

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA “JUAN MISAEL SARACHO”

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS Y CIENCIAS DE LOS MATERIALES



**DESARROLLO DE UN PROGRAMA DE ANÁLISIS DE PLACAS PLANAS A
FLEXIÓN POR EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS EN MATLAB**

(Manual de usuario)

POR

CÉSAR LUIS GUZMÁN ARENAS

TARIJA – BOLIVIA

Contenido

Pantalla inicial	5
1.- Nuevo modelo	6
1.1.- Malla Elementos rectangulares	7
1.2.- Malla Elementos Triangulares	8
2.- Propiedades Elemento	11
2.1.- Funciones de forma	11
2.2.- Matrices elementales	12
3.- Asignar	13
3.1.- Carga uniforme distribuida.....	13
3.2.- Peso propio.....	14
3.3.- Restricciones	14
3.3.1.- Empotramiento.....	14
3.3.2.- Desplazamiento fijo y rotación fija en X	15
3.3.3.- Desplazamiento fijo y rotación fija en Y	15
3.3.4.- Desplazamiento vertical fijo	15
4.- Mostrar	15
4.1.- Deformada.....	15
4.1.- Rotación X	16
4.2.- Rotación en Y.....	17
4.3.- Momentos y esfuerzos.....	17
4.3.1.- Momento M_x	18
4.3.2.- Momento M_y	19
4.3.3.- Momento M_{xy}	19
4.3.4.- Esfuerzo S_x	20
4.3.5.- Esfuerzo S_y	21
5.- Ayuda	22
6.- Ejemplos básicos de aplicación del programa mediante sus algoritmos.....	22
6.1.- Ejemplo de combinación entre un elemento finito rectangular y un elemento finito triangular.....	22
6.1.1.- Creación de los nodos de la estructura	23

6.1.2.- Creación de los elementos de la estructura	24
6.1.3.- Creación de la estructura	25
6.1.4.- Asignación de vínculos a la estructura.....	25
6.1.5.- Asignación de carga a la estructura.....	25
6.1.6.- Resolución de la estructura	26
6.1.7.- Obtención de gráficos y resultados	26
7.- Descripción breve de las clases y métodos creados en el presente programa.....	29
7.1.- Estructura del programa	29
7.1.1.- Clase Nodo:	29
7.1.2.- Clase Elemento:	29
7.1.3.- Clase Estructura:	29
7.2.- Descripción de las clases desarrolladas en el desarrollo del programa.....	29
7.2.1.- Clase Nodo	29
7.2.2.- Clase Elemento.....	30
7.2.3.- Clase ElemRec12GDL	31
7.2.4.- Clase Estructura.....	32

Índice de gráficos

Gráfico 1: Cuadro de carpetas que componen el archivo del programa.....	5
Gráfico 2: Pantalla de inicio del programa	5
Gráfico 3: Interfaz gráfica de usuario	6
Gráfico 4: Menú de opciones del programa	6
Gráfico 5: Opciones para crear un nuevo modelo	7
Gráfico 6: Creación de una malla rectangular	7
Gráfico 7: Ejemplo de malla de 4x4 elementos finitos rectangulares	8
Gráfico 8: Creación de un modelo de placa rectangular discretizado en elementos triangulares	9
Gráfico 9: Placa rectangular discretizada en elementos triangulares	9
Gráfico 10: Creación de un modelo de placa triangular con cuatro divisiones por lado.....	10
Gráfico 11: Gráfico de malla triangular con 4 divisiones por lado	10

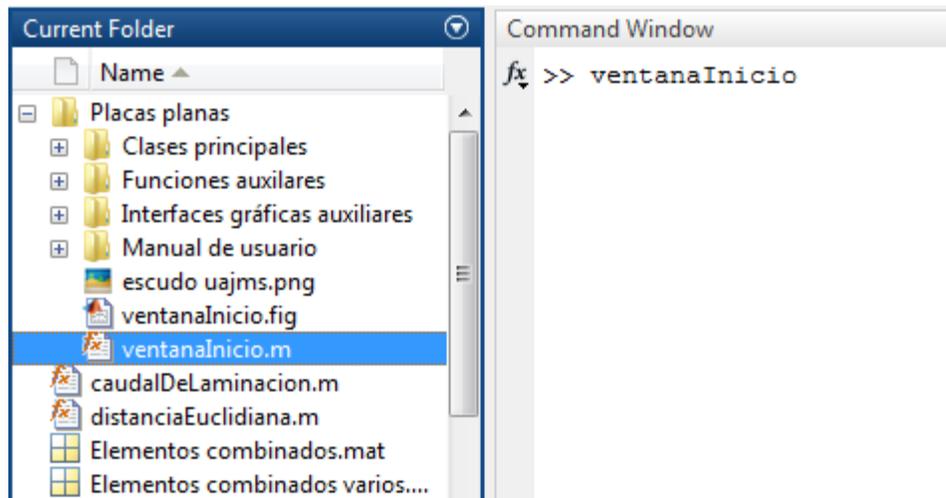
Gráfico 12: Menú propiedades Elemento.....	11
Gráfico 13: Ventana de gráficas de funciones de forma	11
Gráfico 14: Ventana que muestra las matrices elementales en el proceso de cálculo de la matriz de rigidez	12
Gráfico 15: Resultado por pantalla de la matriz de rigidez	12
Gráfico 16: Ventana de asignación de cargas y restricciones	13
Gráfico 17: Ventana de asignación de carga distribuida uniforme	13
Gráfico 18: Ventana para agregar el peso propio del material que compone la estructura..	14
Gráfico 19: Ventana de asignación de restricciones.....	14
Gráfico 20: Opción que muestra las gráficas obtenidas del proceso de solución.....	15
Gráfico 21: Gráfico de la deformada.....	16
Gráfico 22: Gráfico de la rotación en X	16
Gráfico 23: Gráfico de la rotación en Y	17
Gráfico 24: Ventana de respuestas de la estructura a las cargas aplicadas.....	18
Gráfico 25: Gráfica de la distribución de momentos flectores en X	18
Gráfico 26: Gráfica de distribución de momentos flectores en Y	19
Gráfico 27: Distribución de momentos torsores.....	19
Gráfico 28: Presentación de la distribución de esfuerzos en la fibra escogida.....	20
Gráfico 29: Distribución de esfuerzos en la fibra inferior de la placa.....	21
Gráfico 30: Distribución de esfuerzos en Y, en la fibra inferior de la placa	21
Gráfico 31: Opción que despliega el manual de usuario	22
Gráfico 32: Losa de forma poligonal simple	22
Gráfico 33: Placa discretizada en cuatro elementos finitos	23
Gráfico 34: Creación de nodos y elementos mediante código	24
Gráfico 35: Modificación de atributos del elemento triangular	25
Gráfico 36: Instrucciones para mostrar resultados por pantalla	26
Gráfico 37: Vista en planta de la estructura deformada	27
Gráfico 38: Vista en 3d de la estructura deformada	27
Gráfico 39: Distribución de tensiones suavizadas en la dirección del eje X.....	28
Gráfico 40: Distribución de tensiones suavizadas en la dirección del eje Y	28
Tabla 1: Propiedades de la clase Nodo.....	30
Tabla 2: Métodos de la clase Nodo	30
Tabla 3: Propiedades de la clase Elemento	31
Tabla 4: Métodos de la clase Elemento	31
Tabla 5: Propiedades de la clase ElemRec12GDL.....	32
Tabla 6: Métodos de la clase ElemRec12GDL	32
Tabla 7: Propiedades de la clase Estructura	32
Tabla 8: Métodos de la clase Estructura.....	33

El programa presentado no cuenta con un sistema de unidades definido para no limitar su aplicación, por lo que el usuario debe asegurarse de que las unidades de trabajo sean consistentes.

Pantalla inicial

Para ejecutar el programa, abrimos MatLab y entramos en la carpeta con el nombre “Placas planas” y escogemos el archivo con el nombre “ventanaInicio.m”, como se ve en la imagen.

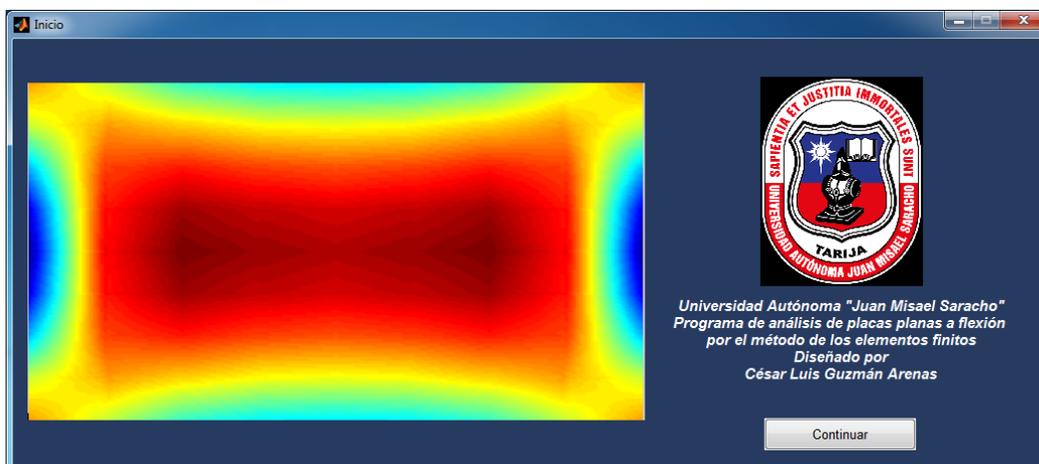
Gráfico 1: Cuadro de carpetas que componen el archivo del programa



También se puede iniciar el programa tecleando en el promter de MatLab la instrucción “ventanaIncio”, como se ve en la imagen y oprimir el botón “Enter”.

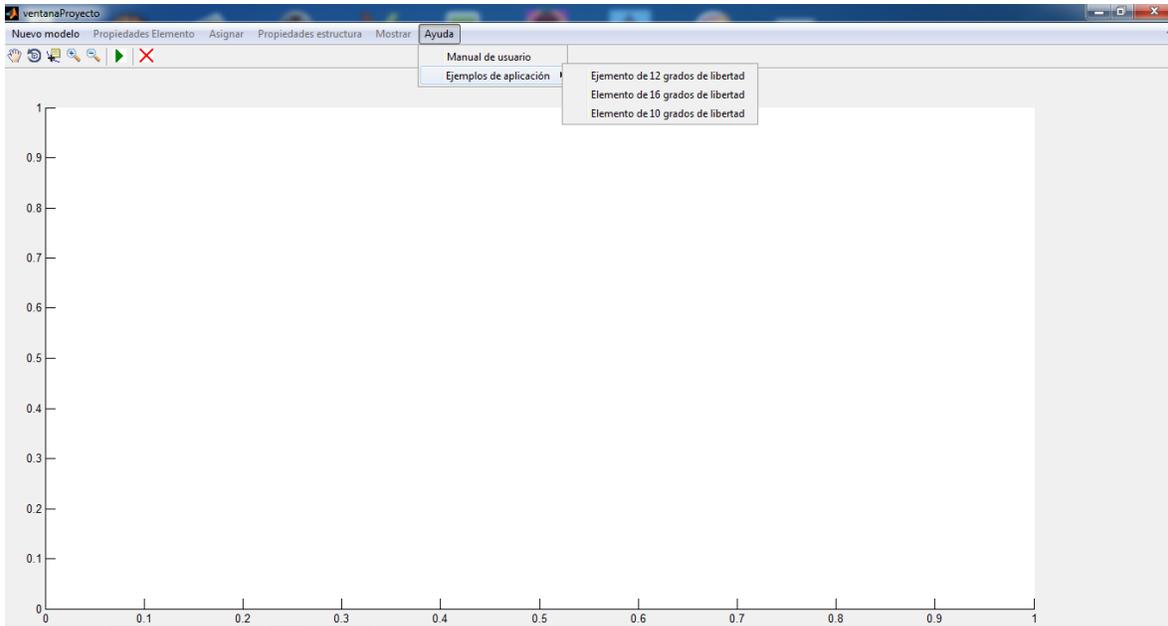
Una vez hecho esto, se desplegará en la pantalla la ventana de inicio del programa que se muestra a continuación.

Gráfico 2: Pantalla de inicio del programa



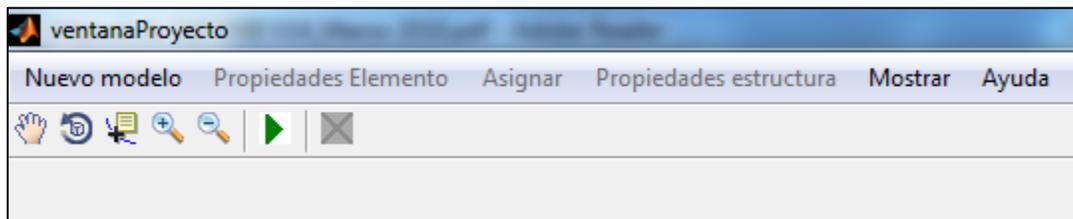
Al presionar el botón “Continuar” se abrirá la interfaz gráfica de usuario que se muestra a continuación.

Gráfico 3: Interfaz gráfica de usuario



A continuación se realiza una breve descripción de los elementos que componen la cinta de opciones y la cinta de herramientas.

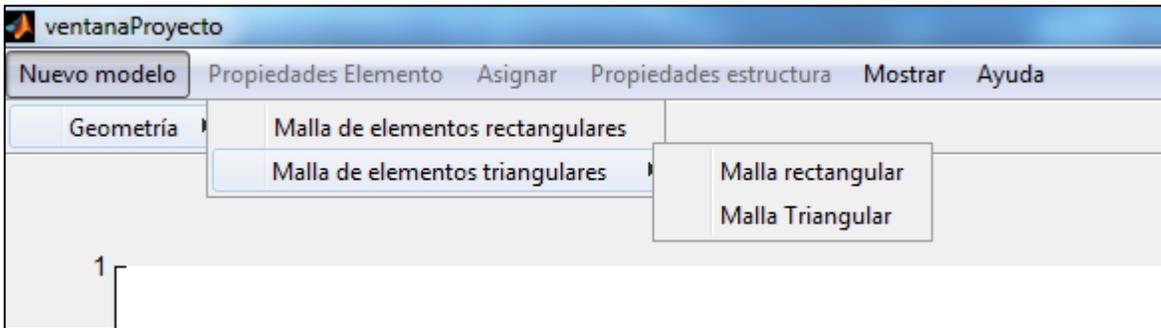
Gráfico 4: Menú de opciones del programa



1.- Nuevo modelo

En esta opción se encuentran las herramientas para crear un nuevo modelo a ser analizado, al hacer click en esta opción nos muestra las siguientes opciones:

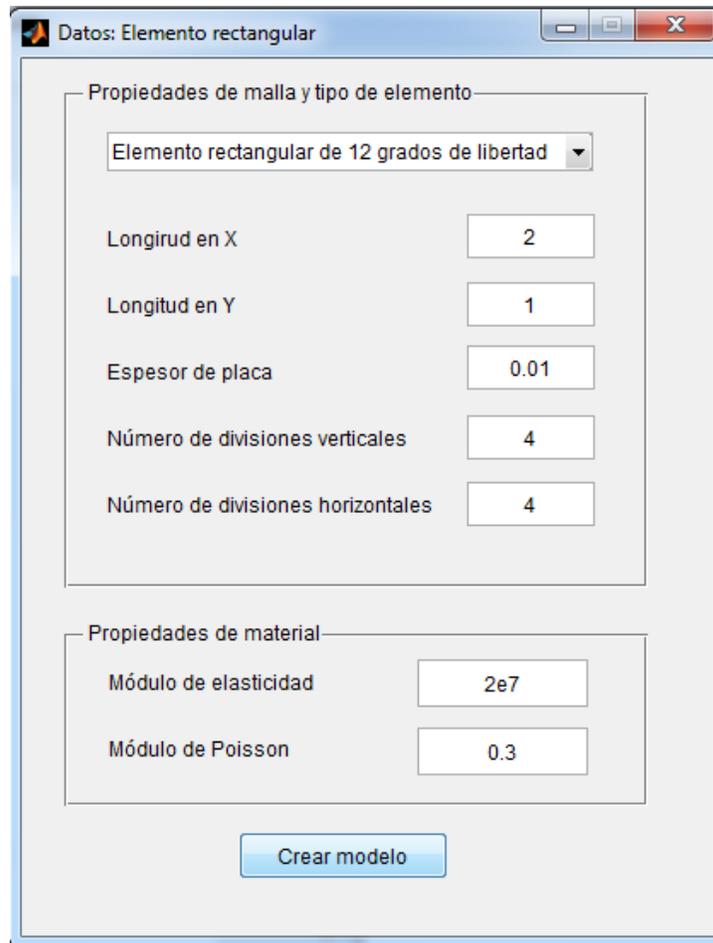
Gráfico 5: Opciones para crear un nuevo modelo



1.1.- Malla Elementos rectangulares

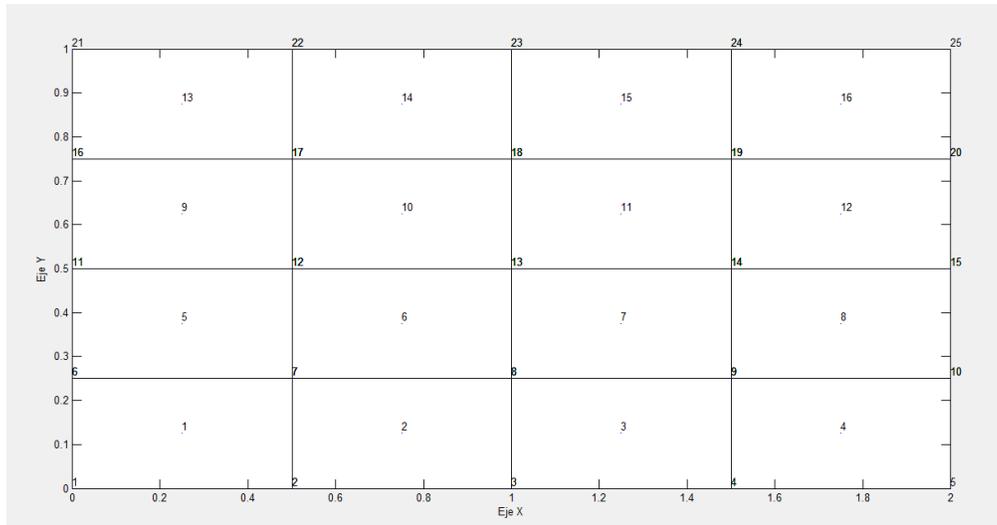
Al escoger esta opción, podemos definir un nuevo modelo de elementos rectangulares, ya sean elementos de 12 grados de libertad (3 grados de libertad por nodo) o elementos de 16 grados de libertad (4 grados de libertad por nodo).

Gráfico 6: Creación de una malla rectangular



En la imagen anterior se puede ver el ejemplo de creación de una malla rectangular de 4x4 elementos finitos, que da como resultado en el sistema de ejes de la pantalla:

Gráfico 7: Ejemplo de malla de 4x4 elementos finitos rectangulares



El número en el centro de cada rectángulo es el número de elemento asignado de forma automática.

1.2.- Malla Elementos Triangulares

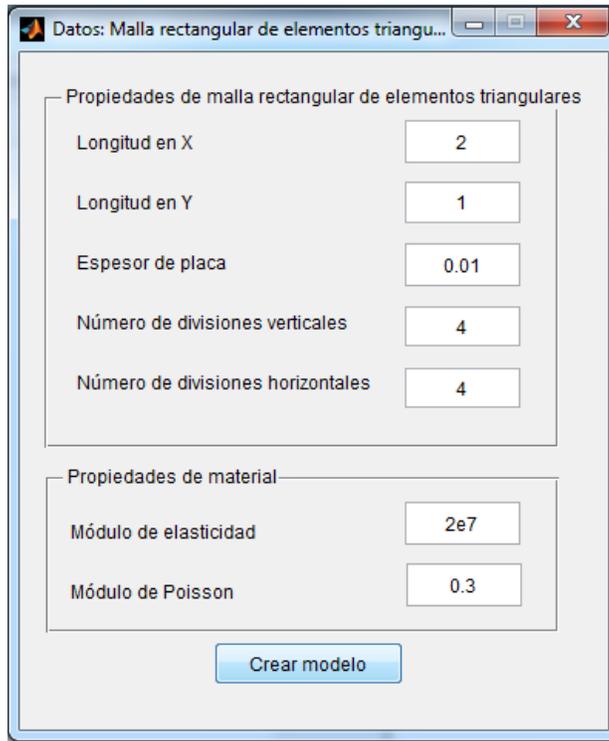
En esta opción tenemos dos posibles elecciones generar un nuevo modelo, malla rectangular de elementos triangulares y malla triangular de elementos triangulares.

En ambos casos los elementos triangulares creados tienen dos números en el nodo del centroide, el número superior representa el número de elemento y el número inferior representa el número del nodo centroidal.

1.2.1.- Malla rectangular de elementos triangulares

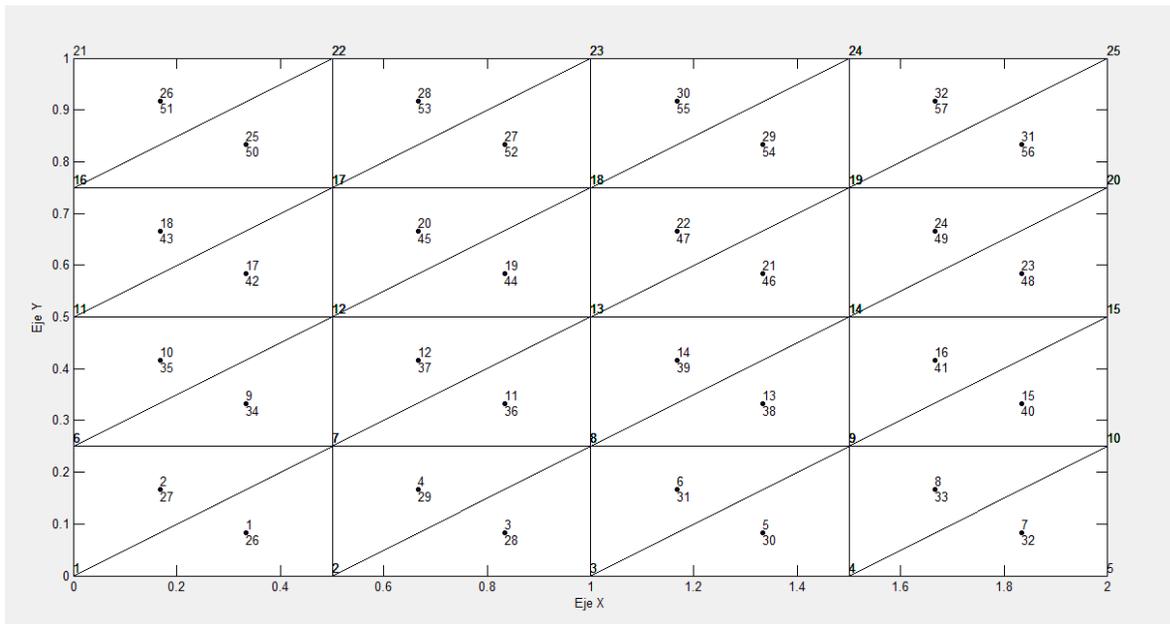
Con esta opción podemos crear un modelo de placa rectangular discretizada en elementos triangulares, tal como se muestra en la imagen:

Gráfico 8: Creación de un modelo de placa rectangular discretizado en elementos triangulares



En la imagen anterior se puede ver la creación de un modelo de placa rectangular discretizada en elementos triangulares, que da como resultado en pantalla lo siguiente:

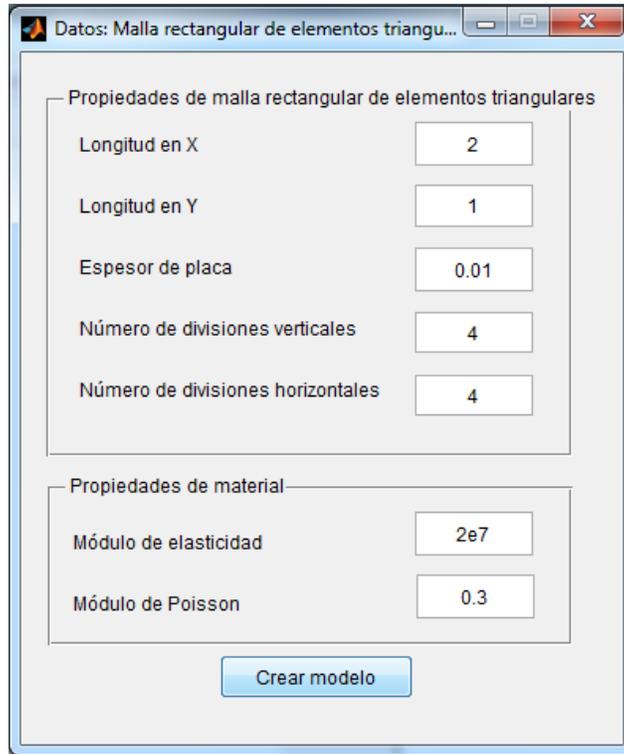
Gráfico 9: Placa rectangular discretizada en elementos triangulares



1.2.2.- Malla triangular

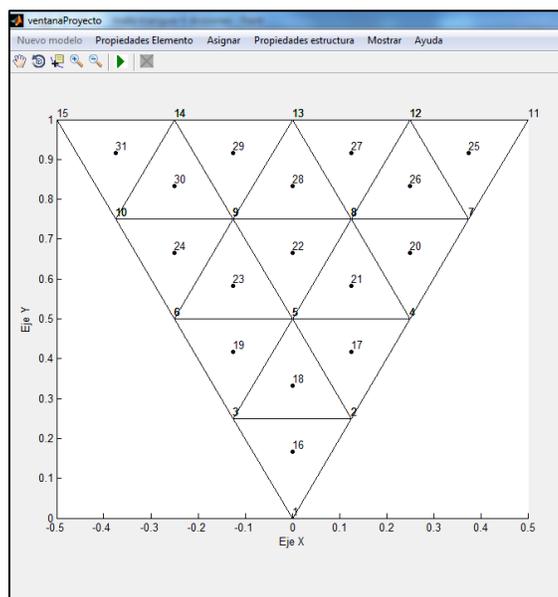
Con esta opción podemos crear un modelo de placa triangular discretizada en elementos triangulares, tal como se muestra en la imagen:

Gráfico 10: Creación de un modelo de placa triangular con cuatro divisiones por lado



Que da como resultado por pantalla lo siguiente:

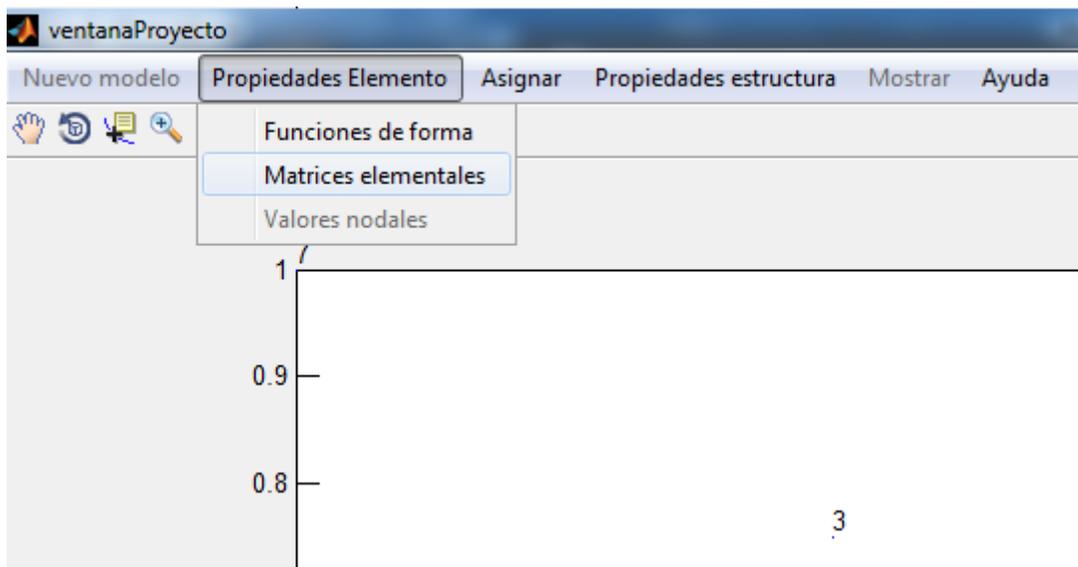
Gráfico 11: Gráfico de malla triangular con 4 divisiones por lado



2.- Propiedades Elemento

Esta opción se hace visible después de haber creado un nuevo modelo, aquí es donde aparece las diferentes propiedades y gráficas que se puede obtener de cualquier elemento en particular. En la siguiente imagen se puede ver que opciones contiene este menú.

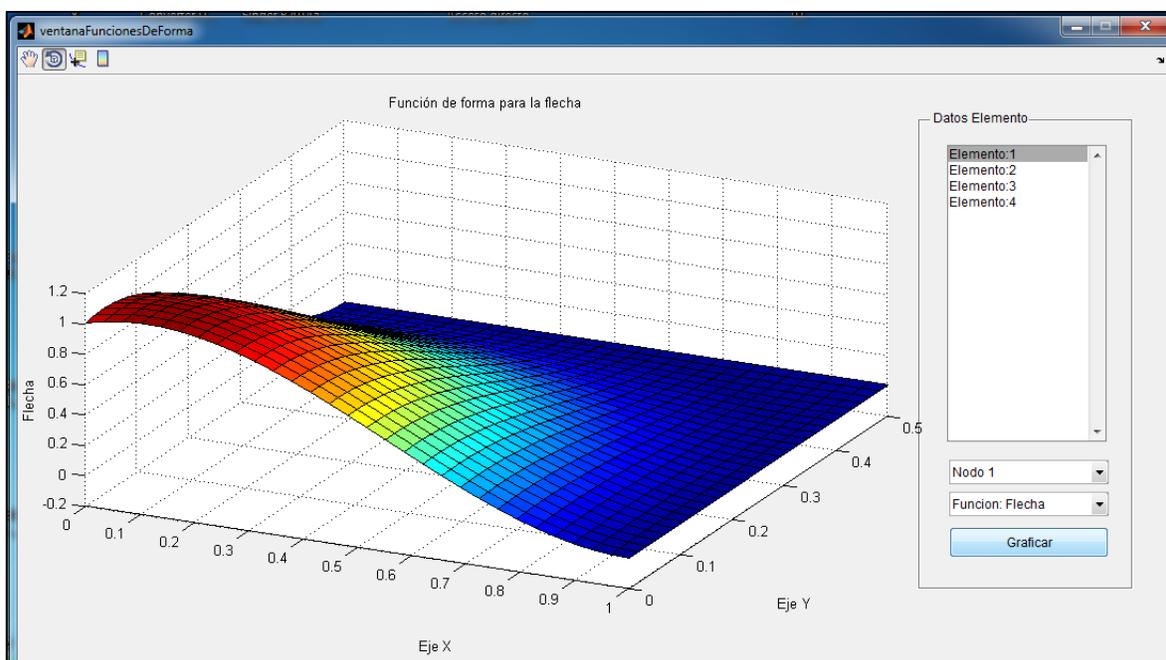
Gráfico 12: Menú propiedades Elemento



2.1.- Funciones de forma

En esta opción se puede ver la gráfica de las funciones de forma de cualquier elemento de la malla en cualquiera de sus nodos, como se ve en la imagen.

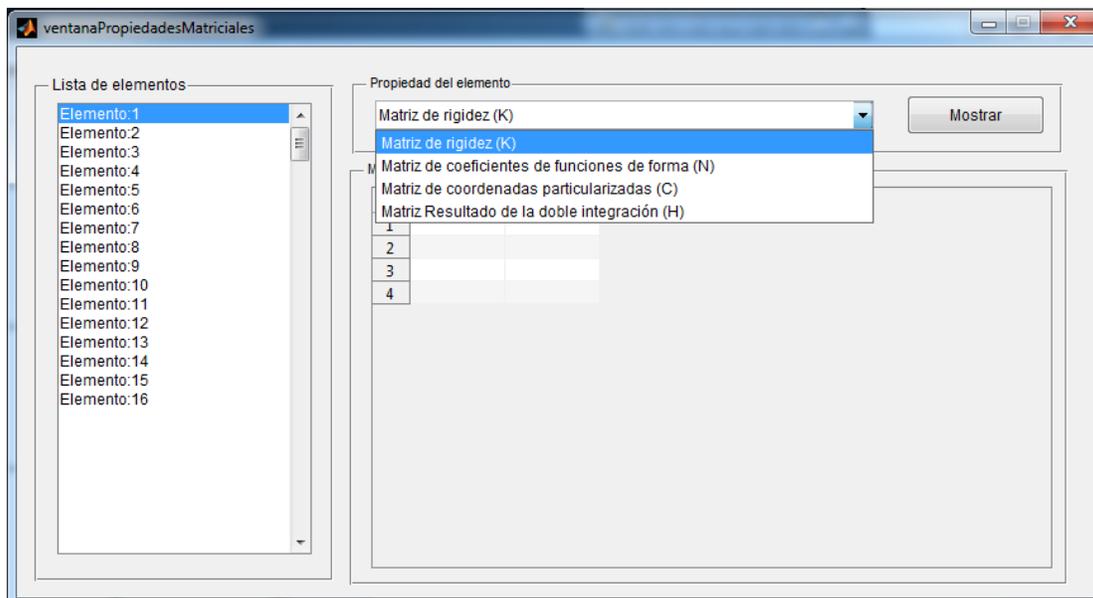
Gráfico 13: Ventana de gráficas de funciones de forma



2.2.- Matrices elementales

En esta opción se puede ver las diferentes matrices halladas en el proceso de cálculo de la matriz de rigidez del elemento tal como se ve en la siguiente imagen:

Gráfico 14: Ventana que muestra las matrices elementales en el proceso de cálculo de la matriz de rigidez



Al hacer click en “Matriz de rigidez”, aparece el resultado como sigue:

Gráfico 15: Resultado por pantalla de la matriz de rigidez

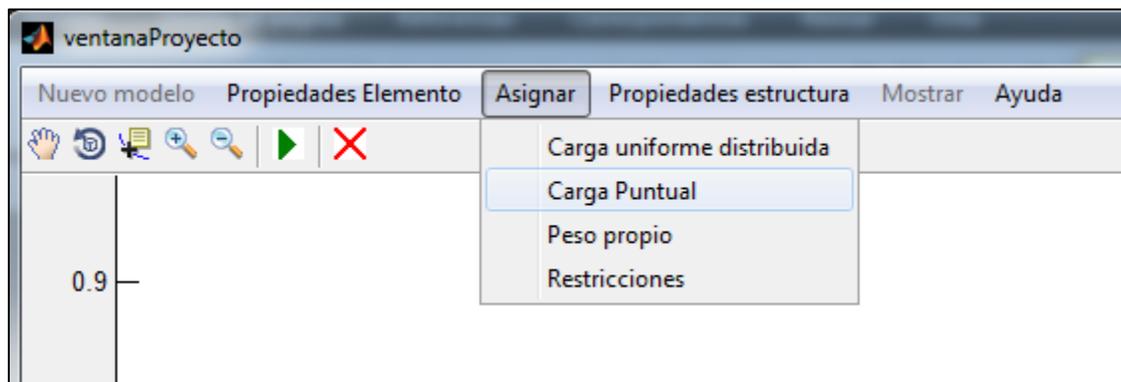
The screenshot shows the same software window, but now the 'Matriz de rigidez (K)' is displayed in a table format. The table has 12 rows and 7 columns. The first column contains row indices from 1 to 12. The first row contains column indices from 1 to 7. The matrix is symmetric.

	1	2	3	4	5	6	7
1	286.5934	6.8864	30.9158	65.0549	4.6886	13.0403	-87.0
2	6.8864	1.9048	0.5495	-4.6886	0.4396	1.3323e-15	-0.8
3	30.9158	0.5495	5.0549	13.0403	0	2.2711	-14.1
4	65.0549	-4.6886	13.0403	286.5934	-6.8864	30.9158	-264.6
5	4.6886	0.4396	-6.6613e-16	-6.8864	1.9048	-0.5495	1.3
6	13.0403	1.3323e-15	2.2711	30.9158	-0.5495	5.0549	-29.8
7	-87.0330	-0.8059	-14.1392	-264.6154	1.3919	-29.8168	286.5
8	0.8059	0.4762	4.4409e-16	1.3919	-0.0733	-8.8818e-16	-6.8
9	14.1392	4.4409e-16	1.2637	29.8168	-4.4409e-16	2.3993	-30.9
10	-264.6154	-1.3919	-29.8168	-87.0330	0.8059	-14.1392	65.0
11	-1.3919	-0.0733	1.3323e-15	-0.8059	0.4762	-1.3323e-15	-4.6
12	29.8168	-6.6613e-16	2.3993	14.1392	2.2204e-16	1.2637	-13.0

3.- Asignar

En esta opción del menú tenemos lo siguiente:

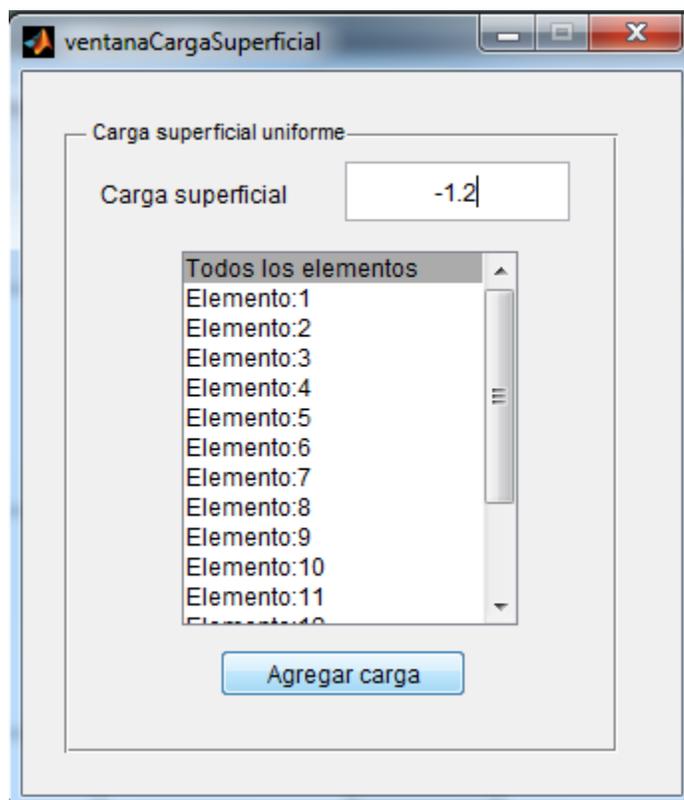
Gráfico 16: Ventana de asignación de cargas y restricciones



3.1.- Carga uniforme distribuida

En esta opción es donde se puede asignar a la estructura una carga uniformemente distribuida, ya sea sobre toda la estructura o sobre alguno de sus elementos que la conforman.

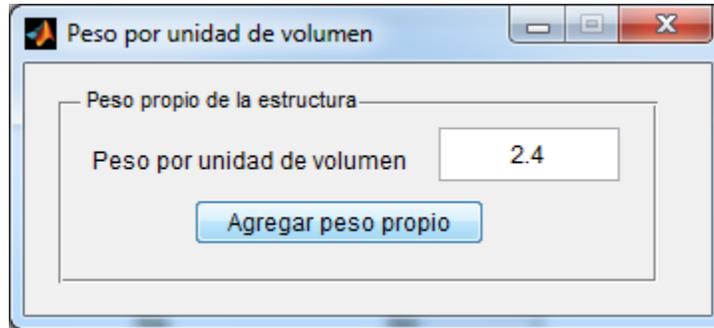
Gráfico 17: Ventana de asignación de carga distribuida uniforme



3.2.- Peso propio

En esta opción podemos agregar el valor de peso propio del material que conforma la estructura. Se debe colocar un valor positivo en unidades de peso por unidad de volumen.

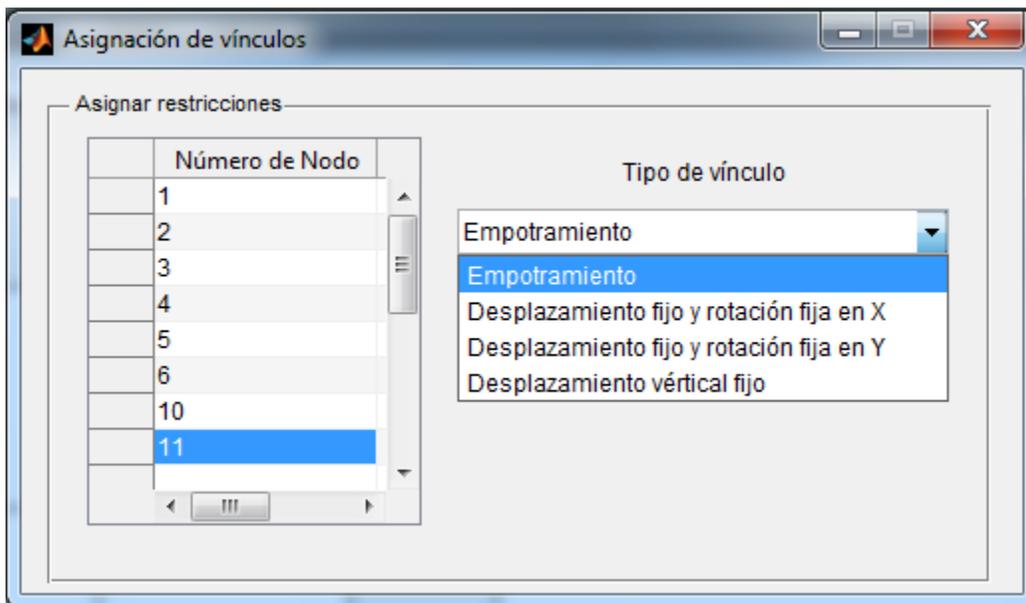
Gráfico 18: Ventana para agregar el peso propio del material que compone la estructura



3.3.- Restricciones

En esta opción se añaden las restricciones o vínculos de la estructura la cual tiene las siguientes opciones de vínculo.

Gráfico 19: Ventana de asignación de restricciones



3.3.1.- Empotramiento

Este tipo de vínculo restringe totalmente los desplazamientos del nodo de la estructura, generando 3 reacciones: una fuerza vertical y dos momentos aplicados en el nodo restringido.

3.3.2.- Desplazamiento fijo y rotación fija en X

Este tipo de vínculo sólo restringe dos desplazamientos del nodo de la estructura, que son: el desplazamiento vertical en el eje Z y la rotación perpendicular al eje X, dejando desplazable la rotación perpendicular al eje Y.

3.3.3.- Desplazamiento fijo y rotación fija en Y

Este tipo de vínculo sólo restringe dos desplazamientos del nodo de la estructura, que son: el desplazamiento vertical en el eje Z y la rotación perpendicular al eje Y, dejando desplazable la rotación perpendicular al eje X.

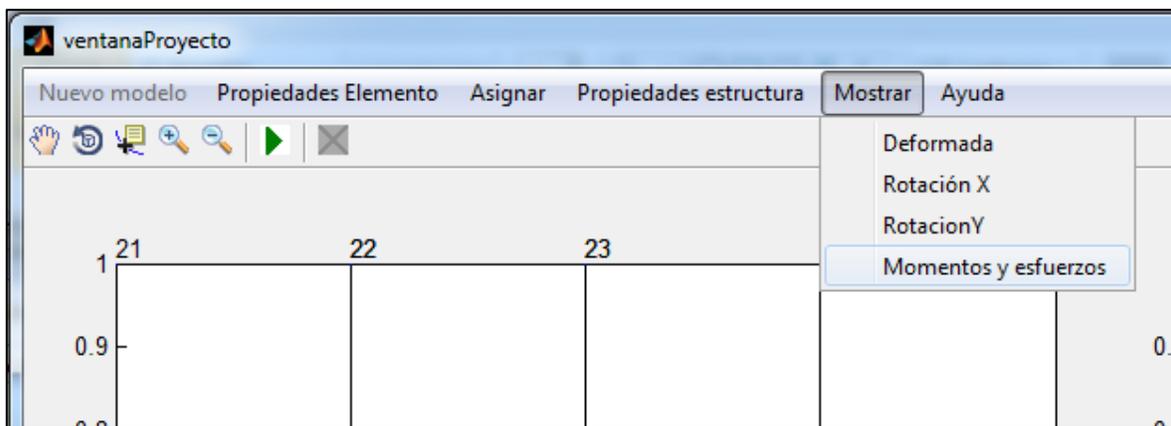
3.3.4.- Desplazamiento vertical fijo

Este tipo de vínculo sólo restringe el desplazamiento vertical del nodo, dejando desplazable los giros alrededor del eje X y el eje Y, dando como resultado solo una reacción vertical.

4.- Mostrar

En esta opción del menú es donde se muestra las gráficas obtenidas como resultado del proceso de cálculo, que son: la deformada de la estructura, la rotación en X, la rotación en Y, la gráfica de distribución de momentos flectores en el eje X, la gráfica de distribución de momentos en el eje Y, la gráfica de distribución de momentos torsores, y las gráficas de distribución de tensiones σ_x , σ_y , τ_{xy} .

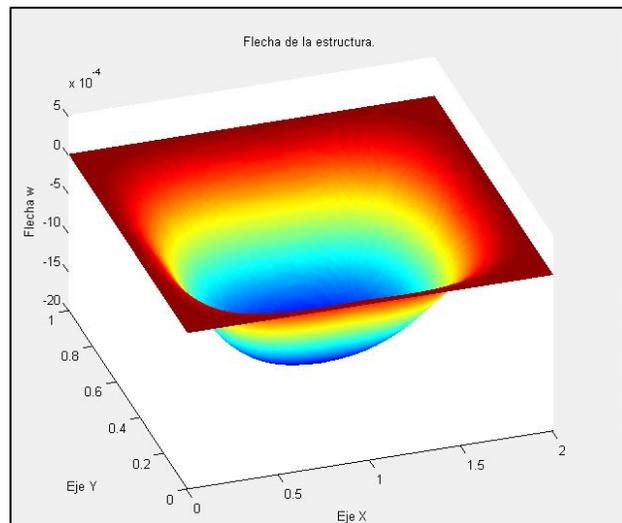
Gráfico 20: Opción que muestra las gráficas obtenidas del proceso de solución



4.1.- Deformada

En esta opción es donde se muestra la deformada de la estructura debida a las cargas aplicadas, esta gráfica aparece en el sistema de ejes situado a la derecha de la pantalla principal, tal como se muestra en la figura:

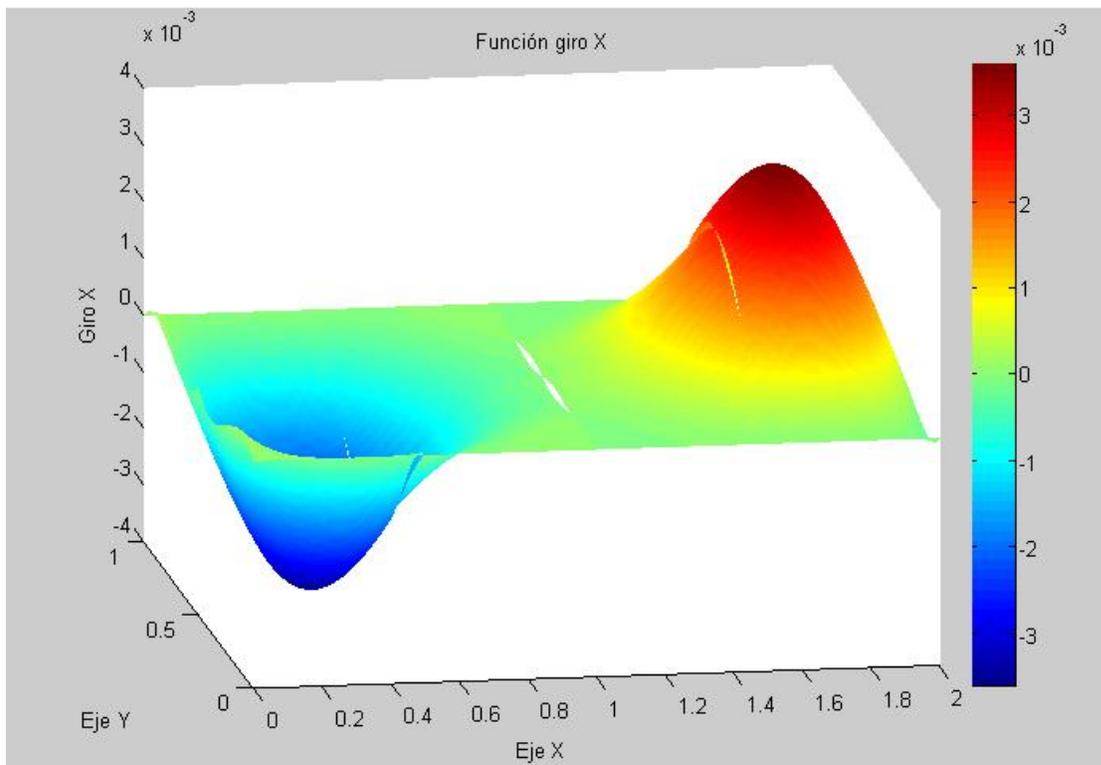
Gráfico 21: Gráfico de la deformada



4.1.- Rotación X

En esta opción se muestra la gráfica de la rotación generada en la estructura debido a los momentos flectores en el eje X.

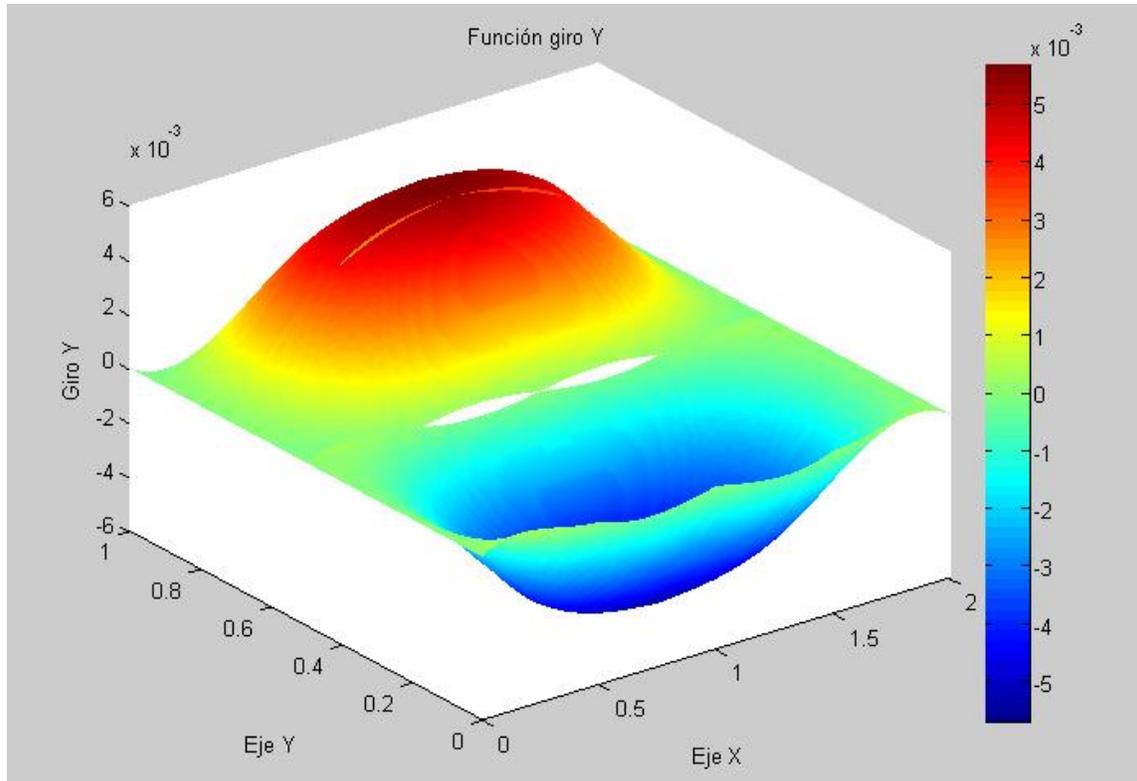
Gráfico 22: Gráfico de la rotación en X



4.2.- Rotación en Y

En esta opción se muestra la gráfica de la rotación generada en la estructura debido a los momentos flectores en el eje Y.

Gráfico 23: Gráfico de la rotación en Y

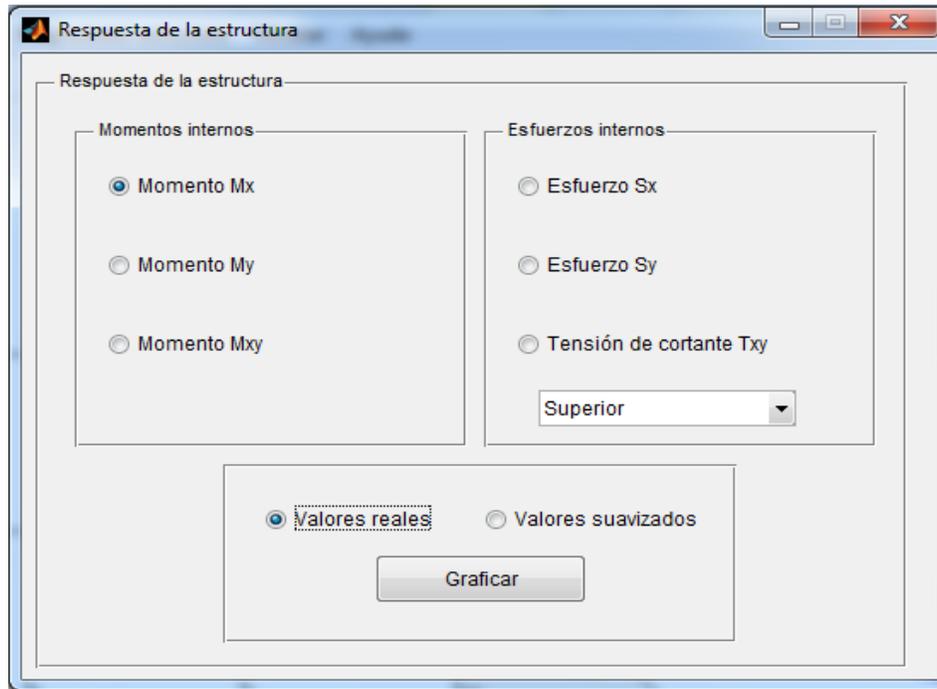


Las discontinuidades vistas en ambas imágenes se deben a que el elemento finito utilizado como ejemplo no es un elemento conforme, estas discontinuidades desaparecen en el caso del elemento finito de 16 grados de libertad.

4.3.- Momentos y esfuerzos

En esta parte del menú es donde se muestra las opciones para obtener el gráfico de la distribución de los momentos flectores, los momentos torsores y la distribución de tensiones que se generan en la estructura debido a las cargas aplicadas al modelo, tal como se muestra en la siguiente imagen.

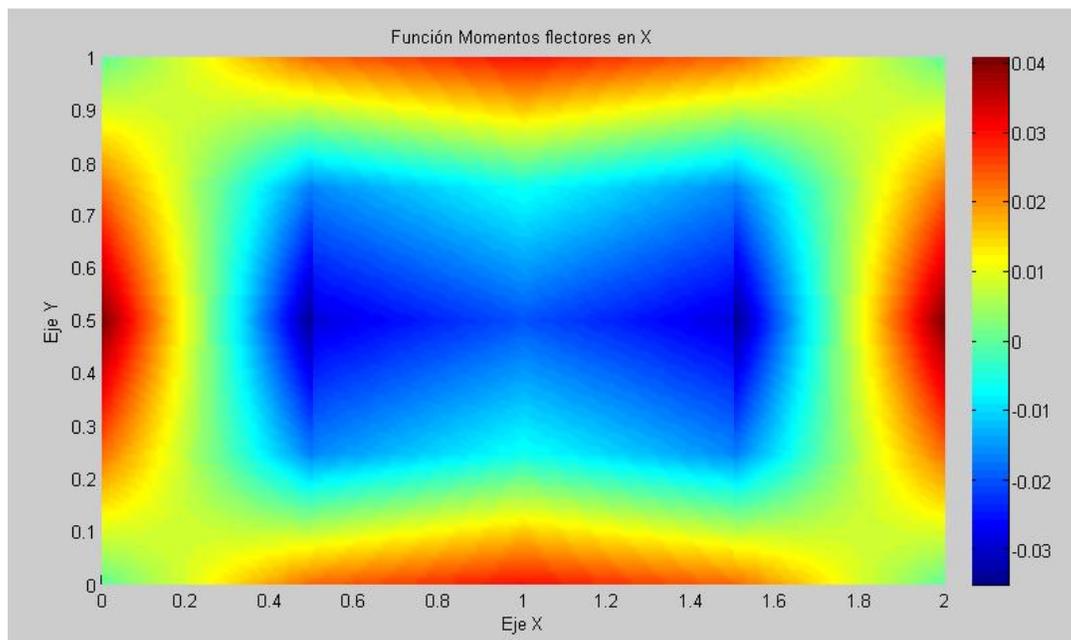
Gráfico 24: Ventana de respuestas de la estructura a las cargas aplicadas



4.3.1.- Momento Mx

Al seleccionar esta opción junto con la opción vista abajo “Valores reales” y haciendo click en el botón graficar, el programa nos mostrará la gráfica de la distribución de momentos flectores en el eje X, tal como se ve en la siguiente imagen.

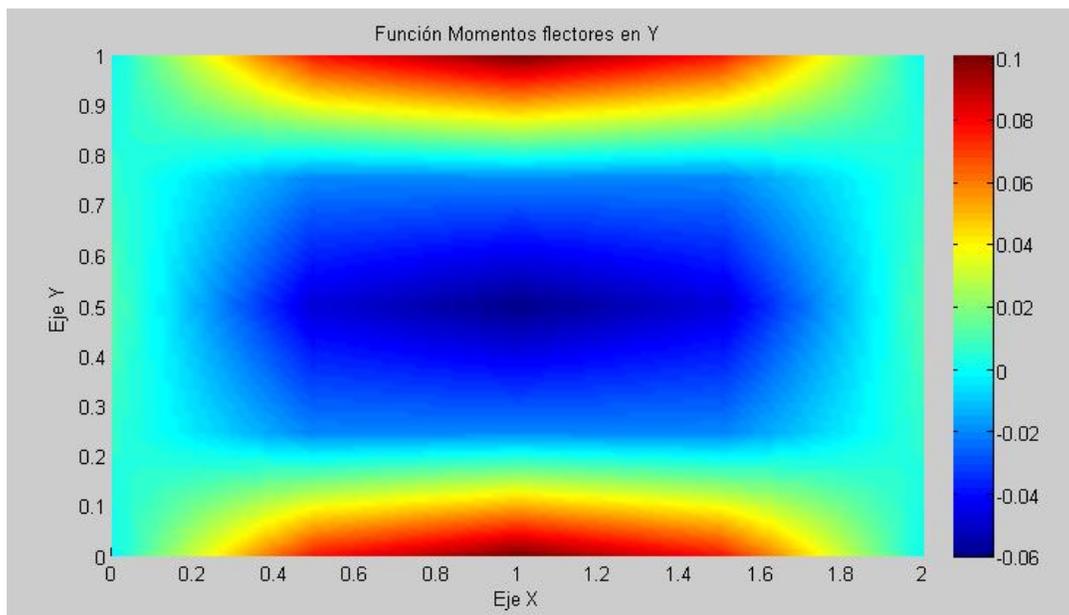
Gráfico 25: Gráfica de la distribución de momentos flectores en X



4.3.2.- Momento M_y

Al seleccionar esta opción junto con la opción vista abajo “Valores reales” y haciendo click en el botón graficar, el programa nos mostrará la gráfica de la distribución de momentos flectores en el eje Y, tal como se ve en la siguiente imagen.

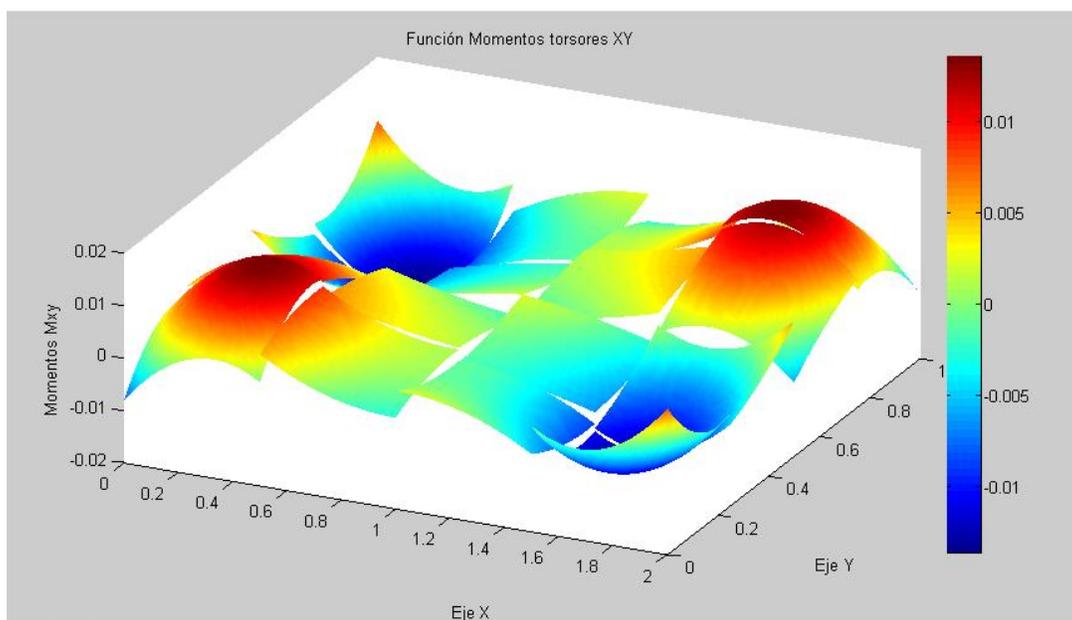
Gráfico 26: Gráfica de distribución de momentos flectores en Y



4.3.3.- Momento M_{xy}

Al seleccionar esta opción junto, el programa mostrará la distribución de momentos torsores producidos por las cargas aplicadas, tal como se muestra a continuación.

Gráfico 27: Distribución de momentos torsores

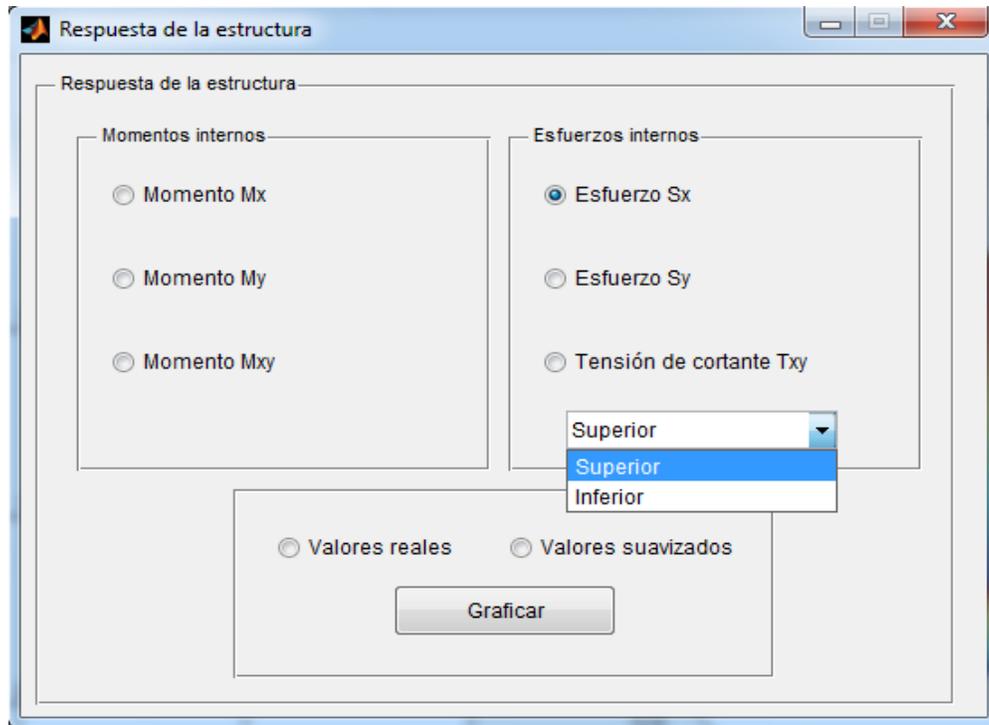


Nuevamente las discontinuidades observadas son debido a la naturaleza del elemento finito.

4.3.4.- Esfuerzo Sx

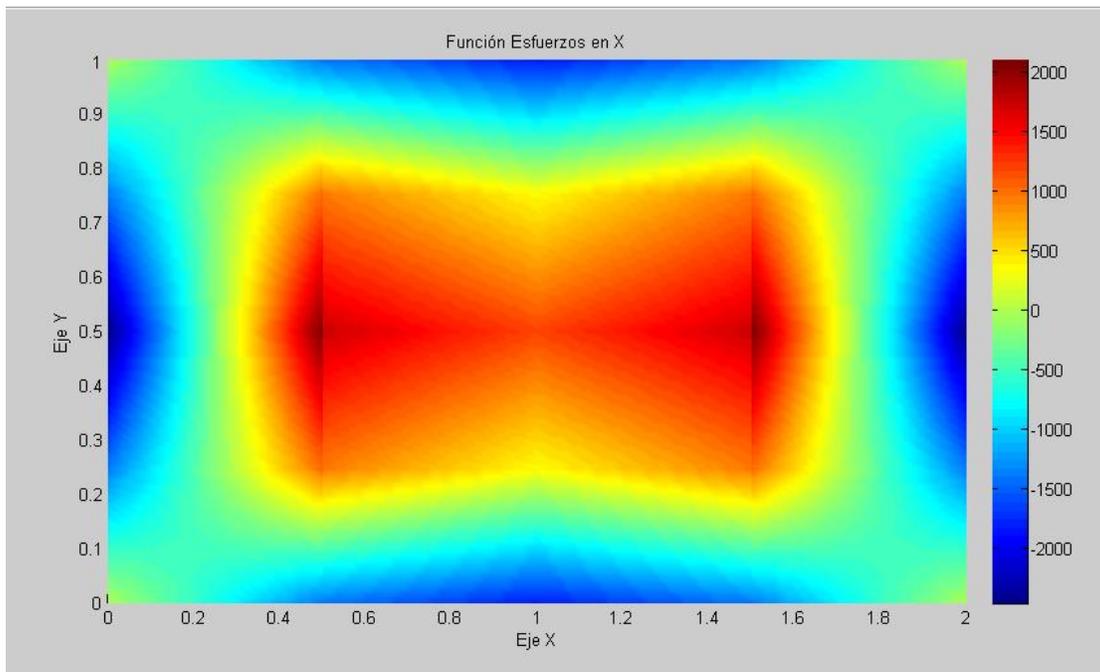
En esta opción, además de mantener la opción de “Valores reales”, debemos escoger en que fibra se desea ver la distribución de esfuerzos, ya sea en la fibra inferior o superior de la placa, tal como se muestra a continuación.

Gráfico 28: Presentación de la distribución de esfuerzos en la fibra escogida



Una vez escogida la fibra en la que se desea ver la distribución de esfuerzos, se selecciona si se desea ver la distribución real o la distribución suavizada, a continuación se muestra los resultados obtenidos del ejemplo hipotético seguido.

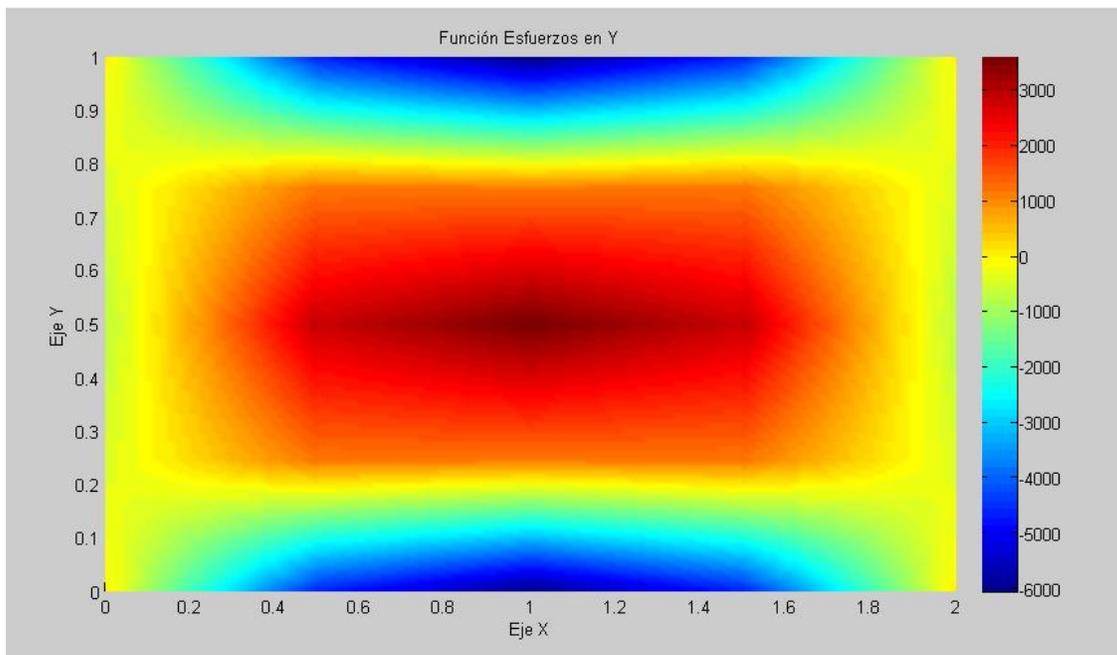
Gráfico 29: Distribución de esfuerzos en la fibra inferior de la placa



4.3.5.- Esfuerzo S_y

Al seleccionar esta opción y la fibra en la que se desea ver la distribución de esfuerzos, se obtiene lo siguiente.

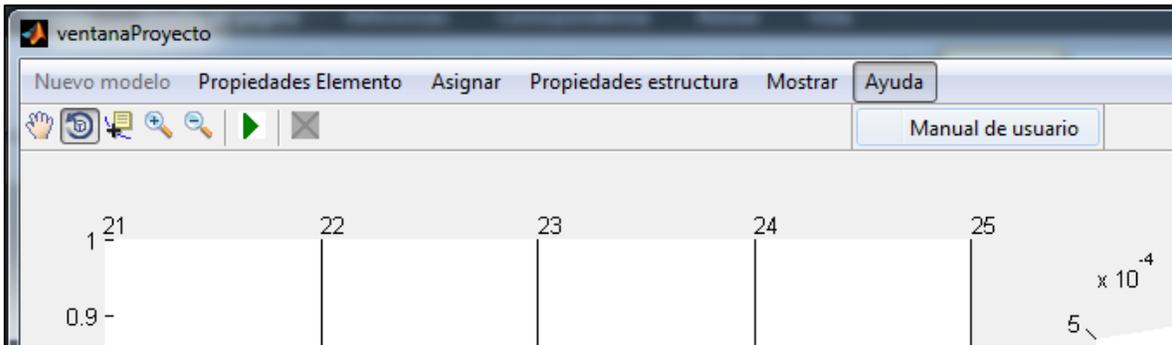
Gráfico 30: Distribución de esfuerzos en Y, en la fibra inferior de la placa



5.- Ayuda

Por último, se dispone en el menú la opción “Ayuda”, que se muestra en la imagen.

Gráfico 31: Opción que despliega el manual de usuario



Donde se muestra la opción “Manual de usuario”, que al hacer click en esta opción, se abrirá el presente manual de usuario en formato pdf.

6.- Ejemplos básicos de aplicación del programa mediante sus algoritmos

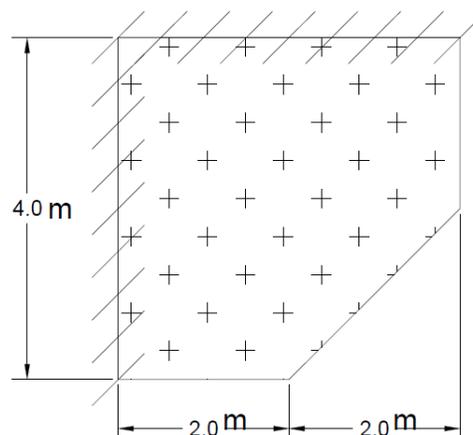
En este apartado se realiza una breve explicación de cómo utilizar los algoritmos desarrollados en el programa.

6.1.- Ejemplo de combinación entre un elemento finito rectangular y un elemento finito triangular

Se resuelve la placa empotrada en sus bordes mostrada a continuación, con los siguientes datos:

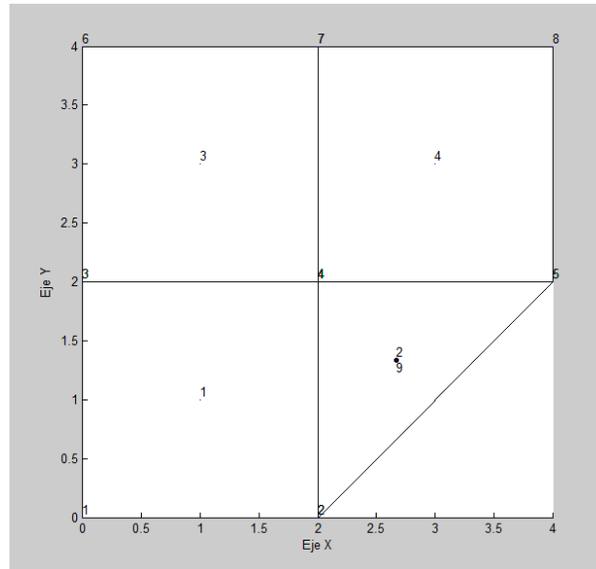
$$q = 1.2 \text{ ton/m}^2; \quad E = 2.18\text{e}6 \text{ ton/m}^2; \quad t = 0.1 \text{ m}; \quad \mu = 0.2$$

Gráfico 32: Losa de forma poligonal simple



Se puede apreciar que para resolver el problema mostrado hay que combinar el elemento rectangular con el elemento triangular, se discretiza la estructura como se muestra en la figura:

Gráfico 33: Placa discretizada en cuatro elementos finitos



Para que el programa creado resuelva la estructura mostrada se procede de la siguiente manera:

1. Se crean los nodos de la estructura haciendo uso de la clase “Nodo”.
2. Se crean los elementos que forman la estructura haciendo uso de la clase “Elemento”.
3. Crear la estructura haciendo uso de la clase “Estructura”.
4. Asignar los vínculos a la estructura según sea el caso.
5. Asignar las cargas aplicadas a la estructura.
6. Se resuelve la estructura haciendo uso del comando “resolver” de la clase estructura.

Todas las instrucciones se escriben en el promter de MatLab.

A continuación se explica cada paso necesario para resolver la estructura.

6.1.1.- Creación de los nodos de la estructura

Para la creación de los nodos de la estructura se utiliza la clase “Nodo” haciendo uso de sus atributos de la siguiente manera:

nodo = Nodo(número de nodo, coordenada x, coordenada y, número de grados de libertad);

Cada nodo se crea de la manera mostrada, para la estructura a resolver los nodos se crearon como se muestra a continuación.

Gráfico 34: Creación de nodos y elementos mediante código

```
Command Window
>> % Creación de los nodos de la estructura.
>> n1 = Nodo(1,0,0,3); % Nodo(numNodo,x,y,numGDL).
>> n2 = Nodo(2,2,0,3); % Nodo(numNodo,x,y,numGDL).
>> n3 = Nodo(3,0,2,3); % Nodo(numNodo,x,y,numGDL).
>> n4 = Nodo(4,2,2,3); % Nodo(numNodo,x,y,numGDL).
>> n5 = Nodo(5,4,2,3); % Nodo(numNodo,x,y,numGDL).
>> n6 = Nodo(6,0,4,3); % Nodo(numNodo,x,y,numGDL).
>> n7 = Nodo(7,2,4,3); % Nodo(numNodo,x,y,numGDL).
>> n8 = Nodo(8,4,4,3); % Nodo(numNodo,x,y,numGDL).
>> % Creación de los elementos de la estructura.
>> e1 = ElemRec12GDL(1,2.18e6,0.2,0.1,n1,n2,n4,n3);
>> e2 = ElemTriang10GDL(2,2.18e6,0.2,0.1,n2,n5,n4);
>> e3 = ElemRec12GDL(3,2.18e6,0.2,0.1,n3,n4,n7,n6);
>> e4 = ElemRec12GDL(4,2.18e6,0.2,0.1,n4,n5,n8,n7);
```

6.1.2.- Creación de los elementos de la estructura

Para la creación de los elementos de la estructura se procede de la misma forma que los nodos, tal como se muestra en el gráfico 34.

Un elemento rectangular de 12 grados de libertad, se crea de la siguiente manera:

$$\text{elemento} = \text{ElemRec12GDL}(\text{número de elemento}, \text{módulo de elasticidad}, \text{módulo de Poisson}, \text{espesor de la placa}, \text{nodo1}, \text{nodo2}, \text{nodo3}, \text{nodo4});$$

Un elemento triangular de 10 grados de libertad, se crea de la siguiente manera:

$$\text{elemento} = \text{ElemTriang10GDL}(\text{número de elemento}, \text{módulo de elasticidad}, \text{módulo de Poisson}, \text{espesor de la placa}, \text{nodo1}, \text{nodo2}, \text{nodo3});$$

Ambos elementos aparecen creados en la figura 34.

En el caso del elemento triangular “e2” es necesario cambiar el número de nodo en su nodo centroidal para no generar errores en el programa y tenga la numeración mostrada en la figura 33.

Para esto se modifica tanto el número de nodo en el nodo 4 del elemento triangular, como también el vector que contiene los números de nodo del elemento, haciendo uso de las instrucciones mostradas a continuación:

Gráfico 35: Modificación de atributos del elemento triangular

```
Command Window
>> % En el elemento 2 se debe modificar el número del nodo centroidal
>> % y el vector con los números de nodo del elemento 2.
>> e2.nodo4.setNumNodo(9);
>> e2.setVecNumNodo([2 5 4 9]); % vector con los números de nodo del elemento 2.
>> % Creación de la estructura
>> placa = Estructura({e1 e2 e3 e4});
>> % Asignación de vínculos a la estructura
>> placa.vincularNodos({1,3,6,7,8}, 'empotrado'); % nodos empotrados
>> % Asignación de la carga distribuida de 1.2 ton/m2
>> placa.cargarEstructura(-1.2);
>> % Resolución de la estructura
>> placa.resolver
fx >>
```

Una vez creados los elementos se procede a crear la estructura.

6.1.3.- Creación de la estructura

Para crear la estructura se utiliza la clase “Estructura”, que recibe la lista de elementos, para esto se utiliza la instrucción mostrada en el gráfico 35:

placa = Estructura(lista de elementos);

Donde se ha dado el nombre de “placa” a la estructura a ser resuelta.

6.1.4.- Asignación de vínculos a la estructura

Para asignar los vínculos a la estructura se procede tal como se ve en el gráfico 35, con la instrucción:

Placa.vincularNodos(lista de nodos a ser vinculados, nombre del tipo de vínculo);

Que recibe como parámetros la lista de nodos a ser vinculados y el tipo de vínculo para dichos nodos.

Los nombres utilizados para definir los vínculos son los siguientes: *empotrado*, *fijoEnZ*, *rotacionFijaEnX*, *rotacionFijaEnY*. Así como están escritos

6.1.5.- Asignación de carga a la estructura

Para asignar la carga uniformemente distribuida a la estructura, se utiliza el comando:

placa.cargarEstructura(valor de la carga);

Como se puede ver en el gráfico 35, con el que se carga todos los elementos de la estructura.

6.1.6.- Resolución de la estructura

Por último se procede a resolver la estructura, para esto se utiliza el comando mostrado en la figura 35.

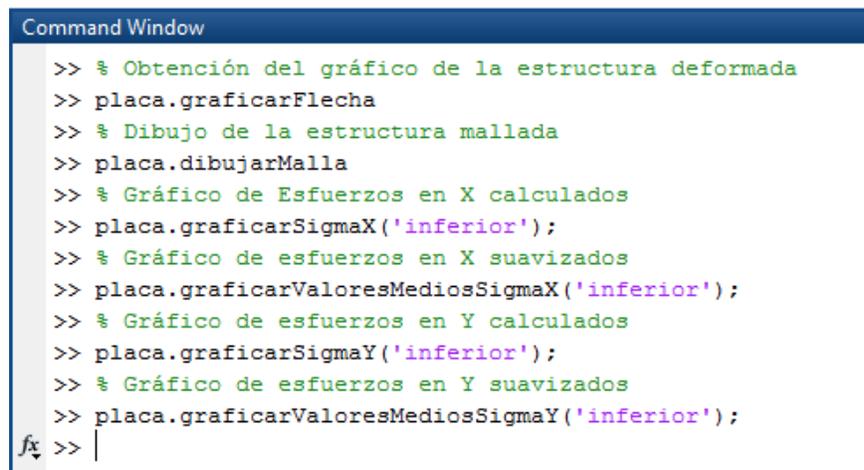
placa.resolver

Con esta instrucción el programa ensambla la matriz de rigidez de la estructura, los vectores de carga y de desplazamientos, realiza el ordenamiento en función de los vínculos restringidos de la estructura y resuelve el sistema de ecuaciones resultante.

6.1.7.- Obtención de gráficos y resultados

Las instrucciones necesarias para la obtención de los resultados en forma gráfica, se muestran a continuación con sus respectivos códigos.

Gráfico 36: Instrucciones para mostrar resultados por pantalla



```
Command Window
>> % Obtención del gráfico de la estructura deformada
>> placa.graficarFlecha
>> % Dibujo de la estructura mallada
>> placa.dibujarMalla
>> % Gráfico de Esfuerzos en X calculados
>> placa.graficarSigmaX('inferior');
>> % Gráfico de esfuerzos en X suavizados
>> placa.graficarValoresMediosSigmaX('inferior');
>> % Gráfico de esfuerzos en Y calculados
>> placa.graficarSigmaY('inferior');
>> % Gráfico de esfuerzos en Y suavizados
>> placa.graficarValoresMediosSigmaY('inferior');
fx >> |
```

Con la instrucción *placa.graficarFlecha*, se obtiene la gráfica de la estructura deformada vista como un mapa de calor que también puede ser rotado con las herramientas de MatLab para poder ver la deformada en 3d.

Gráfico 37: Vista en planta de la estructura deformada

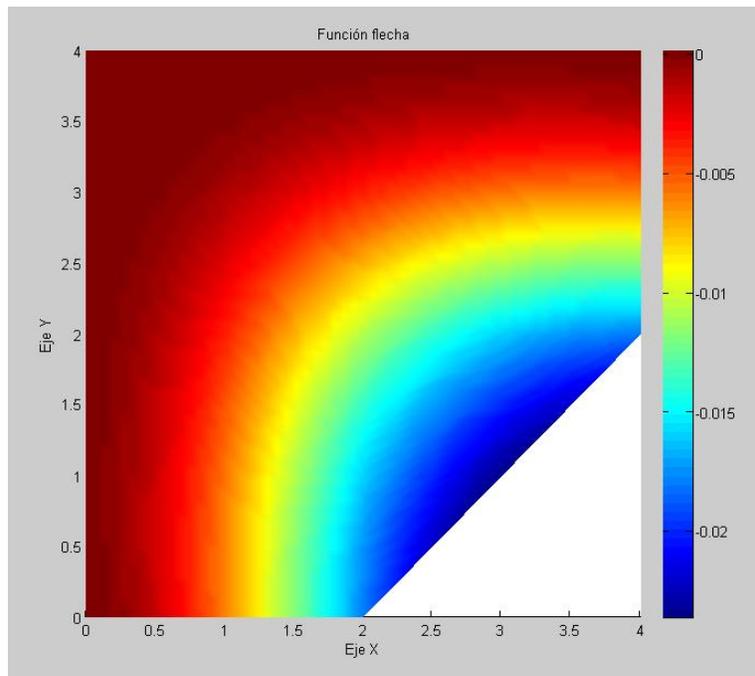
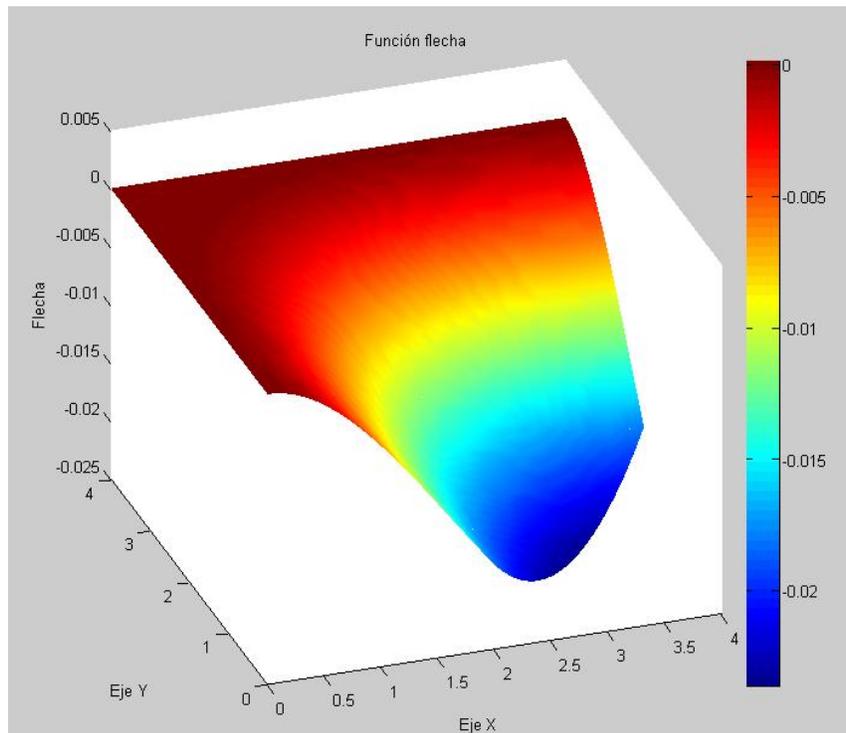
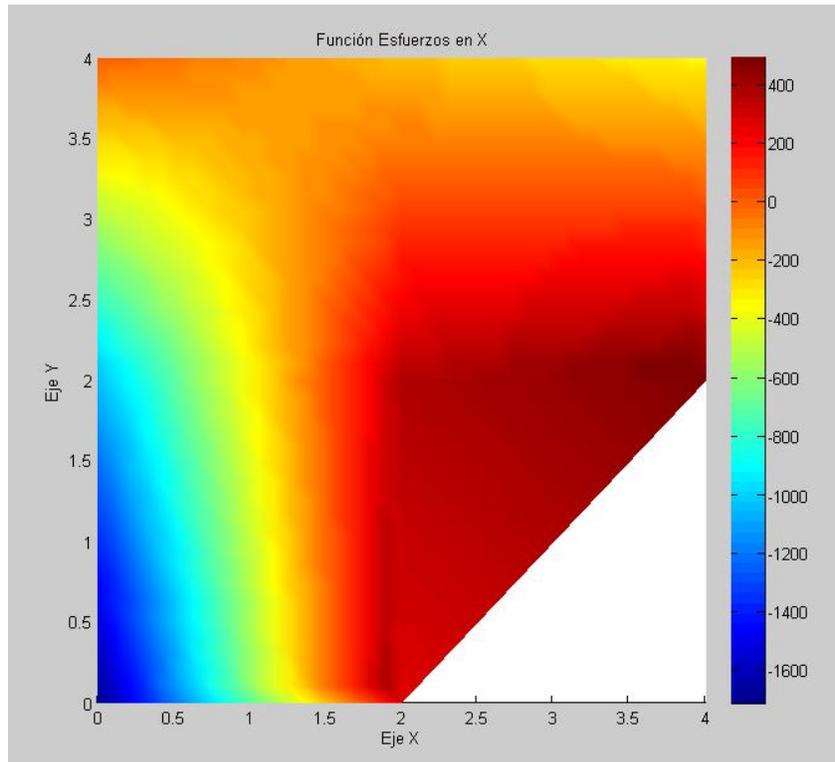


Gráfico 38: Vista en 3d de la estructura deformada



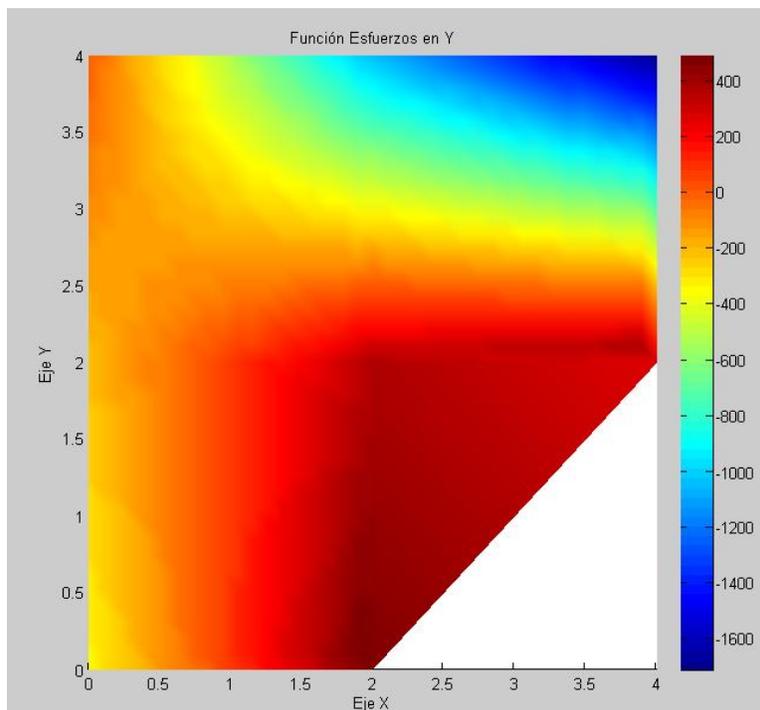
La instrucción `placa.graficarValoresMediosSigmaX('inferior')`, muestra lo siguiente:

Gráfico 39: Distribución de tensiones suavizadas en la dirección del eje X



De igual manera, la instrucción `placa.graficarValoresMediosSigmaY('inferior')` muestra lo siguiente:

Gráfico 40: Distribución de tensiones suavizadas en la dirección del eje Y



Para un mejor entendimiento del manejo del programa mediante instrucciones, se recomienda leer los comentarios dejados en todos los algoritmos y clases creados para el presente programa, con tal de que sea más fácil su uso y posterior aplicación como futuras ampliaciones o mejoras hechas por el usuario.

7.- Descripción breve de las clases y métodos creados en el presente programa

En este apartado se realiza una descripción breve de los algoritmos utilizados en el programa.

7.1.- Estructura del programa

El programa fue desarrollado con la siguiente estructura jerárquica de las clases que lo componen, la cual se muestra de manera simplificada:

7.1.1.- Clase Nodo: Esta clase no cuenta con clases derivadas, aquí se generan los nodos de la malla de la estructura y se crean los vínculos.

7.1.2.- Clase Elemento: sus clases derivadas son:

1. Clase ElemRec12GDL
2. Clase ElemRec16GDL
3. Clase ElemTriang10GDL

Cada una de estas clases se encarga de definir las propiedades del tipo de elemento finito que definen y luego envían sus resultados a la clase estructura, que es donde se resuelve el problema final.

7.1.3.- Clase Estructura: Esta clase no cuenta con clases derivadas. Aquí se calculan los desplazamientos nodales, las reacciones en los vínculos de la estructura y se determinan la distribución de tensiones y los momentos flectores internos.

7.2.- Descripción de las clases desarrolladas en el desarrollo del programa

7.2.1.- Clase Nodo

Esta es la clase que gestiona los datos de los diferentes nodos que aparecen en la estructura discretizada, tanto como sus coordenadas (x,y) como también el número de grados de libertad o las restricciones con las que cuenta el objeto Nodo en cuestión. A continuación se describen sus propiedades y sus métodos más relevantes.

Tabla 1: Propiedades de la clase Nodo

Propiedad	Descripción
x,y	Coordenadas x,y del nodo.
numGDL	Número de grados de libertad del nodo.
vecCarga	Vector de carga aplicado al nodo que está en función del número de grados de libertad.
vecDesp	Vector de desplazamientos del nodo que está en función del número de grados de libertad.
numNodo	Número índice del nodo de su ubicación en la estructura discretizada.

Tabla 2: Métodos de la clase Nodo

Método	Descripción
Nodo(numNodo,x,y,numGDL)	Este es el método constructor de la clase Nodo, que recibe como parámetros: el número de nodo, las coordenadas x,y y el número de grados de libertad del nodo.
distanciaEntreNodos(n1,n2)	Este método calcula la distancia euclidiana entre los nodos dados por parámetro.
formanAngRect(n1,n2,n3)	Este método determina si los tres nodos dados por parámetro, forman un ángulo recto tomando como base el nodo $n1$.
Vinculo(nombreVinculo)	Este método asigna el tipo de vínculo que corresponde al nodo y modifica su vector de desplazamientos y su vector de carga, según sea el caso del tipo de vínculo dado por parámetro.
mallaNetaTriangular(ni,nj,nk, numDiv)	Este es uno de los métodos más importantes, ya que genera una malla de nodos equi espaciados a partir de los nodos: ni , nj , nk , y el número de divisiones dados por parámetro.
mallaNetaRectangular(longX,longY, divVer, divHor,numGDL)	Este método genera una malla rectangular de nodos igualmente espaciados, a partir de las dimensiones del rectángulo que se desea discretizar y del número de grados de libertad que tendrá cada nodo.

7.2.2.- Clase Elemento

La clase Elemento es la clase madre de cual heredan sus atributos los diferentes tipos de elementos finitos formulados en la presente investigación, para resolver una placa sometida a flexión, ya sean triangulares o rectangulares y con diferentes grados de libertad.

A continuación se muestran sus propiedades y sus métodos más relevantes.

Tabla 3: Propiedades de la clase Elemento

Propiedad	Descripción
numNodos	Número de nodos que componen el elemento.
numElemento	Número de elemento.
numGDL	Número total de grados de libertad del elemento.
modElast	Módulo de elasticidad del material del elemento.
mu	Módulo de Poisson del material.
espesor	Espesor de la placa.
matN	Matriz de coeficientes de las funciones de forma del elemento.
matC	Matriz de coeficientes con los valores de la función de forma particularizada a las coordenadas de los nodos del elemento.
matH	Matriz H resultante del triple producto matricial $QT D Q$ y de la doble integración de sus elementos.
matConst	Matriz de constitución del elemento. (Matriz D).
matRig	Matriz de rigidez del elemento. (Matriz K).
vecDesplazamiento	Vector de desplazamientos nodales del elemento.
vecFuerza	Vector de fuerzas nodales equivalentes, resultado de las diferentes cargas aplicadas a la estructura.

Tabla 4: Métodos de la clase Elemento

Método	Descripción
Elemento(numElemento,numNodo, numGDL,nodElast,mu,espesor)	Método constructor de la clase Elemento que recibe como parámetros: el número de elemento, número de nodos, número de grados de libertad, módulo de elasticidad del material, módulo de Poisson, espesor de la placa.
matrizD(E,mu,t)	Método que determina la matriz de constitución del material a partir de: módulo de elasticidad, módulo de Poisson y del espesor de la placa.
setMatrizRigidez(e,matC,matH)	Método que determina la matriz de rigidez del elemento a partir de la matriz C y de la matriz H.
setEcuacionesDeformacion	Este método determina las ecuaciones de deformación del elemento, después de que son hallados sus desplazamientos nodales.
setEcuacionesMomento	Método que determina las ecuaciones de los momentos flectores del elemento después de ser hallados sus desplazamientos nodales.

7.2.3.- Clase ElemRec12GDL

Esta clase es una clase derivada de la clase Elemento y está particularizada para elementos de 12 grados de libertad. A continuación se muestran sus propiedades y sus métodos más relevantes:

Tabla 5: Propiedades de la clase ElemRec12GDL

Propiedad	Descripción
Propiedades heredadas de la clase Elemento.	Las propiedades de material, número de grados de libertad y número de nodos, se crean directamente en el constructor de la clase Elemento.
nodo1, nodo2, nodo3, nodo4	Nodos del elemento rectangular de 12 grados de libertad.

Tabla 6: Métodos de la clase ElemRec12GDL

Método	Descripción
ElemRec12GDL(numEl,modElast, mu,esp,n1,n2,n3,n4)	Método constructor de la clase ElemRec12GDL, que recibe como parámetros: número de elemento, módulo de elasticidad, módulo de Poisson, espesor de placa, los nodos n1, n2, n3, n4.
setFuncionesDeForma(e)	Método que calcula los coeficientes de las funciones de forma del elemento rectangular de 12 GDL (matriz N), a partir de un objeto elemento. En este método también se calcula la matriz C.
setMath(e)	Método que calcula la matriz resultante del producto QT D Q y de integrar sus elementos.
fijarNodos(e,n1,n2,n3,n4)	Método que verifica si los cuatro nodos dados por parámetro definen un rectángulo en el plano.

Las clases ElemRec16GDL y ElemTriang10GDL, presentan las mismas cualidades que la clase elemento rectangular de 12 grados de libertad, cada una orientada específicamente a su tipo de elemento.

7.2.4.- Clase Estructura

Esta es la clase principal del programa, ya que en esta clase es donde se definen las cargas, los nodos vinculados con sus respectivos tipos de vínculo y se determinan a partir de las matrices de rigidez de los diferentes elementos que conforman la estructura, la matriz de rigidez ensamblada de la estructura como también su vector de cargas ensamblado. A continuación se describe sus atributos y métodos más relevantes.

Tabla 7: Propiedades de la clase Estructura

Propiedad	Descripción
listElemento	Lista de elementos discretizados que conforman la estructura.
listNodo	Lista de nodos que definen la estructura discretizada.
matRigidez	Matriz de rigidez ensamblada de la estructura.
vecFuerza	Vector de fuerzas nodales equivalentes, resultado de las diferentes cargas a las que se somete la estructura.
vecDesplazamiento	Vector de desplazamientos nodales de la estructura.

Tabla 8: Métodos de la clase Estructura

Método	Descripción
Estructura(listElemento)	Método constructor de la clase Estructura, que recibe como parámetro la lista de elementos discretizados que conforman la estructura.
setListNodo(listElemento)	Método que crea la lista de nodos de la estructura.
ensamblarMatriz(elemento)	Método que ensambla la matriz de rigidez del elemento dado por parámetro y lo ensambla a la matriz de rigidez de la estructura.
ensamblarCarga(elemento)	Método que ensambla el vector de carga del elemento dado por parámetro y lo ensambla al vector de carga de la estructura.
ensamblar(estructura)	Método que recorre la lista de elementos que conforman la estructura y ensambla sus matrices de rigidez y sus vectores de carga
vinculo(numNodo,tipoVinculo)	Método que fija el tipo de vínculo dado por parámetro al nodo cuyo número índice está dado por parámetro.
vincularNodos(listNodo,tipoVinculo)	Método que recibe una lista con los números de nodo a ser vinculados con el tipo de vínculo dado por parámetro.
cargar(elemento,carga)	Método que asigna la carga uniforme superficial dada por parámetro al elemento dado por parámetro.
cargarEstructura(carga)	Método que carga todos los elementos de la estructura con la carga superficial dada por parámetro.
resolver(estructura)	Método que resuelve la estructura ya cargada y restringida con sus condiciones de frontera. Determina el vector de desplazamientos nodales de la estructura y el vector de reacciones en los nodos restringidos por su tipo de vínculo.
setDatosEnNodos(estructura)	Método que fija los valores de desplazamientos nodales y vectores de reacción a los nodos de la estructura.
graficarFlecha(estructura)	Método que dibuja la superficie deformada de la estructura y la muestra por pantalla.
graficarGiroX(estructura)	Método que dibuja la superficie de la función de rotaciones del ángulo θ_x alrededor del eje Y de la estructura.
graficarGiroY(estructura)	Método que dibuja la superficie de la función de rotaciones del ángulo θ_y alrededor del eje X de la estructura.
graficarSigmaX(estructura,fibra)	Método que dibuja la distribución de tensiones en la dirección del eje X de la estructura en la fibra dada por parámetro.
graficarSigmaY(estructura,fibra)	Método que dibuja la distribución de tensiones en la dirección del eje Y de la estructura en la fibra dada por parámetro.

graficarTxy(estructura,fibra)	Método que dibuja la distribución de tensiones de cortante en la fibra dada por parámetro.
graficarMomentoX(estructura)	Método que dibuja la distribución de momentos flectores a lo largo del eje X, paralelos al eje Y.
graficarMomentoY(estructura)	Método que dibuja la distribución de momentos flectores a lo largo del eje Y, paralelos al eje X.
graficarMomentoXY(estructura)	Método que dibuja la distribución de momentos torsores en el elemento.

Para una información más detallada, el lector puede consultar el CD adjunto en la cual se encuentran todos los códigos utilizados en el desarrollo de la presente investigación junto con la explicación en cada uno de sus comentarios.