

UNIVERSIDAD AUTONOMA “JUAN MISAEL SARACHO”

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS Y CIENCIAS DE LOS MATERIALES



**DESARROLLO DE UN PROGRAMA DE ANÁLISIS DE PLACAS PLANAS A
FLEXIÓN POR EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS EN MATLAB**

POR

CÉSAR LUIS GUZMÁN ARENAS

TARIJA – BOLIVIA

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mis padres: José Luis Guzmán Molina y Teresa Arenas Abán, por su enorme paciencia y apoyo incondicional en todo momento y más en los momentos de duda.

Este trabajo es para ellos.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres: José Luis Guzmán Molina y Teresa Arenas Abán, por brindarme su confianza y apoyo incondicional para culminar mis estudios, sin ellos esto no hubiera sido posible.

A mis compañeros y amigos, por todos los buenos momentos compartidos y por brindarme su ayuda y su apoyo cuando era necesario durante el transcurso de la carrera.

Contenido

Índice de tablas.....	5
Capítulo 1 Antecedentes.....	6
1.1.- El problema.....	6
1.1.1.- Planteamiento del problema.....	6
1.1.2.- Formulación del problema.....	6
1.1.3.- Sistematización del problema.....	6
1.2.- Objetivos.....	7
1.2.1.- Objetivo general.....	7
1.2.2.- Objetivos específicos.....	8
1.3.- Justificación.....	8
1.3.1.- Justificación académica.....	8
1.3.2.- Justificación técnica.....	8
1.4.- Marco conceptual.....	9
1.4.1.- Marco espacial.....	9
1.4.2.- Marco temporal.....	9
1.5.- Alcance de la investigación.....	9
1.5.1.- Hipótesis de trabajo.....	9
Capítulo 2 Marco Teórico.....	10
2.1.- Fundamentos del método de los elementos finitos (MEF).....	10
2.2. Descripción del método de elementos finitos (MEF).....	10
2.2.1.- Fases del método.....	10
2.2.2.- División en elementos finitos.....	11
2.2.3.- Vector de desplazamientos del elemento.....	13
2.2.3.- Matriz de rigidez del elemento.....	16

2.3.- Placas delgadas.....	19
2.3.1.- Ecuación diferencial de gobierno.....	20
2.3.2.- Matriz de rigidez del elemento.....	24
2.3.3.- Respuesta de la placa.....	26
2.3.4.- Elemento rectangular de 12 grados de libertad.....	27
2.3.5.- Elemento de placa rectangular de 16 grados de libertad.....	31
2.3.6.- Elemento triangular de 10 grados de libertad.....	33
2.4.- Programación orientada a objetos (P.O.O.).....	35
2.5.- Clases.....	35
2.5.1.- Clases en MatLab.....	35
2.5.2.- Operaciones.....	36
2.5.3.- Clases creadas por el usuario.....	36
2.6.- Objetos.....	36
2.7.- Miembros de datos.....	36
2.8.- Métodos.....	36
2.8.1.- Sobrecarga de métodos.....	37
2.9.- Composición.....	37
2.10.- Herencia.....	37
2.11.- Directorio de clase.....	37
2.12.- Fichero constructor de clase.....	37
Capítulo 3 Estructura y desarrollo del programa.....	38
3.1.- Procedimiento de cálculo de placas según el método de los elementos finitos.....	38
3.1.1.- Creación de la malla.....	38
3.1.2.- Propiedades geométricas de los elementos finitos adoptados para el programa.....	38
3.1.3.- Creación de los vectores de carga.....	38

3.1.4.- Ensamblaje del vector de cargas y la matriz de rigidez total de la estructura.....	39
3.1.5.- Asignación de las condiciones de contorno.....	39
3.1.6.- Solución general por el método de los desplazamientos en elementos finitos.....	40
3.1.7.- Aproximación de los desplazamientos y tensiones en los puntos interiores de la estructura.....	40
3.2.- Entorno de desarrollo utilizado: MatLab.....	41
3.3.- Estructura del programa.....	42
3.3.1.- Clase Nodo:.....	42
3.3.2.- Clase Elemento:.....	42
3.3.3.- Clase Estructura:.....	42
3.4.- Descripción de las clases desarrolladas en el desarrollo del programa.....	42
3.4.1.- Clase Nodo.....	42
3.4.2.- Clase Elemento.....	43
3.4.3.- Clase ElemRec12GDL.....	44
3.4.4.- Clase Estructura.....	45
3.5.- Interfaz gráfica de usuario.....	47
3.5.1.- Ventana principal.....	47
3.5.2.- Opción “Nuevo modelo”.....	48
3.5.3.- Opción “Propiedades elemento”.....	49
3.5.4.- Opción “Asignar”.....	50
3.5.5.- Opción “Calcular”.....	52
3.5.6.- Opción “Mostrar”.....	52
Capítulo 4 Análisis de resultados.....	57
4.1.- Aplicación del programa desarrollado a modelos de elementos rectangulares.....	57
Ejemplo 1.- Obtención de la matriz de rigidez.....	57

Ejemplo 2.- Cálculo de flecha máxima.....	61
Ejemplo 3.- Verificación de convergencia.....	66
Ejemplo 4.- Comparación de convergencia entre el elemento rectangular de 12 grados de libertad y el elemento rectangular de 16 grados de libertad.....	68
4.2.- Aplicación del programa a problemas con elementos triangulares.....	71
Ejemplo 5.- Aplicación del programa para la obtención de la matriz de rigidez de una placa triangular.....	71
Ejemplo 6.- Aplicación del programa al cálculo de flechas en elementos triangulares.....	74
Ejemplo 7.- Comparación de la convergencia a la solución del elemento triangular con el programa desarrollado en MatLab y el programa Sap2000.....	78
Ejemplo 8.- Desempeño del elemento triangular de 10 grados de libertad en problemas de placas rectangulares.....	79
Conclusiones y recomendaciones.....	81
Conclusiones.....	81
Recomendaciones.....	82
Anexos.....	83
Bibliografía.....	84

Índice de imágenes

Imagen 1: Elemento lineal de dos nodos.....	11
Imagen 2: Elemento bidimensional de tres nodos.....	12
Imagen 3: Elemento bidimensional de cuatro nodos y elemento triangular curvo.....	12
Imagen 4: Elementos tridimensionales de 4 nodos, 8 nodos, 6 nodos.....	12
Imagen 5: Elemento lineal de dos grados de libertad en coordenadas X.....	13
Imagen 6: Elemento bidimensional con sus grados de libertad.....	14
Imagen 7: Funciones de forma del elemento bidimensional.....	15
Imagen 8: Elemento tridimensional con sus grados de libertad.....	16

Imagen 9: Elemento finito sometido a cargas nodales de volumen, superficie y cargas distribuidas.....	17
Imagen 10: Elemento de placa plana sometido a una carga distribuida.....	20
Imagen 11: Elemento diferencial de placa.....	21
Imagen 12: Rotación y traslación de un punto del interior de una placa plana sometida a flexión.....	22
Imagen 13: Elemento de placa rectangular de 12 grados de libertad.....	27
Imagen 14: Triangulo de Pascal generador de polinomios.....	27
Imagen 15: carga uniformemente distribuida y carga nodal equivalente.....	30
Imagen 16: Elemento finito rectangular (análisis de conformidad).....	31
Imagen 17: Elemento finito de placa de 16 grados de libertad.....	32
Imagen 18: Elemento triangular de 10 grados de libertad.....	34
Imagen 19: Ventana principal del programa.....	47
Imagen 20: Menú "Nuevo modelo".....	48
Imagen 21: ventana de creación de elementos rectangulares.....	48
Imagen 22: Ventana de creación de una malla de elementos finitos triangulares.....	49
Imagen 23: Opción "Propiedades elemento".....	49
Imagen 24: Ventana "Funciones de forma".....	50
Imagen 25: Opción "Asignar".....	50
Imagen 26: Ventana para añadir una carga uniformemente distribuida.....	51
Imagen 27: Ventana para asignación de restricciones.....	51
Imagen 28: Herramienta de cálculo.....	52
Imagen 29: Opción "Mostrar", con sus diferentes elementos.....	52
Imagen 30: Mapa de calor de la flecha.....	53
Imagen 31: Deformada del ejemplo hipotético.....	53
Imagen 32: Mapa de calor de la Rotación en X (ejemplo hipotético).....	54

Imagen 33: Rotación en X, vista 3D.....	54
Imagen 34: Opción "Mostrar Esfuerzos".....	55
Imagen 35: Distribución de esfuerzos en X como mapa de calor.....	55
Imagen 36: Distribución de Esfuerzos en X, vista 3D.....	56
Imagen 37: Ejemplo 1.....	57
Imagen 38: Ejemplo 1, aplicación del programa para hallar la matriz de rigidez de un elemento.....	58
Imagen 39: Datos del ejemplo 1.....	58
Imagen 40: Gráfico de elemento, ejemplo 1.....	59
Imagen 41: Propiedades del elemento, ejemplo 1.....	59
Imagen 42: Solución obtenida por MatLab del ejemplo 1.....	60
Imagen 43: Ejemplo de aplicación 2.....	61
Imagen 44: Datos del ejemplo 2.....	61
Imagen 45: Malla de elementos del ejercicio 2.....	62
Imagen 46: Vista 3D de la deformada del ejemplo 2.....	65
Imagen 47: Deformada obtenida mediante Sap2000.....	66
Imagen 48: Creación de modelo de elementos rectangulares de 16 grados de libertad.....	69
Imagen 49: Ejemplo de elemento triangular.....	71
Imagen 50: Ejemplo de elemento triangular.....	73
Imagen 51: Matriz de rigidez del elemento triangular.....	73
Imagen 52: Ejemplo de aplicación al cálculo de flechas en elementos triangulares.....	74
Imagen 53: Vista 3D de la deformada del elemento triangular de 10GDL.....	76
Imagen 54: Vista en planta de la deformada del elemento triangular de 10 GDL.....	77

Índice de tablas

Tabla 1: Propiedades de la clase Nodo.....	42
Tabla 2: Métodos de la clase Nodo.....	43
Tabla 3: Propiedades de la clase Elemento.....	43
Tabla 4: Métodos de la clase Elemento.....	44
Tabla 5: Propiedades de la clase ElemRec12GDL.....	44
Tabla 6: Métodos de la clase ElemRec12GDL.....	44
Tabla 7: Propiedades de la clase Estructura.....	45
Tabla 8: Métodos de la clase Estructura.....	45
Tabla 9: Comparación de convergencia a la solución entre Sap2000 y el programa desarrollado en MatLab.....	67
Tabla 10: Comparación de convergencia entre el elemento de 12GDL y el elemento de 16GDL.....	70
Tabla 11: Cuadro comparativo de la convergencia de MatLab y Sap2000.....	78
Tabla 12: Desempeño del elemento triangular de 10 GDL frente al elemento rectangular de 12 GDL.....	80