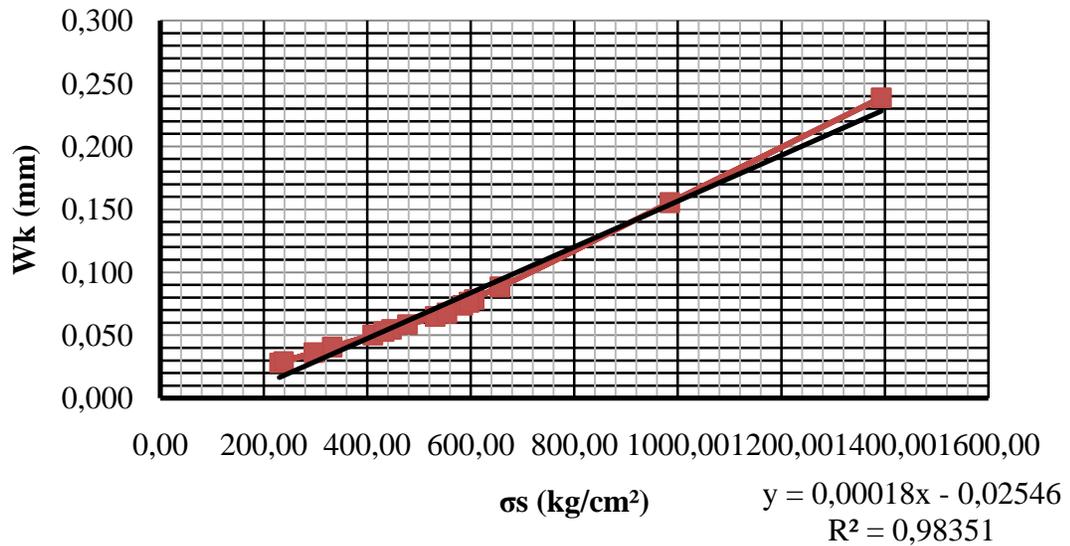
**Análisis de Esfuerzo vs Ancho de fisura (Carga del camión HL -93 al 70%)  
Del modelo ( $f/l = 1/8$ ); con la sección (50x100);  $d_b = 32$  mm**

lx (m)	Fibra Inferior		Fibra Superior	
	Wk(i) (mm)	$\sigma_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Wk(s) (mm)	$\sigma_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )
0,00	0,178	1196,95	0,239	1393,01
2,08	0,105	799,26	0,155	984,47
4,16	0,050	452,54	0,088	656,14
6,25	0,020	186,62	0,053	432,18
8,33	0,050	456,40	0,029	238,30
10,41	0,071	608,35	0,036	296,70
12,49	0,110	824,97	0,050	410,75
14,58	0,123	895,23	0,058	477,44
16,66	0,139	982,06	0,068	553,86
18,74	0,139	981,12	0,076	596,59
20,82	0,138	980,38	0,078	606,53
22,91	0,127	920,09	0,074	584,45
24,99	0,116	857,94	0,065	531,03
27,07	0,108	810,94	0,055	446,84
29,15	0,103	786,13	0,041	332,33
31,23	0,095	743,20	0,028	230,45
33,32	0,103	786,13	0,041	332,33
35,40	0,108	810,94	0,055	446,84
37,48	0,116	857,94	0,065	531,03
39,56	0,127	920,09	0,074	584,45
41,65	0,138	980,38	0,078	606,53
43,73	0,139	981,12	0,076	596,59
45,81	0,139	982,06	0,068	553,86
47,89	0,123	895,23	0,058	477,44
49,98	0,110	824,97	0,050	410,75
52,06	0,071	608,35	0,036	296,70
54,14	0,050	456,40	0,029	238,30
56,22	0,020	186,62	0,053	432,18
58,30	0,050	452,54	0,088	656,14
60,39	0,105	799,26	0,155	984,47
62,47	0,178	1196,95	0,239	1393,01

**Análisis de Esfuerzos vs Fisura**  
**Fibra Inferior del modelo**  
 (f/l=1/8; Sección 50x100; d<sub>b</sub>=32 mm)



**Análisis de Esfuerzos vs Fisura**  
**Fibra Superior del modelo**  
 (f/l=1/8; Sección 50x100; d<sub>b</sub>=32 mm)



**Análisis comparativo del ancho de fisura cuando la carga es menor a la del  
Camión HL-93**

Ix (m)	Cargas total del Camión HL-93				Cargas del Camión HL-93 al 70 %			
	Fibra Inferior		Fibra Superior		Fibra Inferior		Fibra Superior	
	Wk(i) (mm)	$\sigma_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Wk(s) (mm)	$\sigma_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Wk(i) (mm)	$\sigma_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Wk(s) (mm)	$\sigma_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )
0,00	0,272	1709,92	0,360	1990,02	0,178	1196,95	0,239	1393,01
2,08	0,168	1141,80	0,241	1406,38	0,105	799,26	0,155	984,47
4,16	0,077	646,48	0,146	937,34	0,050	452,54	0,088	656,14
6,25	0,029	266,59	0,081	617,40	0,020	186,62	0,053	432,18
8,33	0,078	652,00	0,042	340,43	0,050	456,40	0,029	238,30
10,41	0,118	869,08	0,052	423,85	0,071	608,35	0,036	296,70
12,49	0,175	1178,53	0,074	586,78	0,110	824,97	0,050	410,75
14,58	0,193	1278,90	0,094	682,06	0,123	895,23	0,058	477,44
16,66	0,216	1402,95	0,116	791,23	0,139	982,06	0,068	553,86
18,74	0,215	1401,60	0,128	852,28	0,139	981,12	0,076	596,59
20,82	0,215	1400,54	0,131	866,47	0,138	980,38	0,078	606,53
22,91	0,199	1314,42	0,125	834,93	0,127	920,09	0,074	584,45
24,99	0,183	1225,62	0,109	758,62	0,116	857,94	0,065	531,03
27,07	0,171	1158,48	0,085	638,34	0,108	810,94	0,055	446,84
29,15	0,165	1123,04	0,058	474,76	0,103	786,13	0,041	332,33
31,23	0,153	1061,71	0,040	329,21	0,095	743,20	0,028	230,45
33,32	0,165	1123,04	0,058	474,76	0,103	786,13	0,041	332,33
35,40	0,171	1158,48	0,085	638,34	0,108	810,94	0,055	446,84
37,48	0,183	1225,62	0,109	758,62	0,116	857,94	0,065	531,03
39,56	0,199	1314,42	0,125	834,93	0,127	920,09	0,074	584,45
41,65	0,215	1400,54	0,131	866,47	0,138	980,38	0,078	606,53
43,73	0,215	1401,60	0,128	852,28	0,139	981,12	0,076	596,59
45,81	0,216	1402,95	0,116	791,23	0,139	982,06	0,068	553,86
47,89	0,193	1278,90	0,094	682,06	0,123	895,23	0,058	477,44
49,98	0,175	1178,53	0,074	586,78	0,110	824,97	0,050	410,75
52,06	0,118	869,08	0,052	423,85	0,071	608,35	0,036	296,70
54,14	0,078	652,00	0,042	340,43	0,050	456,40	0,029	238,30
56,22	0,029	266,59	0,081	617,40	0,020	186,62	0,053	432,18
58,30	0,077	646,48	0,146	937,34	0,050	452,54	0,088	656,14
60,39	0,168	1141,80	0,241	1406,38	0,105	799,26	0,155	984,47
62,47	0,272	1709,92	0,360	1990,02	0,178	1196,95	0,239	1393,01

#### **5.4. PROPUESTA DE MEJORAR EL DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE LOS ARCOS**

Para las nuevas construcciones de los puentes en arco, estos diseños se deben basar más que todo cumplan con las máximas solicitaciones y contemplar las fisuraciones permisibles según la exposición de la estructura, para estimar las armaduras que deben llevar los arcos debe ser calculado mediante flexión simple para cada fibra sea superior e inferior, teniendo en cuenta el cálculo tradicional de armadura pero ahora realizando dicho cálculo a cada fibra.

Se debe tener en cuenta los recubrimientos es muy importante para proteger de agentes atmosféricos porque él algunos casos los arranques quedan completamente enterrados y las riadas o lluvias máximas en los ríos la afectan.

Con cada ciclo que pasa, el hormigón va perdiendo módulo de elasticidad dinámico y al cabo de muchos ciclos puede llegar a la rotura. La humedad es quizás el parámetro más importante en estas condiciones ambientales ya que regula parte del agua en el interior de la matriz. También es muy importante la tensión a la que esté sometido el hormigón en relación con su tensión de rotura. La tensión acelera el proceso de degradación del hormigón y la extensión de los daños con cada ciclo.

Sabiendo que el hormigón se fisura en el análisis de pandeo de arco se tiene que tomar en cuenta la sección fisurada si cumple con las solicitaciones a compresión.

En este caso, el ancho de las fisuras que aparecen en el hormigón depende principalmente de los siguientes factores, tal y como se indica en:

- La resistencia a tracción del hormigón
- El tipo de carga
- El recubrimiento
- El diámetro de la barras de acero
- El canto de la estructura
- La sección de acero

## ***6. CONCLUSIONES***

---

## 6.1. CONCLUSIONES.

- Se realizó el análisis de ancho y separación de fisuras para cada modelo (relación  $f/l = 1/5 - 1/8$ ),.
- Se verificó que en el diseño por tramo de los arcos los anchos de fisuras fueron grandes, sobrepasando los diferentes límites planteados en las diferentes normativas ACI o EHE.
- Se verificó que el método con el que comúnmente construimos los arcos (hallar la armadura máxima y armar toda la longitud del arco con la misma armadura), el ancho de fisuras están por debajo de los límites de las normativas ACI o EHE.
- El momento de fisuración es mayor cuando se distribuye la armadura máxima a lo largo del arco que cuando se hace con armadura del diseño tramo, esto ayuda a soportar las cargas solicitantes de servicio y las fisuras son controladas fácilmente.
- En las formulaciones utilizadas para el análisis de fisuras, se tuvo como resultado que las fórmulas del Eurocódigo – 2004 y la de Frosch, son más coherentes con los resultados comparados con las normativas contempladas.
- La fórmula de Broms solo está referida según el espaciamiento de las armaduras longitudinales lo cual hace que el ancho de fisuras se mantenga constante en todo el arco.
- En los cálculos de separación de fisuras se verificó que en las diferentes formulaciones resulta constante a lo largo del arco, esto debido a que las diferentes formulas están relacionadas al diámetro y cuantía de la armadura en la sección efectiva de la fibra en estudio se inferior o superior.

- También se observó que cuando la cuantía aumenta o se disminuye el diámetro de la barra longitudinal el ancho de fisuras es pequeño, cumpliendo el ancho permisible  $< 0.3$  mm.
- En el análisis comparativo se observó que cuando el arco disminuye su flecha el ancho de fisura aumenta; cuando cambiamos de diámetro de 32 a 25 mm el ancho de fisuras disminuye.
- En el análisis de los modelos numéricos se observó que cuando disminuimos la sección requiere más armadura, dependiendo como se hizo la distribución de la armadura se tiene el ancho de fisura.
- En este caso, el ancho de las fisuras que aparecen en el hormigón depende principalmente de los siguientes factores, tal y como se indica en:
  - El recubrimiento
  - El diámetro de la barras de acero
  - El canto de la estructura
  - La sección de acero
- De todo lo explicado en el apartado anterior, se deduce que sólo hay una posibilidad para reducir el ancho de fisura: reducir la longitud de anclaje necesaria (es decir, reducir la separación media entre fisuras) para obtener más fisuras siendo, en consecuencia, más pequeñas.
- Las posibilidades de disminuir el diámetro de las barras y aumentar la cantidad de acero en la práctica son limitadas por el costo y distribución de la armadura en la sección.