

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1. - El Problema

1.1.1. – Planteamiento

En la actualidad el diseño de armazones para cubierta, está reconocido por la tendencia hacia luces mayores y armazones más delgados. Con esto y el desarrollo de materiales más resistentes y mejor reforzados pueden sumarse a esta tendencia con la posibilidad de lograr estructuras más esbeltas.

Considerando los avances en la tecnología, las posibilidades en la construcción se volvieron cada vez más factibles, dadas estas circunstancias el presente proyecto de grado tiene por objetivo implementar un modelo ya aplicado en otros países para la construcción de cubiertas, de modo que las mismas sean más delgadas, por lo tanto, más ligeras y de menor costo.

El modelo mencionado anteriormente, consiste en la idealización estructural de superficies de doble curvatura, conocidas comúnmente como: “cascarones delgados”, este tipo de estructuras, al ser laminares, tienen la virtud de aprovechar la morfología estructural, acomodándose a las cargas que llevan con el fin de conducir las de mejor manera hacia los elementos de sustentación, se podría decir que: están diseñadas casi exclusivamente para soportar las cargas predominantes durante su vida útil.

Con lo sugerido y en correlación con la alta esbeltez de las mismas, las cáscaras se vuelven muy sensibles a las imperfecciones geométricas iniciales, que pueden conducir a la falla por pandeo, debida a una carga bastante cercana a la del diseño acordado por la teoría lineal.

Para cubrir esta deficiencia, el presente trabajo dictará la necesidad de proporcionar al diseño y análisis de la cubierta, un estudio morfométrico por medio de herramientas confiables que nos ayuden a determinar la distribución de la capacidad de carga, generar un modelo lineal óptimo y facilitar su cálculo.

Un resumen de lo explicado con anterioridad se encuentra en la matriz PCES (Problema-Causa-Efecto-Solución), desarrollada en el Anexo 1.1

Así mismo, para entender el trabajo actual, en los Anexos se proporciona un plano de planta de la estructura para la que se piensa diseñar la cubierta explicada posteriormente.

1.1.2. - Formulación

¿Cómo pre-dimensionar cubiertas superficiales, que sean sostenibles, estéticas y funcionales optimizando su morfología estructural?

1.1.3. – Sistematización

Para el análisis realizado en este proyecto vale estudiar estructuras superficiales de tipo cáscara existentes a través del tiempo, sus características geométricas y métodos utilizados para su diseño.

Elegir un modelo estructural estético y previamente estudiado como base para el análisis de la estructura.

Posteriormente se analiza las características geométricas y estructurales de la estructura para así salvar la razón por la cual representa una solución a las deficiencias constructivas de otras superficies desarrollables en la cobertura de grandes luces.

Realizando un análisis físico mecánico de la forma, se identifican las zonas más solicitadas de las alternativas propuestas, del mismo modo se propone las optimizaciones preponderantes.

Una vez obtenido el modelo optimizado, se realiza el análisis estructural para hallar las cuantías de acero y la cantidad de acero necesaria en los elementos.

De este modo, hallados todos los elementos que componen cada una de las alternativas, se procede a comparar ambas estructuras según parámetros previamente establecidos.

1.2. - Objetivos

1.2.1. - Objetivos generales

Realizar el análisis de alternativas de diseño estructural y geométrico mediante el uso de superficies no desarrollables de la cubierta del Coliseo René Barrientos Ortuño en el municipio de Padcaya-Tarija-Bolivia, mediante modelado geométrico, respuesta estructural eficiente ante la acción de las cargas preponderantes y análisis de efectos precisos.

1.2.2. - Objetivos específicos

- Definir la geometría estructural para la cubierta del coliseo, utilizando una superficie de doble curvatura gaussiana negativa.
- Realizar el análisis elástico-lineal que determine el comportamiento estructural de las alternativas definidas.
- Optimizar la morfología estructural verificando la interdependencia entre la geometría de sus elementos y las cargas, abordando a la estructura ajustada para un sistema de cargas establecido.
- Calcular el modelo estructural optimizado de las alternativas y sus elementos.
- Realizar el análisis de precios unitarios y presupuesto necesario como objeto de comparación.
- Representar los resultados obtenidos referentes al peso, la resistencia y el precio de las alternativas y elegir una alternativa en concreto.

1.3. - Justificación

1.3.1. – Académica

Este trabajo debe de contribuir con la comprensión científica y analítica sobre la construcción de cáscaras para estructuras de doble curvatura, explicando las condiciones físico-mecánicas y resistentes de sus elementos, las cargas que soportan y los esfuerzos que hay que tomar en cuenta de los mismos.

Además, la investigación realizada proporcionará un mejor entendimiento del fenómeno de pandeo en estructuras laminares; en particular brindará una mejor comprensión sobre la disminución de la capacidad de carga causada por la adopción de directrices convencionales: parábolas, elipses, hiperboloides, casquetes, etc.

1.3.2. – Técnica

Si se toma en consideración las características físicas de la estructura y los materiales que la componen, se puede predecir con suficiente precisión el posible mecanismo de fallo de la misma.

En caso de colapso, una estructura laminar de estas características, fallaría debido a grandes deformaciones, por la no-linealidad de sus elementos o por una combinación de ambos. Opuestamente a las columnas, las cáscaras experimentan una repentina disminución en la capacidad de carga, a partir del punto en que se encuentra su punto de bifurcación. El repliegue es provocado por el fenómeno del pandeo compuesto, que se refiere a muchos tipos de pandeo asociados con la misma carga crítica, de modo que debemos buscar una carga que nos permita alcanzar el punto de bifurcación y no provoque sobrepasar el punto límite de pandeo con imperfecciones geométricas en la lámina construida.

Así mismo este trabajo constará de material de cálculo, que demuestre métodos y procesos variados para hallar la estructura ideal que cumpla con las exigencias de seguridad y confort que se quiere garantizar.

1.3.3. – Social

El coliseo que se pretende cubrir con esta tipología estructural se encuentra concebido con una superficie desarrollable. Por lo tanto; el trabajo cobrará significancia como alternativa de diseño de las próximas estructuras que quieran progresar con estos métodos, proporcionando a los profesionales del área un soporte científico adicional a los que se desarrollan dentro del aprendizaje de la ingeniería civil a nivel de pregrado.

De este modo se alienta a los estudiantes y prontamente ingenieros a que consideren estas contribuciones al momento de adecuar una obra que requiera las características exigidas y que serán desarrolladas en el presente trabajo.

1.4. - Alcance del estudio

1.4.1. - Tipo de estudio

Este trabajo es un estudio teórico, analítico y comparativo de un tipo de estructura cuya ocurrencia en nuestro medio es escasa, se menciona comparativo debido a que se realizará el análisis de alternativas definidas en base al cálculo correspondiente a nuestro tipo de estructura elegido, mas no así de todos los tipos de estructura que pudiéramos considerar pueda cubrir las especificaciones requeridas en el proyecto.

Luego de analizar las estructuras predefinidas, proceder a calcular los elementos constructivos de las mismas, definir sus características morfométricas considerando la posibilidad de ser construidas, para así tener una mejor comprensión de los esfuerzos que conllevan, las limitaciones de su forma y la posibilidad de aplicarse en futuras obras civiles.

1.4.2. – Espacial

El área para la cual está destinada la construcción mencionada en este trabajo se refiere a la ciudad de Padcaya, perteneciente al municipio con el mismo nombre, capital de la provincia de Aniceto Arce Ruiz en el Departamento de Tarija – Bolivia, albergando una población de más de 18.000 habitantes.

Figura 1.4.1. Mapa de la ciudad de Padcaya



Fuente: Elaboración propia

1.4.3. - Hipótesis

Al realizar el cálculo de las alternativas de cubierta con superficie no desarrollable del coliseo del colegio René Barrientos Ortuño del municipio de Padcaya se debe obtener un modelo eficiente, optimizado y ligero para su construcción.

CAPÍTULO II

ANTECEDENTES

INTRODUCCIÓN

La primera estructura de armazón moderna se construyó en Alemania en 1925 con hormigón armado. Sin embargo, a principios del siglo XX, se construyeron varias estructuras de hormigón armado en toda Europa, inspiradas en el nuevo material del jardinero francés Joseph Monier. Estas primeras conchas gruesas en su mayoría solo están documentadas en la literatura nacional y, por lo tanto, son menos accesibles para la investigación histórica. Un ejemplo es la cúpula de la iglesia Cenakel en los Países Bajos, que probablemente era la cúpula de hormigón armado más grande de Europa en ese momento con una relación de espesor a luz de 1/73.

En 1923, el ingeniero italiano Pier Luigi Nervi construyó dos bóvedas cilíndricas en el aeropuerto de Roma. Nueve años después, Eugene Freyssinet, un ingeniero francés, construyó dos famosas bóvedas cilíndricas en el aeródromo militar de Orly. Estos hangares fueron un ejemplo temprano de losas plegadas, donde se utilizó la técnica de plegado para crear rigidez y evitar el uso de materiales pesados. Tenían una luz de 86 metros y una altura de 50 metros. Desafortunadamente, las estructuras fueron demolidas al final de la Segunda Guerra Mundial.

Dos ingenieros, Pier Luigi Nervi de Italia y Eugene Freyssinet de Francia, construyeron bóvedas cilíndricas en diferentes aeropuertos en las décadas de 1920 y 1930. Estos hangares utilizaban una técnica de plegado para crear fuerza y evitar el uso de materiales pesados. A pesar de su impresionante tamaño y diseño, las estructuras fueron demolidas después de la Segunda Guerra Mundial.

Hagia Sophia es un edificio que muestra las impresionantes habilidades estructurales de los constructores clásicos. Fue construido en el siglo VI, pero ha sufrido daños por terremotos e incendios que han alterado su aspecto. A diferencia del Panteón, Hagia Sophia está sostenida por cuatro grandes columnas en las esquinas que miden 32 por 32 metros cuadrados. Para abordar los desafíos de resistir las fuerzas de tracción circunferenciales y transferir las fuerzas meridianas verticales a los pilares, los constructores introdujeron hemicúpulas, estribos, pechinas y arcos. Las conchas del

edificio tienen 54 metros de altura y 32 metros de diámetro, lo que las convierte en las segundas conchas más grandes de la antigüedad después del Panteón.

2.1 Precursores (1900-1925)

La era de la estructura de marco moderna comenzó en 1925 con la finalización del primer marco delgado de hormigón armado para el planetario Zeiss en Jena, Alemania. Sin embargo, ya se habían construido en Europa varias estructuras de láminas de hormigón armado a principios del siglo XX, inspiradas en el material de hormigón armado patentado por Joseph Monier. Estas primeras conchas "gruesas" están documentadas principalmente en la literatura nacional y, por lo tanto, no son fácilmente accesibles para la investigación histórica. Un ejemplo es la cúpula de la Iglesia Cenakel construida en Nijmegen, que probablemente fue la cúpula de hormigón armado más grande de Europa en ese momento. La cúpula tenía un diámetro de 14,5 m y un espesor de 100 mm, lo que le otorgaba una relación entre espesor y luz de 1/73 (clasificado como caparazón grueso en lugar de caparazón delgado).

En 9 años, Eugene Freyssinet, un ingeniero francés, construyó dos conocidas bóvedas cilíndricas en el aeródromo militar de Orly. Estos hangares se fabricaron utilizando técnicas de plegado para endurecerlos, lo que permitió utilizar materiales más ligeros en lugar de los pesados. Eran corrugados y tenían una luz de 86 metros y una altura de 50 metros. Fueron derribados después de la Segunda Guerra Mundial.

2.2 Inicio de la Era Moderna (1925-1940)

Los ingenieros de principios del siglo XX, como Freyssinet, inspiraron a los ingenieros alemanes Dischinger y Finsterwalder, que trabajaban para Dyckerhoff & Widmann AG, a explorar las posibilidades del hormigón armado. Vieron que podía resolver los problemas de tensión de los domos antiguos y permitir luces más grandes. Después de experimentar con modelos a pequeña escala, diseñaron una estructura de marco de hormigón armado para Carl Zeiss Optical Industries en Jena. Esto condujo a una marquesina muy delgada con una luz de 16 m en la fábrica de Zeiss.

Hace mucho tiempo, algunas personas inteligentes se dieron cuenta de que si combinaban hormigón y acero, podían hacer edificios realmente fuertes que podían cubrir áreas más grandes sin necesidad de grandes soportes. Dos ingenieros llamados Dischinger y Finsterwalder trabajaban en una empresa que fabricaba hormigón y construyeron un edificio especial para una empresa que fabricaba telescopios. Antes de hacer el gran edificio, probaron algunos modelos pequeños hasta que hicieron un techo muy delgado que aún era muy fuerte y podía cubrir un área grande.

El planetario es un edificio especial donde la gente puede aprender sobre el espacio y las estrellas. Fue construido hace mucho tiempo utilizando un tipo especial de material llamado hormigón armado, que lo hizo realmente fuerte pero también muy delgado. Tiene la forma de una gran cúpula y tiene asientos para 500 personas. Aunque es antiguo, la gente todavía lo usa hoy y será un lugar especial que la gente recordará durante mucho tiempo.

Había dos edificios geniales hechos de hormigón resistente en Frankfurt y Leipzig. Demostraron que se pueden hacer grandes espacios sin usar mucho material. Uno de los edificios en Frankfurt tiene 15 partes redondas que son realmente grandes y todas encajan para formar un gran espacio abierto. Las paredes del edificio tienen solo 70 mm de espesor, pero tienen una fuerte malla de acero en el interior para mantenerlas fuertes.

La Sala de Leipzig es un gran edificio diseñado por H. Ritter. Tiene dos piezas curvas en la parte superior de 90 mm de espesor. Para hacerlo más fuerte, también hay 8 vigas curvas en las esquinas. El edificio es realmente amplio, con una luz de 74 metros. Hay columnas y arcos que ayudan a sostener la parte inferior del edificio. La parte superior es de cristal para que entre la luz del sol.

Anton Tedesko era un ingeniero que ayudó a que las estructuras de construcción especiales llamadas conchas fueran populares en los Estados Unidos. Fue a Chicago para mostrarle a la gente cómo usar un nuevo tipo de sistema de caparazón. Cuando tenía 33 años, construyó el primer caparazón en Estados Unidos en un lugar llamado

Hersheypark. Era un edificio grande y redondo en el que la gente podía jugar al hockey sobre hielo y ver los partidos. Fue pagado por Hershey Chocolate Company. Tedesko hizo el caparazón fuerte y delgado, y se hizo muy popular.

Hace mucho tiempo, un hombre inteligente llamado Pier Luigi Nervi hizo una gran estructura para cubrir los asientos de un estadio en Italia. Usó un diseño especial que lo hizo fuerte y no demasiado caro. A la gente le gustó tanto que ganó otro concurso para construir hangares para aviones que parecían grandes cilindros. Eran muy bonitos y estaban hechos con materiales resistentes.

Hace mucho tiempo en España, un ingeniero muy inteligente llamado Eduardo Torroja hizo algo llamado hormigón armado que era muy delgado. Era tan bueno en ingeniería que incluso fundó un club para otras personas inteligentes como él. Hizo un gran edificio con una parte superior redonda que era el más grande del mundo en ese momento. Fue en un lugar llamado Algeciras. El edificio tenía la forma de una gran bola con ocho lados, y era realmente grande. El ingeniero usó cosas especiales llamadas columnas y cuerdas para asegurarse de que el edificio no se derrumbara. Cuando todo estuvo listo, usaron un cordón especial para hacer que el edificio se elevara en el aire para poder quitar las cosas que usaron para construirlo.

Hace mucho tiempo, un hombre llamado Torroja hizo un gran edificio en Madrid para que la gente jugara al baloncesto. Tenía dos grandes techos redondos que se cruzaban entre sí y estaban sostenidos por las paredes delantera y trasera. El edificio era muy grande y tenía espacio para que mucha gente viera los partidos. Los techos eran delgados, pero en un lugar se hicieron más gruesos para hacerlos más fuertes. También había grandes triángulos en los techos que dejaban pasar la luz del sol. Lamentablemente, el edificio fue destruido durante una guerra unos años más tarde.

A fines de la década de 1930, algunas personas realmente inteligentes notaron que las láminas delgadas de concreto podían cubrir bien los techos de los edificios y verse bien. Una de estas personas inteligentes, Robert Maillart, famoso por diseñar puentes, creó una sala de exposiciones genial en Zúrich con esta idea. Era realmente alto y tenía un

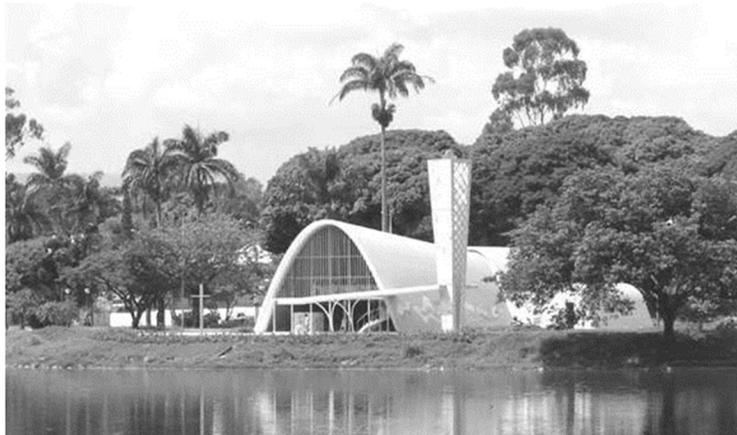
techo curvo de solo 60 milímetros de espesor. A pesar de que solo tenía cuatro columnas que lo sostenían, podía soportar mucho peso. Lamentablemente, Maillart murió poco después de terminarlo, por lo que no pudo hacer más edificios como este.

2.3 Segunda Guerra Mundial (1939-1945)

Durante la Segunda Guerra Mundial, la gente dejó de construir y mejorar proyectiles en Europa debido a la guerra. También tuvieron que destruir algunos edificios que ya habían construido, como los hangares de aviones en Nervi.

Durante la guerra, se detuvo la construcción de ciertos tipos de edificios en Europa, pero continuó en los Estados Unidos y América del Sur. Un arquitecto llamado Oscar Niemeyer en Brasil usó un material fuerte llamado hormigón armado para construir edificios con paredes delgadas. Su primer edificio como este fue una iglesia llamada Iglesia Pampulha de São Francisco de Assis, que se encuentra cerca de un pueblo llamado Belo Horizonte. Puedes ver una imagen de la iglesia en la Figura 2.3.1.

Figura 2.3.1. Iglesia Pampulha de São Francisco de Assis (1943) de Oscar Niemeyer.



Fuente: (TrekEarth, 2008)

Niemeyer diseñó algunos edificios especiales para un alcalde que luego se convirtió en presidente de Brasil. También construyó importantes edificios en una nueva ciudad llamada Brasilia. Era famoso por hacer edificios de capa delgada, pero no mucha gente lo copiaba hasta que alguien llamado Félix Candela comenzó a hacerlo también.

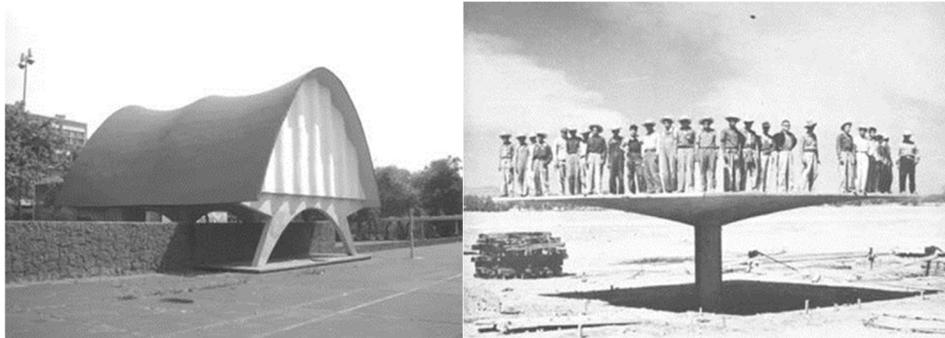
2.4 Período de Floración, Muerte Súbita (1945-1970)

La Segunda Guerra Mundial fue realmente mala para Europa y causó muchos daños. Después de la guerra, era difícil construir y dismantelar edificios porque no había suficientes personas para ayudar ni suficientes materiales. Pero, debido a que se destruyeron tantos edificios, la gente necesitaba construir muchos nuevos, lo que facilitó la fabricación de conchas.

La gente en Europa estaba realmente interesada en construir estructuras a partir de conchas. Usaron un sistema especial llamado sistema Zeiss-Dywidag para construir edificios redondos como almacenes y una terminal de cruceros. Un profesor llamado A.M. Haas fue realmente importante en este campo e investigó mucho, diseñó y enseñó al respecto. Incluso escribió libros sobre platos.

Candela construyó una serie impresionante de cáscaras hyper, inspirando a muchos nuevos ingenieros y arquitectos. Su primer proyecto fue para la Universidad de México. La Universidad requería un laboratorio para medir neutrones, con techo delgado para permitir rayos cósmicos. Candela creó un paraboloides hiperbólico, su primera cáscara de doble curvatura (ver Figura 2.4.1.). La cáscara es delgada y tiene doble curvatura, pero a pesar de abarcar 132 m², Candela solo confía en su estabilidad con un factor de seguridad de 9 frente al pandeo.

Figura 2.4.1. Pabellón de rayos cósmicos (1951), y experimento de cáscara de paraguas de Candela, Colin 1963



Fuente: (Oliva, 2011)

Candela construyó más de 300 cáscaras en 2 décadas, destacándose las construidas en la década de 1950. En 1956, las vigas de canto dejaron de usarse en las envolventes y se adoptaron los cantos curvilíneos para lograr una mayor elegancia y esbeltez en las estructuras. Candela construyó la Iglesia San José Obrero en 1959 en Monterrey y el restaurante Los Manantiales en Xochimilco en 1957, que son sus estructuras más famosas de este período.

Si se busca una inspiración para ingenieros de cáscaras, Los Manantiales en Xochimilco, México, es ideal. Candela la diseñó en 1957 y ha sido imitada muchas veces. La cáscara original de Xochimilco es una bóveda octogonal delgada con estructura eficiente, compuesta por cuatro hipares que se cruzan y con una luz interior de 30 m. La cáscara tiene 5,8 m de altura en el medio y 9,9 m en los bordes, con soportes conectados por barras de tensión para compensar los esfuerzos horizontales. La cáscara de Xochimilco es la obra más importante de Candela y mostró a los arquitectos la utilidad de las geometrías extravagantes para distintos tipos de construcciones. Arquitectos diseñaron formas lujosas, pero olvidaron usar láminas apropiadas para superficies curvas.

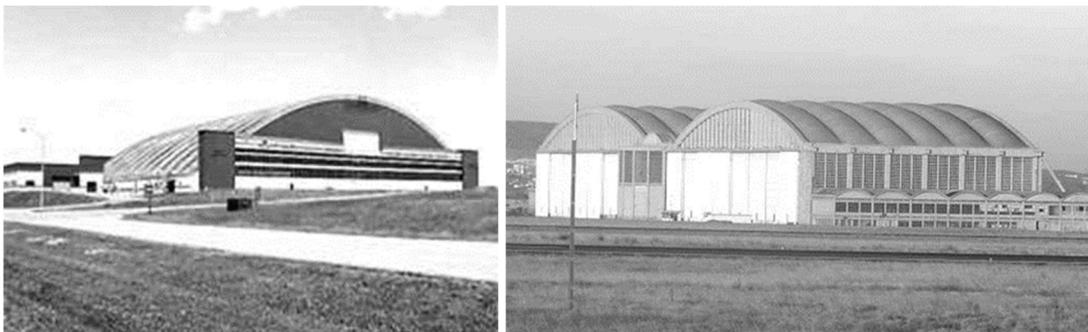
Las construcciones de capa delgada de los años 50 eran costosas y poco funcionales, como el Salón de Congresos de Berlín, la Ópera de Sídney, el Auditorio Kresge y la

Terminal TWA. En la posguerra, se buscó aumentar luces y reducir espesores de materiales debido a la escasez de construcción. Los ingenieros de Shell utilizaron tramos más grandes con menos material.

Durante la Guerra Fría, se necesitaban cáscaras de gran tamaño para fines militares. Antes de la guerra, el tramo más largo era de 74 m, pero a fines de la década de 1940, superaban ligeramente los 100 m. En EE. UU., la búsqueda de más luz condujo a soluciones distintas.

Dos hangares de la compañía Roberts & Schaefer de Anton Tedesko, de 103 m, se completaron en 1949 en Limestone, Maine y Rapid City, Dakota del Sur (ver Figura 2.4.2). Estaban en una importante base militar. El vano se alcanzaba con una cáscara cilíndrica de grosor variable, de 130 mm a 180 mm en la base. En Europa, el hangar de Marignane ostentaba el récord de luz con 101,5 m. Está compuesto por 6 láminas vecinas de doble curvatura de 60 mm de espesor y se equilibra con lazos de pretensado. Fue diseñado en 1942 por el ingeniero francés Nicolás Esquillan, pero construido en 1952. Además, los tramos y la radio de curvatura aumentaron mucho.

Figura 2.4.2. Hangar de aviones (1949) Limestone, Weingardt 2007, and the Marignane hangar (1952)



Fuente: (Van-Balen & Verstryngne, 2016)

El centro comercial de 1957 en Kaneohe, Hawái, tiene una proporción récord de cáscaras de una sola superficie: 1000. Diseñada por Richard Bradshaw, se ilustra en la Figura 2.4.3. El ingeniero francés Nicolás Esquillan construyó varios tramos récord,

incluyendo el hangar de Marignane, el CNIT de París, el Palacio de Exposiciones de Turín y el Estadio Olímpico de Hielo de Grenoble.

Figura 2.4.3. Centro comercial Kaneohe (1957), Joedicke 1962



Fuente: (Van-Balen & Verstryngne, 2016)

El CNIT de París tiene el récord de luz de láminas con 219 m. La estructura más grande del mundo es diseñada por Bernard Zehrfuss (Figura 2.4.4). Zehrfuss diseñó una planta triangular con una cubierta curva, inspirada en Nervi y Freyssinet. No obstante, sus ideas resultaron inviables debido a varias razones y finalmente fue el ingeniero jefe, Esquillan de Entreprises Boussiron, quien presentó el diseño actual. El CNIT tiene una bóveda de crucería de tres segmentos de cilindros parabólicos, que se elevan hasta 50 m y cubren 900 000 m² con un radio de curvatura que cambia de 90 m a 420 m. Esquillan construyó la piel de la cáscara en dos capas delgadas conectadas por diafragmas de transferencia de cizalla celular debido a las consideraciones de pandeo. El espesor total de la sección transversal varía de 1910 a 2740 mm desde la parte superior hasta el soporte. La relación entre espesor y radio de la cáscara es grande pero engañosa debido al uso de prefabricación y un marco móvil durante la construcción.

Figura 2.4.4. CN IT shell (1958) París de Nicol como Esquillan



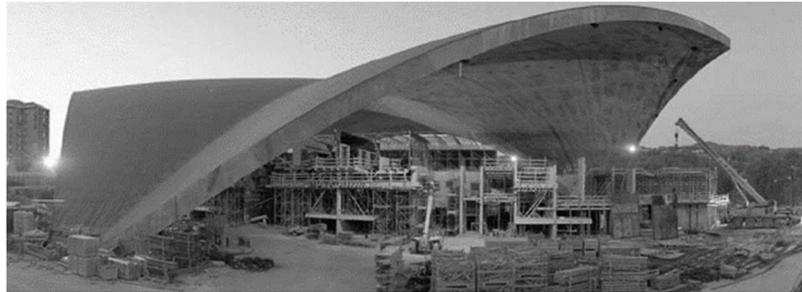
Fuente: (ResearchGate, 2016)

Las cáscaras de Esquillan, el Palacio de Exposiciones de Turín y el Estadio de Grenoble, aunque no son las más grandes del mundo, fueron Estadios Olímpicos. Pero las cáscaras son ideales para cubrir pabellones deportivos y han tenido un papel menor en los Juegos Olímpicos. Solo dos ingenieros de cáscaras están vinculados a los Juegos Olímpicos: Nicolás Esquillan y Pier Luigi Nervi. Nervi destacó por su aporte a las instalaciones deportivas de los Juegos realizados en Roma en 1960. Estos Juegos dieron a la ciudad la oportunidad de exhibir su resurgimiento tras la Segunda Guerra Mundial.

Para los Juegos Olímpicos de 1960, Nervi diseñó el Estadio Olímpico, dos estadios abovedados y el Palazzetto dello Spor. También participó en otros Juegos Olímpicos. El Estadio Olímpico ahora es usado como estadio de fútbol. Pero la segunda vez fue sin su conocimiento, cuando el comité olímpico necesitaba alojamiento para el hockey sobre hielo. Encontraron sala de exposiciones de Nervi en Turín para los Juegos Olímpicos de 2006.

Los Juegos Olímpicos de 2006 renovaron dos locaciones en Turín: la Sala de Exposiciones de Nervi y el Palacio de Exposiciones de Nicolás Esquillan, donde se celebró la danza sobre hielo. El Palacio de Exposiciones de Turín es una cáscara de bóveda de crucería construida por el ingeniero francés Nicolás Esquillan, con una luz de 130 m y una altura de 29 m. Se muestra en la Figura 2.4.5.

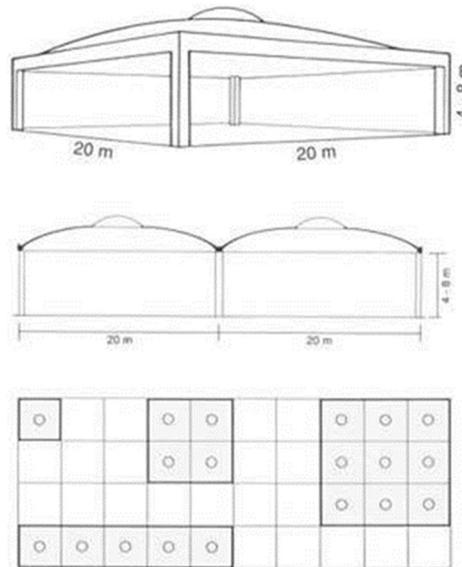
Figura 2.4.5. La nueva instalación olímpica bajo el Palacio de Exposiciones de Turín (1961) de Nicolás Esquillan, Salardi 2006



Fuente: (TrekEarth, 2008)

Durante el período floreciente se construyeron cáscaras en África, como el embalse de Fedala de Torroja en Marruecos en 1957, la Universidad de Constantino en Argelia de 1968 y una sala deportiva en Sudáfrica. Las malas circunstancias han impedido el éxito de la cáscara. Heinz Isler (1926-) es un ingeniero que contribuyó a nuevas técnicas de construcción. La innovación de Heinz Isler permite la reutilización de grandes encofrados para cáscaras de burbujas gracias a una colaboración con Bösiger Construction Company. Heinz Isler y Bösiger construyeron tamaños estándar y reutilizables para economizar la construcción, la mayoría de 80-100 mm con vanos de 14 x 20 y 25 x 25 m. Para la luz y ventilación, se usan claraboyas abovedadas. Ver Fig. 2.33 para la cáscara estándar.

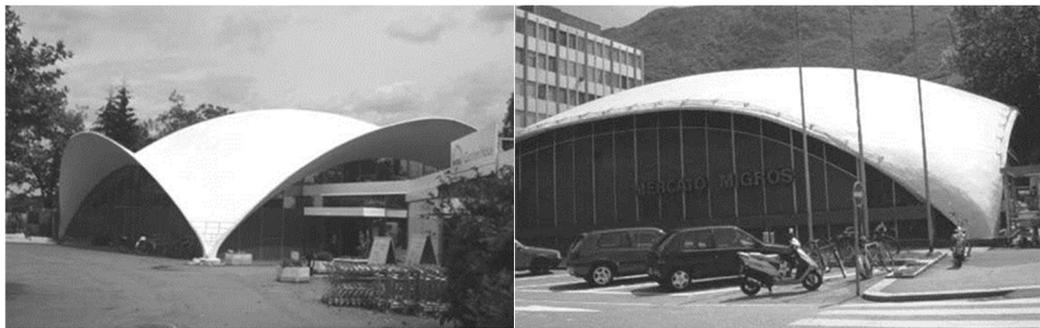
Figura 2.4.6. El Bubble Shell estándar de 1950 de Bösiger Construction Company



Fuente: (Bösiger, 2011)

La primera cáscara de expansión libre de Isler se hizo en 1962 y terminó en 1973 con el Bürgi Garden Center en Camorino, usando curvas circulares en vez de geometría regular. La falta de eficiencia causó problemas como tensiones en la cubierta del Wyss Garden Centre y la necesidad de pretensado vertical en la cubierta de Bellinzona. Ver Figura 2.4.7. Las cubiertas de membranas colgantes resolvieron problemas y cumplieron deseo de Isler.

Figura 2.4.7. The Wyss Garden Center (1962) y Bellinzona Supermarket (1964) de Heinz Isler, Chilton 2000



Fuente: (Bösiger, 2011)

La primera cáscara de Isler siguiendo la técnica de membrana colgante es la de una estación de servicio cerca de Deitingen construida en 1968, con dos cáscaras simétricas a ambos lados de un edificio de servicios. Las cáscaras tienen medidas de 31,6 m x 26,0 m x 11,5 m y espesor de 90 mm. Lazos pretensados conectan los soportes exteriores con la base del edificio para equilibrar el empuje. La losa transmite empuje horizontal y se equilibró con amarres temporales. Esto permitió construir las láminas por separado y reutilizar el encofrado. Los soportes exteriores fueron movidos 12 mm hacia el edificio central para introducir tensiones de compresión. El hormigón de las láminas sigue en perfecto estado tras 39 años y lo más impresionante es que la cáscara no tiene vigas de borde.

La cáscara de concreto más compleja de Isler es la de la fábrica Sicli en Ginebra, construida en 1969, con superficie irregular apoyada en siete puntos y 35 m de luces y 100 mm de espesor. No se necesitan vigas de borde debido a la forma curvada de la cáscara, según Isler, quien ha estudiado su comportamiento durante 20 años. Tras el éxito de las cáscaras en los 50 y 60, hubo una muerte súbita en su construcción en los 70 por cambios sociales.

Antes, la construcción intensiva en mano de obra de las cáscaras era económicamente justificada por el ahorro en materiales. Sin embargo, los altos costos de mano de obra en Europa y Estados Unidos hicieron que las cáscaras fueran muy costosas en comparación con otros sistemas estructurales. Por eso, en los años 60, el enfoque en la construcción de cáscaras se trasladó a países baratos en América del Sur. La inflexibilidad de la usabilidad, las incertidumbres en el comportamiento de las cáscaras y la identificación estilística con los años 50 y 60, impulsaron el fin de la construcción de cáscaras a gran escala en Europa y EE. Solo se construyeron cáscaras mediante soluciones ingeniosas para reducir costos o con fines industriales, como torres de enfriamiento.

2.5 Cáscaras contemporáneas (1970-2008)

Nervi diseñó el Estadio Olímpico y dos estadios deportivos abovedados para los Juegos Olímpicos de 1960. Hoy, el Estadio Olímpico es utilizado como estadio de fútbol. Además, Nervi contribuyó en otros Juegos Olímpicos. Pero la segunda vez fue sin su consentimiento, para alojar el hockey sobre hielo del comité olímpico. Para los JJOO de 2006 en Turín hallaron la sala de exposiciones de Nervi de 1949. En los Juegos Olímpicos de 2006, la Sala de Exposiciones de Nervi en Turín tuvo un nuevo uso y el Palacio de Exposiciones de Turín de Nicolás Esquillan fue la sede de la danza sobre hielo.

El Palacio de Exposiciones de Turín, construido por el ingeniero Nicolás Esquillan, tiene una luz de 130m y una altura de 29m, siendo una cáscara de bóveda de crucería de grandes dimensiones (Figura 2.4.5). Durante el período de florecimiento, se construyeron cáscaras en África, como el embalse de Fedala de Torroja y la Universidad de Constantino, ambas diseñadas por Niemeyer. También se construyó una sala deportiva en Pretoria. A pesar de obstáculos económicos, constructivos y climáticos, la cáscara no ha tenido éxito. Heinz Isler (1926-) es un ingeniero importante en nuevas técnicas de construcción. Heinz Isler innovó en la construcción al reutilizar encofrados a gran escala, incluyendo uno especial para cáscaras de burbujas de tamaño estándar, en colaboración con Bösiger Construction Company.

Isler construyó varias cáscaras económicamente y rápidamente hasta la década de 1990, a pesar de los crecientes costos laborales, demostrando su viabilidad económica y demanda continua. Heinz Isler y Bösiger Construction crearon tamaños estándar de encofrados y cimbras reutilizables para economizar la construcción, con vanos que variaban en tamaño desde 14×20 m y 25×25 m. Se usan claraboyas abovedadas para la luz y ventilación. Estándar en la Figura 2.4.6.

La primera cáscara de Isler fue en 1962 y la última en 1973. Son de forma libre y se basan en curvas circulares. La falta de eficiencia causó problemas en la construcción de las cubiertas de Wyss Garden Centre y Bellinzona, como tensiones de tracción y

necesidad de pretensado vertical en las esquinas. La Figura 2.4.7 muestra las cubiertas acabadas. Las membranas colgantes solucionaron problemas y permitieron mostrar la esbeltez del concreto como deseaba Isler.

La primera cáscara de Isler construida con técnica de membrana colgante es la de una estación de servicio cerca de Deitingen, en 1968. Se encuentran dos cáscaras simétricas a cada lado de un edificio de servicios que incluye las instalaciones de la estación. (Ver figura 2.35). Cáscaras de 31,6 m x 26,0 m x 11,5 m con 90 mm de espesor. Lazos pretensados conectan soportes exteriores con base del edificio. Equilibrio de empuje hacia exterior. La losa del edificio transmite empuje horizontal. Durante la construcción, se equilibraron con amarres temporales.

Se construyeron ambas láminas por separado y se reutilizó el encofrado. Los soportes exteriores se movieron 12 mm hacia el edificio central para introducir tensiones de compresión en la superficie del armazón. El hormigón de ambas láminas sigue en perfecto estado después de 39 años y no se necesitaron vigas de borde para la cáscara. La cáscara de hormigón pretensado más compleja de Isler es la construida en 1969 para una fábrica de Sicli en Ginebra. Tiene una superficie irregular apoyada en siete puntos, luces de 35 m y un espesor de 100 mm. No hay vigas de borde debido a la curvatura hacia arriba y Isler ha estudiado la cáscara durante 20 años.

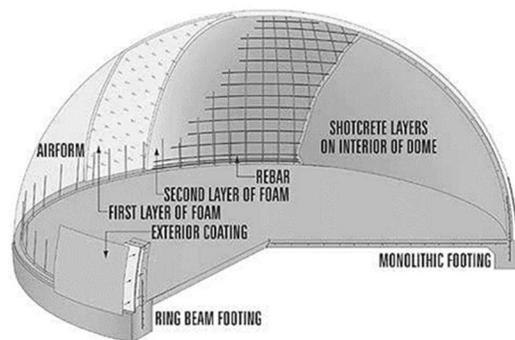
Durante años dorados, nuevos ingenieros espaciales reemplazaron a los primeros constructores de cáscaras. Incluyeron Isler, Müther, Schlaich, Otto, Christiansen y Dieste. Los diseñadores espaciales actuales siguen la tradición de la cubierta de hormigón, pero también exploran nuevas estructuras debido a costos laborales elevados. Ingenieros como Müther continúan utilizando láminas de hormigón convencionales. Müther fue un constructo de láminas destacado en Alemania desde 1965, tras Dischinger y Finsterwalder.

Ingenieros de EE. UU. construyeron estructuras de hormigón para iglesias y estadios deportivos. Jack Christiansen es conocido por su contribución al Seattle Kingdom. El Seattle Kingdome, el domo de hormigón más grande del mundo, fue demolido en

marzo de 2000. La búsqueda de nuevas estructuras espaciales resultó en nuevos tipos de cáscaras pioneras. Otto creó la cubierta de rejilla y las membranas tensadas en los años 60 con acero, madera e incluso hormigón. Pabellón de Danza de 1957 y cúpula geodésica de Fuller para Expo de Montreal de 1967.

Eladio Dieste en Uruguay se hizo famoso con sus cáscaras de ladrillos armados, similares a las de hormigón. También se empleó el concepto de membranas infladas para construcción de láminas económicas y rápidas. El concepto de construcción económica fue desarrollado por Wallace Neff en la década de 1940 y recibió patente en 1942. No se popularizó hasta finales de la década de 1970. Wallace Neff patentó una membrana inflada para crear una estructura en forma de cáscara; Dante Bini patentó el BINI Shell con un inflado previo a la colocación de refuerzo y hormigón en el exterior. Dante Bini construyó las primeras casas de cáscaras en 1954, mientras que Lloyd Turner aplicó una capa estructural de espuma en la forma de aire interna. Patentó en 1972 la Cúpula Monolítica, una estructura de aire de gran envergadura desarrollada por los hermanos South (Figura 2.5.1). La cúpula monolítica se construye con espuma de poliuretano y capa fina de hormigón reforzado. Se utilizó por primera vez en 1975 en una instalación de almacenamiento de patatas. Se patentó en 1979 el proyecto del concepto Monolithic Dome, utilizado desde 1976 para construcciones en múltiples países. Hoy en día, el método innovador de construcción es popular para grandes y pequeñas estructuras.

Figura 2.5.1. El concepto de cúpula monolítica

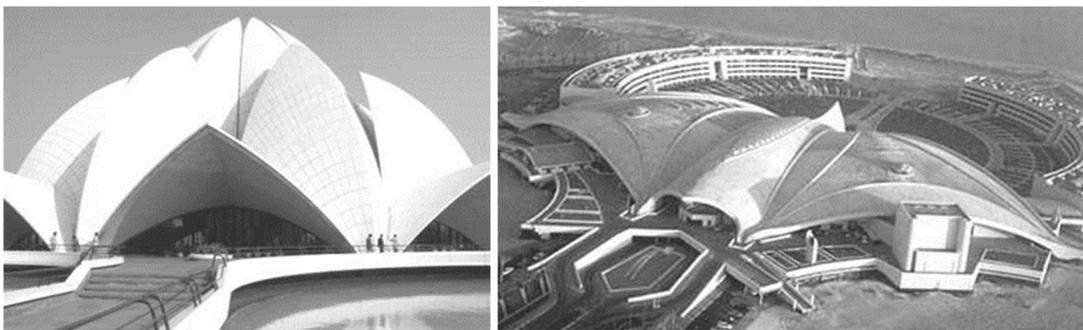


Fuente: www.monolithic.com (South, 2022)

Aunque la apariencia estética de los domos es cuestionable, son buscados por sus ventajas de bajo costo, eficiencia energética, resistencia y construcción simple. Aunque hay nuevas técnicas de construcción, hoy en día se usan más encofrados convencionales en lugar de láminas de hormigón armado. Las cáscaras construidas pueden tener gran valor arquitectónico y estructural. Gracias a la tecnología, arquitectos crean formas libres y estéticas llamadas "blobs". Son edificios orgánicos con multicurvas que surgieron en los años 90 y cambiaron la apariencia de las construcciones.

Santiago Calatrava es un diseñador de estructuras de hormigón contemporáneas. En la Figura 2.43 se muestran sus obras recientes, l'Oceanografic de Valencia y la Ópera de Tenerife. La similitud entre el Oceanografic y el restaurante Xochimilco de Félix Candela es evidente. Las cáscaras del Oceanografic y la Ópera de Tenerife son ejemplos escultóricos del hormigón moderno. En esta reflexión histórica se omite Asia (Japón y China), Australia y Medio Oriente y su historia de construcción de cáscaras sigue siendo poco conocida. Las láminas de hormigón tienen interés en Asia y Oriente Medio, como se muestra en la Figura 2.5.2.

Figura 2.5.2. The Baha'l House of Worship (1986) en Delhi por el arquitecto Fariburz Sahba y Abu Dhabi Conference Centre.

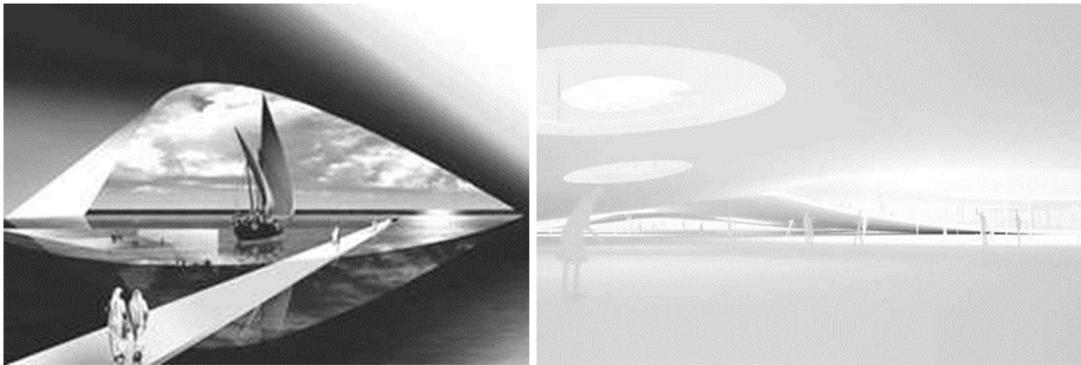


Fuente: (Sahba, 2023)

2.6 Historia futura (2008-)

La arquitectura del futuro sigue el renacimiento de formas curvas como el deconstructivismo, particularmente en Medio Oriente y Asia, con ambición de construir rascacielos y edificios emblemáticos con formas curvas. En Europa también hay interés en formas especiales para contrarrestar los entornos rectangulares. Dos diseños contemporáneos utilizan hormigón. (Fig. 2.42).

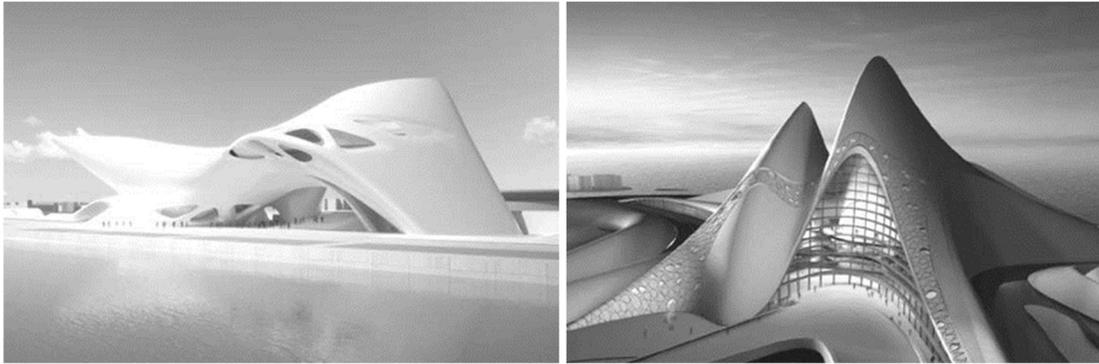
Figura 2.6.1. Diseño para el Museo Marítimo de Abu Dhabi por Tadao Ando y el diseño para el Centro de Aprendizaje EPFL en Lausana por SANAA



Fuente: (Ando, 2010) y (Ourossoff, 2009)

Tadao Ando diseñó una cáscara de hormigón para el museo sobre una cuenca de alojamiento de barcos. SANAA diseñó un paisaje en forma de cáscara delgada para el Centro de Aprendizaje EPFL. La curiosidad por las formas curvas se ve en Zaha Hadid, arquitecta ganadora del Premio Pritzker en 2004. Sus diseños para el Museo de Cerdeña y la Ópera de Dubái se muestran en la Figura 2.43. Aunque no se basan en hormigón, podrían terminar como finas láminas de este material.

Figura 2.43. Diseños de Zaha Hadid para el Museo de Cerdeña en Cagliari y la Ópera de Dubái



Fuente: (Studio London, 2017)

CAPÍTULO III

CONDICIONES DEL PROYECTO

3.1. - Metodología

Debido a la naturaleza de los procedimientos que se realizarán a continuación, en este trabajo se realiza un análisis aplicando las metodologías de investigación y diseño, dicho esto se procederá mediante la metodología cuantitativa.

3.2. - Métodos

Para la primera parte se realiza un estudio de la forma, de modo que se pueda adquirir el conocimiento requerido para proceder a distinguir las alternativas en base a las cualidades morfométricas de modelos matemáticos conocidos. Con este estudio concluido, realizar el análisis prescriptivo de un número determinado de variantes posibles a utilizar de este modelo matemático en la estructura, para finalmente elegir una alternativa óptima que cumpla los requerimientos propuestos en este trabajo.

3.3. - Medios y Materiales

Los medios que se han de utilizar para este trabajo serán mediante un estudio exploratorio, de modo que la primera parte de este estudio sea de investigaciones anteriormente publicadas; con base en definir el modelo matemático que se desea proponer.

Esto a modo de proceder a la segunda parte del trabajo con un modelo específico para así introducirlo a programas de cálculo estructural como ser el SAP2000 y RFEM 5 para finalmente adquirir una estructura definitiva, referida al problema que se investigará, así dejar de base para futuras y nuevas investigaciones al respecto.

CAPÍTULO IV

MARCO TEÓRICO

4.1. - Conceptos generales

Membranas. – Una membrana es un elemento estructural o de cerramiento, bidimensional, sin rigidez flexional que soporta tensiones y esfuerzos normales. Por ejemplo: la lona de un circo o la vela de un barco funcionan estructuralmente como membranas.

Cáscaras. – Un cascarón es una estructura de cubierta ligera que transfiere las cargas a través de su superficie por tensión, compresión y cortante. Esta estructura libera grandes claros y es relativamente delgado.

Diseño Geométrico. – El diseño geométrico es aquel en la que los distintos elementos y los diseños, se realizan haciendo trazos simples y específicos. La correcta interpretación del uso de la geometría en arquitectura permite calcular cuestiones de carga de estructuras y también consideraciones relacionadas con la lógica de la construcción.

Diseño Estructural. - El diseño estructural es una metodología de investigación acerca de la estabilidad, la resistencia y la rigidez de las estructuras; y su principal función es generar estabilidad en una estructura por medio del buen uso de los materiales y su diseño. El diseño estructural se realiza a partir de un adecuado balance entre las funciones propias que un material puede cumplir, a partir de sus características naturales específicas, sus capacidades mecánicas y el menor costo que puede conseguirse. El costo de la estructura siempre debe ser el menor; pero obteniendo el mejor resultado a partir de un análisis estructural previo.

Superficies Desarrollables. - Las superficies desarrollables son casos especiales de las superficies regladas que, mediante deformaciones que no alteran las distancias entre sus puntos, pueden ser transformadas en un fragmento plano. Técnicamente existe una isometría entre estas superficies y un fragmento de plano. Decimos que es localmente desarrollable si existen isometrías locales; para que esto ocurra es necesario y suficiente que la curvatura gaussiana sea nula.

Superficies No-Desarrollables. – Las superficies no-desarrollables son las superficies generadas por una línea curva que se mueve en el espacio según una ley determinada y que actúa como generatriz de la misma, las cuales se subdividen en cuádricas de revolución, elípticas y otras. Las superficies no-desarrollables son las superficies que no se pueden superponer sobre un plano. También se las suele llamar superficies alabeadas.

4.2. - Fundamento Teórico

Teoría sobre las cubiertas

Diseño Estructural. – El diseño estructural es comúnmente conocido por ser un proceso iterativo de fácil convergencia, en el cual se busca diseñar elementos que resistan las cargas que se proponen y las guíen hacia sus soportes eficientemente. La trilogía: forma-función-estructura; se convierten en este tipo de estructuras una ecuación indisoluble, pues sería inconcebible plantearlas apartando la forma de su resistencia y de su funcionalidad. Para las estructuras tipo membrana o cáscara la forma geométrica converge con sus características de eficiencia, por lo cual su forma tiene una influencia sumamente considerable para evitar su fallo. Por ello es importante el estudio extensivo de la interacción entre el diseño geométrico y estructural.

Una distribución de esfuerzos prevalente en una membrana o en un cascarón delgado, forma un sistema de transporte de carga eficiente sin necesidad de considerar momentos. Los momentos de flexión surgen cuando la dirección de empuje, determinado por la carga, no coincide con la dirección del sistema de cargas de la estructura. En cáscaras, sin embargo, estos esfuerzos son capaces de corregir el desvío de esta dirección de empuje hacia la dirección del sistema de cargas de la estructura. Por estos principios, las superficies de cáscaras propiamente diseñadas pueden dar lugar a grandes desviaciones de la dirección de empuje mientras se siguen comportando como membranas.

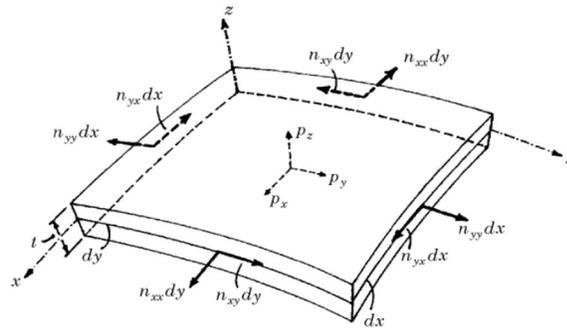
De lo anterior se puede deducir que la geometría y el comportamiento estructural pueden beneficiarse entre sí, dando al ingeniero más libertad de modificación arquitectónica.

Datos Preliminares de Diseño y Análisis en Cáscaras. – Antes de proceder al diseño estructural, el ingeniero de estructuras debe conocer sobre el comportamiento estructural que conllevan las cáscaras. Especialmente con este tipo de estructuras, el diseño es sumamente importante para desarrollar un campo de esfuerzos, ventajoso que prevenga de deformaciones accidentales y fallos locales no deseados. Dichos comportamientos están considerados a continuación:

- A. Esfuerzos de membrana. - Dichos esfuerzos en cáscaras se refieren al estado general de estrés que se encuentra en sus elementos, que consiste en esfuerzos normales sobre el plano, transmitiendo las cargas hacia sus soportes, ejemplo ilustrado en la Figura. En cascaras o cascarones delgados los componentes del esfuerzo normal a la superficie es despreciable en comparación con los demás esfuerzos internos según teorías clásicas de las cáscaras. La curvatura inicial de la superficie permite que esta distribuya inclusive cargas perpendiculares a esta, con esfuerzos normales de la misma.

La manera en que la lámina distribuye sus esfuerzos es relativamente cercana a como lo hacen las membranas. Debido a que la rigidez flexional es mucho menor que su rigidez extensional, una cáscara bajo cargas externas produce mayormente esfuerzos en el plano. En el caso de las cáscaras, la carga externa también causaría tracción o compresión en la cáscara como si fuera una membrana, sin producir flexiones apreciables o cambios significativos en su curvatura. Por lo tanto, se encuentra referido como el comportamiento de membrana de las cáscaras, descrito por la teoría de membranas.

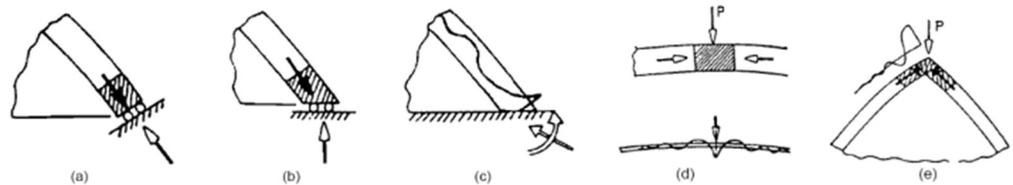
Figura 4.1. Esfuerzos resultantes y componentes de carga en un elemento cáscara.



Fuente: (Analysis of Thin Concrete Shells Revisited, 2008)

B. Esfuerzo de flexión. – En regiones donde la solución por el método de las membranas es insuficiente para describir el equilibrio y/o los requerimientos de sus deformaciones, los esfuerzos de flexión crecen para compensar el defecto del comportamiento de los esfuerzos de membranas. Por ejemplo, en los apoyos, de ser una carga concentrada o un cambio repentino en la geometría, el estado tipo membrana se vería perturbado debido a la acción de los momentos. Los esfuerzos de flexión solo compensarían el estado de la membrana y no distribuirían cargas hacia los apoyos. Así, regularmente se refiere a la compatibilidad de momentos y esfuerzos. Debido a su carácter compensatorio, los esfuerzos de flexión están confinados a regiones pequeñas; la mayor parte de la cáscara todavía se comportará como una membrana. Es esta característica la que hace sobresalir a las cáscaras por su desempeño estructural eficiente.

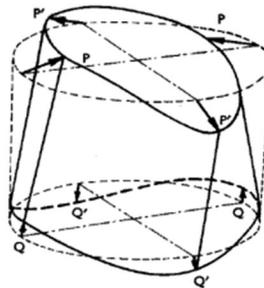
Figura 4.2. Momentos de pandeo para compensar los defectos del comportamiento de las membranas.



Fuente: (Hoefakker & Baauwendraad, 2014)

- C. Efectos de los materiales en el comportamiento de la cáscara. – El concreto reforzado tiene complicados comportamientos no lineales con fuerte influencia en el comportamiento estructural. Micro-fisuras en la superficie causadas por la evaporación del agua. Debido a la alta cantidad de superficie expuesta, las micro-fisuras en la superficie de la carcasa pueden exceder el valor permitido. Además, la fluencia del hormigón provocará el aplanamiento de la superficie del armazón, lo que resultará en una menor curvatura y posibles esfuerzos de flexión que se produzcan.
- D. Deformación en extensión. - Una deformación en extensión es una deformación de la superficie de una cáscara en la que solo surgen momentos de flexión, sin producir extensión y contracción de la lámina. Por tanto, las deformaciones unitarias de la superficie media son iguales a cero. Este modo de deformación especial es altamente indeseable ya que la cáscara no puede producir una resistencia significativa contra tales deformaciones. Una capa delgada tiene una rigidez en el plano muy alta, pero la perpendicular dirección tiene una rigidez a la flexión muy baja. Por lo tanto, un caparazón tendrá una fuerte preferencia por tales deformaciones. La figura muestra una deformación en extensión de un cascarón cilíndrico circular debido al asentamiento de la cimentación. En consecuencia, la ovalización de la parte superior de la carcasa no produce deformaciones. Una propiedad notable de una deformación en extensión es que el producto de la curvatura mínima y máxima (curvatura gaussiana) es igual al estado no deformado.

Figura 4.3. Deformación inter-extensional de una cáscara cilíndrica circular



Fuente: (Hoefakker & Baauwendraad, 2014)

Una cáscara es solo una cáscara cuando mantiene su forma al recibir cargas. De lo contrario, se produce una deformación en extensión. Las cáscaras a veces se denominan estructuras resistentes a la forma.

- E. Falla Estructural. - Las estructuras de cáscara son estructuras delgadas notables con una relación de radio a espesor que varía entre valores mayores a los 200. Tan alta esbeltez preocupa inmediatamente al ingeniero de la posible ocurrencia de la falla prematura de la estructura debido a la inestabilidad de pandeo. En el caso de cáscaras delgadas de hormigón, la cáscara también puede fallar debido a la degradación del material, como el agrietamiento y el aplastamiento.

Clasificación de las superficies tipo cáscara. – Para las estructuras tipo cáscara es conveniente hacer una clasificación de acuerdo con la curvatura gaussiana. La curvatura gaussiana de una superficie tridimensional es el producto de las curvaturas principales, que se definen como la curvatura máxima y mínima de una determinada superficie.

Las curvaturas principales de una cáscara se pueden obtener en base a dos planos; estas curvaturas son por definición ortogonales entre sí. El producto de dichas curvaturas es positivo, negativo o cero. La clasificación según Gauss se define como: superficies de curvatura gaussiana positiva (sinclásticas), de curvatura gaussiana negativa (anticlásticas) o de curvatura gaussiana cero (monoclásticas).

Figura 4.4. a) Curvatura Gaussiana positiva, b) Curvatura Gaussiana negativa



Fuente: (Hoefakker & Baauwendraad, 2014)

A. – Sinclásticas. - La curvatura gaussiana de las cáscaras sinclásticas es positiva; ambas curvaturas principales tienen el mismo signo. Una superficie sinclástica no es

desarrollable. Una superficie de caparazón es desarrollable o no desarrollable. Si es posible desarrollar una superficie, a diferencia de las superficies no desarrollables, puede cambiarse a una forma plana sin cortar y/o estirar la superficie intermedia. Por lo tanto, las superficies que no son desarrollables son más resistentes. Un ejemplo de estructura sinclástica es la cúpula. Las superficies sinclásticas soportan su carga mediante tensiones en los planos meridionales y circunferenciales. Excepto por el elpar (hemisferio cortado en forma de base cuadrada) que transporta fuerzas con cortante en el plano.

B. – Monoclásticas. - Un ejemplo de superficie desarrollable es una superficie monoclástica. La curvatura gaussiana de superficies monoclásticas es igual a cero. La curvatura gaussiana cero se refiere también a estructuras con curvatura cero en ambas direcciones, como placas; sin embargo, estas estructuras se denominan ceroclásticas. Las cáscaras monoclásticas tienen curvatura en una dirección, pero cero en la dirección ortogonal. Un ejemplo de superficies monoclásticas son las cáscaras cilíndricas como las bóvedas de cañón. Las cáscaras cilíndricas son probablemente la forma más utilizada de cáscara de hormigón, se utilizan mucho para cubrir hangares de aviones o estaciones de tren. El comportamiento de membrana de las láminas cilíndricas cargadas perpendicularmente a su superficie consiste en una interacción de dos componentes de comportamiento: la acción de la viga y la acción del arco. Si la cáscara cilíndrica tiene principalmente la acción de la viga o la acción del arco depende de la geometría de la cáscara y las condiciones del borde. Las cáscaras cilíndricas largas que descansan sobre soportes extremos actúan como vigas simplemente apoyadas.

C. – Anticlásticas. - Una superficie con curvatura gaussiana negativa se llama anticlástica y es, como las superficies sinclásticas, no desarrollable. Las dos curvaturas principales tienen signos opuestos, lo que hace que el producto sea negativo. El rasgo característico de tener una curvatura positiva en una dirección y una curvatura negativa en la dirección perpendicular hace que la cáscara actúe como una combinación de un arco de compresión y tensión cuando se carga perpendicularmente a su superficie. Ejemplos de cáscaras anticlásticas son las capas paraboloides hiperbólicas (hypar) de

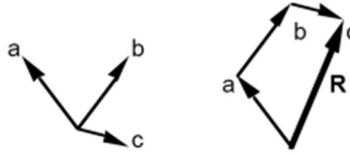
Félix Candela. El hyper transporta fuerzas con cizallamiento en el plano como las cáscaras elpar.

Comportamiento Mecánico. – Para determinar el comportamiento mecánico de las superficies tipo cáscara existen varios métodos, cada uno de ellos con sus propios beneficios y limitaciones. El comportamiento mecánico de las estructuras cáscara, se refiere a los esfuerzos y desplazamientos que experimentan los puntos discretos o nodos, como respuesta a la carga aplicada. A continuación, se muestra varias técnicas comúnmente utilizadas para el análisis de las cargas:

A. – Cálculo del equilibrio. - Un método muy práctico es determinar las tensiones mediante un simple cálculo de equilibrio. Las pruebas de Isler muestran que, para las cáscaras con un plano de base cuadrado, solo el 10% del peso de la cáscara va a las paredes. El 90% del peso llega directamente a las cuatro esquinas. Se puede realizar un cálculo sencillo de las tensiones en una cáscara. Cada esquina lleva alrededor del 25% de la carga vertical total en la cáscara. Las fuerzas horizontales están en el medio a través de la superficie de la cáscara al igual que en el soporte. Esto significa que cuando se conoce el total de la carga y el ángulo por el cual la cáscara entra en el soporte, se puede calcular la carga horizontal. Dividiendo la carga horizontal a través del área esforzada (a través de la distancia por el espesor) se obtiene la tensión horizontal en la cáscara.

B. – Polígono de fuerzas. - El polígono de fuerzas es un método gráfico para determinar las fuerzas en una estructura. Se presume que los ingenieros antiguos utilizaron el método gráfico, ya que es un método simple y útil para obtener y comprender las fuerzas de membrana en las cáscaras. Lo más probable es que la aplicación del método sea el resultado del descubrimiento de que la línea de una cadena colgante se puede describir construyendo un polígono de fuerzas para cada punto en una línea de cadena discretizada. Como usaron el principio de la cadena colgante invertida para encontrar la forma, usaron el método del polígono para determinar las fuerzas.

Figura 4.5. Determinando la resultante de una fuerza R por punto considerando fuerzas a, b y c en orden cíclico



Fuente: Elaboración propia

El método del polígono de fuerzas se basa en la primera ley de Newton que establece que un cuerpo está en equilibrio y puede permanecer estacionario si no hay fuerza actuando sobre el cuerpo o, alternativamente, si hay varias fuerzas que se equilibran entre sí. Cuando las fuerzas que actúan a través de un solo punto están en equilibrio, las magnitudes y direcciones de estas fuerzas se pueden representar en un diagrama vectorial que forma los lados de un polígono. Todas las fuerzas deben estar en un plano y deben considerarse en orden cíclico.

Para un arco, el polígono de fuerzas se puede usar para construir la línea de empuje. En el caso de un arco con bloques de forma irregular, la línea de empuje se puede construir asumiendo los pesos de los bloques como una masa concentrada aplicada en su centro de gravedad, dado que la magnitud de las fuerzas debe ser proporcional a los pesos de los bloques. El polígono de fuerzas construido muestra la relación de la resultante horizontal con la línea de empuje y los pesos sumados. En la práctica, los pesos de los bloques y la fuerza horizontal máxima de apoyo están predefinidos y, al asumir los apoyos en el mismo nivel horizontal, se fija el polígono de fuerzas y, por lo tanto, la línea de empuje. Si la línea de empuje no coincide dentro del tercio medio de la sección transversal del arco, se producen esfuerzos de tracción y se necesitan momentos de flexión para compensar.

En el caso de las cáscaras, como se mencionó en la introducción, la flexión se evita mediante las tensiones circunferenciales que corrigen la línea de empuje hacia la línea

del sistema de la cáscara. Estas tensiones circunferenciales se pueden encontrar utilizando el polígono de fuerzas. Esto se muestra en la Figura a continuación.

Figura 4.6. Solución grafica de una cáscara de revolución. Haas 1962

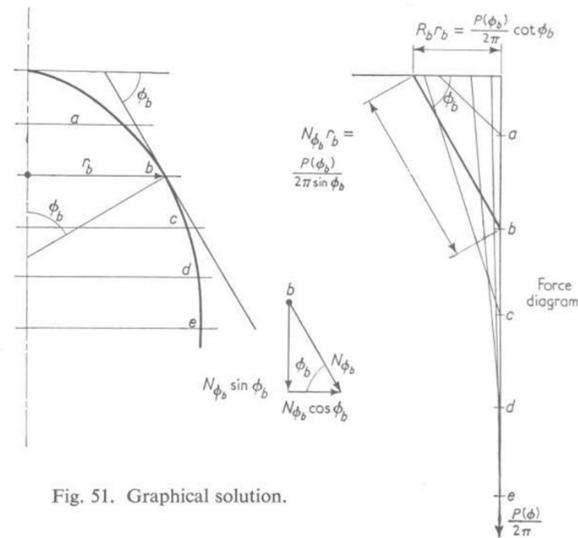


Fig. 51. Graphical solution.

Fuente: (Haas, 1962)

El método gráfico es un método útil para comprender el comportamiento de las geometrías de las cáscaras. Sin embargo, está restringido a geometrías de cáscaras simples y comportamiento lineal.

C. – Teoría clásica de para cáscaras. - Fundada por Augustus Edward Hough Love en 1888, la teoría clásica para cáscaras fue la primera teoría de las cáscaras y a menudo se la denomina la primera aproximación de Love. La teoría era una extensión de la teoría de las placas a estructuras con geometrías similares a las de la superficie utilizando los mismos supuestos que la teoría de las placas de Kirchhoff. Por lo tanto, la aproximación de Love es esencialmente una teoría de cáscara delgada. La parte más importante de la aproximación de Love es la reducción del problema tridimensional a un problema de superficie bidimensional, es decir, las tensiones o deformaciones en la dirección normal no tienen importancia para la solución. Además, Love identificó que el comportamiento de la cáscara puede abordarse mediante un campo de membrana en

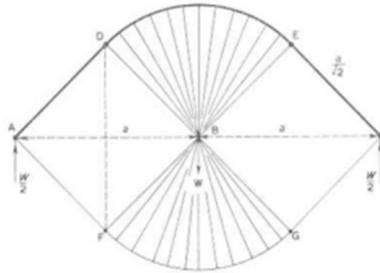
combinación con la flexión de la cáscara que compensa las deficiencias de la solución de membrana.

Se encontró que la falta de correlación entre la teoría y la práctica tiene su origen en las imperfecciones geométricas iniciales de los modelos a pequeña escala que causaron la desviación de la trayectoria lineal de equilibrio a la trayectoria no lineal posterior al pandeo. Parecía que el punto de bifurcación lineal nunca se alcanza ya que la cáscara falla debido a la reducción de la capacidad de carga posterior al pandeo. El profesor holandés Koiter dio un paso significativo en la dirección de proporcionar esta respuesta, quien investigó el comportamiento posterior al pandeo de las cáscaras en la vecindad del punto de bifurcación: la teoría inicial posterior al pandeo de Koiter. Koiter permite estudiar la pendiente y la curvatura del camino secundario de equilibrio en las inmediaciones del punto de bifurcación sobre la base de una formulación linealizada.

D. – Análisis numérico computacional. - Los últimos diseños de cáscaras están influenciados en gran medida por la llegada de la computadora. La importancia de las características no lineales (grandes deformaciones) en el diseño de cáscaras planteó una gran barrera para que los diseñadores encontraran una solución analítica. El advenimiento de la computadora hizo posible resolver las ecuaciones de cáscaras no lineales mediante métodos de aproximación numérica. Un método clásico es la integración numérica de las ecuaciones de capa con métodos como Runge Kutta o técnicas predictoras-correctoras. El método solo es aplicable a problemas de cáscaras que pueden reducirse a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, principalmente los problemas de caparazones de revolución.

Optimización Estructural. - La optimización estructural puede considerarse como la búsqueda de una mejor solución a un problema estructural mediante la generación de sensibilidades adicionales con respecto a parámetros no considerados. La estructura optimizada es, por lo tanto, mejor y más eficiente que la estructura inicial. Sin embargo, este parece ser un principio muy simple, la cuestión de cómo definir el problema de optimización y su ejecución puede ser algo bastante complicado.

Figura 4.7. La mas eficiente estructura de Michell para llevar cargas puntuales



Fuente: (Haas, 1962)

C. – Teoría clásica de para cáscaras. - Fundada

La optimización estructural es una síntesis de varias disciplinas individuales, modelado de diseño, análisis estructural, análisis de sensibilidad al comportamiento y programación matemática con especial énfasis en la etapa de modelado.

La optimización estructural se ocupa de maximizar el rendimiento de una estructura para ciertos objetivos y restricciones. La elección de los objetivos y restricciones puede conducir a una gran varianza de soluciones a la pregunta de optimización. Piense en las diferencias en los resultados de optimización cuando se optimiza con respecto a los costos de construcción, el peso o las frecuencias naturales. En la denominada optimización multicriterio, estos objetivos (contradictorios) pueden considerarse simultáneamente para obtener un compromiso óptimo del diseño estructural. Además, las limitaciones del proceso de optimización dan lugar a dudas sobre si se obtiene un óptimo local o global.

Las estructuras sensibles a la forma, como las cáscaras, requieren un diseño de alta calidad para obtener un diseño de óptimo. Dado que en muchas situaciones esta forma óptima no es obvia, la necesidad de técnicas de optimización es evidente. Para cumplir con las reglas básicas del diseño orientado a la cáscara, una modificación del diseño original podría mejorar sustancialmente el comportamiento estructural alcanzando el ideal de una cáscara pura con tensión en compresión para todas las condiciones de carga. La optimización para capas da como resultado un problema de optimización

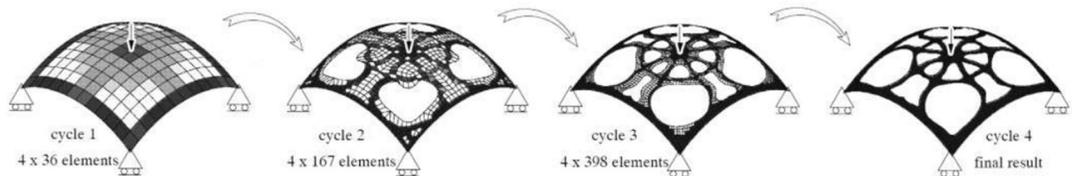
altamente no lineal. Esto significa que, para generar un diseño fiable mediante la optimización estructural, la respuesta estructural no lineal, p. debe tenerse en cuenta el pandeo o la plasticidad.

La diferencia entre los objetivos de optimización ha dado lugar a varias clasificaciones a lo largo de los años, ninguna de las cuales ha alcanzado un uso global. En este proyecto utilizaremos la clasificación mostrada a continuación:

- A. Optimización por tamaño. - La optimización por tamaño se refiere a la optimización del tamaño de los elementos estructurales de una estructura. La geometría inicial no se modifica. La optimización del tamaño conduce a una estructura óptima con respecto al peso y la rigidez o resistencia general que satisface la condición de equilibrio y las restricciones de contorno. Da como resultado estructuras con secciones transversales modificadas de elementos estructurales.
- B. Optimización por material. - La optimización de materiales es una práctica cotidiana para los ingenieros. La optimización del material está relacionada específicamente con el uso óptimo del material en la estructura, por ejemplo, dimensiones de refuerzo. El objetivo es lograr un uso óptimo del material y la distribución de tensiones. De hecho, la carcasa en sí ya es una optimización del material al cubrir un tramo largo con un uso mínimo de material.
- C. Optimización por topología. - La topología de una estructura se define como una disposición espacial de los miembros estructurales y las uniones. En consecuencia, la optimización topológica significa variar la conectividad entre miembros estructurales de estructuras discretas o entre dominios de estructuras continuas. Para estructuras discretas, como cerchas, la variación de conectividad significa generar o eliminar miembros estructurales entre juntas existentes. Análogamente, para las estructuras continuas, la variación de la conectividad significa separar o unir dominios estructurales y generar o reducir dominios estructurales. En otras palabras, en el caso de estructuras continuas, la optimización topológica transforma el espacio de diseño en un espacio

tensionado óptimo mediante la eliminación o adición de elementos. Los elementos de baja tensión se eliminan y las áreas de alta tensión se facilitan mediante la adición de elementos. En un principio, las condiciones de apoyo y las cargas aplicadas son los únicos parámetros determinados como lo es un bloque de material estructural. Al definir las tensiones en cada elemento, se encuentran los elementos de baja y alta tensión y, posteriormente, se pueden eliminar o agregar elementos. La ejecución consecutiva conduce finalmente a una distribución más óptima del material en el espacio de diseño. En la Figura se visualiza una optimización topológica aplicada como problema de máxima rigidez a un cascarón esférico apoyado en cuatro puntos bajo una carga concentrada.

Figura 4.8. Topología de un casquete esférico



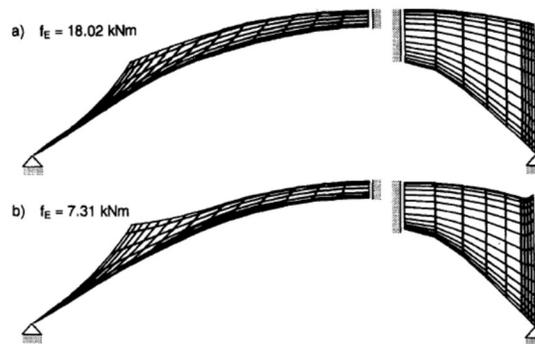
Fuente: (Pilarski, 1960)

La aplicación se adapta extremadamente bien a la implementación de la computadora. Hoy en día, la optimización de topología se puede utilizar para identificar un buen diseño potencial y como punto de partida y se puede mejorar con otras herramientas de diseño, como las técnicas de optimización de forma. Esto se denomina optimización topológica adaptativa.

- D. Optimización por forma. - La optimización por forma se refiere a una técnica en la que se optimizan la forma y el grosor de una estructura. El método de optimización por forma conduce al objetivo de minimizar la energía de deformación total (suma de la energía de deformación por flexión y la energía de deformación de la cáscara) durante la modificación de la forma a un diseño orientado a la cáscara. Mediante la optimización de la forma, el diseño original se puede adaptar para reducir la tensión y los esfuerzos de flexión y progresar

hacia un estado de esfuerzo más ventajoso. Un ejemplo de optimización de la forma mediante la minimización de la energía de deformación se ve en la Figura, donde la cáscara optimizada proporciona momentos de flexión significativamente más bajos.

Figura 4.9. Optimización de la forma de una cáscara con, a) la cáscara inicial, y b) la cáscara optimizada



Fuente: (Pilarski, 1960)

E. Optimización por Algoritmos Computacionales. - A medida que la optimización de estructuras se vuelve dependiente de una cantidad cada vez mayor de criterios, encontrar la mejor solución se convierte en una misión muy complicada. Por lo tanto, la optimización multicriterio se adapta bien a la implementación por computadora. El desarrollo de algoritmos computacionales de optimización ha avanzado espectacularmente en las últimas décadas. Esta última sección trata sobre los algoritmos de optimización.

Los algoritmos computacionales se desarrollan desde 1988, ya que el método de homogeneización de Bendsøe & Kikuchi fue el primer método de optimización estructural desarrollado para su implementación en computadora. Desde entonces, los científicos han buscado varios algoritmos de optimización con todo tipo de campos de aplicación, lo que da como resultado hoy en día una amplia variedad de algoritmos. Los algoritmos de optimización computacional

no se limitan a la clasificación presentada anteriormente, sino que a menudo utilizan una combinación entre diferentes tipos de optimización, por ejemplo, una optimización integrada de forma y topología. Aproximadamente, se pueden clasificar en algoritmos específicos o personalizados y algoritmos generales.

4.3. - Análisis comparativo entre superficies

En el Anexo 1.2 se puede observar una tabla que sintetiza el análisis de alternativas realizado con el fin de solucionar el problema de la cubierta del Coliseo del colegio René Barrientos Ortuño de la ciudad de Padcaya.

Considerando todo lo respectivo al Anexo 1.2, se escoge la opción D, una cubierta de superficie no desarrollable anticlástica, por proporcionar mayores oportunidades y pocas amenazas.

4.4. - Concepción morfológica de la cubierta

Características geométricas que forman una cubierta de curvatura gaussiana negativa.

Como esta explicado anteriormente, la curvatura gaussiana negativa se llama anticlástica y se compone por dos curvas principales con signos opuestos, lo cual hace que su producto sea negativo. Estas superficies generan estructuras con esfuerzos axiales sin esfuerzos cortantes o flectores, dando gran estabilidad ante las cargas que se les tienen propuestas. Es decir, que la estructura no perdería su forma debido a la oposición de sus curvas.

En las cascaras anticlásticas los centros de curvatura se encuentran en lados opuestos de la superficie. Esto se describe fácilmente como una silla de montar.

Para facilitar el estudio de dicha forma dispondremos de una figura geométrica conocida, siendo esta el paraboloides hiperbólico, una figura formada por una parábola que se traslada sobre el eje de otra parábola con el signo opuesto.

El Paraboloides Hiperbólico. -

De modo que el estudio sea correcto tendremos en cuenta para su cálculo las características geométricas de la forma y aprovecharemos ciertas ventajas en la misma.

Como fue dicho anteriormente las figuras anticlásticas se componen de dos curvas opuestas, en el caso del paraboloides hiperbólico se generaría trasladando una parábola paralela a sí misma sobre otra de curvatura inversa, si las parábolas se encuentran en dos planos que forman 90° entre sí, el paraboloides hiperbólico se denomina equilátero, si no se denomina no equilátero.

Si separamos los planos del paraboloides hiperbólico nos encontraríamos con las dos parábolas mencionadas anteriormente en dos planos y una hipérbola en el plano restante. En cambio, si seguimos la dirección de sus generatrices se generan líneas rectas. En paraboloides equiláteros estas generatrices se encontrarían a 45° de los planos de sus parábolas.

Una característica curiosa aprovechable de dicha figura es que, de tener 4 puntos en el espacio, se puede graficar un paraboloides hiperbólico que pase por ellos, la referimos como aprovechable porque nos permite darle propiedades geométricas al paraboloides para cumplir características constructivas.

Su doble curvatura hace que tenga la cualidad de estructura tensada por lo que cada línea de carga funciona a compresión, cuando tiene su concavidad al interior; y a tracción cuando tiene la convexidad hacia el interior. Es decir, hace simultáneamente la función de arco y cable. Además, dota de la suficiente rigidez a la superficie, no siendo necesarias estructuras secundarias del tipo arcos fajones.

El modo de generarse a partir de dos familias de rectas permite poder definirla a partir de coordenadas cartesianas, por medio de sencillas ecuaciones de primer grado, lo que facilita la distribución de las armaduras necesarias, creando los nervios sobre las rectas generatrices.

Ecuación matemática de la superficie

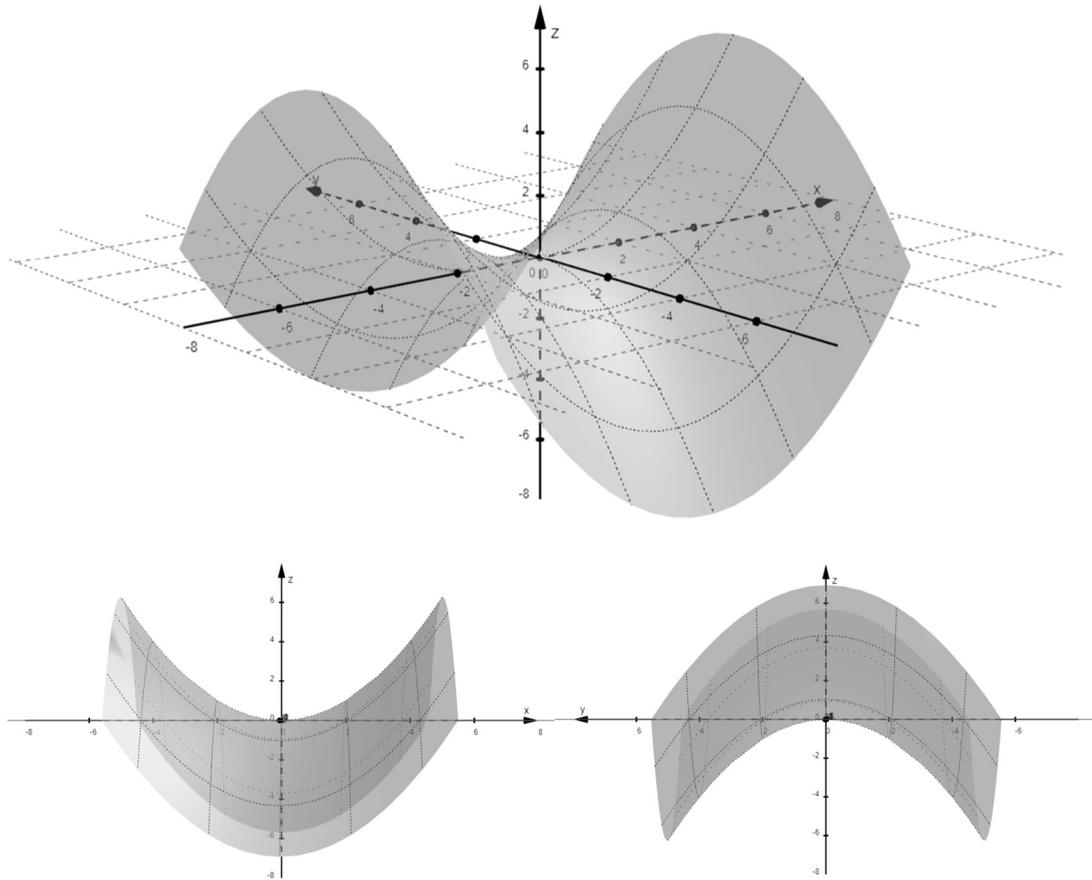
El paraboloides hiperbólico es una superficie que se genera en el espacio tridimensional x , y , z . La ecuación matemática que describe su superficie queda dada por la siguiente expresión:

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \quad [4.4.1]$$

Donde:

a , b = constantes de la curvatura de la superficie

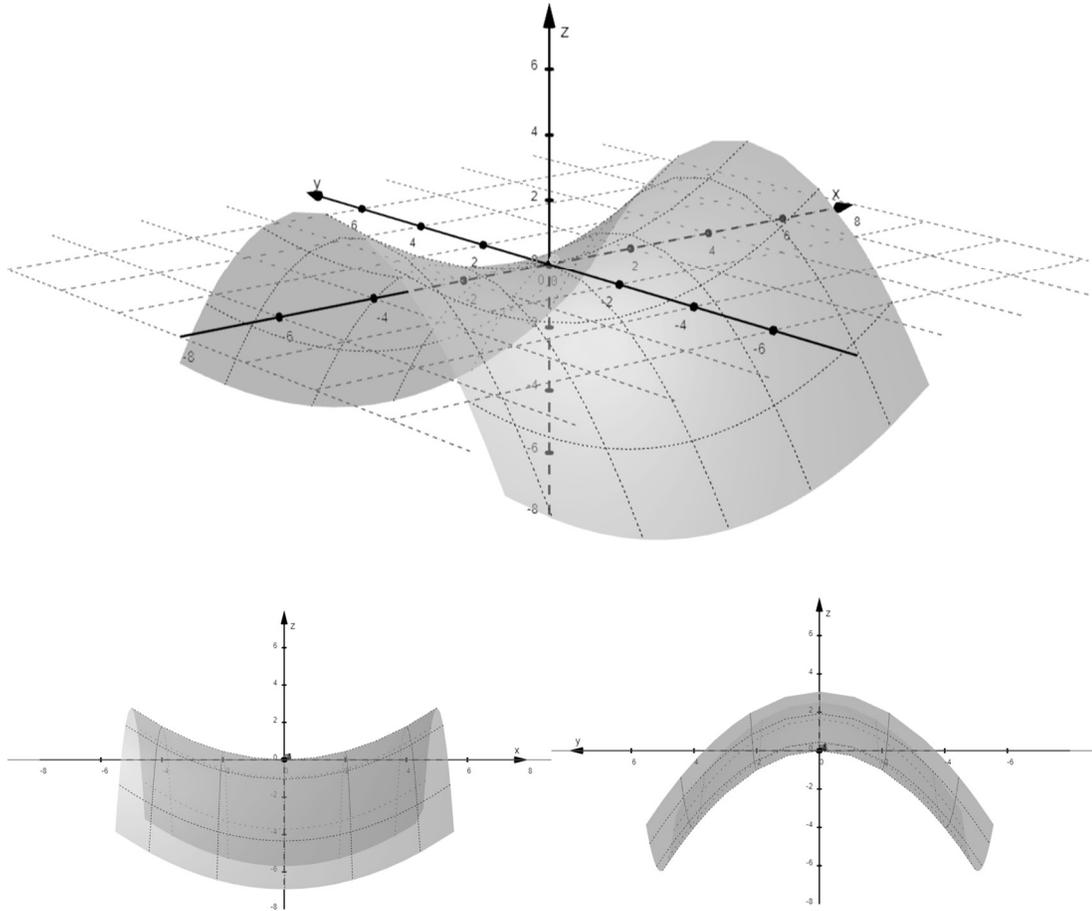
La curvatura que posee la superficie queda controlada por los valores que adoptan estas constantes. La curvatura de las parábolas convexas y cóncavas que se proyectan sobre la superficie del paraboloides dependen de estos valores. La constante a afecta la curvatura de las parábolas cóncavas, en cambio la b afecta la de las convexas. Obviamente al darle valores iguales a ellas, nos queda una superficie con la misma forma geométrica para ambas parábolas. Por ejemplo, para valores de “ a ” y “ b ” de 2 la figura 4.4.1. resultante, limitada a 5 unidades por sus ejes “ x ” y “ y ”, nos quedaría así.

Figura 4.4.1. Paraboloide Hiperbólico limitado a $a=2$ y $b=2$ 

Fuente: Elaboración propia

Ahora si incrementamos el valor de “a” a 3 teniendo $a=3$ y $b=2$, resulta:

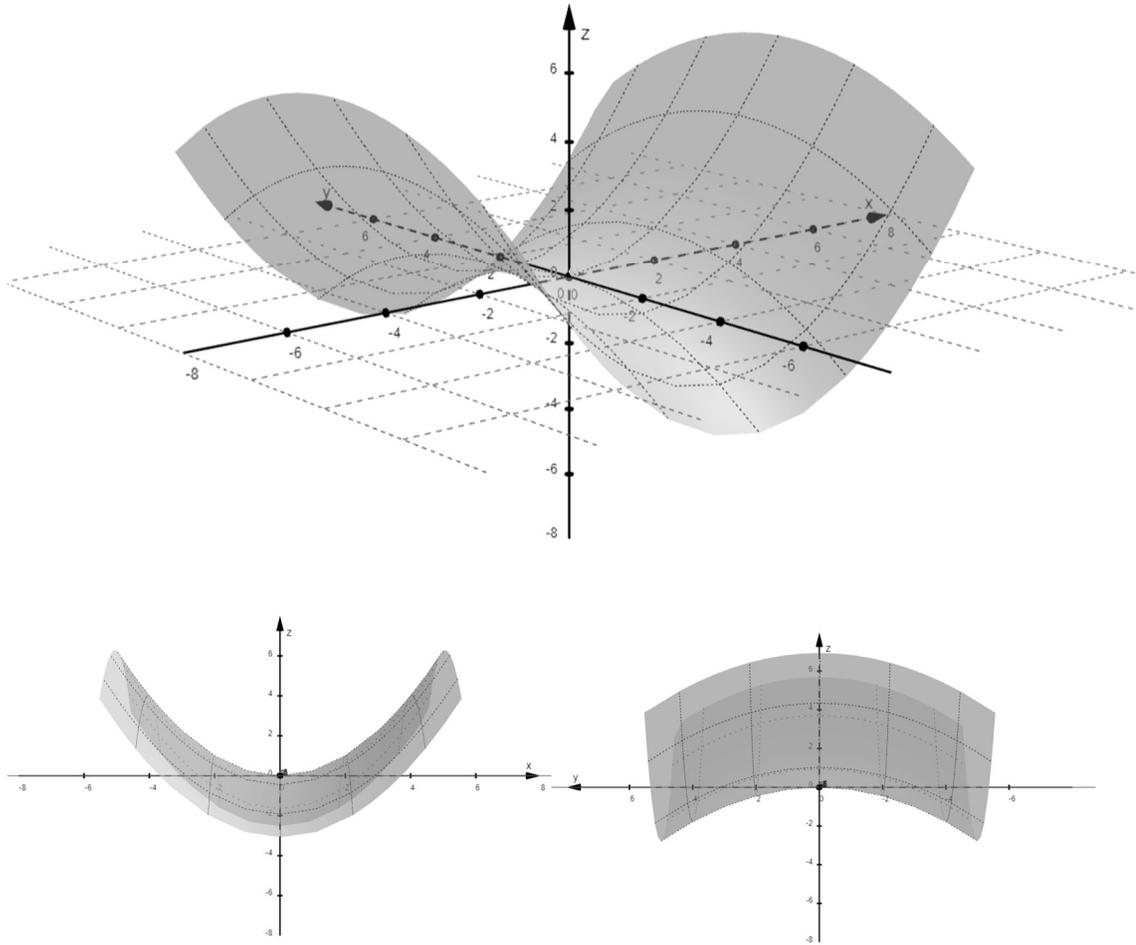
Figura 4.4.2. Paraboloide Hiperbólico limitado a $a=3$ y $b=2$



Fuente: Elaboración propia

Si incrementamos “b” a 3 teniendo $a=2$ y $b=3$, resulta:

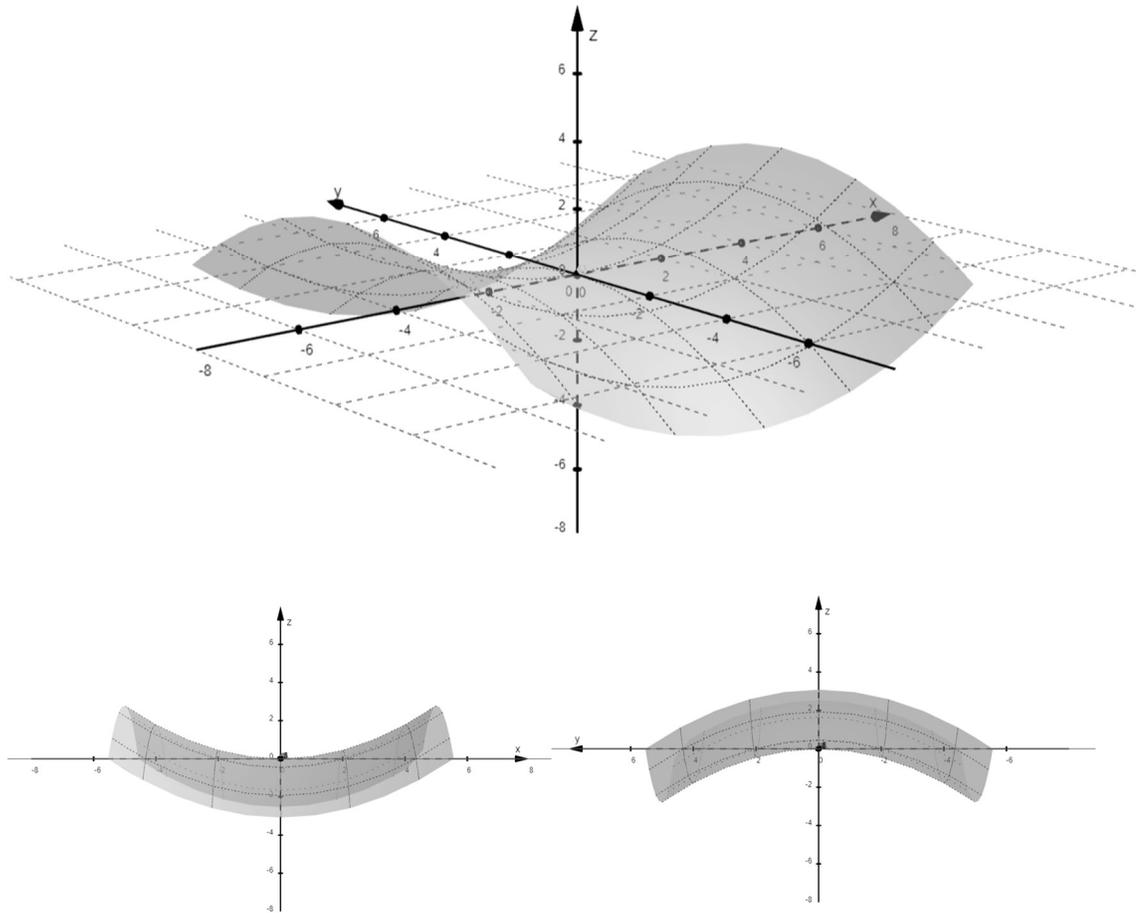
Figura 4.4.3. Paraboloide Hiperbólico limitado a $a=2$ y $b=3$



Fuente: Elaboración propia

Y finalmente incrementando tanto “a” como “b” a 3, resulta:

Figura 4.4.4. Paraboloide Hiperbólico limitado a $a=3$ y $b=3$



Fuente: Elaboración propia

Se puede observar claramente que la constante “a” cambia las parábolas cóncavas sin afectar las convexas, y la constante “b” afecta las parábolas convexas sin afectar las cóncavas. Además, se denota que a medida que se aumenta el valor de sus coeficientes, la curvatura de las parábolas disminuye. En cambio, si estos valores aumentan, se observarían curvaturas mucho mas pronunciadas, con mayores pendientes.

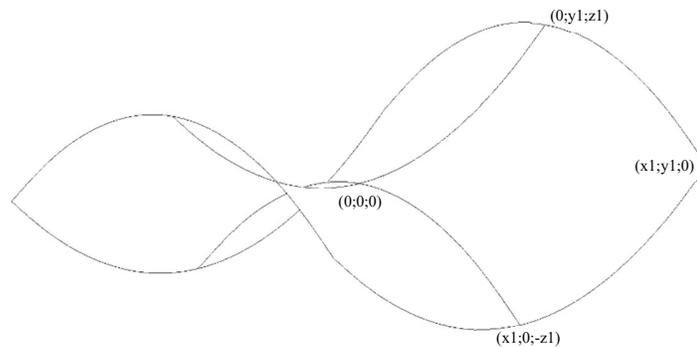
De este modo podemos notar que es posible controlar la forma de la superficie, obteniendo los valores de “a” y “b” para conseguir la curvatura requerida.

Conformación de los elementos de un paraboloides hiperbólico

A modo de considerar la comodidad estructural para generar el paraboloides hiperbólico en la realidad, se debe generar su fórmula y la de sus componentes por medio de puntos deseados en el espacio que se quiere construir.

La superficie de la estructura se puede definir en base a 4 puntos en los planos “x”, “y” y “z” como se muestra en la figura. Los ejes A y B son paralelos a los lados de la estructura y el eje z ortogonal a ellos.

Figura 4.4.5. Puntos conocidos en un Paraboloides Hiperbólico



Fuente: Elaboración propia

Constantes de la formula general

De este modo debemos despejar las constantes “a” y “b” de la formula general del paraboloides hiperbólico, para esto se genera el siguiente esquema de la forma deseada:

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \quad [4.4.1]$$

Partiendo de la formula general para paraboloides hiperbólicos, se consiguen dos rutas en el despeje de la fórmula, una para cada constante.

$$z + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{a^2} \qquad z - \frac{x^2}{a^2} = -\frac{y^2}{b^2}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{x^2}{a^2} - z &= \frac{y^2}{b^2} \\
 a^2 * \left[z + \frac{y^2}{b^2} \right] &= x^2 & b^2 * \left[\frac{x^2}{a^2} - z \right] &= y^2 \\
 a^2 &= \frac{x^2}{z - \frac{y^2}{b^2}} & b^2 &= \frac{y^2}{\frac{x^2}{a^2} - z} \\
 a &= \sqrt{\frac{x^2}{z - \frac{y^2}{b^2}}} & b &= \sqrt{\frac{y^2}{\frac{x^2}{a^2} - z}} \quad [4.4.2]
 \end{aligned}$$

Implementando los puntos definidos anteriormente

$$(x_1; 0; z_2)$$

$$(0; y_1; z_1)$$

Con estos puntos ya definidos, se eliminan algunos componentes de las fórmulas 4.4.2 a y b, obteniendo finalmente las constantes despejadas de forma que sea posible conseguir sus valores.

$$\begin{aligned}
 a &= \sqrt{\frac{x_1^2}{z_2 - 0}} & b &= \sqrt{\frac{y_1^2}{0 - z_1}} \\
 a &= \sqrt{\frac{x_1^2}{z_2}} & b &= \sqrt{\frac{y_1^2}{-z_1}} \quad [4.4.3]
 \end{aligned}$$

Conformación de la estructura de soporte.

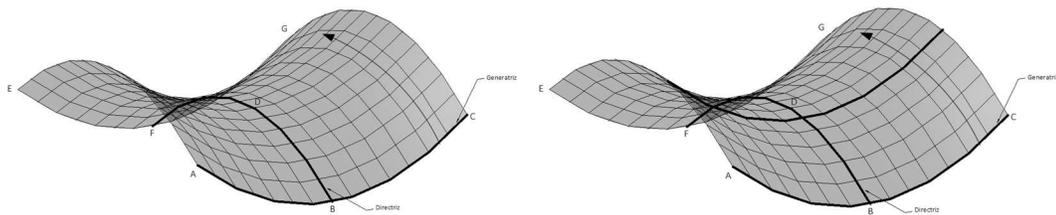
Ahora, después de entender las características de su ecuación, se puede generar el paraboloides hiperbólico para el cálculo de la estructura en estudio. Dicho esto, existen dos métodos para conformar la superficie de la cáscara, en base a la distribución de elementos lineales conocidos:

Conformación de la superficie por traslación.

La conformación de la superficie de un paraboloides hiperbólico se puede definir a partir de 2 curvas como una superficie de traslación.

La superficie se genera moviendo una parábola que tenga su convexidad dirigida hacia arriba, como se muestra en la figura, la parábola generatriz es la parábola C-B-A, esta parábola se traslada a lo largo de una segunda parábola denominada directriz con una convexidad hacia abajo, y al trasladarse a lo largo de esta segunda parábola, conforma la superficie de traslación del paraboloides hiperbólico

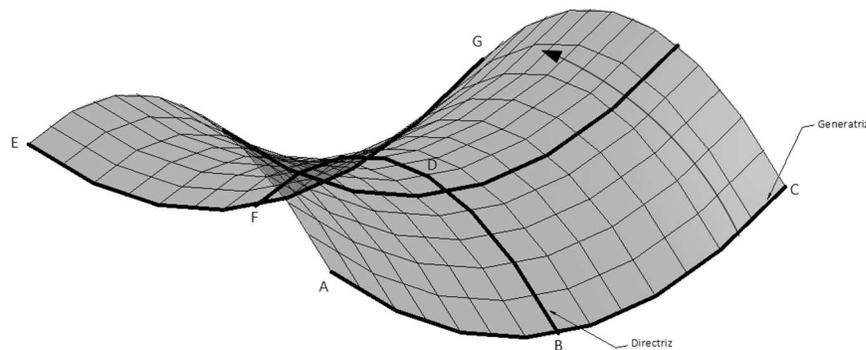
Figura 4.4.6. Conformación de un Paraboloides Hiperbólico por traslación



Fuente: Elaboración propia

Por este motivo el paraboloides hiperbólico se define como una superficie anticlástica, o de gauss negativa en este caso cualquier seccionamiento que realicemos en la superficie con 2 planos perpendiculares entre sí, veremos que por un mismo punto pasan 2 curvas con curvaturas opuestas

Figura 4.4.7. Curvas parabólicas de un Paraboloides Hiperbólico



Fuente: Elaboración propia

Constantes de las ecuaciones de las parábolas

Para facilitar el cálculo de las alternativas y comprobar los datos de la ecuación general del paraboloide hiperbólico se calculan las parábolas que lo componen, de ese modo se parte de la fórmula general de la parábola en ambas direcciones.

$$\begin{array}{ll}
 \textit{Parábola cóncava} & \textit{Parábola convexa} \\
 (y - y_0)^2 = -2p * (z_1 - z_c) & (x - x_0)^2 = 2p * (z - z_0) \quad [4.4.4]
 \end{array}$$

Posteriormente se procede a despejar su constante de desarrollo:

$$\begin{array}{ll}
 \frac{(y - y_0)^2}{-2 * (z - z_0)} = p & \frac{(x - x_0)^2}{2 * (z - z_0)} = p \quad [4.4.5]
 \end{array}$$

Agregando los puntos de partida con valor nulo a las fórmulas 4.4.5, se simplifican para hallar las constantes:

$$\begin{array}{ll}
 (0; 0 | y_1; z_1) & (0; 0 | x_1; z_2) \\
 \frac{(y_1 - 0)^2}{-2 * (z_1 - 0)} = p & \frac{(x_1 - 0)^2}{2 * (z_2 - 0)} = p
 \end{array}$$

Así resultamos con las formulas siguientes

$$p = \frac{y_1^2}{-2z_1} \quad p = \frac{x_1^2}{2z_2} \quad [4.4.6]$$

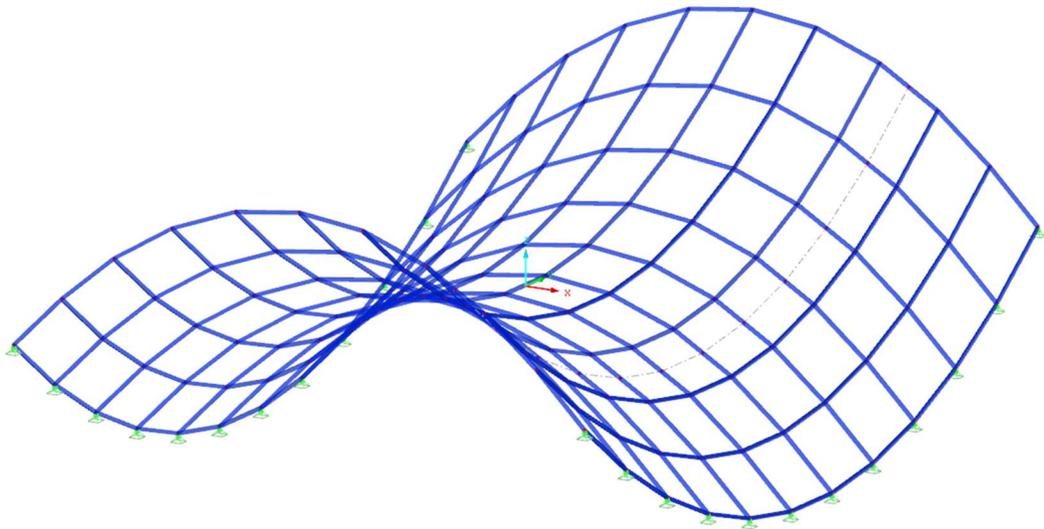
Disposición de los elementos de la estructura de soporte

La distribución de elementos conformada por traslación nos permite disponer una estructura reforzada por arcos parabólicos cóncavos dispuestos paralelamente a lo largo de la parábola convexa que se forma.

Para reforzar la estructura con arcos parabólicos se debe considerar las columnas como apoyos de modo que la estructura distribuya sus cargas de manera más eficiente al suelo, cada arco parabólico es igual al resto con la diferencia que se encuentran a diferentes alturas debido a su transición por la parábola convexa de la figura geométrica.

Considerando la posición de las columnas y la ecuación del paraboloides hiperbólico, la posición de las parábolas queda como se muestra en la figura.

Figura 4.4.8. Arcos Parabólicos generados por traslación usados para la estructura de soporte



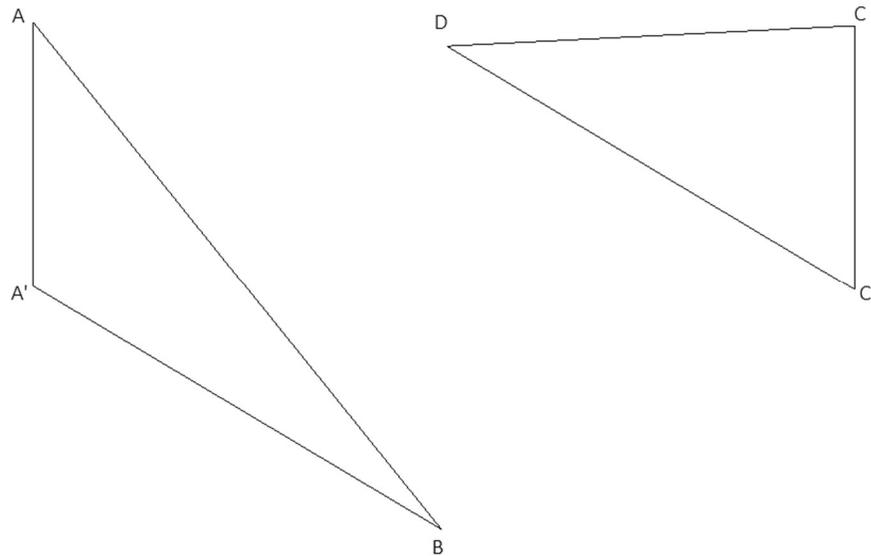
Fuente: Elaboración propia

Conformación de la superficie como un paralelogramo alabeado

Constructivamente es muy importante poder materializar estas superficies con un encofrado de tablas rectas. En general se dispone de una dirección de vigas de madera sobre la cual se disponen tablas, unidas unas con otras que conforman el encofrado o el cierre de hormigón que vendrá explicado más a continuación.

Para tener una idea concreta de la forma esta superficie, consideremos dos planos paralelos: El plano AA'B paralelo al plano CC'D

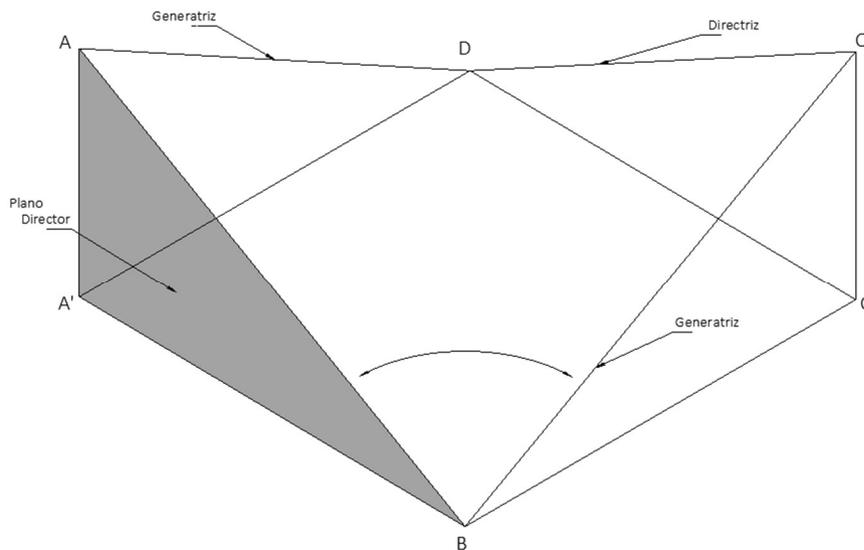
Figura 4.4.9. Planos directores paralelos



Fuente: Elaboración propia

Las rectas AB y CD, no paralelas entre sí, pero contenidas en dichos planos, las llamamos directrices, la recta BC la llamaremos Generatriz y corta a las 2 directrices y es paralela al plano AA'D que se llama Plano Director.

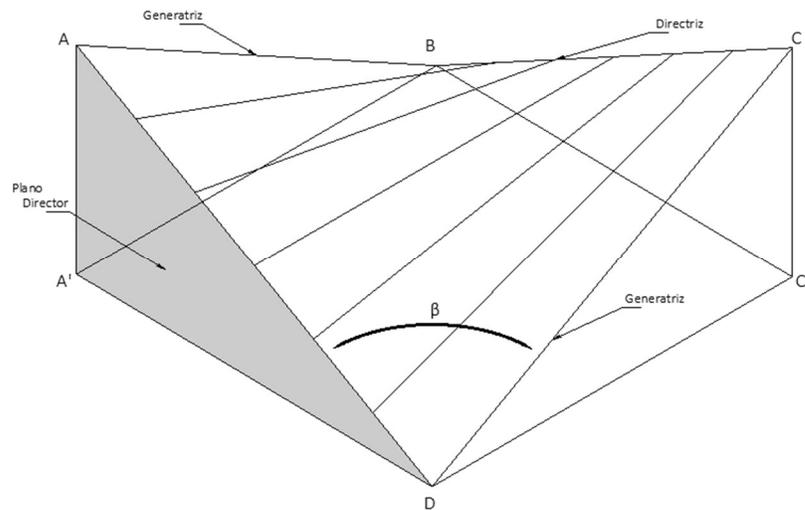
Figura 4.4.10. Conformación de los planos generadores.



Fuente: Elaboración propia

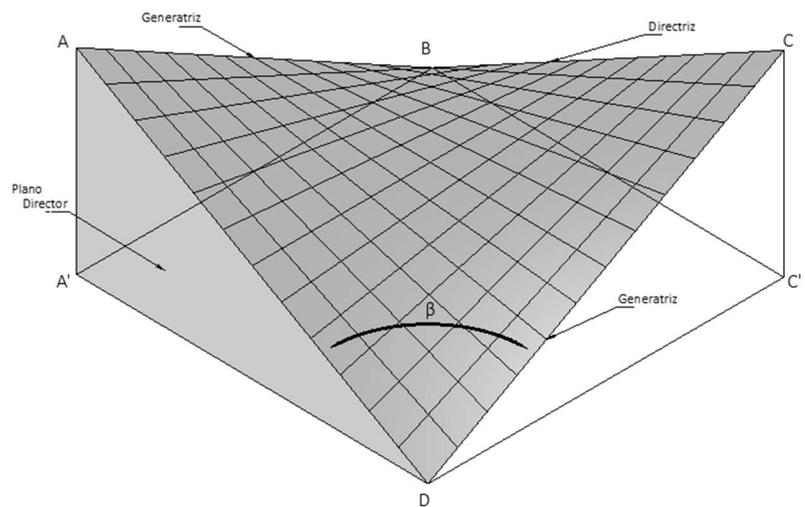
Cuando la Generatriz se traslada a lo largo de las directrices, formarán la superficie del paraboloides hiperbólico, el paraboloides hiperbólico contiene 2 familias de rectas que son paralelas a los planos directores, el ángulo que forman los 2 planos directores, mostrado en la figura. Puede tener cualquier valor arbitrario, cuando este ángulo forma 90° el paraboloides hiperbólico se considera equilátero.

Figura 4.4.10. Traslación de la Generatriz por encima los planos directores.



Fuente: Elaboración propia

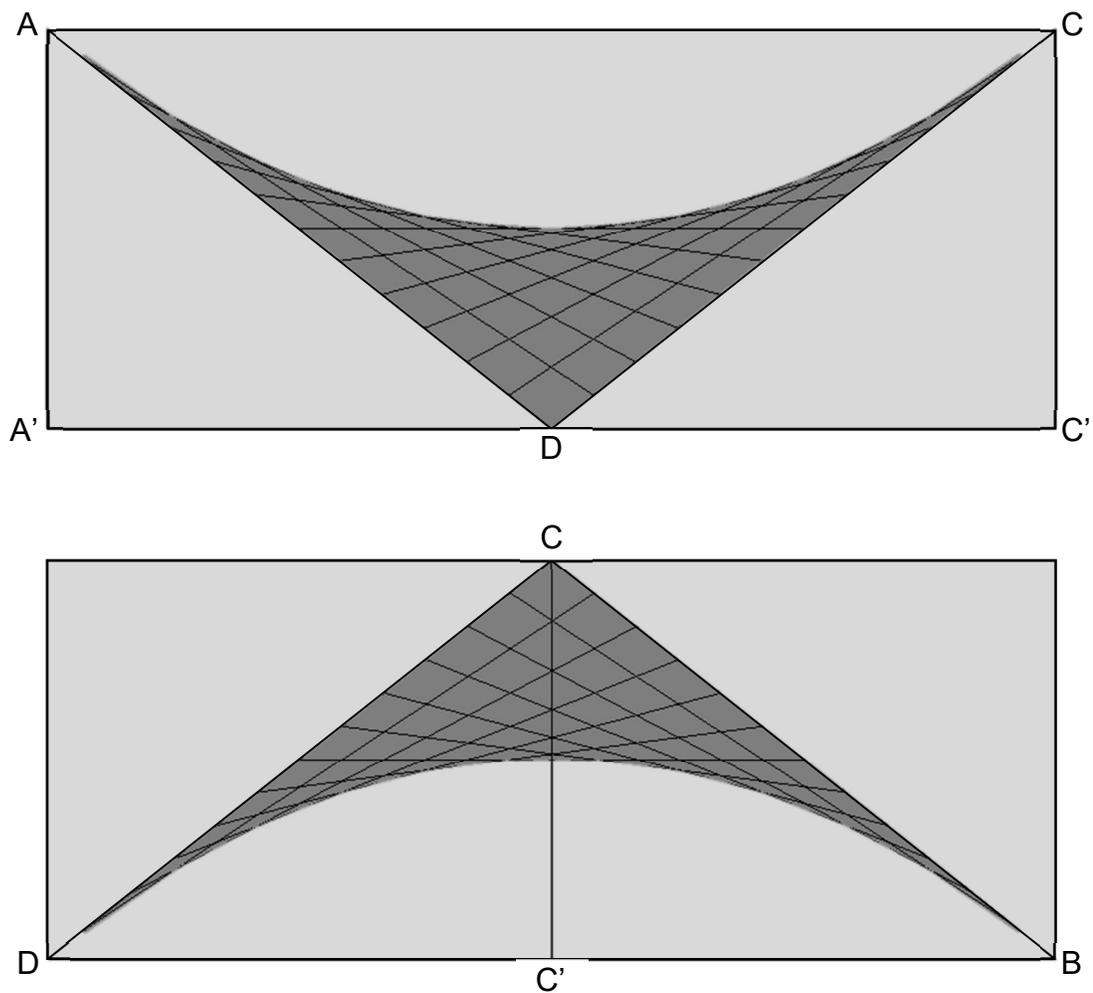
Figura 4.4.11. Paraboloides Hiperbólico formado por un Paralelogramo Alabeado



Fuente: Elaboración propia

La intersección de la superficie con cualquier plano vertical paralelo a las diagonales produce las curvas parabólicas. En especial los planos verticales que pasan por las diagonales principales dan como intersección parábolas principales, una con concavidad hacia abajo y la otra con una concavidad hacia arriba. La doble concavidad de las curvas en un punto, también es otra razón por la que se consideran anticlásticas.

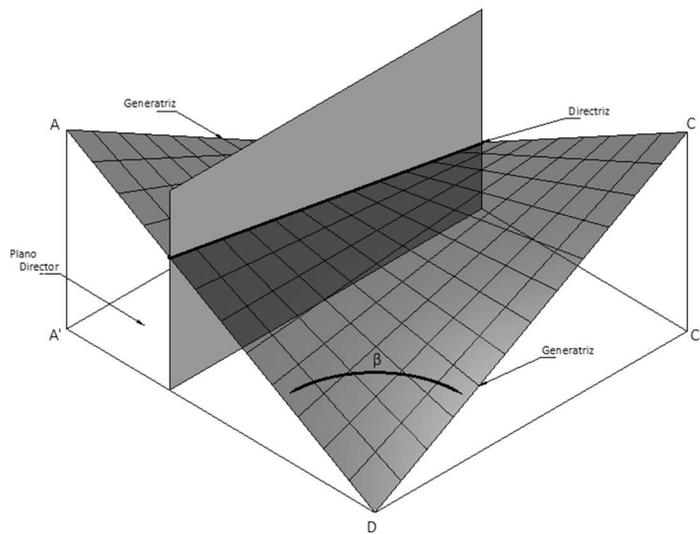
Figura 4.4.12. Parábolas principales formadas por cortes transversales



Fuente: Elaboración propia

Pero a pesar de ser una superficie de doble curvatura, sus intersecciones con planos paralelos a los planos directores generan líneas rectas. Estos planos verticales son paralelos a los planos directores A-A'-B y forma esta línea recta.

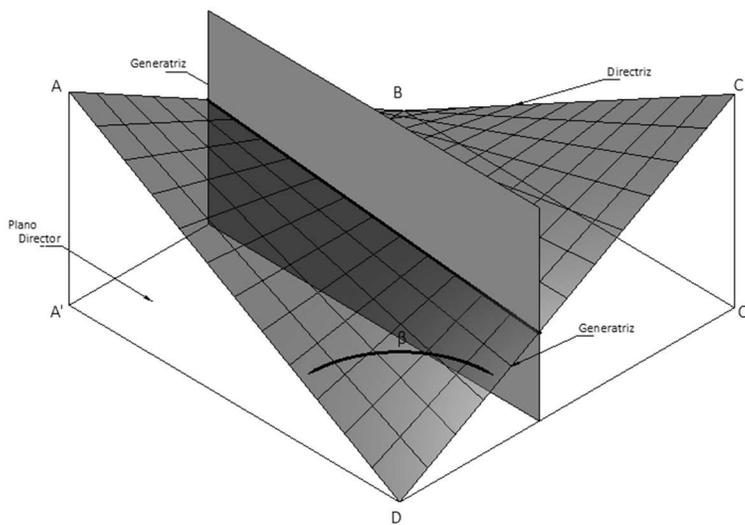
Figura 4.4.13. Generatriz generada por un corte longitudinal



Fuente: Elaboración propia

Y pasa exactamente lo mismo con el plano que pasa paralelo al plano director C-C'-D

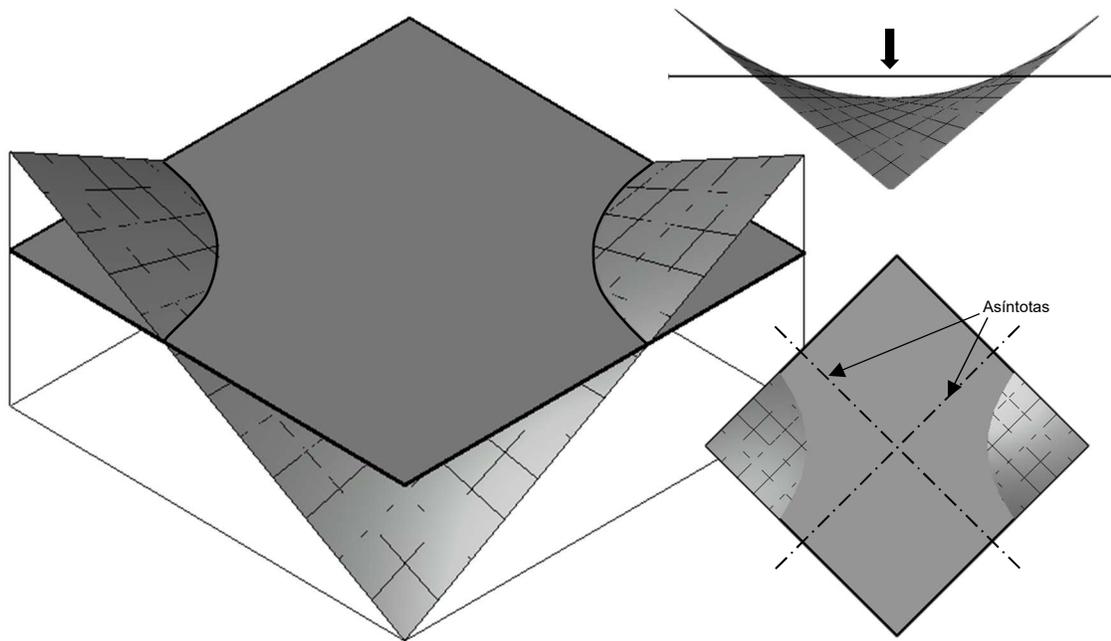
Figura 4.4.14. Directriz generada por un corte longitudinal



Fuente: Elaboración propia

Si cortamos con planos horizontales veremos que se forman curvas hiperbólicas, a medida que cortamos y subimos estos planos horizontales acercándose hacia los bordes, las hipérbolas tienen por eje la diagonal que une esos vértices, el hecho de cortar los planos verticales formando parábolas, y los planos horizontales formar hipérbolas, es lo que le da el nombre a este tipo de superficie llamado Paraboloides Hiperbólico.

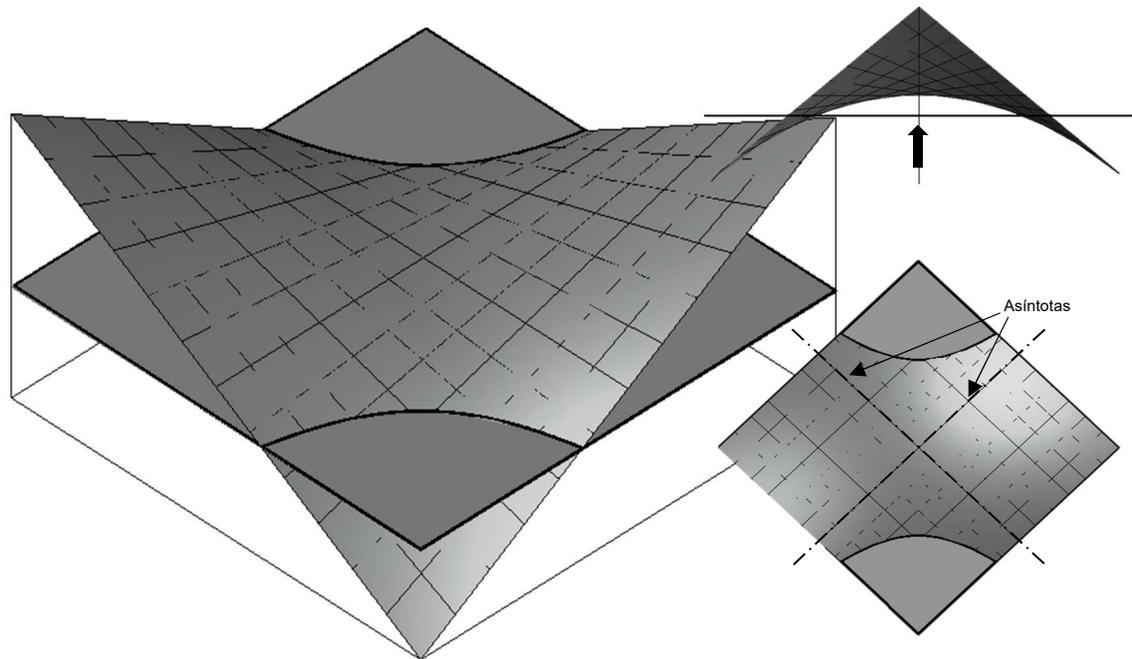
Figura 4.4.15 Hipérbolas generadas por un corte plano sobre el centroide del Paraboloides.



Fuente: Elaboración propia

Al descender el plano horizontal las hipérbolas tienden hacia las asíntotas. Debajo de la posición anterior el plano intersecta según hipérbolas cuyo eje sea la diagonal que une los ejes inferiores, que se van acercando hasta hacerse una línea.

Figura 4.4.16 Hipérbolas generadas por un corte plano debajo del centroide del Paraboloides.



Fuente: Elaboración propia

Constantes de las ecuaciones de las directrices y generatrices del paralelogramo alabeado

A modo de facilitar la construcción del paraboloides hiperbólico, se recomienda apoyarse en el uso de tablas rectas. Para esto se calculan las ecuaciones de las rectas que componen su superficie.

Antes de realizar su cálculo se debe hallar puntos en la hipérbola que se puedan unir con estas directrices rectas, para ello tomaremos la ecuación general del paraboloides hiperbólico (4.4.1) y despejaremos sus variables respecto a las demás.

$$z + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{a^2}$$

$$z - \frac{x^2}{a^2} = -\frac{y^2}{b^2}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - z = \frac{y^2}{b^2}$$

$$a^2 * \left[z + \frac{y^2}{b^2} \right] = x^2$$

$$b^2 * \left[\frac{x^2}{a^2} - z \right] = y^2$$

$$x = \sqrt{a^2 * \left[z + \frac{y^2}{b^2} \right]}$$

$$y = \sqrt{b^2 * \left[\frac{x^2}{a^2} - z \right]} \quad [4.4.7]$$

Considerando los límites de la estructura para la ecuación 4.4.7 se tiene las siguientes ecuaciones limítrofes

$$-y_1 < x = \sqrt{a^2 * \left[z + \frac{y^2}{b^2} \right]} < y_1 \quad -x_1 < y = \sqrt{b^2 * \left[\frac{x^2}{a^2} - z \right]} < x_1 \quad [4.4.8]$$

Para simplificar el cálculo de la ecuación 4.4.8, se toman 2 puntos de la estructura con $z = 0$, obteniendo:

$$-y_1 < x = \sqrt{a^2 * \left[0 + \frac{y^2}{b^2} \right]} < y_1 \quad -x_1 < y = \sqrt{b^2 * \left[\frac{x^2}{a^2} - 0 \right]} < x_1$$

$$-y_1 < x = \sqrt{a^2 * \left[\frac{y^2}{b^2} \right]} < y_1 \quad -x_1 < y = \sqrt{b^2 * \left[\frac{x^2}{a^2} \right]} < x_1 \quad [4.4.9]$$

Con estas ecuaciones se encuentra los valores de “-x₁” y “x₁” para “-y₁” y “y₁”, así como los valores de “y” para “-x₁” y “x₁” respectivamente.

Ingresamos la ecuación de la recta y despejamos su coeficiente “m”

$$y - y_1 = m * (x - x_1) \quad [4.4.10]$$

$$m = \frac{x - x_1}{y - y_1} \quad [4.4.11]$$

Con los valores obtenidos usando las ecuaciones 4.4.9 se ingresa a la ecuación 4.4.11 para obtener la constante m de las rectas de la estructura vistas en planta.

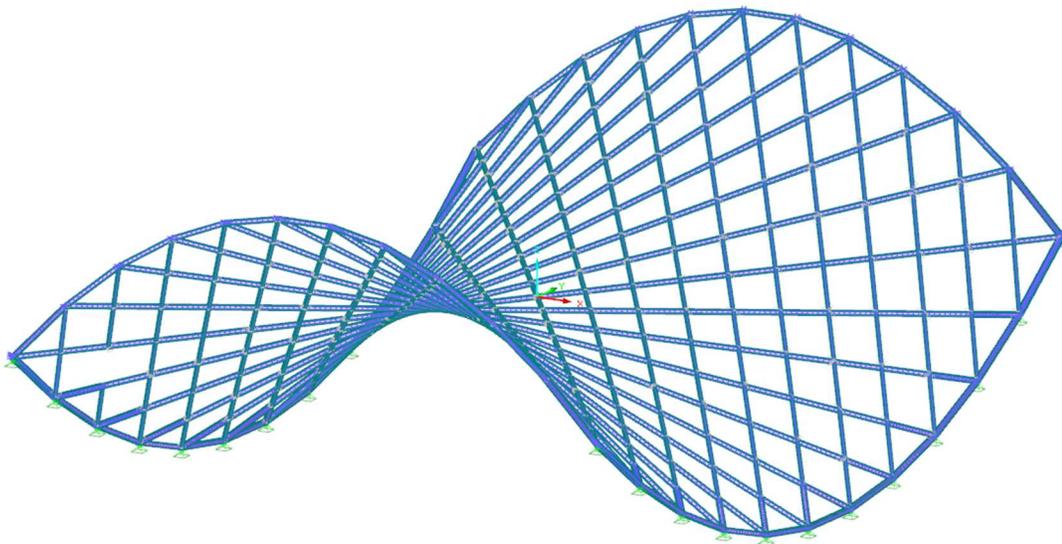
El valor de “ m ” para las directrices debe de salir inversamente proporcional al valor de “ m ” para las generatrices del paralelogramo.

4.5. - Disposición de los elementos de la estructura de soporte

En caso de utilizar rectas como soporte para la estructura, se requiere utilizar un cálculo más elaborado, por ello se dispuso fórmulas de las rectas anteriormente. Utilizando las fórmulas se halla las directrices y generatrices paralelas que harán de soporte para la estructura.

De modo que contribuyan a una más eficaz distribución de cargas, se disponen partiendo de las columnas dispuestas en los planos, de este modo se obtiene la estructura de soporte mostrada en la figura.

Figura 4.5.1. Paraboloide Hiperbólico reforzado por medio de rectas paralelas



Fuente: Elaboración propia

4.6. – Condiciones para el diseño de la cubierta

Espesor de lámina

Según los antecedentes realizados en este trabajo se recopila información acerca de estructuras de hormigón armado características con cubiertas tipo cáscara. Se muestran datos de longitud, espesor y la relación de las mismas en distintas estructuras. En la tabla 4.6.1. se muestra un resumen con la información descrita anteriormente:

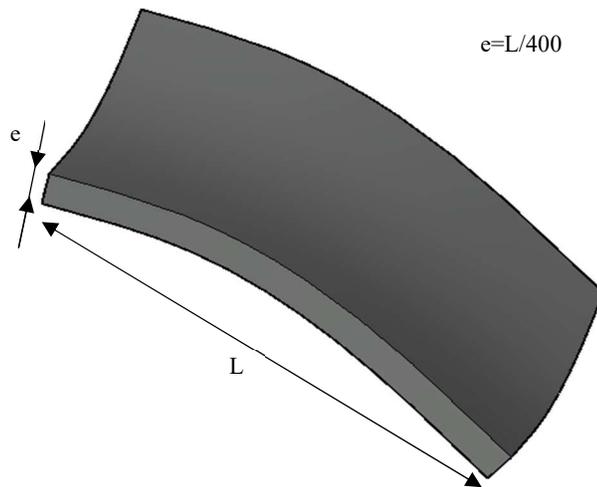
Tabla 4.6.1. Dimensiones de Cáscaras conocidas en la actualidad:

Año	Cáscara	Geometría	Dimensiones	Radio	Espesor	e/R
-	Huevo de Hen	Superficie de Revolución		20 mm	0.2 to 0.4 mm	1:100 to 1:50
100	Pantheon	Semi-esfera	43.3 m (dia.)	21.6 m	1.2 m	1:24
537	Hagia Sophia	Semi-esfera	31 m	15.5 m	0.6 m	1:26
1926	Planetario de Jena	Semi-esfera	25 m (día)	12.5 m	60 mm	1:200
1928	Salón del mercado Leipzig	Superficie de Revolución segmentada	74 m	46 m	90 mm	1:500
1934	Salón del mercado Algeciras	Casquete Esférico	47.6 m (dia.)	44.1 m	90 mm	1:490
1936	Fronton Recoletos	Combinacion Cilindrica	32.5 m	12.2 m	85 mm	1: 150
1936	Arena Hershey	Cilindrica Abovedada	70m largo	35 m	90 mm	1:390
1955	Auditorio del MIT	Segmento de esfera	48.0 m entre soportes	34.0 m	65 mm	1:520
1955	Salón del mercado Royan	Hypar Asimétrico	52,4 m (dia.)	6 m, hypar simple 65 m largo	80 mm	1:75 to 1:812
1957	Centro Comercial Kaneohe	Boveda de crucería	39 x 39 Entre soportes	78 m	76 mm	1:1000
1957	Palazzetto dello Sport	Casquete esférico	58.5 m (dia.)	30.9 m	335 m (rib)	1:92
1959	Auditorio Hamburg	Segmento de esfera	50 m Entre soportes	65 m	130mm	1:500

Fuente: (Analysis of Thin Concrete Shells Revisited, 2008)

De los antecedentes descritos, es posible obtener una relación longitud/espesor adecuado que se le pueda dar a la estructura. La idea es tener una forma geométrica fácilmente identificable como un paraboloides hiperbólico, considerando que no puede exceder mucho su esbeltez, para no poner en peligro su cálculo y ejecución. También, es de interés tener una estructura que permita cubrir grandes luces bajo su superficie. Considerando lo indicado anteriormente se opta por elegir una relación longitud/espesor de 1/400 llegando a la cáscara mostrada en la figura.

Figura 4.6.1. Relación entre la longitud y el espesor de un elemento de cáscara



Fuente: Elaboración propia

Según la norma boliviana del hormigón NB 1225001, para losas no pretensadas con vigas entre apoyos en todos sus lados y tengan una relación entre los lados no mayor de 2, el espesor total de la losa h no debe ser menor que los valores dados en la Tabla 4.5.2.

Tabla 4.6.2. Espesor mínimo para losas

f_y MPa	Sin ábacos			Con ábacos		
	Paneles exteriores		Paneles interiores	Paneles exteriores		Paneles interiores
	Sin vigas de borde	Con vigas de borde		Sin vigas de borde	Con vigas de borde	
280	$\frac{\ell_n}{33}$	$\frac{\ell_n}{36}$	$\frac{\ell_n}{36}$	$\frac{\ell_n}{36}$	$\frac{\ell_n}{40}$	$\frac{\ell_n}{40}$
420	$\frac{\ell_n}{30}$	$\frac{\ell_n}{33}$	$\frac{\ell_n}{33}$	$\frac{\ell_n}{33}$	$\frac{\ell_n}{36}$	$\frac{\ell_n}{36}$
500	$\frac{\ell_n}{28}$	$\frac{\ell_n}{31}$	$\frac{\ell_n}{31}$	$\frac{\ell_n}{31}$	$\frac{\ell_n}{34}$	$\frac{\ell_n}{34}$

Fuente: (Instituto Boliviano de Normalización y Calidad - IBNORCA, 2021)

Donde:

ℓ_n es la luz libre en la dirección larga, medida entre caras de los apoyos (mm).

Para f_y entre los valores dados en la tabla, el espesor mínimo debe obtenerse por interpolación lineal. Todos los aceros de la tabla son corrugados.

De este modo, con una luz libre máxima 4m entre vigas y trabajando con ábacos, se obtiene el espesor para las láminas del proyecto siendo

$$e = 117,65mm \approx 120mm$$

Este resultado modifica la relación espesor/longitud de 1/400 a 3/1100 incrementando el espesor de lámina de 11cm a 12cm.

Materiales

Existen diversos tipos de cemento, diferentes por su composición, por sus propiedades de resistencia y durabilidad, y por lo tanto por sus destinos y usos. La norma boliviana NB 011 clasifica los tipos de cemento según un código compuesto de dos partes. Las

dos primeras letras clasifican al cemento según los materiales usados para su fabricación como se ve a continuación:

Tabla 4.6.3. Tipos de Cemento

Tipo de Cemento			Proporción en masa, en %			
			Componentes principales			Componentes adicionales
Denominación	Designación	Tipo	Clinker	Puzolana	Filler	
Cemento Portland	Portland	I	95 a 100			0 a 5
	Portland con puzolana	IP	60 a 94	6 a 40		0 a 5
	Portland con filler calizo	IF	65 a 94		6 a 35	0 a 5
Cemento puzolánico		P	45 a 60	40 a 55		0 a 5

Fuente: (Instituto Boliviano de Normalización y Calidad - IBNORCA, 2012)

El número que se ve a continuación del código representa el valor de resistencia a compresión mínima para un ensayo normalizado según la norma boliviana NB 470. El cemento que se utiliza en este proyecto es el IP-30, que es el más comercial en nuestro medio, representa un cemento Portland Tipo Puzolánico con una resistencia a compresión de 30 MPa a los 28 días de edad.

Para el cálculo es importante resaltar que la norma boliviana cumple la clasificación de resistencia a la compresión de la norma ASTM (norteamericana) y no se debe confundir con la norma UNE (europea) que utiliza una escala diferente. El Cemento IP-30 es equivalente al CEM II-B de 42,5MPa de resistencia en Europa. La diferencia de resistencia se debe al tipo de ensayo y preparación de las muestras, sin embargo, es importante que el cemento sigue siendo el mismo.

Ya tomado el tipo de cemento y su resistencia característica se dispone a definir el tipo de hormigón que se utilizara en la construcción de la estructura.

Tomando en consideración la ubicación de la estructura a construirse y la inaccesibilidad a concretos premezclados sin incurrir con el costo de transporte del mismo, se opta por utilizar una dosificación de concreto más conocidas, se utiliza la tabla 4.6.4. de dosificaciones de hormigón conocidas con cemento IP30 para obtener las cantidades que se pretende utilizar en la estructura:

Tabla 4.6.4. Dosificaciones del hormigón

Cantidades (cmt - ar -gr)	Resistencia			Cemento (cmt)	Arena mt3 (ar)	Grava mt3 (gr)	Agua Lts (promedio)
	kg/cm2	PSI	Mpa				
1 - 2 - 2	280	4000	27	420	0.67	0.67	190
1 - 2 - 2.5	240	3555	24	380	0.60	0.76	180
1 - 2 - 3	226	3224	21	350	0.55	0.84	170
1 - 2 - 3.5	210	3000	20	320	0.52	0.90	170
1 - 2 - 4	200	2850	19	300	0.48	0.95	158
1 - 2,5 - 4	189	2700	18	280	0.55	0.89	158
1 - 3 - 3	168	2400	16	300	0.72	0.72	158
1 - 3 - 4	159	2275	15	260	0.63	0.83	163
1 - 3 - 5	140	2000	14	230	0.55	0.92	148
1 - 3 - 6	119	1700	12	210	0.50	1.00	143
1 - 4 - 7	109	1560	11	175	0.55	0.98	133
1 - 4 - 8	99	1420	10	160	0.55	1.03	125

Tabla de dosificación de concreto - cantidades por mt3

Fuente: (Instituto Boliviano de Normalización y Calidad - IBNORCA, 2021)

De la tabla se toma la distribución 1:2:3 por ser la más conocida y sencilla de ejecutar para hormigones, dándonos como resistencia característica $f'_c=21\text{Mpa}$.

Debido a que la norma boliviana del acero estructural APNB 1225004-2 se encuentra actualmente bajo estudio, se debe recurrir al uso de una norma más antigua, siendo esta la norma NB 732 del año 2017.

Se toma en cuenta la disponibilidad del acero y sus resistencias para la construcción. Debido a que esta estructura sirve de demostración para el ahorro de materiales e

incremento de resistencias, se utiliza acero AH 500 N, siendo este más comercial sin perderse su buena resistencia $f_y=500\text{Mpa}$.

4.7. - Modelación de la Estructura

Para realizar un análisis estructural más preciso y facilitar su interpretación se recurre al método de los Elementos Finitos con asistencia de un programa de modelación y calculo llamado RFEM, que nos proporciona herramientas versátiles para modelar la estructura y analizarla adecuadamente.

De acuerdo a lo mencionado anteriormente se tiene dos alternativas a modelar para ser posteriormente analizadas bajo las mismas bases constructivas.

De este modo se muestra la información sobre la malla de elementos finitos de las 2 estructuras estudiadas resumidas en la tabla 4.5.5.

Tabla 4.7.1. Resumen de Elementos Finitos

	Paraboloide Hiperbólico formado por arcos parabólicos	Paraboloide Hiperbólico formado por un paralelogramo alabeado
Nº de elementos cáscara	7663	47793
Nº de elementos viga	2781	16127
Tamaño de elementos cáscara (mm ²)	20,0x20,0	5,0x5,0
Tamaño de elementos viga (mm)	20,0	20,0

Fuente: Elaboración Propia

Con todos los datos mencionados anteriormente en el Anexo 2.1 se obtienen los modelos de las estructuras.

4.8. – Análisis de cargas

Se procede a cargar la estructura por mediante consideraciones tomadas de la norma NB 1225002 Norma boliviana de cargas en estructuras.

En dicha norma se consideran acciones que en general actúan en edificios, las cuales se determinan a continuación.

Cargas gravitatorias	Carga Muerta	Peso Propio	DG
		Carga Permanente	DP
	Carga Variable	Sobrecarga de servicio	L
		Sobrecarga de lluvia	R
		Sobrecarga de nieve	S
		Cargas de fluidos	F
	Cargas vivas de cubierta	Lr	
	Acción térmica y/o reológica	T	
	Acciones del terreno	H	
	Acción del viento	W	
	Efecto sísmico	E	

En el cálculo de una estructura se consideran los casos de cargas combinadas de acuerdo a lo prescrito en las normas de estructuras de hormigón estructural, metálicas, madera, etc.

La resistencia requerida U debe ser por lo menos igual al efecto de las cargas mayoradas en las ecuaciones mostradas. Debe investigarse el efecto de una o más cargas que no actúan simultáneamente.

De estas combinaciones de carga se considera una resistencia requerida U de acuerdo al tipo de estructura propuesto y las cargas consideradas en la tabla.

Estructura vacía	$U = 1,4(D + F)$
Estructura con sobrecargas	$U = 1,2(D + F + T) + 1,6(L + H)$ $+ 0,5(Lr \text{ ó } S \text{ ó } R)$
Estructura de cubierta	$U = 1,2D + 1,6(Lr \text{ ó } S \text{ ó } R) + (1,0L \text{ ó } 0,8W)$
Acción del viento	$U = 1,2D + 1,0W + 1,0L + 0,5(Lr \text{ ó } S \text{ ó } R)$
Acción sísmica	$U = 1,2D + 1,0E + 1,0L + 0,2S$
Acción de viento + empujes de suelo	$U = 0,9D + 1,0W + 1,6H$
Acción sísmica + empujes de suelo	$U = 0,9D + 1,0E + 1,6H$

Ya definidas las cargas que se aplican en la cáscara propuesta por este proyecto, se desglosa la obtención de cada una a continuación.

Cargas Muertas. – Las cargas muertas de la estructura se considerarán solo dadas por el peso propio de la estructura, estimando un peso de la cáscara de 3,00 KN/m³ y un peso de las vigas de refuerzo de 0,60 KN/m², sujeto a cambios según la optimización de la estructura.

Cargas vivas de cubierta. – Las cubiertas comunes planas, horizontales o con pendiente como ser el caso de este proyecto, se diseñan para las sobrecargas especificadas en la siguiente ecuación.

$$Lr = 0,96 R_1 R_2 \quad [4.8.1]$$

Donde:

$$0,58 \leq Lr \leq 0,96$$

Los factores de reducción R1 y R2 se determinan como sigue:

$$R_1 = 1 \quad \text{para} \quad A_t \leq 19,0m^2$$

$$R_1 = 1,2 - 0,01076A_t \quad \text{para} \quad 19,0m^2 < A_t < 56,0m^2$$

$$R_1 = 0,6 \quad \text{para} \quad A_t \geq 56,0m^2$$

Donde:

A_t área tributaria en metros cuadrados soportada por cualquier elemento estructural

$$R_2 = 1 \quad \text{para} \quad F \leq 4,0$$

$$R_2 = 1,2 - 0,05F \quad \text{para} \quad 4,0 < F < 12,0$$

$$R_2 = 0,6 \quad \text{para} \quad F \geq 12,0$$

Donde:

$F = 0,12$ por el valor de la pendiente Para una cubierta con pendiente

$F =$ la relación altura-luz del tramo por 32 Para un arco o cúpula:

Con la pendiente expresada en porcentaje.

De este modo se obtiene la carga o sobrecarga de cubierta para la cáscara propuesta en este proyecto, siendo esta de:

$$L_r = 0,73KN/m^2$$

Cargas por nieve. – Debido a la falta de precipitaciones de este tipo en la localidad donde se encuentra propuesta la estructura, se considera una carga de nieve nula, por lo tanto, no se toma en cuenta en el cálculo de su cubierta.

Cargas por lluvia. – Para cubiertas planas o con poca pendiente, las cargas de lluvia dependen de su posible encharcamiento debido a la obstrucción de sus sistemas de drenaje o a la mala ejecución durante su etapa constructiva.

Para estructuras con pendientes considerables, como ser la propuesta en este proyecto, estas cargas se consideran despreciables, debido a su poco peso en comparación con las sobrecargas asumidas durante la construcción.

Cargas vivas. – Dado que esta estructura es netamente para el uso de cubierta para el coliseo René Barrientos Ortuño, sin ninguna otra función, no se consideran cargas vivas de cubierta en la misma.

Cargas de viento. – La carga de viento se considera una carga variable por lo tanto se considera su cálculo en todos los sentidos pertinentes y genera varios estados de carga en una estructura.

Tomados los datos referentes a la estructura, la velocidad del viento en la localidad y el lugar de instalación de la misma, se consigue de la norma NB 1225003 (Norma de cargas de viento) las cargas de viento presentes a continuación:

Carga exterior de viento (p)

$$p = q_z * G * Cp - q_{hi} * G * Cp_i \quad [4.8.2]$$

En nuestro caso al tener una estructura abovedada según como nos dice la norma, tendremos las cargas de viento a barlovento y sotavento sobre la cáscara.

Barlovento: $p = 27,17 * 0,85 * (-0.9) - 27,17 * 0,18 \quad p = -25.676N/m^2$

Sotavento: $p = 27,17 * 0,85 * (-0.5) - 27,17 * 0,18 \quad p = -15.895N/m^2$

Con los valores propuestos se tiene como resultado los siguientes estados de carga:

Estructura vacía	$U = 1,4(D)$
Estructura con sobrecargas	$U = 1,2(D) + 0,5(0,73KN/m^2)$
Estructura de cubierta	$U = 1,2D + 1,6(0,73KN/m^2) + (0,8 * (\pm 0,0257KN/m^2))$ $U = 1,2D + 1,6(0,73KN/m^2) + (0,8 * (-0,0159KN/m^2))$
Acción del viento	$U = 1,2D + 1,0 * (\pm 0,0257KN/m^2) + 0,5(0,73KN/m^2)$ $U = 1,2D + 1,0 * (-0,0159KN/m^2) + 0,5(0,73KN/m^2)$
Acción sísmica	$U = 1,2D$
Acción de viento + empujes de suelo	$U = 0,9D + 1,0 * (-0,0257KN/m^2)$ $U = 0,9D + 1,0 * (-0,0159KN/m^2)$
Acción sísmica + empujes de suelo	$U = 0,9D$

4.9. - Recubrimientos

4.9.1. - Recubrimiento Mecánico

Por facilidad de cálculo se utilizará el mismo recubrimiento para todos los elementos de las estructuras.

La norma nos proporciona una tabla para hallar el recubrimiento libre especificado para elementos de hormigón no pretensado. Se elige el recubrimiento dando uso a la siguiente tabla:

Tabla 4.9.1. - Recubrimientos Especificados del hormigón

Exposición del hormigón	Elemento	Armadura	Recubrimiento especificado, mm
Construido contra el suelo y permanentemente en contacto con él	Todos	Todos	40
Expuesto a la intemperie o en contacto con el suelo	Todos	db > 16mm	30
		db > 16mm, alambre MW200 ó MD200, y	25
No expuesto a la intemperie ni en contacto con el suelo	Losas, viguetas y muros	db > 40mm	25
		db ≤ 40mm	20
	Vigas, columnas, pedestales y amarres a tracción	Armadura principal, estribos, espirales y estribos cerrados para confinamiento	20

Fuente: (Instituto Boliviano de Normalización y Calidad - IBNORCA, 2021)

Así tenemos un recubrimiento especificado de 25mm para nuestra cubierta, asumiendo estribos de 8mm y barras de refuerzo longitudinal del 10mm, obtenemos de la norma boliviana la siguiente fórmula:

$$r_{mecánico} = r_{libre} + \phi_{estribo} + \frac{\phi_{barra}}{2}$$

$$r_{mecánico} = 25mm + 8mm + \frac{10mm}{2}$$

$$r_{mecánico} = 38mm$$

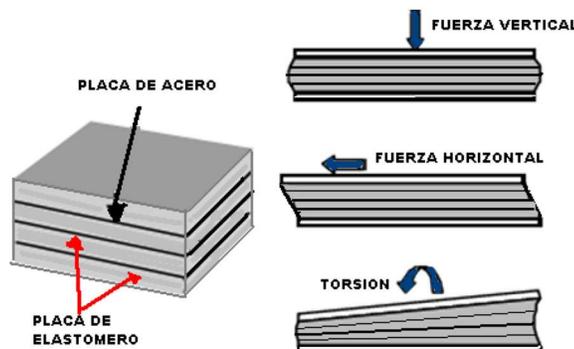
De este modo se puede obtener el recubrimiento mecánico usado para el cálculo de las cuantías de acero.

4.10. – Aparatos de Apoyo

Los aparatos de apoyo son los elementos que interconectan la superestructura con la subestructura. Suelen ser de diferentes tipos, por los materiales que los componen y por el servicio que prestan, entre ellos podemos citar:

- Los de neopreno confinado: Compuestos por un “envase” de acero, generalmente de base esferoidal, con el fin de permitir la rotación del dintel y dentro del cual se aloja el neopreno que permitirá flexibilizar el apoyo. Se utiliza cuando las cargas a transmitir son demasiado grandes, por ejemplo, en puentes de ferrocarril.
- Los rodillos de acero: Muy utilizados en épocas pasadas, consisten en un cilindro de acero que permite el libre giro y desplazamiento longitudinal de la superestructura; si los costos de mantenimiento no fueran tan elevados y se dispusieran de accesorios que eviten la pérdida de los mismos, podría decirse que es el tipo de apoyo articulado móvil ideal.
- Los de neopreno simple: Compuestos de una especie de caucho de características resistentes especiales, son generalmente de planta rectangular. Restringen parcialmente el giro y los desplazamientos, tanto longitudinales como transversales. Debido a sus grandes deformaciones se los utiliza solo para puentes pequeños en los que a carga a transmitir no es elevada.
- Los de neopreno compuesto: Constituidos por paralelepípedos rectangulares de neopreno separados convenientemente con planchas de acero. Las planchas de acero, firmemente soldadas a los elementos de neopreno, forman un conjunto que permite giros y desplazamientos pequeños, además de no presentar deformaciones excesivas y adjudicarse mayores resistencias. Son preferidos en la actualidad.

Figura 4.9.1. Comportamiento de un aparo de elastómero (neopreno) compuesto



Fuente: (Correa, 2011)

5. Dimensionamiento de un aparato de apoyo elastoméricos de neopreno compuesto

Simbología:

N = Máxima carga vertical de servicio transmitida por la superestructura. [Cargas muertas y vivas sin mayorar].

H = Máxima carga horizontal de servicio transmitida por la superestructura. Generalmente proveniente del viento en la superestructura y de las deformaciones diferenciales entre la superestructura y la subestructura].

G = Módulo de elasticidad transversal del neopreno, Obtenido del fabricante. En caso de no contar con datos recomendados por el fabricante se puede tomar un valor entre 0,8 y 1,0 Mpa.

βn = Fatiga de trabajo en compresión para el neopreno [Mpa]. Se entiende como esfuerzo de trabajo un valor inferior al esfuerzo admisible de tal manera que se garantice la vida útil del apoyo elastomérico, es recomendable limitarla a valores próximos a los 10,0 Mpa.

μ = Distorsión del aparato de apoyo proveniente de la retracción, deformación lenta, frenado, viento, etc.

βnm = Fatiga máxima admisible en compresión para el neopreno [Mpa]. Esfuerzo admisible del apoyo elastomérico. En la actualidad se utilizan apoyos con resistencias admisibles menores o iguales a 13,2 Mpa.

a = Dimensión menor del aparato de apoyo rectangular. Es conveniente que esta dimensión sea paralela al tráfico.

b = Dimensión mayor del aparato de apoyo rectangular. Es conveniente que esta dimensión sea perpendicular al tráfico.

e = Espesor unitario del neopreno. Se denomina espesor unitario al espesor que tiene el neopreno entre placas de acero. Comercialmente se suelen usar espesores de 8, 10 y

12 mm. Espesores unitarios de 5 y 20 mm son adoptados, pero no son comúnmente encontrados en el mercado.

Procedimiento:

1. Se inicia el cálculo determinando las reacciones verticales (N) y horizontales (H) de servicio, para las diferentes combinaciones de carga posibles (el cálculo se realiza en tensiones admisibles).
2. Se tantea un valor preliminar del área necesaria para el aparato de apoyo suponiendo que tendrá una tensión de trabajo de 10 Mpa.

$$\frac{N}{A} \leq 10MPa \rightarrow A \geq \frac{N}{10MPa} \quad [4.10.1]$$

Siendo: A = Área pre-dimensionada de la superficie del neopreno

Es conveniente que los apoyos sean rectangulares disponiendo el lado menor paralelo al tráfico; en apoyos que reciben cargas concentradas (aislados) la dimensión menor no deberá ser menor que la mitad de la dimensión mayor.

3. Se adopta el espesor unitario para los neoprenos de modo que se satisfaga la siguiente condición:

$$12 < \frac{a}{e} < 22 \quad [4.10.2]$$

Siendo:

a = lado a del aparato de apoyo

e = espesor de las placas de neopreno

4. Debido a que las resistencias admisibles de los aparatos de apoyo son variables y es función del espesor de la placa se puede establecer la misma con la siguiente expresión, pero su valor no debe exceder los 13,2 Mpa.

$$\beta_n \leq 0,6 \frac{a}{e} < 13,2MPa \quad [4.10.3]$$

5. El área requerida para el aparato de apoyo deberá ser entonces:

$$A_{req} = a * b \geq \frac{N}{\beta_n} \quad [4.10.4]$$

6. Debido a que el aparato de apoyo no se encontrará sometido a un mismo esfuerzo en toda su superficie, es conveniente establecer la resistencia media, que será el resultado de dividir la carga “N” proveniente de la superestructura (reacción vertical) entre el área adoptada:

$$\beta_m = \frac{N}{a * b} \quad [4.10.5]$$

7. Se calcula la distorsión en el aparato de apoyo μ , mediante:

$$\mu = \frac{H}{a * b * G} \quad [4.10.6]$$

Si “H” corresponde a influencias permanentes (retracción, deformación lenta, etc.) la distorsión no deberá ser mayor a 0,7.

Si “H” corresponde a esfuerzos instantáneos (frenado, viento, etc.) la distorsión deberá ser menor a 1,2.

8. La deformación horizontal máxima “d”, se calcula para los efectos contemplados por medio de la estática y/o la resistencia de materiales. Por ejemplo:

a. Si deseamos calcular la deformación horizontal que ocasionan las reacciones instantáneas, es suficiente considerar que el estribo es infinitamente rígido y que la fuerza horizontal contemplada ocasiona un desplazamiento horizontal en el aparato de apoyo igual a:

$$D_{v1} = \frac{H * L}{G * Av} \quad [4.10.7]$$

Donde:

H = Reacción horizontal de la carga considerada (frenado, viento, etc.)

L = Altura total del aparato de apoyo

A_v = Área adoptada para el aparato de apoyo (a . b)

G = Módulo de elasticidad transversal del aparato de apoyo

d = Área adoptada para el aparato de apoyo (a . b)

h = Módulo de elasticidad transversal del aparato de apoyo

b. La deformación máxima estimada será la suma de todas las deformaciones parciales.

9. Con los valores de μ y d calculados se pasa a determinar la altura total “h” del aparato de apoyo:

$$\tan \mu \approx \mu = \frac{d}{h} \rightarrow h = \frac{d}{\mu} \quad [4.10.8]$$

10. Ahora, con el aparato diseñado para que resista satisfactoriamente la fuerza de compresión “N” y la fuerza horizontal “H”, se comienza con las verificaciones. La primera es el cálculo de la rotación de cada placa (la rotación total del apoyo será [$n \cdot \Omega$]):

$$\Omega = 3,3 \left(\frac{e}{a}\right)^3 * \beta_n \quad [4.10.9]$$

11. La verificación al deslizamiento entre el aparato de apoyo exige que:

$$\frac{H}{N} \leq 0,4 \quad [4.10.10]$$

12. La fuerza de tracción en las planchas de acero se puede calcular mediante:

$$\beta_s = 0,75 \frac{e}{s} \beta_m \quad [4.10.11]$$

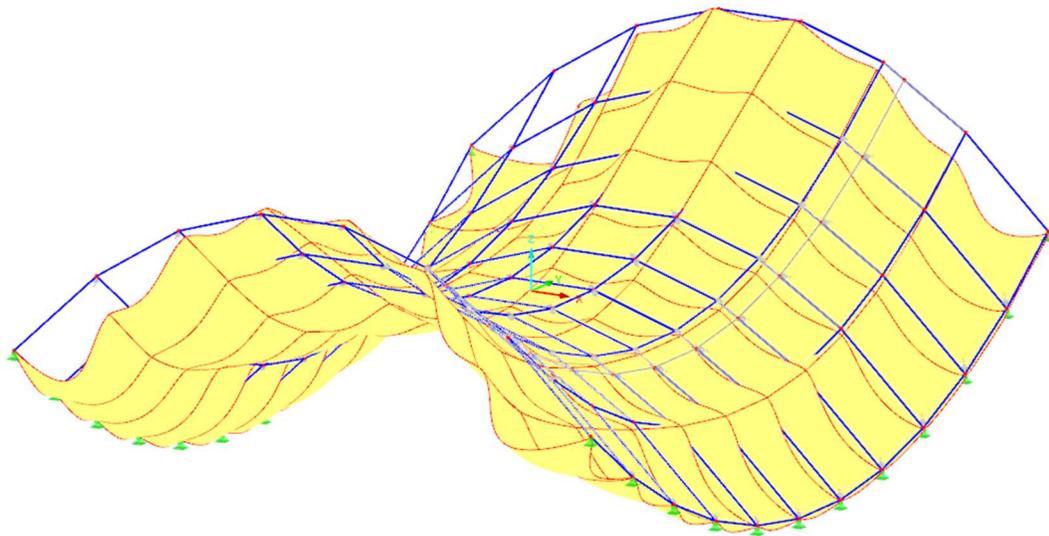
CAPÍTULO V

DISEÑO DE CUBIERTA COMPUESTA
POR ARCOS PARABÓLICOS

5.1. – Deformaciones en la Estructura

En la figura siguiente se muestra sobrepuesta la estructura sin deformación y con deformación instantánea, producto de la combinación de la carga viva de cubierta uniformemente distribuida. El estado actual sin deformación se muestra con cierta transparencia de modo que sea más fácil visualizar claramente cuál es la forma que adopta la estructura deformada.

Figura 5.1.1. Deformaciones en la estructura (vista isométrica)

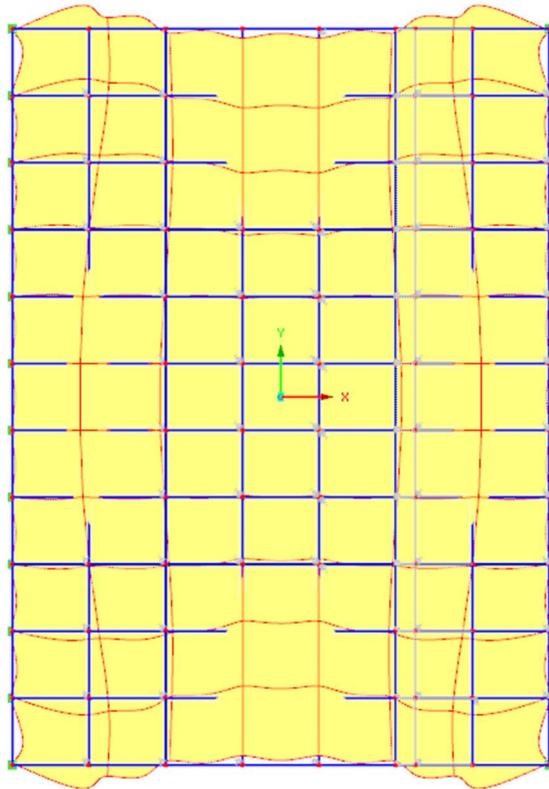


Fuente: Elaboración Propia

Se aprecia que los desplazamientos verticales máximos se presentan en el primer $\frac{1}{4}$ de cada lado de los apoyos situados en las esquinas de la estructura. A priori se observa que los desplazamientos en las zonas centrales de los bordes de la estructura son muy bajos, ya que se sobrepone casi completamente el estado inicial con el deformado.

La vista en planta de la deformada de la estructura queda mostrada en la siguiente figura, donde los miembros del estado deformado se muestran con líneas rojas

Figura 5.1.2. Deformaciones en la estructura (Vista en planta)



Fuente: Elaboración Propia

Aquí se puede observar que los desplazamientos horizontales son muy pequeños en los ejes centrales de la estructura, ya que en la vista en planta la estructura deformada es casi coincidente en varios puntos con la no deformada. Además, se aprecia que los desplazamientos en el eje “x” y “y” se ubican también en el primer $\frac{1}{4}$ de cada lado de los apoyos situados en las esquinas.

5.2. – Análisis de desplazamientos

Es importante que la estructura desarrolle desplazamientos menores a los admisibles. Para esto es necesario analizar los desplazamientos que ocurren en ella, tanto verticales como horizontales. Los desplazamientos verticales serían en el eje z, en cambio los horizontales los que se producen en el eje “x” como en el eje “y”

El vector resultante de los desplazamientos está dado por la siguiente expresión

$$u_r = \sqrt{(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)} \quad [5.2.1]$$

En que:

u_r = Vector resultante de desplazamientos

u_x = Desplazamiento nodal en la dirección del eje x

u_y = Desplazamiento nodal en la dirección del eje y

u_z = Desplazamiento nodal en la dirección del eje z

Los desplazamientos mencionados anteriormente se muestran gráficamente en la vista en planta de la estructura en el anexo 2.2.a en sus diferentes alternativas. Los desplazamientos negativos se traducen en desplazamientos contrarios a los ejes de referencia “x”, “y” y “z”.

Las figuras mencionadas anteriormente muestran que los desplazamientos horizontales máximos son más grandes que los verticales. Estos valores se encuentran en el mismo lugar de deformación global de la estructura, donde también se encuentran los desplazamientos verticales máximos.

La magnitud de el vector resultante de desplazamientos alcanza en ese punto sus valores máximos de:

Tabla 5.2.1. Deformaciones máximas

ux	uy	uz	u
+3,942	+2,684	+0,593	6,786
-3,856	-2,684	-5,048	

Fuente: Elaboración propia

Se debe destacar que en todos los casos en la estructura el nivel de desplazamientos es muy bajo. Casi la totalidad de la lámina, con excepción de las zonas cercanas a los apoyos exteriores, presenta desplazamientos verticales menores a 5mm. Eso ratifica la gran rigidez que presentan estas estructuras. Sin duda que las vigas reducen los

desplazamientos en ella, ya que al analizar el modelo sin vigas de borde los desplazamientos máximos de la lámina, resultan exponencialmente mayores.

Si se observa mejor la figura de los desplazamientos verticales, se puede ver que la zona central de la estructura sufre desplazamientos positivos, o sea, la lámina se levanta levemente en esa zona, pero sus valores son muy bajos, inferiores a los 2 milímetros.

Se puede definir un valor desplazamientos admisibles utilizando los límites de desplazamiento unitario que nos da la norma para losas en dos direcciones:

$$\varepsilon \geq 0,004$$

$$\varepsilon = \frac{u_{adm}}{L}$$

$$u_{adm} \leq L * \varepsilon$$

$$u_{adm} \leq 4,0m * 0,004$$

$$u_{adm} \leq 0,016m \rightarrow u_{adm} \leq 16mm$$

En que:

ε =Desplazamiento por unidad de Longitud

u_{adm} = Desplazamiento admisible

L = Longitud entre vigas

A continuación, se muestran los valores del desplazamiento máximo y el admisible

Tabla 5.2.2. Desplazamientos máximos vs admisibles

Desplazamiento máximo de cáscara	Desplazamiento admisible cáscaras	Desplazamiento máximo Arcos	Desplazamiento admisible Arcos
6,786mm	16,000mm	9,448mm	21,00mm

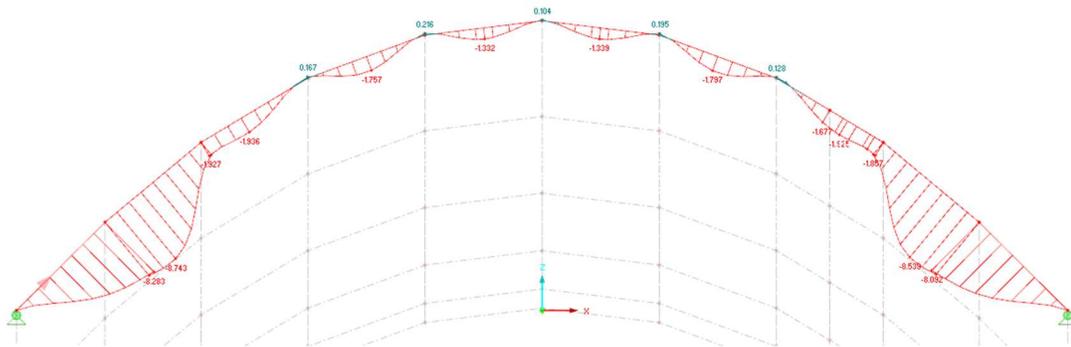
Fuente: Elaboración propia

Se observa que el desplazamiento máximo de la estructura cumple plenamente con el desplazamiento admisible, a pesar de este último tener un valor bastante restrictivo

Es importante también, observar como son los desplazamientos verticales del eje longitudinal del arco parabólico de borde, desde la sección del apoyo hasta su centro.

A continuación, se presenta los desplazamientos de los arcos de borde:

Figura 5.2.3. Deformaciones en el arco de borde



Fuente: Elaboración Propia

Se observa que los desplazamientos en los arcos de borde incrementan a medida que la carga se transfiere hacia los apoyos, llegando a su valor máximo en el tramo que se encuentra articulado al mismo e invirtiéndose con valores cerca la nulidad en las uniones con los arcos convexos.

5.3. - Interpretación de los esfuerzos

Tensiones en la Cáscara

Otros parámetros importantes a estudiar son las tensiones a las que está sometida la cáscara de la estructura. Los esfuerzos en esta estructura se definen por los más solicitados, siendo preponderantes los siguientes:

Flexión debido al momento en el eje “x”

Flexión debido al momento en el eje “y”

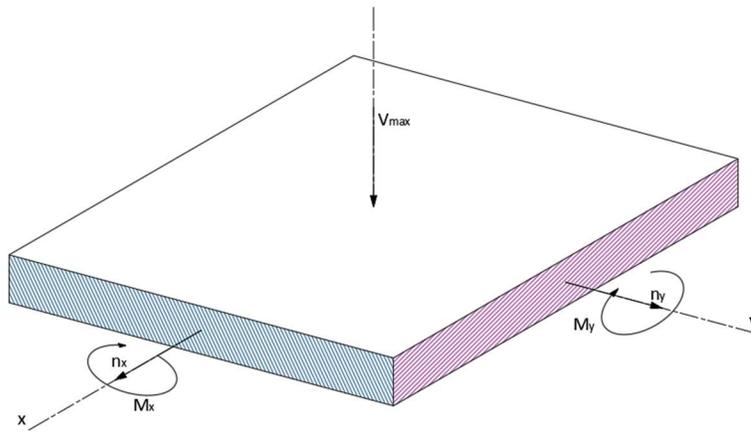
Tensión debido a la fuerza axial “nx”

Tensión debido a la fuerza axial “ny”

Como se sabe las tensiones de la cáscara varían en cada sección de la cubierta, estas se encuentran conectadas unas con otras a través de las armaduras así que comparten en cierto grado la función de distribuir las cargas a los apoyos.

Al ser una estructura bidimensional se somete ante momentos flectores y fuerzas axiales en ambas direcciones de sus planos.

Figura 5.3.1. Tensiones apreciadas en un Elemento bidimensional



Fuente: Elaboración Propia

Donde:

M_x = Momento flector en la dirección “x”

M_y = Momento flector en la dirección “y”

n_x = Fuerza Axial en la dirección “x”

n_y = Fuerza Axial en la dirección “y”

V_{max} = Fuerza cortante resultante en el elemento

Los signos de las reacciones del elemento se encuentran mostrados en la figura, de este modo una fuerza axial positiva tracciona las fibras del elemento y una negativa las comprime.

Para el cálculo de elementos bidimensionales de forma variable, como ser las cáscaras de esta estructura, la teoría propone el uso de fórmulas generales de Pucher para elementos de membrana en una superficie de forma cualquiera:

$$\frac{\delta\theta_x}{\delta x} + \frac{\delta\tau}{\delta y} = -X \operatorname{sen} w \quad [5.3.1]$$

$$\frac{\delta\tau}{\delta x} + \frac{\delta\theta_y}{\delta y} = -Y \operatorname{sen} w \quad [5.3.2]$$

$$r\theta_x + t\theta_y + 2s\tau = (pX + qY - Z) \operatorname{sen} w \quad [5.3.3]$$

En donde, de acuerdo con las notaciones de Monge:

$$p = \frac{\delta z}{\delta x} ; q = \frac{\delta z}{\delta y} ; r = \frac{\delta^2 z}{\delta x^2} ; s = \frac{\delta^2 z}{\delta x \delta y} ; t = \frac{\delta^2 z}{\delta y^2}$$

Además, θ_x , θ_y y τ son las proyecciones de los esfuerzos reales σ_x , σ_y y T sobre el plano x, y .

$$\theta_x = \sigma_x \sqrt{\frac{1+q^2}{1+p^2}} ; \theta_y = \sigma_y \sqrt{\frac{1+p^2}{1+q^2}} ; \tau = T$$

X, Y y Z son las componentes coordenadas de las fuerzas externas, medidas por unidad de proyección de la superficie sobre el plano x, y .

Sin embargo, este método requiere el análisis procedimental de ecuaciones diferenciales con derivadas parciales, cuyo proceso es sumamente extenso por no decir complejo, por lo tanto, en este proyecto se propone dar uso a métodos computacionales de análisis de elementos finitos.

Con esto en mente y la aplicación del programa RFEM se obtiene gráficamente las reacciones que presenta la cáscara, presentados en el anexo 2.3.a.

Utilizando los datos adquiridos anteriormente y las propiedades de la estructura se constituyen las fuerzas internas en los elementos, al utilizar los momentos se obtienen las flexiones y con los normales se hallan las tensiones axiales.

Dichas fuerzas internas se presentan en el anexo 2.4.a.

Así como se ve en los diagramas de momentos se denota una gran diferencia en la magnitud de los esfuerzos a medida que su distribución se acerca a los apoyos.

También se ve una drástica diferencia en la manera que los momentos flectores se distribuyen entre el Paraboloides Hiperbólico y el Paralelogramo Alabeado

Tensiones en los arcos de borde

De igual manera es importante analizar los esfuerzos que tienen los arcos parabólicos cóncavos que ayudan a soportar la cáscara y la distribución de los mismos para poder diseñar los diferentes elementos que lo componen.

Para esto al igual que en la cáscara, sabemos que los arcos se definen debido a sus esfuerzos preponderantes, siendo estos:

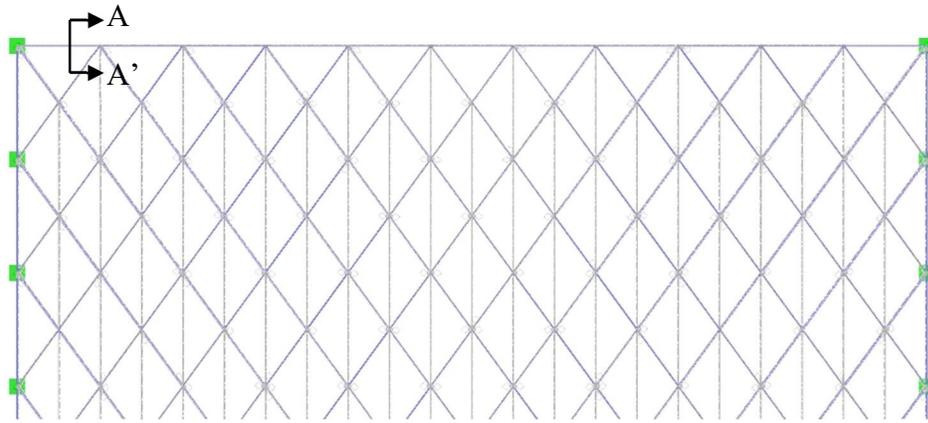
Flexión en el eje fuerte

Flexión en el eje débil

Compresión axial

Conociendo las deformaciones en la estructura, se sabe que los estos esfuerzos máximos se encuentran en los arcos parabólicos de borde de la estructura, para mostrarlos recurrimos a un corte en la sección más solicitada:

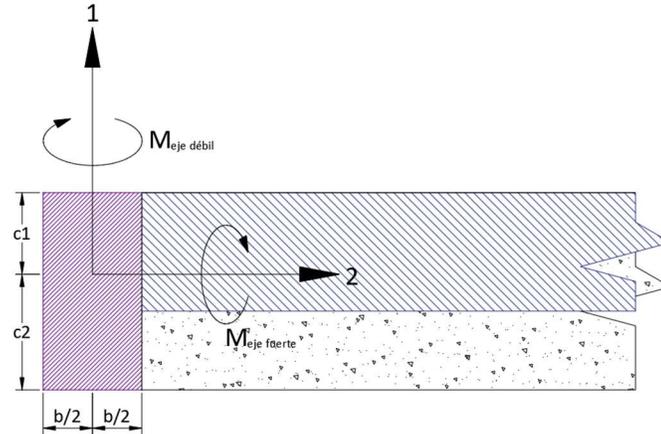
Figura 5.3.2. Posición de corte para análisis de sección de viga



Fuente: Elaboración Propia

La sección A-A' se encuentra sometida a los momentos flectores que se muestran en la figura 5.3.3.:

Figura 5.3.3. Tensiones en una sección de viga



Fuente: Elaboración propia

Donde:

$M_{\text{eje débil}}$, $M_{\text{eje fuerte}}$ = Momento flector alrededor del eje débil y fuerte, respectivamente.

c_1 , c_2 = Distancia eje longitudinal a fibra extrema, eje débil.

$b/2$ = Distancia eje longitudinal a fibra extrema, eje fuerte.

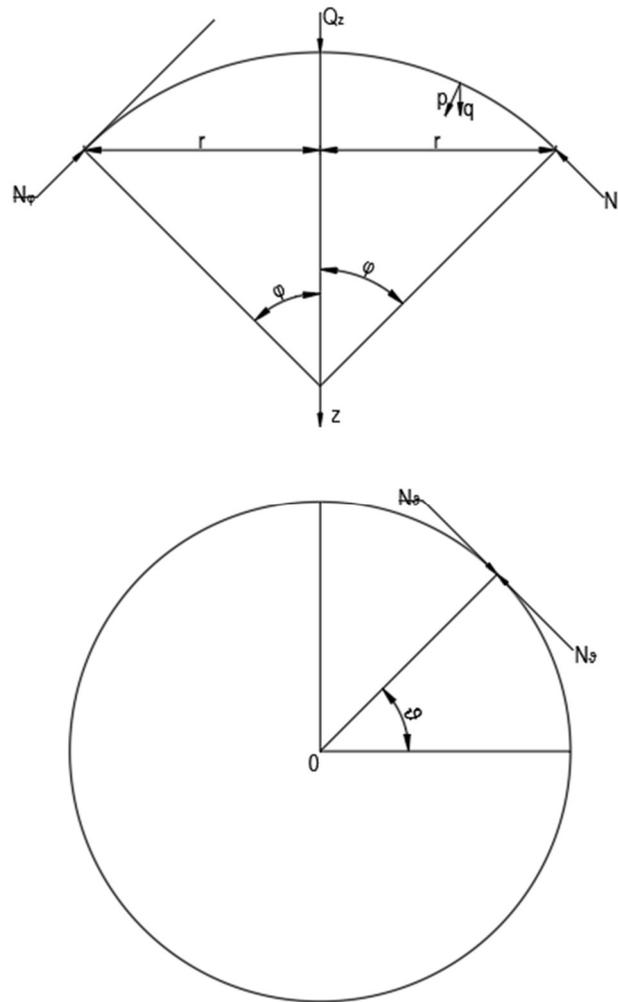
Los signos de los momentos flectores son acordes con los momentos mostrados en la figura. Por lo tanto, un momento flector en el eje débil de valor positivo comprimirá las fibras superiores de la sección de viga, en cambio, un momento flector en el eje débil de valor positivo comprimirá las fibras laterales izquierdas de la sección.

Las fuerzas de la cáscara por unidad de longitud en un cascaron de revolución, cargado y apoyado simétricamente con respecto a su eje, son análogas a las que existen en una cáscara rotacional.

La cortante tangencial S en las direcciones meridional y paralela se desvanece, ya que, por simetría, no hay tendencia de las secciones adyacentes a deslizarse en esas direcciones. Las fuerzas unitarias meridional y paralela se indicarán por N_φ y N_θ , respectivamente (Fig 5.2.4.). Algunas veces se hace referencia a estas fuerzas unitarias como esfuerzos de membranas, aunque tienen dimensiones de una fuerza por unidad de longitud.) Las fuerzas unitarias de membrana N_φ y N_θ se obtienen mediante la ecuación siguiente:

$$\frac{N_\varphi}{R_1} + \frac{N_\theta}{R_2} = P \quad [5.3.4]$$

Figura 5.3.4. Idealización de un elemento para su análisis



Fuente: (Salvadori & Levy, 1970)

Donde:

 N_ϕ = Fuerza unitaria de membrana meridional y paralela a la curva en la sección ϕ N_θ = Fuerza unitaria de membrana meridional y paralela a la curva en la sección θ R_1 = Radio de giro 1 R_2 = Radio de giro 2 P, Q_z = Cargas sobre el arco p, q = componentes de una carga

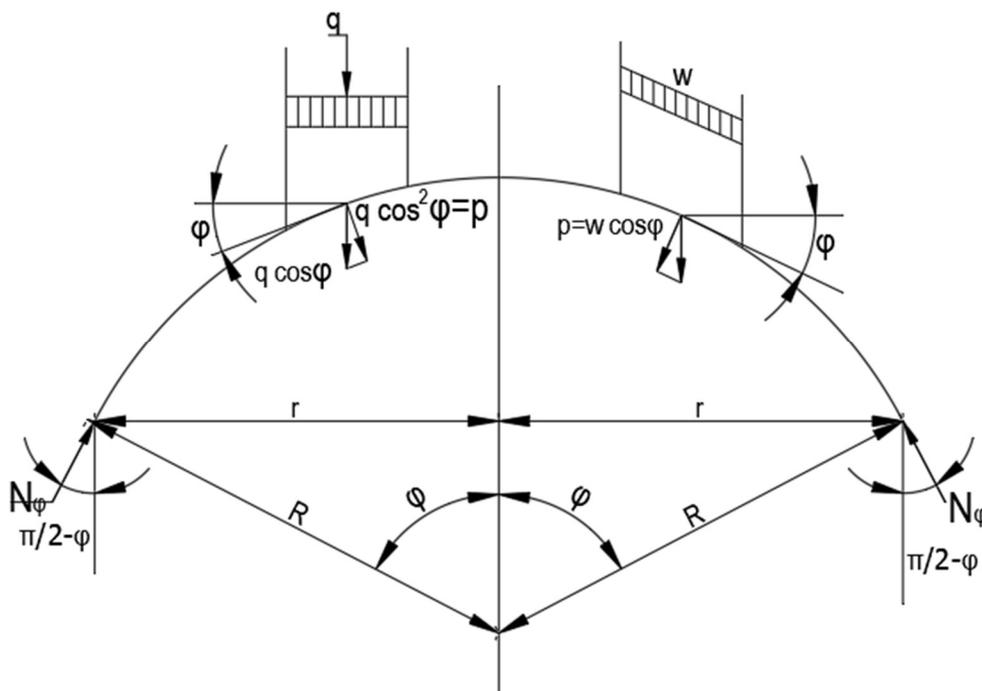
Y la Ecuación que establece el equilibrio vertical del sector de cascarón arriba el paralelo φ :

$$N_{\varphi} = \frac{Q_z}{2\pi R_2 \sin^2 \varphi} \quad [5.3.5]$$

Donde p es la componente normal de la carga q (N/m^2), Q_z (N) es la resultante de todas las cargas arriba del paralelo (que es vertical por simetría) y N_{φ} , N_{θ} (N/m) se suponen positivas cuando son de compresión (Fig. 5.2.4.).

A partir de los resultados obtenemos las siguientes fuerzas unitarias que son idénticas a las que existen en una cáscara ideal, pero que ahora pueden tener valores ya sea positivos (de compresión) o negativos (de tensión).

Figura. 5.3.5. Cascarón Esférico



Fuente: (Salvadori & Levy, 1970)

a) Por carga muerta w :

$$N_{\varphi} = \frac{wR}{1+\cos\varphi}; N_{\vartheta} = wR \left(\cos\varphi - \frac{1}{1+\cos\varphi} \right), \quad [5.3.6-7]$$

$$N_{\varphi}]_{max} = wR; N_{\vartheta}]_{max} = \frac{1}{2}wR; N_{\vartheta}]_{min} = -wR$$

b) Por carga viva q :

$$N_{\varphi} = \frac{1}{2}qR; N_{\vartheta} = qR \left(\cos^2\varphi - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}qR \cos 2\varphi, \quad [5.3.8-9]$$

$$N_{\vartheta}]_{max} = \frac{1}{2}qR; N_{\vartheta}]_{min} = -\frac{1}{2}qR$$

c) Por presión exterior p :

$$N_{\varphi} = N_{\vartheta} = \frac{1}{2}pR \quad [5.3.10]$$

Notas:

1. Como se puede advertir la solución manual de superficies cuya curvatura sea diferente a la de una circunferencia, se puede idealizar en sectores de circunferencia.
2. Por otra parte, mientras mas pequeños sean los elementos no existirán errores apreciables en el cálculo de esfuerzos si es que se idealizan las cargas distribuidas en cargas concentradas. El ejemplo mostrado extracta un procedimiento recomendado por Mario Salvadori en su libro “Diseño estructural en arquitectura”.
3. Los resultados obtenidos a partir de estas simplificaciones difieren de los obtenidos con la utilización del software RFEM, pues el software utiliza métodos variacionales (Método de los Elementos Finitos), donde a partir de los corrimientos, se formulan ecuaciones de compatibilidad y equilibrio que derivan en sistemas de ecuaciones con derivadas parciales.
4. El procedimiento a partir de ecuaciones diferenciales con derivadas parciales es bastante complejo, debido a esta complejidad en el análisis manual, esta fuera del alcance del presente proyecto.

Recurriendo a la vista en planta se muestran los valores de los momentos flectores en ejes fuerte y débil de los arcos exteriores a través de las figuras presentes en el anexo 2.5.a.

Utilizando la información expuesta en las figuras de este proyecto, es posible confeccionar los diagramas de tensiones sobre el largo del arco parabólico, desde el apoyo hasta la zona central de las parábolas.

La tensión máxima de flexión alrededor del eje débil está dada por:

$$\sigma_{eje\ débil} = \frac{M_{eje\ débil} * b/2}{I_{eje\ débil}} \quad [5.3.11]$$

La tensión máxima de flexión en el eje fuerte et dada por:

$$\sigma_{eje\ fuerte} = \frac{M_{eje\ fuerte} * c2}{I_{eje\ fuerte}} \quad [5.3.12]$$

Donde:

$\sigma_{eje\ débil}$, $\sigma_{eje\ fuerte}$ = Tensión máxima de flexión para el eje débil y fuerte respectivamente

$M_{eje\ débil}$, $M_{eje\ fuerte}$ = Momento flector alrededor del eje débil y fuerte, respectivamente

$b/2$, $c2$ = Distancia eje longitudinal a la fibra extrema en el eje débil y fuerte, respectivamente

A partir de los momentos flectores en el eje débil y el fuerte, se obtienen las tensiones de flexión para estos dos ejes. Si se calcula esto para cada sección de viga sobre el eje longitudinal, es posible obtener las tensiones máximas de flexión para ambos ejes. En ellos se mostrarán los signos de los momentos flectores asociados, de modo que una tensión máxima de flexión positiva en el eje fuerte significa que existe compresión en las fibras extremas superiores del. Del mismo modo, una tensión máxima positiva en el eje débil del arco, indica compresión en las fibras de la zona extrema izquierda al mismo. La finalidad de presentar diagramas de tensiones máximas de flexión es la

posibilidad de comprar de manera fácil los valores hallados con los de compresión axial.

En las figuras del anexo 2.6.a se muestran los diagramas de compresión axial y de tensión máxima de flexión en los arcos de borde.

Al observar los diagramas de compresión axial, se denota que incrementa gradualmente el valor de la tensión desde el centro del arco hasta los apoyos, alcanzándose valores máximos en los apoyos de borde. La cáscara transmite gradualmente la carga axial a los arcos de borde.

En los diagramas de flexión en el eje fuerte, se aprecia que los momentos máximos en los arcos se presentan en la zona del apoyo y en el último tramo en dirección del apoyo, tal como se verifica en la figura. La aparición de un momento en la zona del apoyo se debe a la rigidez que presentan las cáscaras en esa zona, restringiendo giros en “z” y desplazamientos.

En los diagramas de tensión máxima de flexión en el eje débil, se observa que sus valores máximos se encuentran en la zona del apoyo, como se muestra también en la figura. Como ya se mencionó anteriormente, las cáscaras presentan gran rigidez en esta zona, por ende, impiden los giros en la dirección del eje débil del arco, permitiendo la aparición de un momento máximo ahí. Claramente tanto para el eje débil y fuerte de la viga, la zona de la cáscara cercana al apoyo actúa como un empotramiento, impidiendo giros y desplazamientos en “z”.

La compresión máxima en cada sección del arco, viene a ser resultado de las compresiones resultantes de la flexión biaxial y la compresión axial. Este resultado se encuentra dado por:

$$\sigma_{m\acute{a}x\ c} = \sigma_{eje\ d\acute{e}bil} + \sigma_{eje\ fuerte} + \sigma_{comp} \quad [5.3.13]$$

Donde:

$\sigma_{eje\ débil}, \sigma_{eje\ fuerte}$ = Tensión máxima producida por la flexión en el eje débil y fuerte, respectivamente

σ_{comp} = Tensión de compresión axial

σ_{maxc} = Tensión máxima de compresión

En el anexo 2.7.a, se muestra el diagrama de compresión máxima sobre el arco de borde:

Así mismo en el anexo 2.8.a se presentan las figuras de cortante y torsión en los arcos de borde.

Como sucede con la compresión y la flexión los esfuerzos de corte y torsión se encuentran en el último tramo en dirección de los apoyos, de este modo podemos comprobar que este tramo es el más solicitado de la estructura.

Así mismo se denota una gran diferencia en los esfuerzos entre la sección media del arco de borde y los apoyos ubicados en sus extremos, proporcionándonos una idea para el diseño estructural de los arcos.

5.5. – Optimización estructural

Al realizar los cálculos de la estructura con los momentos y esfuerzos máximos de la misma, se encuentra que esta no cumple con sus requerimientos estructurales en algunos pocos elementos, mas no en la totalidad de la estructura, por lo tanto, no es necesario realizarse una optimización geométrica de la misma.

Del mismo modo no se halla necesario modificar la distribución de sus elementos, debido a que la anterior distribución de los mismos estaba pensada para facilitar su construcción.

Al no optimizar geométricamente las estructuras la única opción que nos queda es modificar las dimensiones de sus elementos en las áreas solicitadas. De este modo se incrementa el ancho de los elementos de arco para que soporten la torsión. Debido a la

naturaleza del proyecto, similar a una estructura nervada, al incrementar los anchos de sección de sus elementos de soporte, se puede evitar modificar las dimensiones de las cáscaras, dándonos como resultado las estructuras del anexo 3.1.a.

Esto nos proporciona nuevos esfuerzos a los que se encuentra sometida la estructura, dando como resultado los gráficos de esfuerzos presentados en los anexos 3.2.a y 3.3.a.

Ya obtenidos los esfuerzos en la estructura, se denota que las flexiones tuvieron una reducción considerable en la zona cercana a los apoyos, así mismo con mayores secciones se reduce la tensión de compresión.

Aun así, debido al incremento de masa, los esfuerzos cortantes en los apoyos aumentan siendo estos considerables para el calculo de armaduras de refuerzo.

Los esfuerzos de torsion no tienen cambios significativos, se revisaran en el diseño de igual manera que los demas esfuerzos.

5.6. – Valores Máximos obtenidos

Con los cálculos expuestos anteriormente podemos desarrollar el desglose de esfuerzos máximos que se encuentran presentes en las estructuras propuestas.

Tabla 5.5.1. Esfuerzos máximos en las cáscaras

	Máx. (KN/m ²)	Mín. (KN/m ²)
Flexión en X	4292.57	-827.14
Flexión en Y	2068.02	-887.41
Tensión en X	2959.81	-8531.97
Tensión en Y	1691.77	-9679.73

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 5.5.2. Esfuerzos máximos en las secciones

ESFUERZOS MÁXIMOS

	Máx. (KN/m ²)	Mín. (KN/m ²)
Flexión eje débil	3511.14	-3511.14
Flexión eje fuerte	2298.27	-2298.27
Tensión	2810.12	-8447.14
Cortante en y	2403.28	-2368.30
Cortante en z	1820.83	-1791.31
Torsión	5628.63	-5628.63

Fuente: Elaboración Propia

5.6. - Dimensiones finales de las estructuras

Así como se obtienen los esfuerzos máximos, se tienen las secciones y volúmenes de Hormigón que se proponen para la estructura.

Tabla 5.6.1. Secciones de la cáscara

Espesor	Cantidad	Superficie ocupada	Volumen
120mm	110	1773.23m ²	212.79m ³

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 5.6.2. Secciones de las barras

Sección	Cantidad	Longitud Acumulada	Volumen
250x200mm	8	34.98m	1.75m ³
200x200mm	30	122.37m	4.89m ³
120x200mm	203	824.54m	19.79m ³
TOTAL	241	981.89m	26.43m ³

Fuente: Elaboración Propia

5.7. - Diseño Estructural

Con el fin de obtener valores iniciales para el cálculo del acero utilizado en la estructura, la norma boliviana NB1225001 proporciona fórmulas para el cálculo de cuantías de acero mínimas en secciones de viga.

Para el control de la cuantía mínima se utilizan los siguientes datos sacados de la geometría y especificaciones de los materiales de la estructura:

Tabla 5.7.1. Bases para el cálculo de Cuantías

	Base, bw	Altura, h	f'c	fy
Cáscara Intermedia	1000mm	120mm	21MPa	500MPa
Sección Intermedia	120mm	200mm		
Sección Borde	200mm	200mm		
Sección Esquina	250mm	200mm		

Elaboración propia

Con los datos introducidos de la tabla y la fórmula nos da como resultado las siguientes cuantías mínimas:

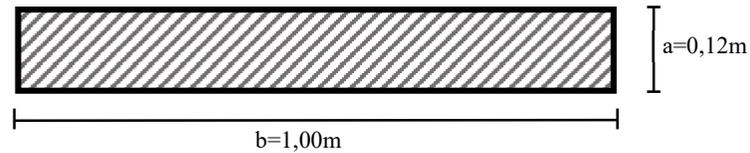
$$A_{s_{min}} = \frac{\sqrt{f'c}}{4 * fy} * b_w * d \quad [5.7.1]$$

	A _{smin}
Cáscara Intermedia	1,88cm ² /m
Sección Intermedia	0,45cm ²
Sección Borde	0,74cm ²
Sección Esquina	0,93cm ²

Para hallar las armaduras de las cáscaras se toma como ejemplo una sección tipo (figura 5.6.1.), con el fin de calcularlo esencialmente a compresión, pero también, así como se

menciona con anterioridad, a pesar de que lo normal es que sea despreciable, se considera la flexión como un parámetro a tomar en cuenta en cáscaras de este tipo.

Figura 5.7.1. Sección reducida para análisis de cáscara



Fuente: Elaboración Propia

Para ello utilizamos las siguientes fórmulas para elementos sometidos a flexo compresión:

$$\phi P_n = \phi * \gamma * f'_c * a * b + f'_s * A'_s - A_s * f_s \quad [5.7.2]$$

$$\phi M_n = \phi * \gamma * f'_c * a * b * \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + A'_s * f'_s * \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s * f_s * \left(d - \frac{h}{2}\right) \quad [5.7.3]$$

Donde:

ϕ =Factor de seguridad de cálculo

P_n =Carga puntual nominal

M_n =Carga de momento nominal

a =Altura del bloque de compresión

b =Ancho de la columna

f'_c =Resistencia característica del concreto

h =Altura de sección transversal de la cáscara

d =Distancia de la fibra más comprimida al eje de acero a tracción

d' =Distancia de la fibra menos comprimida al eje de acero a compresión

A_s =Área de acero a tracción

A'_s =Área de acero a compresión

f_s =Esfuerzo del acero a tracción

f'_s =Esfuerzo del acero a compresión

Para ello tenemos el siguiente conjunto de variables de diseño con sus condiciones:

$$f'_s = E_s * \varepsilon_u * \left(\frac{c-d'}{c}\right) \quad \text{pero } |f'_s| \leq f_y \quad [5.7.4]$$

$$f_s = E_s * \varepsilon_u * \left(\frac{d-c}{c}\right) \quad \text{pero } |f'_s| \leq f_y \quad [5.7.5]$$

$$a = \beta_1 * c \quad \text{pero } a \leq h \quad [5.7.6]$$

Donde:

c = Toma valores entre d hasta ∞

E_s = Modulo elástico del acero

f_y = Resistencia a fluencia del acero

ε_u = Deformación unitaria del hormigón en falla = 0,003

Para estimar el coeficiente β_1 se tienen las siguientes expresiones:

$$\beta_1 = 0,85 \text{ para } 17 \leq f'_c \leq 28$$

$$= 0,85 - \frac{0,05(f'_c - 28)}{7}$$

$$= 0,65 \text{ para } f'_c \geq 55$$

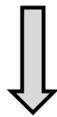
De este modo tenemos una serie de condiciones adicionales:

a) En compresión pura: $\phi P_n \leq 0,80 * \phi P_s$

b) En flexión pura \rightarrow transición

c)

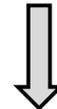
$$\phi = 0,65 \quad \left| \quad \phi = 0,65 + 0,25 * \frac{\varepsilon_t - \frac{f_y}{E_s}}{0,005 - \frac{f_y}{E_s}} \quad \right| \quad \phi = 0,90$$



$$\varepsilon_t \leq \frac{f_y}{E_s}$$



$$\frac{f_y}{E_s} \leq \varepsilon_t \leq 0,005$$



$$\varepsilon_t \geq 0,005$$

Con estas fórmulas, las características de la sección de la cáscara y los esfuerzos a los que se somete la misma se puede calcular el área de acero que requieren las mismas.

Ya para terminar con la estructura, en los planos 3 y 4 de este trabajo se dispone del desglose de aceros y secciones de la estructura en concreto.

Del mismo modo en el plano 5 se encuentra los aceros de refuerzo en los segmentos de la cáscara.

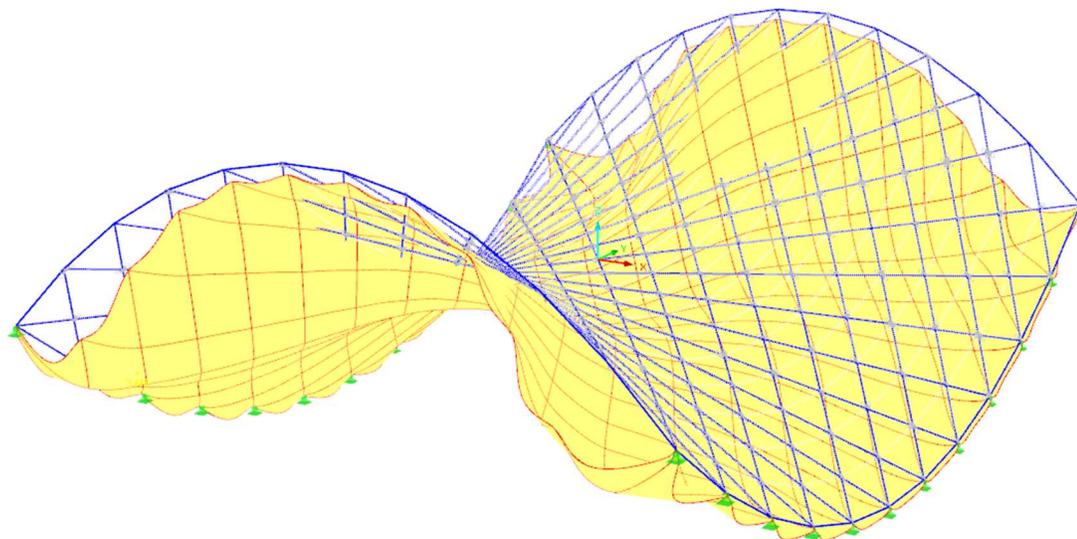
CAPÍTULO VI

DISEÑO DE CUBIERTA COMPUESTO
POR RECTAS PARALELAS

6.1. - Deformaciones en la Estructura

Así como con la estructura reforzada por parábolas, en la figura se presenta la estructura sin deformación y con deformación instantánea.

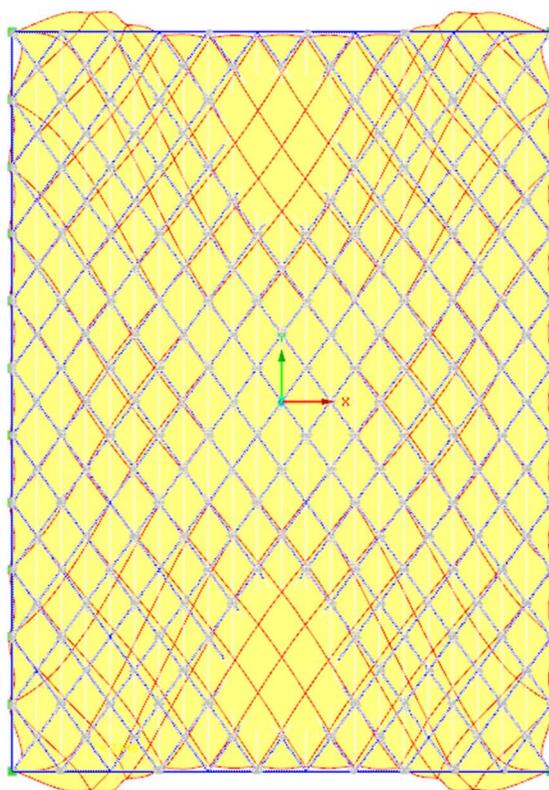
Figura 6.1.1. Deformaciones en la estructura (vista isométrica)



Fuente: Elaboración Propia

La vista en planta de la deformada de la estructura queda mostrada en la siguiente figura, donde los miembros del estado deformado se muestran con líneas rojas.

Figura 6.1.2. Deformaciones en la estructura (vista en planta)



Fuente: Elaboración Propia

Se denota por simple observación que tanto los desplazamientos verticales y horizontales de esta estructura, son proporcionalmente similares a los desplazamientos de la estructura reforzada por arcos parabólicos.

6.2. - Análisis de desplazamientos

Para el análisis de desplazamientos se realizarán procedimientos ya explicados anteriormente en el punto 5.2, notándose los mismos gráficamente en la vista en planta de la estructura en el anexo 2.3.b en sus diferentes alternativas.

La magnitud de el vector resultante de desplazamientos alcanza en ese punto sus valores máximos de:

Tabla 6.2.1. Deformaciones máximas y mínimas

ux	uy	uz	u
+2,145	+1,527	+0,227	4,025
-2,094	-1,527	-3,074	

Fuente: Elaboración Propia

Al tener una densidad mayor de elementos en la estructura de refuerzo, es de esperarse que los desplazamientos en la estructura sea menor a la reforzada por arcos. Algo a notar es que sus deformaciones máximas son coincidentes en las mismas zonas de la otra estructura, relativamente.

Del mismo modo se define el desplazamiento admisible utilizando métodos de la sección anterior:

A continuación, se muestran los valores del desplazamiento máximo y el admisible:

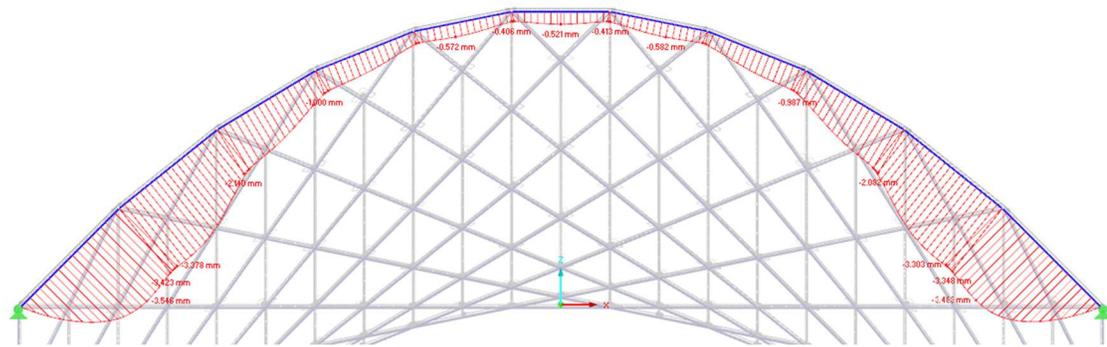
Tabla 6.2.2. Desplazamientos máximos vs admisibles

Desplazamiento máximo de cáscara	Desplazamiento admisible cáscaras	Desplazamiento máximo Arcos	Desplazamiento admisible Arcos
4,025mm	16,000mm	3,998mm	21,000mm

Fuente: Elaboración Propia

Del mismo modo el desplazamiento máximo de la estructura cumple plenamente con el desplazamiento admisible, a continuación, se presenta los desplazamientos de los arcos de borde:

Figura 6.2.3. Deformaciones en el arco de borde



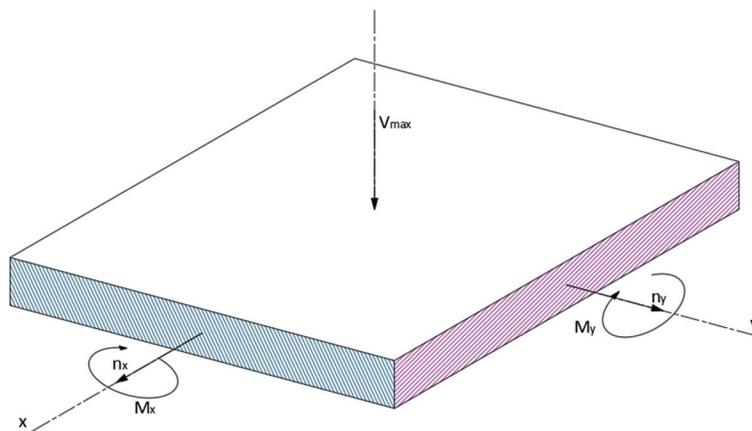
Los desplazamientos en los elementos del arco de borde incrementan de manera similar a la estructura reforzada por arcos, sin embargo, cabe notar que en sus sectores centrales las deformaciones no se invierten como ser en el caso anterior.

6.3. - Interpretación de los esfuerzos

Tensiones en la Cáscara

Así mismo como con la estructura dispuesta anteriormente, al analizar los esfuerzos de esta se requiere tomar en consideración los momentos flectores en la cáscara.

Figura 6.3.1. Tensiones apreciadas en un elemento bidimensional



Fuente: Elaboración Propia

Donde:

M_x = Momento flector en la dirección “x”

M_y = Momento flector en la dirección “y”

n_x = Fuerza Axial en la dirección “x”

n_y = Fuerza Axial en la dirección “y”

V_{max} = Fuerza cortante resultante en el elemento

Aplicando el programa RFEM se obtiene gráficamente las reacciones que presenta la cáscara, presentados en el anexo 2.3.b.

Las fuerzas internas resultantes del análisis se presentan en el anexo 2.4.b.

Ambas estructuras comparten similitudes en la posición de sus máximas tensiones, diferenciándose claramente en magnitud por la densidad de elementos que los componen.

Tensiones en los arcos de borde

Del mismo modo se analizan los esfuerzos preponderantes en toda la estructura siendo:

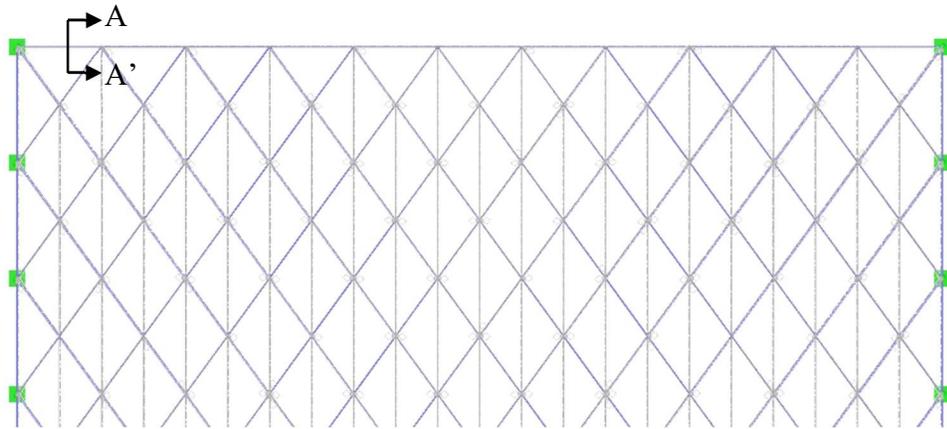
Flexión en el eje fuerte

Flexión en el eje débil

Compresión axial

Así se conoce que estos esfuerzos máximos se encuentran en el arco de borde de la estructura:

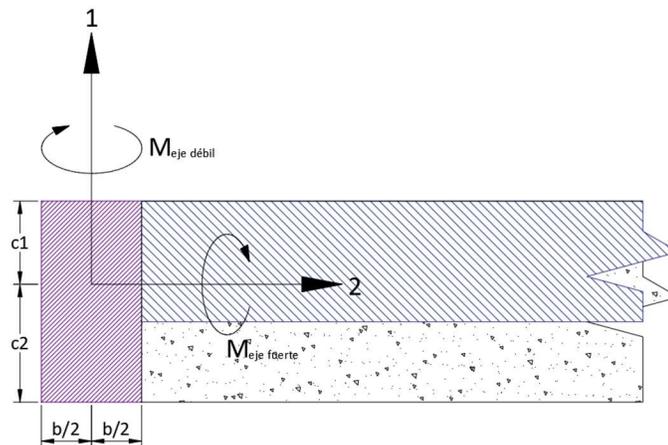
Figura 6.3.2. Posición de corte para el análisis de la sección de la viga



Fuente: Elaboración Propia

La sección A-A' se encuentra sometida a los momentos flectores que se muestran en la siguiente figura 6.3.3.:

Figura 6.3.3. Tensiones en una sección de viga



Fuente: Elaboración Propia

Donde:

$M_{\text{eje débil}}$, $M_{\text{eje fuerte}}$ = Momento flector alrededor del eje débil y fuerte, respectivamente.

c_1 , c_2 = Distancia eje longitudinal a fibra extrema, eje débil.

$b/2$ = Distancia eje longitudinal a fibra extrema, eje fuerte.

Para hallar los esfuerzos en la estructura se realizan procesos de la sección anterior, específicamente el punto 5.3.

En el anexo 2.7.b, se muestra el diagrama de compresión máxima sobre el arco de borde:

Así mismo en el anexo 2.8.b se presentan las figuras de cortante y torsión en los arcos de borde.

6.4. - Optimización estructural

Del mismo modo no se halla necesario modificar la distribución de sus elementos, debido a que la anterior distribución de los mismos estaba pensada para facilitar su construcción.

Al no optimizar geométricamente las estructuras la única opción que nos queda es modificar las dimensiones de sus elementos en las áreas solicitadas. De este modo se incrementa el ancho de los elementos de arco para que soporten la torsión. Debido a la naturaleza del proyecto, similar a una estructura nervada, al incrementar los anchos de sección de sus vigas de soporte, se puede evitar modificar las dimensiones de las cáscaras, dándonos como resultado las estructuras del anexo 3.1.b.

Esto nos proporciona nuevos esfuerzos a los que se encuentra sometida la estructura, dando como resultado los gráficos de esfuerzos presentados en los anexos 3.2.b y 3.3.b.

Ya obtenidos los esfuerzos en la estructura, se denota que las flexiones tuvieron una reducción considerable en la zona cercana a los apoyos, así mismo con mayores secciones se reduce la tensión de compresión.

Aun así, debido al incremento de masa, los esfuerzos cortantes en los apoyos aumentan siendo estos considerables para el cálculo de armaduras de refuerzo.

Los esfuerzos de torsión no tienen cambios significativos, se revisarán en el diseño de igual manera que los demás esfuerzos.

6.5. - Valores Máximos obtenidos

Tabla 6.5.1. Esfuerzos máximos en las cáscaras

ESFUERZOS MÁXIMOS

	Máx. (KN/m ²)	Mín. (KN/m ²)
Flexión en X	7312.18	-1685.89
Flexión en Y	3870.06	-3738.27
Tensión en X	2211.59	-10042.88
Tensión en Y	324.70	-13875.33

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 6.5.2. Esfuerzos máximos en las secciones

ESFUERZOS MÁXIMOS

	Máx. (KN/m ²)	Mín. (KN/m ²)
Flexión eje débil	3945.14	3945.14
Flexión eje fuerte	543.93	-543.93
Tensión	358.24	-7767.28
Cortante en y	3375.14	-3342.78
Cortante en z	2942.24	-2910.93
Torsión	4016.37	-4016.37

Fuente: Elaboración Propia

6.6. - Dimensiones finales de las estructuras

Tabla 6.6.1. Secciones de la cáscara

Espesor	Cantidad	Superficie ocupada	Volumen
120mm	242	1774.74m ²	212.97m ³

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 6.6.2. Secciones de las barras

Sección	Cantidad	Longitud Acumulada	Volumen
250x200mm	12	39,91m	2,00m ³
200x200mm	34	126,15m	5,05m ³
120x200mm	482	1344,87m	32,28m ³
TOTAL	528	1510,93m	39,32m ³

Fuente: Elaboración Propia

6.7. – Diseño Estructural

El diseño estructural de esta alternativa se realiza bajo procedimientos del punto 5.7, tomando en consideración que se propuso utilizar secciones similares en ambas estructuras por lo tanto sus cuantías mínimas resultarían iguales:

Tabla 6.7.1. - Cuantía mínima de la alternativa

	A _{Smin}
Cáscara Intermedia	1,88cm ² /m
Sección Intermedia	0,45cm ²
Sección Borde	0,74cm ²
Sección Esquina	0,93cm ²

Fuente: Elaboración propia

Debido a que las secciones son iguales, se homogeneizaron los armados en ambas estructuras, de modo que se encuentran todos en los planos 3 y 4 de este trabajo.

Así como el punto anterior, los aceros de refuerzo de los elementos de la cáscara se encuentran en el plano 7.

CAPÍTULO VII

ANÁLISIS DE PRECIOS UNITARIOS Y
PRESUPUESTO DE LA CUBIERTA
GENERADO POR ARCOS PARABÓLICOS

7.1.- Generalidades

Si bien la base del análisis realizado en este proyecto es la comparación cuantitativa referida a la morfología y resistencia de las alternativas propuestas, también es bien ver que se realice un cálculo simple de precios para la construcción de las mismas.

Para el replanteo y trazado de la estructura se toma simplemente el área sobre la cual debe de ser construida, sin más detalle en ello.

Para el cálculo de losas de hormigón armado que se proponen en este proyecto, se observa que las mismas inician en los bordes internos de las vigas que las soportan y se encuentran empotradas a las mismas por un armado continuo de barras de acero.

De este modo también habrá que tomar en consideración la cantidad y preparado de materiales para estos elementos, que deben llevar un proceso previo antes de su instalación, así como la experticia de los que realizaran el trabajo de encofrado de los mismos, ya que este consiste en el uso de tablas previamente recortadas y montadas.

Y así mismo finalizar el análisis con simples procedimientos de revoque y pintado de la estructura para su impermeabilización, tanto exterior como interior.

7.2.- Análisis de precios unitarios de la estructura

Para esta parte del proyecto se recurrió al uso del software PRESCOM para reducir una serie de cálculos monótonos que habrían de haber sido realizados por medio del software Microsoft Excel u Office365.

Aclarado lo anterior, se sacaron los resultados del software y se lo acomodó de modo que se facilitara su comprensión, sin perder el formato en el que se entrega a las autoridades competentes.

Estos resultados se encuentran en los anexos 4.1 al 4.6 (a) con excepción del presupuesto general que se aclara en el punto a continuación.

7.3.- Presupuesto General

A modo de tener valores para su análisis en este proyecto, se puede recurrir al presupuesto general de la obra sin tener que indagar mucho más en detalles.

Tabla 7.3.1. Presupuesto General de obra

Nº	Descripción	Und.	Cantidad	Unitario	Parcial (Bs)
> M01 - MÓDULO # 1 - Trabajos Preliminares					28.140,68
1	REPLANTEO (ESTRUCTURAS Y EDIFICACIONES)	m²	1.408,00	15,77	22.204,16
2	INSTALACIÓN DE FAENAS	m²	4,00	1.484,13	5.936,52
> M02 - MÓDULO # 2 - Obra Gruesa					801.950,65
3	VIGA DE H°A°	m³	26,43	793,48	20.971,68
4	LOSA LLENA DE H°A°	m³	203,85	748,87	152.657,15
5	APOYO ELASTOMÉRICO ARMADO 300x300mm e=80mm	pza	22,00	1.035,82	22.788,04
6	ACERO DE CONSTRUCCIÓN	glb	1,00	97.570,64	197.570,64
7	MADERA DE CONSTRUCCIÓN	glb	1,00	407.963,14	407.963,14
> M03 - MÓDULO # 3 - Obra Fina					435.555,37
8	REVOQUE EXTERIOR	m²	1.813,77	77,20	140.023,04
9	REVOQUE INTERIOR IMPERMEABLE	m²	1.970,87	97,26	191.686,82
10	PINTURA EXTERIOR - LATEX	m²	1.813,77	31,11	56.426,38
11	PINTURA INTERIOR - LATEX	m²	1.970,87	24,06	47.419,13
Total presupuesto:					1.265.646,70
Son: Un Millon(es) Doscientos Sesenta y Cinco Mil Seiscientos Cuarenta y Seis Bolivianos					

Fuente: Elaboración Propia

CAPÍTULO VIII

ANÁLISIS DE PRECIOS UNITARIOS Y
PRESUPUESTO DE LA CUBIERTA
GENERADO POR RECTAS PARALELAS

8.1.- Generalidades

Se viene bien en considerar las características de esta alternativa muy similares a la anteriormente analizada, sin embargo, se debe notar sus diferencias sobre todo en el área de los materiales y mano de obra a utilizar.

Las condiciones en que más difieren estas son en la cantidad de elementos predispuestos al realizarse sus cálculos y el preparado previo de materiales para su instalación, ya que el encofrado a realizarse en esta estructura consistiría de tablas rectas, lo cual no solicita mucha experticia del trabajador que lo realizará, como así mismo abarata el precio de los materiales utilizados por metro.

8.2.- Análisis de precios unitarios de la estructura

Como en el apartado anterior, para esta alternativa de la estructura a proponer, también se dispone de resultados del Análisis de precios unitarios en los Anexos 4.1 al 4.6 (b) nuevamente separando el presupuesto general de obra para el siguiente punto.

8.3.- Presupuesto General

Tabla 8.3.1. Presupuesto General de obra

Nº Descripción	Und.	Cantidad	Unitario	Parcial (Bs)
> M01 - MÓDULO # 1 - TRABAJOS PRELIMINARES				28.140,68
1 REPLANTEO (ESTRUCTURAS Y EDIFICACIONES)	m²	1.408,00	15,77	22.204,16
2 INSTALACIÓN DE FAENAS	m²	4,00	1.484,13	5.936,52
> M02 - MÓDULO # 2 - OBRA GRUESA				589.626,55
3 VIGA DE H°A°	m³	39,41	748,87	29.512,97
4 LOSA LLENA DE H°A°	m³	196,37	748,87	147.055,60
5 APOYO ELASTOMÉRICO ARMADO 300x300mm e=80mm	pza	22,00	1.035,82	22.788,04
6 ACERO DE CONSTRUCCIÓN	glb	1,00	217.702,05	217.702,05
7 MADERA DE CONSTRUCCIÓN	glb	1,00	200.080,48	200.080,48
> M03 - MÓDULO # 3 - OBRA FINA				445.895,48
8 REVOQUE EXTERIOR	m²	1.813,77	77,20	140.023,04
9 REVOQUE INTERIOR IMPERMEABLE	m²	2.056,10	97,26	199.976,29
10 PINTURA EXTERIOR - LATEX	m²	1.813,77	31,11	56.426,38
11 PINTURA INTERIOR - LATEX	m²	2.056,10	24,06	49.469,77
Total presupuesto:				1.091.175,30

Son: Un Millon(es) Noventa y Un Mil Ciento Setenta y Cinco con 30/100 Bolivianos

Fuente: Elaboración Propia

CAPÍTULO IX

ANÁLISIS DE RESULTADOS

9.1. - Valores Máximos obtenidos

Tomando datos obtenidos en el desarrollo de este proyecto, tenemos las siguientes tablas comparativas que permiten analizar la diferencia entre ambas estructuras.

Inicialmente se debe de comparar las fuerzas internas que produce la estructura cargada bajo las condiciones estipuladas en puntos anteriores.

Tabla 9.1.1. Esfuerzos máximos en las cáscaras

	Compuesto por Arcos Parabólicos			Compuesto por Rectas Paralelas		
	Máx. (KN/m ²)	Mín. (KN/m ²)	Densidad Vigas (%)	Máx. (KN/m ²)	Máx. (KN/m ²)	Densidad Vigas (%)
Flexión en X	4292.57	-827.14	11.05	7312.18	-1685.89	15.60
Flexión en Y	2068.02	-887.41		3870.06	-3738.27	
Tensión en X	2959.81	-8531.97		2211.59	-10042.88	
Tensión en Y	1691.77	-9679.73		324.70	-13875.33	

Fuente: Elaboración Propia

Seguidamente se comparan los esfuerzos resultantes de dichas tensiones, sin menospreciar momentos flectores ni torsores en la estructura.

Tabla 9.1.2. Esfuerzos máximos en los miembros

	Compuesto por Arcos Parabólicos		Compuesto por Rectas Paralelas	
	Máx. (KN/m ²)	Mín. (KN/m ²)	Máx. (KN/m ²)	Máx. (KN/m ²)
Flexión eje débil	3511.14	-3511.14	3945.14	3945.14
Flexión eje fuerte	2298.27	-2298.27	543.93	-543.93
Tensión	2810.12	-8447.14	358.24	-7767.28
Cortante en y	2403.28	-2368.30	3375.14	-3342.78
Cortante en z	1820.83	-1791.31	2942.24	-2910.93
Torsión	5628.63	-5628.63	4016.37	-4016.37

Fuente: Elaboración Propia

9.2. - Dimensiones finales de las estructuras

Ya realizado el cálculo se tienen las secciones últimas resultantes del proceso iterativo y sus volúmenes en obra.

Tabla 9.2.1. Dimensiones de la superficie

Espesor	Compuesto por Arcos Parabólicos			Compuesto por Rectas Paralelas		
	Cantidad	Superficie ocupada	Volumen	Cantidad	Superficie ocupada	Volumen
120mm	110	1773.23m ²	212.79m ³	242	1774.74m ²	212.97m ³

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 9.2.2. Dimensiones de los miembros

Sección	Compuesto por Arcos Parabólicos			Compuesto por Rectas Paralelas		
	Cantidad	Longitud Acumulada	Volumen	Cantidad	Longitud Acumulada	Volumen
250x200mm	8	34.98m	1.75m ³	12	39,91m	2,00m ³
200x200mm	30	122.37m	4.89m ³	34	126,15m	5,05m ³
120x200mm	203	824.54m	19.79m ³	482	1344,87m	32,28m ³
TOTAL	241	981.89m	26.43m ³	528	1510,93m	39,32m ³

Fuente: Elaboración Propia

9.3. - Análisis de Precios Unitarios

A modo de no copiar una tabla completa de precios, se presentan los precios que generen mayores diferencias entre ambas estructuras.

Tabla 9.3.1. Tabla comparativa entre ítems más relevantes

CÁSCARA CONFORMADA POR ARCOS PARABÓLICOS				801.950,65	
3	VIGA DE H°A°	m ³	26,43	793,48	20.971,68
4	LOSA LLENA DE H°A°	m ³	203,85	748,87	152.657,15
5	APOYO ELASTOMÉRICO ARMADO 300x300mm e=80mm	pza	22,00	1.035,82	22.788,04
6	ACERO DE CONSTRUCCIÓN	glb	1,00	197.570,64	197.570,64
7	MADERA DE CONSTRUCCIÓN	glb	1,00	407.963,14	407.963,14
TOTAL PRESUPUESTO					1.265.646,70
CÁSCARA CONFORMADA POR RECTAS PARALELAS				589.626,55	
3	VIGA DE H°A°	m ³	39,41	748,87	29.512,97
4	LOSA LLENA DE H°A°	m ³	196,37	748,87	147.055,60
5	APOYO ELASTOMÉRICO ARMADO 300x300mm e=80mm	pza	22,00	1.035,82	22.788,04
6	ACERO DE CONSTRUCCIÓN	glb	1,00	217.702,05	217.702,05
7	MADERA DE CONSTRUCCIÓN	glb	1,00	200.080,48	200.080,48
TOTAL PRESUPUESTO					1.091.175,30

Fuente: Elaboración Propia

9.4. - Comparación de propiedades

Con los datos expuestos anteriormente, se puede observar las diferencias que hay entre construir una estructura soportada por arcos cóncavos que revolucionan sobre arcos convexos (conformado por arcos parabólicos) con una estructura compuesta de rectas que se desplazan a través de otras paralelas y de pendientes contrarias (conformado por rectas paralelas).

Si bien ambas estructuras cumplen con los requisitos del proyecto, en este caso se toma en consideración el peso de la estructura, los esfuerzos que soporta y que tan fácil sería construirla.

Cabe observarse que, por la distribución de las columnas de la estructura, la cáscara conformada por rectas paralelas con sus soportes diagonales tiene mayor densidad de vigas que el que está conformado por arcos parabólicos con soportes perpendiculares a la línea que generan los apoyos. A pesar de las modificaciones que reciben las

estructuras para su optimización, el peso de los elementos tiene gran influencia en la construcción de este tipo de estructuras anticlásticas.

Es evidente que la dirección en la que se distribuyen las cargas, aventaja a la estructura conformada por arcos parabólicos, por la coincidencia que tiene con la dirección de sus armaduras, por lo tanto, los esfuerzos que soporta son menores, pero se debe de notar la otra alternativa, a pesar de ser una estructura compuesta de rectas paralelas, soporta momentos flectores bastante similares a su contraparte, compuesta de arcos.

Y sin menospreciar la etapa constructiva se debe considerar las dificultades para la realización de ambas estructuras, esto sujeta un problema para la alternativa compuesta por arcos parabólicos, debido a que los encofrados que han de utilizarse en el deben de ser exclusivamente diseñados para su propia construcción, en cambio la cáscara conformada por rectas paralelas supone mayor facilidad constructiva, sus tramos rectos hacen que su encofrado sea de tablas rectas como la mayoría de las estructuras conocidas, por lo tanto las mismas serían reutilizables y requerirían menos preparación.

9.5. - Elección de alternativa

Ya analizadas las estructuras se puede definir que estructura es conveniente construir para su uso como cubierta del proyecto propuesto, siendo esta la alternativa constituida por rectas paralelas, a pesar de no tener la mejor distribución de elementos para resistir las cargas a la que se somete y teniendo un peso sustancialmente superior a su contraparte, el hecho que su construcción sea más sencilla y sus encofrados menos especiales, da el margen de seguridad en su proceso constructivo y un menor precio a tomar en cuenta en su presupuesto, suponiendo una estructura ideal para la cubierta anticlástica del coliseo de la unidad educativa René Barrientos Ortuño.

CAPTULO X

CONCLUSIONES Y
RECOMENDACIONES

10.1. – Conclusiones

- Las estructuras en forma de cáscara anticlástica claramente se presentan como una opción constructiva que se debe considerar a la hora de cubrir grandes superficies, sin la necesidad de apoyos intermedios. Pese a tener espesores pequeños, pueden sin problemas lograr distancias entre sus apoyos por sobre los 20 metros (28 metros en este caso en particular), básicamente por ser estructuras laminares.
- Desde el punto de vista arquitectónico, este tipo de estructuras tienen un valor artístico muy elevado, básicamente por la belleza de su forma geométrica que se genera en el espacio.
- Las cáscaras o cascarones delgados presentan formas geométricas óptimas, que permiten minimizar los parámetros de diseño como los desplazamientos máximos que logran cumplir incluso cumplen con el mínimo normado para este tipo de estructuras, la energía de deformación de la estructura, las tensiones máximas en las vigas de borde y las tensiones máximas en la lámina.
- Los valores de desplazamientos máximos en este tipo de estructuras se ubican en los puntos más extremos de la lámina. Allí, los valores de desplazamientos verticales y horizontales se hacen máximos, pero claramente los horizontales son muy pequeños comparados con los verticales. Los desplazamientos en la zona central de la lámina son casi nulos.
- Las vigas de borde permiten controlar los desplazamientos máximos en la estructura siendo estos de 6.786mm y 4.025mm respectivos al Paraboloide Hiperbólico y al Paralelogramo Alabeado, permitiendo que logren cumplir con un margen considerable con desplazamientos admisibles tan restrictivos como son los 16mm definidos en este trabajo. Para lograr este objetivo es necesario brindar a la estructura de vigas de dimensiones relativamente pequeñas, salvo en el caso de las vigas de borde que colindan con los apoyos, alcanzando mayores esfuerzos debido a la rigidización de sus elementos, requiriendo vigas de mayor tamaño.

- Las tensiones que ocurren en la lámina alcanzan valores relativamente bajos, tal como se mencionaba en la bibliografía consultada. Gran parte de la lámina alcanza valores mínimos, incrementándose en las zonas cercanas al apoyo. La zona central de la lámina está sometida a tensiones que pueden llegar a valores nulos. Esto demuestra la gran rigidez de este tipo de estructuras.

- Las tensiones en la cáscara se relacionan con la dirección de la curvatura. Las estructuras trabajan principalmente a compresión, dado que sus formas son coincidentes con la acción de los arcos. Sin embargo, el centro las secciones de las parábolas cóncavas trabaja principalmente a tracción resultándonos esfuerzos de $2482,21\text{KN/m}^2$ y $379,87\text{KN/m}^2$, su comportamiento es similar a la acción de cuerda. Pero si duda que es mucho más importante el funcionamiento de la acción de los arcos en este tipo de estructuras, viéndose reflejado en que las tensiones máximas son de compresión llegando a valores de $11015,65\text{KN/m}^2$ y $12357,98\text{KN/m}^2$.

10.2. – Recomendaciones

- La etapa constructiva es muy importante en este tipo de estructuras, puesto que su gran rigidez estructural se basa en su forma geométrica de doble curvatura. Se debe poner especial énfasis en la calidad del proceso constructivo, debiendo tener un estudio muy completo.
- A la hora de realizar el análisis estructural de los elementos estructurales, realizar varias iteraciones y dejar correr los programas de Análisis demuestra ser muy significativo, debido a que el comportamiento de la estructura varía bastante con pequeños cambios en sus elementos, esto gracias a su gran esbeltez.
- Aunque se hace hincapié en que las cáscaras no están diseñadas para resistir momentos flectores, tensiones cortantes o torsiones, es recomendable analizarlos para entender bien el comportamiento de la estructura ante estas cargas, porque tienen la posibilidad de afectar a la misma.