

CAPÍTULO I

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 Problema

1.1.1 Planteamiento del Problema

Debido al incremento sostenido de los costos de construcción y las restricciones de tiempo en proyectos de estructuras de edificación, se ha generado la necesidad de plantear sistemas estructurales prefabricados y de bajo costo, convirtiéndose en una opción atractiva a ser aplicable de forma óptima como sistemas constructivos que tienen la potencialidad de operar con niveles inferiores de costo y tiempo de construcción.

La prefabricación es un modo industrial de acelerar masivamente la construcción de obras civiles, para resolver problemas acumulados desde hace unos años, se vuelve a la producción de materiales alternativos y sistemas de bajo costo, que da como resultado una opción viable en construcciones, esto, resalta al ferrocemento como uno de estos materiales.

El ferrocemento al considerarse un tipo de hormigón armado no convencional de paredes delgadas y compuesto por una matriz de mortero y un sistema de malla de refuerzo, hace que sea un material estructural alternativo, versátil y ligero que permite moldear secciones con mayor facilidad y precisión, facilitando la prefabricación y reducción de costos logísticos.

Por consiguiente, en este proyecto se pretende realizar **el análisis estructural de vigas de ferrocemento con sección transversal I**, con la intención de que sea aplicado como una alternativa estructural y constructiva que tenga como característica ser un elemento prefabricado y de bajo costo, como una solución constructiva en nuestro medio.

La finalidad de este estudio es **evaluar el comportamiento de resistencia a corte y flexión de las vigas tipo I de ferrocemento a nivel de elemento estructural a partir de ensayos de flexión con cargas estáticas crecientes**, para registrar los valores de carga y deflexión, los cuales permitirán analizar el comportamiento de los especímenes a medida que la carga aplicada se incrementa. El objetivo es validar el desempeño de las vigas de ferrocemento como elementos estructurales **confiables, capaces de ser utilizados en aplicaciones reales**.

1.1.2 Formulación del Problema

¿Pueden las vigas tipo I de ferrocemento prefabricadas ser una alternativa estructural y constructiva viable para reducir costos en la construcción de estructuras civiles?

1.1.3 Sistematización del Problema

Tabla 1.1. Matriz PCES

Problema	Causa	Efecto	Solución
Alto costo y baja optimización de tiempo del sistema de vigas tradicionales.	Bajo rendimiento de las ventajas en sistemas constructivos tradicionales.	Sobreconsumo en materiales y tiempos de ejecución poco productivos.	Rediseño de secciones para minimizar el volumen de hormigón usando perfiles I.
	Desconocimiento o resistencia al uso de materiales no convencionales como el ferrocemento.	Falta de adopción de alternativas más ligeras y baratas.	Aplicación del ferrocemento bajo normativa ACI 549-18 traducida y adaptada al contexto local.
	Desconocimiento de las ventajas de la prefabricación para elementos estructurales.	Ampliación en tiempo de supervisión para fabricación y procesos constructivos.	Desarrollo de líneas modulares de prefabricado.
	Limitaciones de diseño en vigas convencionales debido a la dificultad en el proceso constructivo in situ.	Secciones convencionales con mayor peso propio y poca versatilidad en diseños.	Integración de perfiles I de ferrocemento como alternativa estructural.
	Elevado manejo de logística en procesos constructivos y la cadena de suministro de materiales.	Incremento de costos de transporte para provisión de materiales.	Implementación de elementos prefabricados de montaje accesible.

Fuente: Elaboración propia.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

Analizar el comportamiento a flexión a partir de ensayos experimentales realizados en laboratorio en vigas tipo I de ferrocemento, para su aplicación como elemento estructural prefabricado.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Identificar mediante el ensayo a flexión el tipo de falla que experimentan las vigas de ferrocemento cuando se alcanza el límite de resistencia máximo.
- Implementar un modelo de elementos finitos que simule el comportamiento obtenido a partir de los ensayos a flexión experimentales en vigas tipo I de ferrocemento realizados en laboratorio.
- Proponer un segundo modelo de elementos finitos a escala de aplicación estándar, que permita analizar el comportamiento a flexión en vigas tipo I de ferrocemento.
- Comprobar a partir de la simulación del ensayo a flexión el tipo de falla que experimentan las vigas I de ferrocemento cuando se alcanza el límite de resistencia a flexión en el segundo modelo de elementos finitos.
- Proponer un tercer modelo de elementos finitos a escala de aplicación estándar, que permita analizar la interacción simultánea de la falla por flexión y corte en vigas tipo I de ferrocemento.
- Verificar la aplicabilidad de las vigas tipo I de ferrocemento para estructuras de edificación.
- Determinar la eficacia de las vigas tipo I de ferrocemento como alternativa estructural prefabricada, con un análisis técnico-económico en relación a un sistema convencional.

1.3 Justificación

1.3.1 Justificación Teórica

El presente trabajo de investigación se centra en el desarrollo de especímenes de vigas de ferrocemento con sección transversal tipo I, la razón para investigar este material alternativo se debe a sus características de ligereza, economía y eficiencia estructural. Estas propiedades permiten que las vigas de ferrocemento cumplan con los requisitos de seguridad estructural bajo cargas de servicio.

Según diversos estudios previos, el ferrocemento ha sido ampliamente investigado en aplicaciones de vigas, como lo demuestran las investigaciones de Balaguru et al. (1977) en su artículo "Analysis and Behavior of Ferrocement in Flexure", Mansur y Ong (1991) en "Shear Strength of Ferrocement I-Beams", y Mohamed (2015) con "Elastic-Plastic Analysis of I-Shape Normal Strength Ferrocement Beams". Estos estudios han demostrado que las vigas de ferrocemento con sección tipo I tienen un comportamiento favorable a flexión. Además, el trabajo de Bin-Omar et al. (1988), titulado "Nonlinear Finite Element Analysis of Flanged Ferrocement Beams", proporciona una base sólida para el uso de modelado mediante el método de elementos finitos (FEM), para el análisis estructural de estos elementos.

A partir de estos estudios, se establecerán criterios clave para el análisis estructural de vigas de ferrocemento tipo I, lo que facilitará la evaluación de su desempeño en términos de resistencia, trabajabilidad y costos, en comparación con otras soluciones estructurales disponibles.

1.3.2 Justificación Metodológica

Este estudio se basa en la fabricación de especímenes de vigas de ferrocemento con sección transversal tipo I, siguiendo las directrices proporcionadas en la "Design Guide for Ferrocement" ACI 549-18 y el código ACI 318-19. Mediante este enfoque, se llevará a cabo un análisis del comportamiento de la resistencia a flexión de las vigas, utilizando la metodología experimental definida en la norma ASTM C78. Esta metodología permite evaluar el desempeño estructural de los especímenes bajo cargas estáticas crecientes, proporcionando una comprensión del comportamiento de las vigas de ferrocemento en condiciones de flexión.

1.3.3 Justificación Práctica

La investigación aborda la viabilidad del ferrocemento como material alternativo y sistema estructural prefabricado de bajo costo. Se busca optimizar la construcción mediante el uso de vigas de ferrocemento tipo I, que representan una solución económica y eficiente para proyectos de estructuras de edificación y desarrollo urbano. Este tipo de vigas ofrece ventajas considerables, especialmente en regiones con limitaciones logísticas, debido a su ligereza, que facilita el transporte y montaje en sitios de construcción.

1.3.4 Justificación Social

El uso de ferrocemento permite crear un material versátil, capaz de ser moldeado en secciones complejas con precisión. Esta propiedad facilita la prefabricación en entornos controlados, lo que resulta en reducción de tiempos de construcción y minimización de desperdicios de materiales en obra. En el ámbito social, esta investigación contribuirá significativamente a la optimización de recursos en proyectos de edificación masiva y desarrollo urbano en áreas de recursos limitados, al proporcionar una alternativa constructiva eficiente que puede mejorar la calidad de vida en estas zonas.

1.4 Alcance del Estudio

1.4.1 Tipo de Estudio

La investigación tiene un carácter exploratorio, ya que su objetivo principal es analizar la resistencia a flexión de las vigas tipo I de ferrocemento y verificar el comportamiento de los elementos estructurales bajo cargas de servicio, comparando estos resultados con las predicciones teóricas basadas en modelos de diseño estándar. Adicionalmente, se llevará a cabo una verificación numérica utilizando el método de elementos finitos (FEM) para modelar y simular el comportamiento de las vigas de ferrocemento, comparando los resultados obtenidos de las simulaciones con los datos experimentales. Este enfoque permitirá validar y afinar las predicciones de comportamiento estructural del modelo FEM. Este estudio es de naturaleza cuantitativa, ya que se recopilarán y analizarán los datos experimentales y los resultados numéricos, con el objetivo de validar la hipótesis sobre el comportamiento estructural de las vigas de ferrocemento.

1.4.2 Variables

Tabla 1.2. Matriz de Operalización de Variables

Variable	Definición Conceptual	Dimensión	Indicador	Índice
Independiente	Vigas tipo I de ferrocemento	D1: Composición del ferrocemento	I1: Proporción de la matriz de mortero (cemento, arena, agua) I2: Tipo sistema de refuerzo.	<i>kg</i> -
		D2: Geometría de la sección	I1: Altura, ancho y espesor del alma y alas.	<i>mm</i>
		D3: Proceso de fabricación	I1: Técnica de moldeado. I2: Curado.	-
Dependiente	Comportamiento estructural	D1: Carga	I1: Carga monótona.	<i>kN</i>
		D2: Deflexión	I1: Deflexión progresiva.	<i>mm</i>
		D3: Corte	I1: Cortante máximo. I2: Cortante nominal.	<i>kN</i>
		D4: Flexión	I1: Momento de agrietamiento. I2: Momento de fluencia. I3: Momento de rotura.	<i>kN · m</i>

Fuente: Elaboración Propia.

1.4.3 Hipótesis

Los valores de carga y deflexión que se presentarán en la parte experimental al alcanzar al límite de resistencia máxima en vigas con sección I de ferrocemento, presentarán valores aproximados alrededor del 10% en relación a los datos obtenidos mediante modelación numérica con el software DIANA FEA.

1.4.4 Restricciones

- No se realizarán ensayos sobre el sistema de refuerzo en el ferrocemento (malla de refuerzo, acero esquelético), para especificaciones técnicas ver (Anexo 1).
- No se llevarán a cabo ensayos para determinar las propiedades físicas del cemento tipo IP-30 utilizado en la fabricación del ferrocemento, para especificaciones técnicas ver (Anexo 1).
- Las vigas I de ferrocemento serán analizadas en laboratorio a partir del ensayo a flexión siguiendo el esquema de carga establecido en la normativa ASTM C78, que regulará los procedimientos para analizar el comportamiento obtenido.
- La luz efectiva de ensayo en laboratorio se limitará a 900 mm, conforme a las restricciones de los aparatos de apoyo de la Prensa Universal AMSLER ubicada en instalaciones de Laboratorio de Tecnología de la Madera - Universidad Autónoma Juan Misael Saracho.
- El análisis realizado en las vigas I de ferrocemento, evaluará su desempeño estructural desde una configuración simplemente apoyada.

CAPÍTULO II

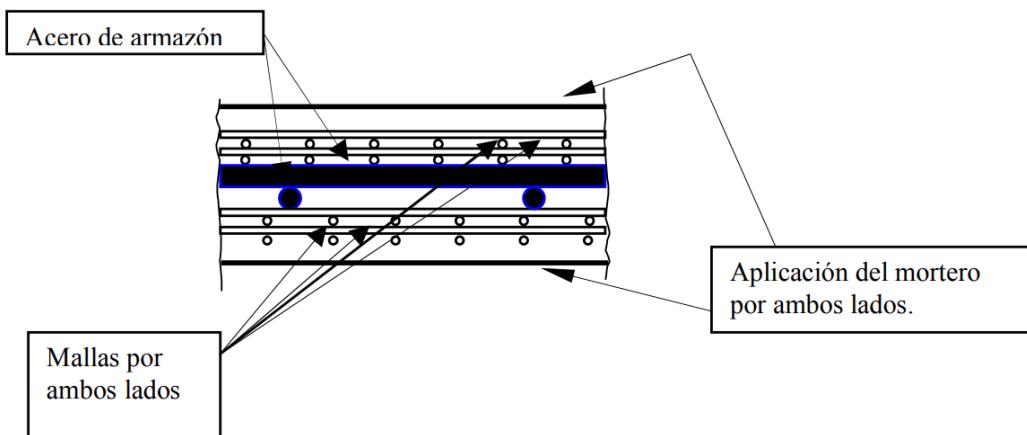
CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Ferrocemento

El ferrocemento es considerado un tipo de hormigón armado, no convencional, caracterizándose por ser un compuesto delgado hecho con una matriz de mortero a base de cemento hidráulico reforzado con capas próximas entre sí de malla de alambre continuo y de diámetro relativamente pequeño, una definición más amplia de ferrocemento incluiría el uso de acero de acero de armazón además del sistema de malla y una matriz cementosa que permite la encapsulación completa del sistema de malla de refuerzo, cuya fineza limitará el tamaño de los granos de arena más grandes utilizados en la matriz cementosa, esta a su vez puede contener o no fibras discontinuas para mejorar el rendimiento en compuestos híbridos cuando sea deseable. La malla puede estar hecha de materiales metálicos o también se pueden utilizar mallas de otros materiales que se consideren adecuados para la aplicación del ferrocemento (Naaman, 2000).

Figura 2.1. Sección típica de ferrocemento con acero esquelético



Fuente: Guía de Construcción para Estructuras de Ferrocemento (UNATSABAR, 2003).

2.1.1 Materiales constituyentes

2.1.1.1 Matriz de mortero

En presencia del agua, el cemento reacciona químicamente con ella en un proceso conocido como hidratación, formando un gel cementante. Con el tiempo, este gel se convierte en una masa sólida y dura que se conoce como pasta de cemento endurecido. Esta pasta, en su estado fresco aglutina y une las partículas del agregado (arena), formando un material cohesionado

y resistente conocido como mortero. Las propiedades del mortero no solo se rigen por el tipo y calidad de los materiales que lo constituyen, también por su relación de componentes.

Los requisitos generales para elementos de ferrocemento son: que tengan resistencia a la compresión, impermeabilidad, dureza y resistencia al ataque químico, lo más elevadas posibles y, tal vez el factor más importante de todos, que su consistencia se mantenga uniforme, compacta, sin huecos, detrás de las concentraciones del refuerzo y de las mallas.

La resistencia del mortero es inversamente proporcional a su relación agua/cemento, en tanto que su trabajabilidad es directamente proporcional a la cantidad de agua utilizada, por ello la matriz de mortero en el ferrocemento debe diseñarse de acuerdo con los procedimientos estándar de diseño de mezclas para mortero (Paul & Pama, 1992).

2.1.1.1.1 Cemento

El cemento es un conglomerante hidráulico que posee propiedades fundamentales de adhesión y cohesión, necesarias para unir agregados inertes como arena y grava, formando una masa sólida con resistencia mecánica y durabilidad adecuadas. Estas propiedades se desarrollan principalmente mediante la hidratación química, un proceso en el cual la adición controlada de agua permite al cemento fraguar, endurecerse y alcanzar características estructurales específicas (Nilson, 1999).

Composición química típica del Clinker Portland:

Cal combinada	(CaO)	62.5%
Sílice	(SiO_2)	21%
Alúmina	(Al_2O_3)	6.5%
Óxido de Hierro	(Fe_2O_3)	2.5%
Anhídrido sulfúrico	(SO_3)	3%
Cal libre	(CaO)	0%
Óxido de Magnesio	(MgO)	2%
Pérdida al fuego (P.F.)		2%
Residuo insoluble (R.I.)		1%
Álcalis	$(Na_2O + K_2O)$	0.5%

Componentes principales de los cementos:

- a) **Clínker Portland:** obtenido por calcinación a temperaturas entre 1400°C y 1500°C, generando silicatos cálcicos hidráulicos (C_3S , C_2S , C_3A , C_4AF), fundamentales para la resistencia inicial y final del cemento.
- b) **Clínker aluminoso:** producido por fusión controlada de calizas y bauxitas con un contenido mínimo de alúmina del 36%, utilizado especialmente en cementos refractarios o con requerimientos especiales de resistencia química y al calor.
- c) **Escorias siderúrgicas (S):** obtenidas mediante enfriamiento rápido (templado) de la ganga fundida generada en procesos metalúrgicos del acero. Su incorporación al cemento incrementa resistencia química y reduce el calor de hidratación.
- d) **Puzolanas naturales (P), cenizas volantes (V) y humo de sílice (D):** son materiales silíceos o alumino-silíceos que reaccionan químicamente con el hidróxido de calcio ($Ca(OH)_2$), producto de la hidratación del cemento, formando compuestos cementantes adicionales que mejoran la resistencia, durabilidad e impermeabilidad del hormigón.
- e) **Fillers calizos (L):** compuestos principalmente por carbonato cálcico molido finamente, mezclados con clínker Portland, que mejoran propiedades reológicas y la trabajabilidad, reducen la retracción y fisuración, y optimizan la hidratación del cemento (Varona Moya, López Juárez, & Bañón Blázquez, 2012).

Clasificación y especificaciones técnicas según Norma Boliviana NB 011-95:

- a) **Cemento Portland tipo I:** Constituido principalmente por clínker Portland en proporción no menor del 95% y componentes adicionales en máximo 5% en masa. Utilizado en obras estructurales generales sin exposición especial.
- b) **Cemento Portland con puzolana tipo IP:** Clínker Portland del 70% al 94%, puzolana natural del 6% al 30% y otros componentes adicionales hasta un máximo del 5%. Indicado en obras hidráulicas y en ambientes agresivos, por su alta durabilidad química y baja generación de calor.
- c) **Cemento Portland con filler calizo tipo IF:** Clínker Portland del 80% al 94%, filler calizo del 6% al 15% y otros componentes adicionales hasta un máximo del 5%. Adecuado para aplicaciones donde se valora especialmente la trabajabilidad y control de retracción.

d) Cemento puzolánico tipo P: Clíker Portland mínimo del 60%, con puzolanas naturales o cenizas volantes en hasta 40%, más otros componentes adicionales hasta 5%. Debe cumplir el ensayo de puzolanicidad según norma NB 642-95. Destaca por mejorar significativamente la resistencia química, durabilidad e impermeabilidad del hormigón.

Tabla 2.1. Tabla resumen de clasificación según NB 011

Tipos de cemento			Proporción en masa % (1)				Componentes Adicionales (%)
			Componentes principales				
Denominación	Designación	Tipo	Clinker (%)	Puzolana Natural (%)	Filler Calizo (%)		
Cemento Portland	Cemento Portland	I	95 a 100	-	-	0 a 5	
	Cemento Portland con Puzolana	IP	70 a 94	6 a 30	-	0 a 5	
	Cemento Portland con Filler Calizo	IF	80 a 94	-	6 a 15	0 a 5	
Cemento Puzolánico		P	≥ 60	≤ 40	-	0 a 5	

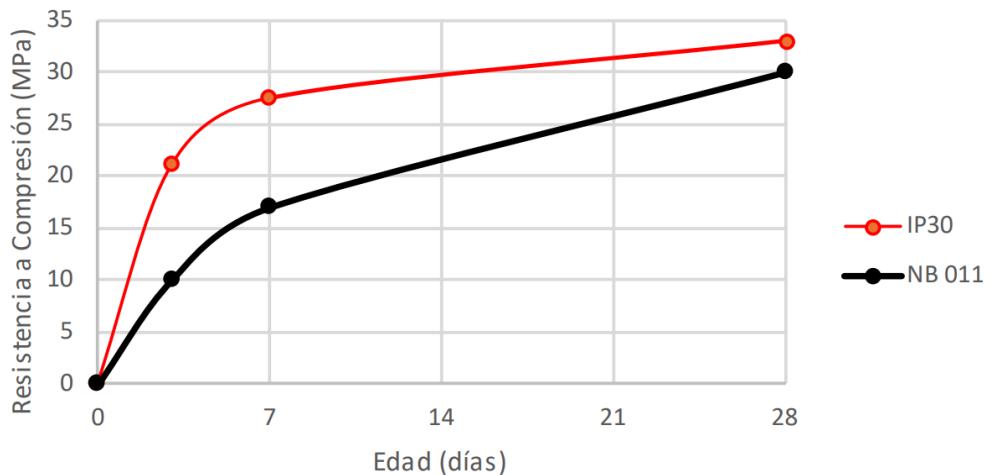
Fuente: Norma Boliviana NB 011-Cemento, 1995.

Cemento IP-30 “El Puente”

Según la clasificación mostrada en la tabla 2.1., por su composición, es un cemento portland que contiene como material cementante suplementario la puzolana, teniendo como característica una resistencia mínima a la compresión a los 28 días, de 30 MPa en mortero normalizado.

Este cemento estándar sobrepasa las especificaciones de resistencia de la Norma Boliviana NB-011, tal como se puede observar en el siguiente gráfico:

**Figura 2.2. Cemento “El Puente” IP-30
resistencia a compresión en cubos de mortero - NB 011**



Fuente: Ficha técnica de cemento El Puente IP-30.

En la siguiente tabla se resumen las características y criterios de empleo de este cemento:

Tabla 2.2. Características y criterios de empleo del cemento IP

Cemento portland Tipo IP-30	
Características	<ul style="list-style-type: none"> • Bajo calor de hidratación. • Baja retracción.
Limitaciones	<ul style="list-style-type: none"> • Resistencia mecánica media. • Poca resistencia química.
Indicado para	<ul style="list-style-type: none"> • Hormigón armado. • Hormigón en masa de pequeño o mediano volumen. • Pavimento y cimentaciones. • Estabilización de suelos. • Morteros.
No indicado para	<ul style="list-style-type: none"> • Obras en agua, terrenos o ambientes agresivos. • Macizos de gran volumen, sobre todo en dosificaciones altas.
Precauciones	<ul style="list-style-type: none"> • Cuidar el almacenamiento. • No debe prolongarse más de tres meses.

Fuente: Adaptado de Hormigón Armado (Jiménez Montoya et al., 2013).

2.1.1.1.2 Agregado fino

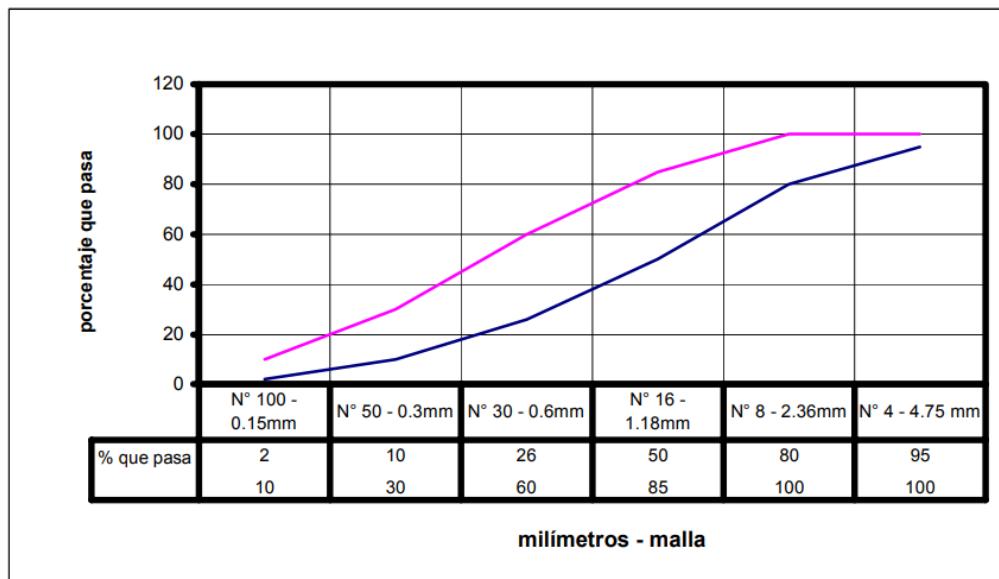
El término "agregado" hace referencia a los materiales inertes que se dispersan dentro de la pasta de cemento y constituye entre el 60% y el 70% del volumen total del mortero, los agregados deben ser capaces de generar una mezcla de trabajabilidad adecuada, que permitan una relación agua/cemento mínimo, para garantizar una penetración eficaz del mortero en la malla de refuerzo. Los agregados más comúnmente utilizados son las arenas naturales, que pueden ser mezclas de diversos tipos de materiales como sílice, roca basáltica o piedra caliza. Es crucial seleccionar adecuadamente los agregados, ya que el uso de arenas blandas puede provocar problemas de abrasión y reacciones químicas adversas a lo largo del tiempo. Además, un material con alta porosidad puede permitir la penetración de humedad dentro de secciones finas, lo cual afectaría negativamente tanto la durabilidad como el comportamiento estructural del mortero. Por lo tanto, la selección del agregado debe ser rigurosa para garantizar el rendimiento a largo plazo del ferrocemento. La granulometría de las partículas de arena es importante y debe cumplir, en lo posible, con las especificaciones de la norma ASTM C33 (UNATSABAR, 2003).

Tabla 2.3. Granulometría del agregado fino ASTM C33

Tamiz	% que pasa	
3/8” (9,50 mm)	---	100
Núm, 4 (4,75 mm)	95	a 100
Núm, 8 (2,36 mm)	80	a 100
Núm, 16 (1,18 mm)	50	a 85
Núm 30 (0,6 mm)	25	a 60
Núm, 50 (0,3 mm)	10	a 30
Núm, 100 (0,15 mm)	2	a 10
Núm, 200 (0,075 mm)	0	a 0

Fuente: Especificación estándar para agregados para concreto (ASTM C33/C33M-03).

Figura 2.3. Rangos límite deseables del tamaño del agregado



Fuente: Especificación estándar para agregados para concreto (ASTM C33/C33M-03).

2.1.1.3 Agua

La calidad del agua para mezclar el mortero es de vital importancia para el ferrocemento endurecido resultante. Las impurezas del agua pueden interferir en el fraguado del cemento y afectar adversamente la resistencia o provocar manchado en la superficie, y provocar la corrosión del refuerzo. El agua puede contener impurezas tales como arcillas, ácidos, sales solubles, materiales vegetales en descomposición y muchas otras sustancias orgánicas mientras estas se encuentren dentro de los límites prescritos en la norma ASTM C94/C94M. En ningún caso debe usarse agua con alto contenido de sulfatos para mezclar el mortero, ya que aumentará el riesgo de corrosión de la malla y del refuerzo (UNATSABAR, 2003).

2.1.1.2 Sistema de refuerzo

2.1.1.2.1 Acero esquelético

En la construcción de ferrocemento, el acero esquelético está conformado, por alambrones o barras de acero que sirve para la conformación del esqueleto del ferrocemento y sustenta las mallas. Dicho refuerzo es necesario para formar el esqueleto, que dará la forma de la estructura a construir, alrededor del cual se unen posteriormente las capas de malla (generalmente en ambos lados). El uso de acero esquelético, cuando el espesor del ferrocemento lo permite, puede ser muy rentable. Actúa como espaciador, lo que permite ahorrar en capas de malla. También aumenta significativamente la resistencia a la tracción y

al corte por punzonamiento del ferrocemento. Si bien no agrega mucho a la superficie específica del refuerzo (importante para el control del ancho de grieta), puede aportar una resistencia significativa a la flexión, aunque es menos efectivo porque generalmente se coloca en el medio de la sección. Las propiedades del refuerzo esquelético son típicamente las de las barras de refuerzo estándar o los alambrones de pretensado utilizados en estructuras de hormigón armado o pretensado (Naaman, 2000).

La norma NB 1225001, en su sección 20.2. establece que las barras y alambrones no pretensados deben presentar una geometría deformada (corrugas) para adherencia mecánica, donde la altura de corruja es $\geq 2\%$ del diámetro nominal, con un espaciado tal que haya al menos 5 resaltos por cada 100 mm de longitud, según ACI 318-14 sección 20.2.1.1, asegurando anclaje y control de fisuración, también se indican las propiedades mínimas que estos deben tener:

- Resistencia a la fluencia (f_y): $\geq 420 \text{ MPa}$ para barras longitudinales (Grado 60) y $\geq 280 \text{ MPa}$ para estribos transversales (Grado 40).
- Resistencia última (f_u): $\geq 1,25 \cdot f_y$, garantizando ductilidad post-fluencia.
- Elongación mínima (ε_u): $\geq 9\%$ en probeta de 200 mm, asegurando capacidad de deformación sin fractura.

En conjunto, la NB 1225001 asegura que el acero esquelético empleado en ferrocemento reúna los requisitos de resistencia, ductilidad, adherencia y calidad necesarios para integrarse eficazmente con las mallas y el mortero, garantizando el desempeño estructural esperado.

Tabla 2.4. Especificaciones para barras y alambres de armadura no pretensada

Uso	Aplicación	Valor máximo de f_y o f_{yt} permitido para cálculos de diseño, MPa	Normas ASTM aplicables			
			Barras corrugadas	Alambres corrugados	Armadura de alambre electrosoldado	Parrillas de barras soldadas
Flexión, fuerza axial, y retracción y temperatura	Sistemas sísmicos especiales	420	Véase 20.2.2.5	No permitido	No permitido	No permitido
	Otro	550	A615M, A706M, A955M, A996M	A1064M, A1022M	A1064M, A1022M	A184M ^[1]
Apoyo lateral de barras longitudinales o confinamiento de hormigón	Sistemas sísmicos especiales	700	A615M, A706M, A955M, A996M, A1035M	A1064M, A1022M	A1064M ^[2] , A1022M ^[2]	No permitido
	Espirales	700	A615M, A706M, A955M, A996M, A1035M	A1064M, A1022M	No permitido	No permitido
	Otro	550	A615M, A706M,	A1064M,	A1064M, A1022M	No permitido
Cortante	Sistemas sísmicos especiales	420	A615M, A706M, A955M, A996M	A1064M, A1022M	A1064M ^[2] , A1022M ^[2]	No permitido
	Espirales	420	A615M, A706M, A955M, A996M	A1064M, A1022M	No permitido	No permitido
	Fricción cortante	420	A615M, A706M, A955M, A996M	A1064M, A1022M	A1064M, A1022M (alambre liso electrosoldado)	No permitido
	Estríbos, estríbos cerrados de confinamiento	550	No permitido	No permitido	A1064M, A1022M (alambre corrugado electrosoldado)	No permitido
Torsión	Longitudinal y transversal	420	A615M, A706M, A955M, A996M	A1064M, A1022M	A1064M, A1022M	No permitido

[1] Las parrillas de barras soldadas se permite que sean ensambladas usando barras corrugadas que cumplen con A615M ó A706M.

[2] No se permite usar ASTM A1064M y A1022M en sistemas especiales sísmicos cuando se requiere que la soldadura resista tensiones provenientes de confinamiento, soporte lateral de barras longitudinales, cortante u otras acciones.

Fuente: Extraído de la Norma Boliviana NB 1225001.

2.1.1.2.2 Malla de refuerzo

Hasta ahora, las mallas de acero han sido el principal refuerzo de malla para el ferrocemento. Sin embargo, la investigación sobre mallas poliméricas o plásticas reforzadas con fibra trae alternativas e ímpetu adicionales a la construcción con ferrocemento, ya que el comportamiento del mismo depende en gran medida del tipo, grado de concentración, orientación, resistencia del refuerzo y de las dimensiones de las mallas que se distribuyen uniformemente en la masa del mortero.

Las mallas de acero para ferrocemento incluyen mallas cuadradas tejidas o soldadas, mallas de alambre de forma hexagonal y láminas de metal expandido. A excepción de la malla metálica expandida, todas las mallas utilizadas deben ser preferiblemente galvanizadas para asegurar la resistencia a la corrosión (Naaman, 2000).

La Norma Boliviana NB 1225001, al adoptar los requerimientos del ACI 318-14 y remitir para el refuerzo en compuestos cementicios a la especificación ASTM A1064/A1064M, define a la malla electrosoldada como un conjunto prefabricado de hilos de acero de refuerzo dispuestos en sentidos ortogonales y unidos por soldadura por resistencia eléctrica en cada intersección. La malla de alambre liso electrosoldado según R20.2.1.7 se considera como elemento corrugado, debido a que el punto de soldadura por resistencia eléctrica proporciona un anclaje mecánico equivalente al de las corrugas, cumpliendo con la exigencia “resaltos \geq 2% del diámetro” y “ \geq 5 resaltos en 100 mm” especificada para refuerzo corrugado.

Tabla 2.5. Tipos de mallas para ferrocemento

Tipos		Norma	Descripción
Hexagonal de alambre (malla de gallinero)			Fácil de manejar, se forma por el trenzado de alambres galvanizados, se fabrica con alambre estirado en frío.
Malla electro-soldada		ASTM A185	Está formada por alambres rectilíneos de acero, dispuestos de manera que forman cuadrados o rectángulo, soldados entre sí, en los puntos de contacto.
Malla cuadrada tejida		ASTM E2016-99	Es una malla tejida, en la que los alambres están simplemente entrelazados, formando una malla cuadrada o rectangular, los alambres no están perfectamente derechos y existe un cierto grado de ondulación, según pruebas estas mallas se comportan tan bien o mejor que la malla hexagonal o cuadrada soldada.
Malla de metal expandido		ASTM C 847	Se forma cortando una hoja delgada de metal desplegado para hacer aberturas en forma de diamante. La desventaja de este material es que tiende a abrirse debido a la acción de “tijera” de la malla en forma de diamante; obviamente existe un límite en cuanto al tamaño y peso de este material para evitar la acción de “tijera”.

Fuente: Guía de Construcción para Estructuras de Ferrocemento (UNATSABAR, 2003).

Este sistema de refuerzo debe cumplir las siguientes características técnicas mínimas:

- Acero al carbono, grado mínimo G40 ($f_y \geq 280 \text{ MPa}$).
- Resistencia última (f_u): $\geq 1,25 \cdot f_y$
- Ductilidad (elongación ε_u): $\geq 9\%$ en probeta de 200 mm.
- Resistencia al corte en soldadura: $\geq 0,75 \cdot f_y \cdot A_w$ (A_w = área del alambre en la soldadura), garantizando que la soldadura no sea el eslabón más débil.

- Diámetro nominal del alambre conforme a ASTM A510/A510M-18 varia de 0.9 mm a 25 mm de diámetro con tolerancia de $\pm 0.05\text{ mm}$.
- Espaciamiento entre ejes de alambre: típicamente $25 \times 25\text{ mm}$ a $150 \times 150\text{ mm}$; tolerancia $\pm 2\text{ mm}$.

2.1.2 Consideraciones en elementos de ferrocemento

Una visión general de la composición del ferrocemento, los parámetros de refuerzo y las propiedades se proporciona a continuación:

Tabla 2.6. Características del compuesto

Propiedades del ferrocemento	Espesor	$6 = d_w = 50\text{ mm}$, (preferible $< 30\text{ mm}$)
	Recubrimiento del acero	$1,50 = d' = 3,0\text{ mm}$
	Resistencia última a tracción	Hasta 35 MPa
	Deformación última a tracción	0,0035 o la deformación última del refuerzo
	Esfuerzo permisible a tracción	$0,6 f_y$ o hasta 14 MPa
	Módulo de ruptura	Hasta 70 MPa
	Relación flexión/tracción	de 2,0 a 2,5
	Resistencia a la compresión	de 12 a 96 MPa
	Ancho de fisuras W	$0,05\text{ mm} = W = 0,10\text{ mm}$

Fuente: Adaptado de Ferrocemento y Compuestos Cementosos Laminados (Naaman, 2000).

Tabla 2.7. Características del refuerzo para ferrocemento

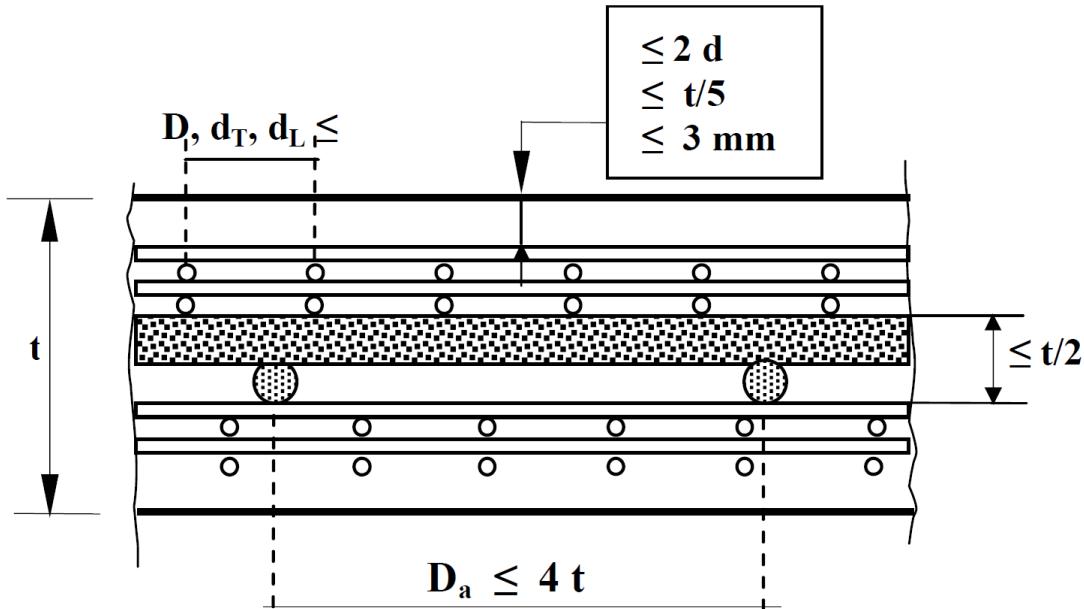
Mallas de acero	Diámetro del alambre	$0,50 \leq d_w \leq 1,50\text{ mm}$
	Tipo de malla	Malla de alambre galvanizada cuadrada, hexagonal o de metal expandido
	Tamaño de abertura	$0,50 \leq D \leq 1,50\text{ mm}$
	Número de capas de malla	6 capas por cm de espesor
	Fracción de volumen de refuerzo	Hasta 8% en ambas direcciones equivalente a 630 kg/m^3 por malla de acero de refuerzo
	Superficie específica de refuerzo	Hasta $4\text{ cm}^2/\text{cm}^3$ en ambas direcciones
Acero esqueletal	Tipo	Alambres, varillas, barras
	Diámetro	$3,0 \leq d_b \leq 10,0\text{ mm}$
	Tamaño de la rejilla	$50,0 \leq d_b \leq 150,0\text{ mm}$

Fuente: Adaptado de Ferrocemento y Compuestos Cementosos Laminados (Naaman, 2000).

2.1.2.1 Detalles de refuerzo y recubrimiento del compuesto

Para asegurar un buen comportamiento del ferrocemento, el refuerzo debe colocarse mediante el siguiente criterio:

Figura 2.4. Disposición del sistema de refuerzo en el ferrocemento



Fuente: Guía de Construcción para Estructuras de Ferrocemento
(UNATSABAR, 2003).

El recubrimiento recomendado del refuerzo es aproximadamente 2 mm . Sin embargo, se puede usar un valor menor siempre que el refuerzo esté galvanizado, la superficie esté protegida con un recubrimiento adecuado y el ancho de la fisura esté limitado por el espaciamiento de la malla (UNATSABAR, 2003).

Ahora bien, se recomienda tentativamente que para un material de ferrocemento dado (sin refuerzo esquelético) con un grosor t , el espaciamiento recomendado de los alambres transversales, s , no debe ser mayor que h . Además, el número de capas de malla, n , debe ser preferiblemente tal que:

$$n \geq 0.16 \cdot h, \text{ donde } h \text{ está en } \text{mm}. \quad (2.1)$$

Si se utiliza refuerzo esquelético, se recomienda que el refuerzo esquelético no ocupe más del 50% del grosor del material de ferrocemento. Si h' es el grosor en el cual se distribuyen las mallas, el número de capas de malla debe ser preferiblemente tal que:

$$n \geq 0.16 \cdot h', \text{ donde } h' \text{ está en } \text{mm}. \quad (2.2)$$

2.1.2.2 Fracción de volumen de refuerzo

La fracción de volumen del refuerzo (V_f), es el volumen de refuerzo por unidad de volumen de ferrocemento, siendo la relación entre el volumen de refuerzo y el volumen del compuesto (refuerzo y matriz) (ACI 549, 2018). Se tiene que:

$$V_f = \frac{V_{refuerzo}}{V_{compuesto}} \quad (2.3)$$

Donde:

$V_{refuerzo}$: Volumen total de refuerzo (mallas y acero esquelético).

$V_{compuesto}$: Volumen total del ferrocemento (refuerzo y matriz).

Este parámetro es adimensional y expresa la proporción de refuerzo en el compuesto, el volumen de refuerzo incluye el acero esquelético.

Al dividir V_f entre el número de capas de malla dispuestas en el elemento, se obtiene la siguiente expresión:

$$V_{fi} = \frac{V_f}{N} \quad (2.4)$$

Donde:

V_{fi} : Fracción de volumen de refuerzo para la capa de malla i .

N : Número de capas de malla.

2.1.2.3 Factor de eficiencia del refuerzo

El factor de eficiencia del refuerzo, denotado como η , es un parámetro esencial en el diseño de elementos estructurales de ferrocemento, particularmente cuando se analizan esfuerzos de flexión y tensión. Este factor cuantifica la efectividad de la malla de refuerzo en transmitir esfuerzos dentro de la matriz de mortero, considerando las características geométricas y mecánicas de la malla, así como su interacción con el mortero.

Representa la relación entre la resistencia efectiva de la malla de refuerzo y su resistencia teórica máxima, considerando la anisotropía de las mallas utilizadas en ferrocemento (como mallas electrosoldadas, mallas expandidas o mallas de alambre tejido) que tienen comportamientos diferentes en direcciones longitudinales (L), transversales (T) y angulares (θ). Por lo tanto, η varía según la dirección de análisis.

El valor de η depende de múltiples factores, entre los cuales destacan:

- **Tipo de malla:** Mallas con mayor área de contacto con el mortero (por ejemplo, mallas expandidas) tienden a tener valores de η más altos debido a una mejor transferencia de esfuerzos.
- **Orientación de la malla:** En la dirección longitudinal (ηL), la eficiencia suele ser mayor porque los alambres o fibras están alineados con la dirección principal del esfuerzo. En la dirección transversal (ηT), la eficiencia puede ser menor debido a la menor contribución de los alambres perpendiculares.

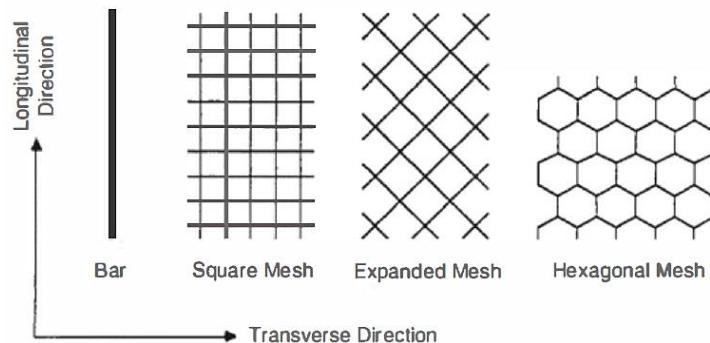
En lugar de los valores derivados de pruebas para un sistema de malla particular, se pueden usar los valores de η dados en la Tabla 2.8. (Naaman y Homrich, 1986) para tipos comunes de refuerzo y direcciones de carga. El factor de eficiencia global se aplica tanto si el refuerzo está en las zonas de tracción como en las de compresión del miembro. Las definiciones de las direcciones del refuerzo se ilustran en la Figura 2.9.

Tabla 2.8. Valores del factor de eficiencia global η del refuerzo

		Woven square mesh	Welded square mesh	Hexagonal mesh	Expanded metal mesh	Longitudinal bars
Global efficiency factor	Longitudinal η_L	0.50	0.50	0.45	0.65	1
	Transverse η_T	0.50	0.50	0.30	0.20	0
	At 45 degrees $\eta_{\theta} = 45$	0.35	0.35	0.30	0.30	0.70

Fuente: Guide to Ferrocement (ACI 549-18).

Figura 2.5. Direcciones longitudinales y transversales asumidas para el refuerzo



Fuente: Guide to Ferrocement (ACI 549-18).

El factor de eficiencia global η , cuando se multiplica por la fracción de volumen del refuerzo, da la fracción de volumen equivalente (o proporción de refuerzo equivalente) en la dirección

de carga considerada, conduce a un área equivalente (efectiva) de refuerzo por capa de malla en esa dirección de carga.

Para mallas cuadradas, ($\eta = 0.5$) cuando la carga se aplica en una de las direcciones principales. Para una barra de refuerzo cargada a lo largo de su eje, ($\eta = 1$).

2.1.2.4 Área efectiva del refuerzo

El área efectiva del refuerzo representa la porción del área total de la malla que contribuye activamente a resistir los esfuerzos de tensión en una sección fisurada. Esta área no es igual al área total de la malla, debido a factores como la distribución no uniforme de esfuerzos en la malla y la anisotropía de la misma, que hace que su contribución varíe según la dirección de carga.

La expresión propuesta por Naaman y Homrich (1986) para determinar el área de refuerzo por capa de malla considerada efectiva es la siguiente:

$$A_{si} = \eta \cdot V_{fi} \cdot A_c \quad (2.5)$$

Donde:

A_{si} : Área efectiva del refuerzo para la capa de malla i.

η : Factor de eficiencia global del refuerzo en la dirección de carga.

A_c : Área bruta de la sección transversal del mortero.

2.1.2.5 Módulo efectivo del refuerzo

Aunque las definiciones de la mayoría de las propiedades del ferrocemento son las mismas que para el hormigón armado, una propiedad que puede ser diferente es el módulo efectivo del sistema de refuerzo. Esto se debe a que el módulo elástico de una malla (acero u otro) no es necesariamente el mismo que el módulo elástico del filamento (alambre u otro) del cual está hecha.

Para tener en cuenta los efectos del tipo de malla de refuerzo, se utiliza el término del módulo efectivo del sistema de refuerzo, denominado (E_r).

En el caso de las mallas de acero soldadas, Naaman y Homrich (1986) realizaron ensayos de tracción y compararon los resultados con el comportamiento de los alambres individuales, donde encontraron que la relación esfuerzo-deformación de las mallas soldadas era lineal y consistente con el módulo elástico de los alambres de acero. Por lo tanto, E_r puede tomarse igual al módulo elástico de los alambres de acero; para otras mallas, E_r puede determinarse a partir de pruebas de tracción en el compuesto de ferrocemento.

2.2 Características de los materiales

2.2.1 Matriz de mortero

2.2.1.1 Comportamiento del mortero bajo diferentes tipos de esfuerzos

- **Comportamiento bajo esfuerzo de compresión**

La resistencia del mortero a la compresión según ACI 549 en su sección 6.1.1. se determina a partir de cilindros estándar con 150 mm de alto y 75 mm de diámetro teniendo una relación altura/diámetro igual a 2 y ensayados de acuerdo con la norma ASTM C39/C39M, donde los cilindros son cargados longitudinalmente a una velocidad de deformación pequeña de tal modo que se llegue a la tensión máxima (resistencia a la compresión a los 28 días), esta varía dependiendo de las características de los agregados y la relación agua/cemento de la mezcla de mortero.

El módulo de elasticidad para el mortero, puede aproximarse con la siguiente fórmula (ACI 19.2.2.1.a):

$$E_c = 0.043 \cdot w_c^{1.5} \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.6)$$

Donde:

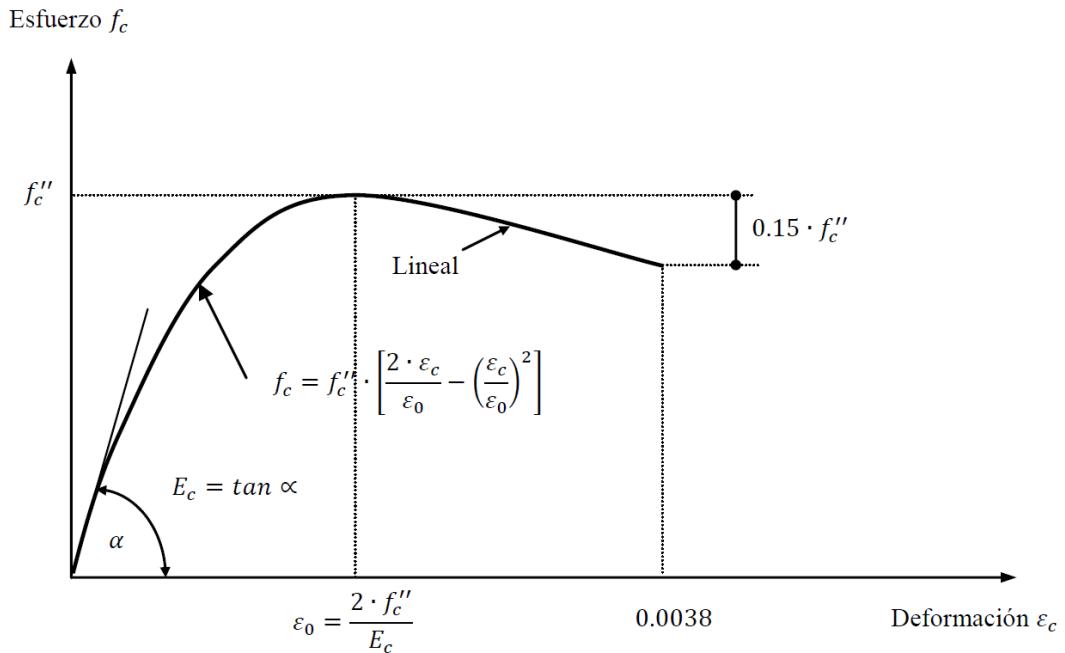
w_c : Peso unitario del mortero en (kg/m^3)

f'_c : Resistencia característica cilíndrica de compresión a los 28 días en (MPa).

La Ecuación (2.6) fue determinada utilizando cargas de corta duración y es válida para valores, del peso unitario del hormigón, que están entre el rango de 1440 (kg/m^3) y 2560 (kg/m^3). Asimismo, esa ecuación proporciona el módulo secante a un esfuerzo de aproximadamente ($0.5 \cdot f'_c$).

Para la representación de la curva esfuerzo-deformación del mortero de acuerdo a mencionado en la norma ACI 549, se puede representar de forma aproximada mediante el modelo constitutivo de Hognestad, que se muestra en la Figura 2.10.

Figura 2.6. Curva esfuerzo-deformación de Hognestad

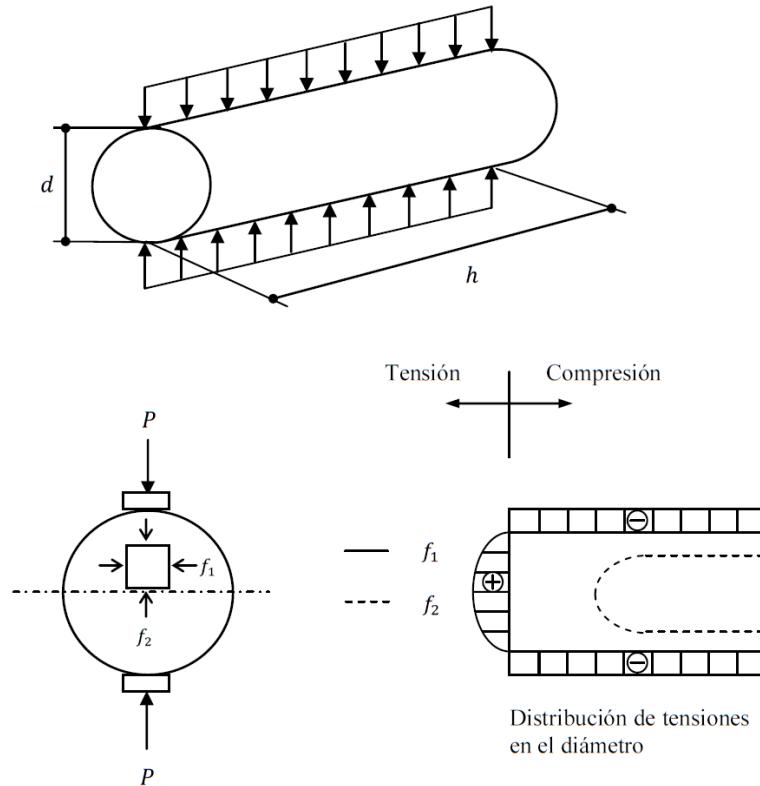


Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

- **Comportamiento bajo esfuerzo de tracción**

La resistencia del mortero a esfuerzos de tracción está por debajo del 20% de su resistencia a la compresión, sin embargo, debido a la dificultad de sujetar las probetas y a las incertidumbres de tensiones secundarias inducidas por los aparatos de sujeción, el ensayo de tracción directa no es realizado, en cambio puede ser medida indirectamente en términos del esfuerzo de tracción que fractura un cilindro de hormigón colocado horizontalmente y cargado a lo largo de su diámetro.

Figura 2.7. Determinación de la resistencia a tracción



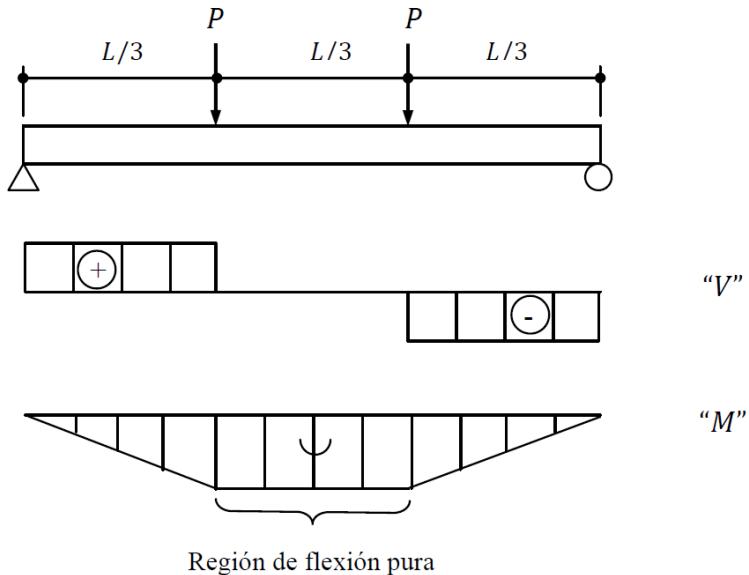
Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

El esfuerzo de tracción a través del diámetro en el momento de la rotura es:

$$f_{ct} = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot h \cdot d} \quad (2.7)$$

La resistencia a esfuerzos de tracción también puede ser calculada por ensayos a la flexión en vigas de mortero de sección cuadrada. La resistencia a la tracción en flexión es conocida como el módulo de ruptura (f_r). Este módulo es calculado utilizando la fórmula del esfuerzo por flexión.

Figura 2.8. Ensayo en viga para determinar la resistencia a la tracción



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

$$f_r = \frac{M}{S} \quad (2.8)$$

Donde:

M: Momento flector al momento de la falla.

S: Módulo de la sección transversal.

La resistencia por el ensayo de rotura del cilindro está entre el 50% y el 70% del valor del módulo de rotura. Esta diferencia se debe mayormente a la distribución de tensiones del elemento a flexión debido a que ésta es no lineal en el momento de falla.

El módulo de ruptura f_r puede ser correlacionado con la resistencia cilíndrica a la compresión f'_c mediante la siguiente ecuación:

$$f_r = K \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.9)$$

Para hormigones normales K varía entre 0.58 y 1.08; en consecuencia, el código ACI en su sección 19.2.3.1 recomienda tomar 0.62 como un valor conservador.

$$f_r = 0.62 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.10)$$

Donde:

λ : Factor que considera las propiedades mecánicas reducidas de hormigones de peso liviano, relativa a los hormigones de peso normal de igual resistencia a la compresión (ACI 19.2.4.1).

Figura 2.9. Valores de λ con base en la composición del agregado

w_c (kg/m ³)	λ	
≤ 1600	0.75	(a)
$1600 < w_c \leq 2160$	$0.00047 w_c \leq 1.0$	(b)
> 2160	1.0	(c)

Fuente: Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19).

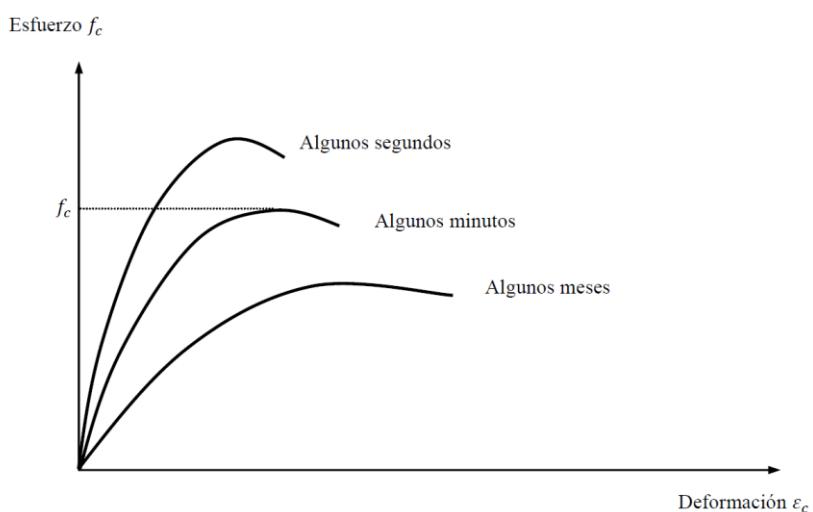
- Influencia de la velocidad de carga**

Cuando la carga se aplica rápidamente (en unos segundos) la resistencia de la probeta se incrementa en aproximadamente un 20% con respecto a la resistencia de la probeta ensayada de manera estándar, mientras que si la carga se aplica muy lentamente (en unos meses), la resistencia se ve reducida en un porcentaje similar.

Para el diseño de elementos de ferrocemento se toma la resistencia a los 28 días de la matriz de mortero y se ignora la disminución que ésta sufre a causa de la aplicación de las cargas a largo plazo debido al sistema constructivo que se utiliza. Sin embargo, también suele ignorarse la ganancia en resistencia que se experimenta a medida que transcurre el tiempo.

Dado que los compuestos cementicios usualmente ganan una resistencia entre 20% a 40% por encima de la que corresponde a los 28 días (hidratación después de este período), esto implica que ambas suposiciones tienden a compensarse y por lo tanto en general las hipótesis de diseño son seguras en este aspecto.

Figura 2.10. Influencia de la velocidad de carga en la curva tensión-deformación

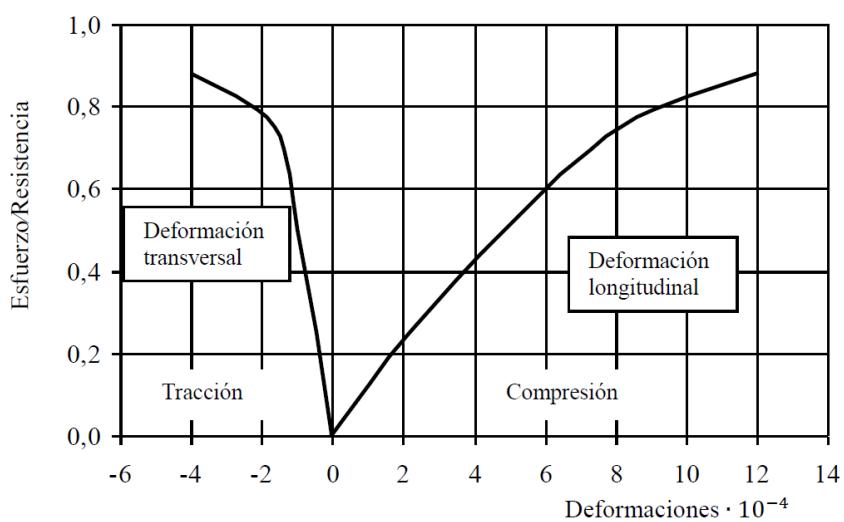


Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

- **Módulo de Poisson**

La relación entre la deformación transversal y la deformación en la dirección de la carga uniaxial aplicada es llamada módulo de Poisson (ν) que varía entre 0.15 y 0.20 para hormigón. Dado que no hay información disponible sobre la variación del módulo de Poisson con respecto a las propiedades del mortero al considerar la compatibilidad de este mismo con el hormigón se puede llegar a asumir un valor de módulo de Poisson igual a: “0.20” para el mortero, de acuerdo a las consideraciones hechas por Bin-Omar, Abdel-Rahman y Al-Sulaimani (1989).

Figura 2.11. Deformaciones longitudinales y transversales medidas en una probeta sometida a compresión uniaxial



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

La Figura 2.16 muestra las deformaciones medidas en una probeta ensayada en compresión hasta la rotura. Durante la mayor parte del rango de cargas el volumen del espécimen decrece, pero cuando se alcanzan esfuerzos elevados, cercanos a la resistencia a compresión de la probeta, las deformaciones transversales se vuelven tan altas que el volumen de la probeta comienza a crecer, lo cual es un indicador de que la resistencia a compresión está siendo alcanzada. La falla de una probeta cargada uniaxialmente en compresión generalmente va seguida por el alejamiento de las fibras paralelas cargadas y un incremento de volumen (Córdova Alvestegui, 2015).

2.2.2 Acero de refuerzo

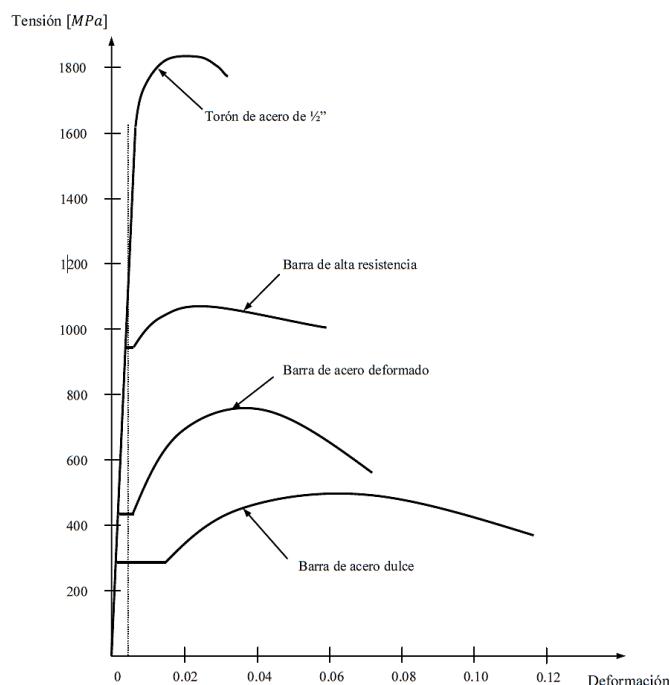
- **Comportamiento del acero bajo esfuerzo monótono**

Las curvas típicas tensión-deformación de las barras de acero que se utilizan en hormigón armado son obtenidas de barras de acero cargadas monótonamente a tracción. El módulo de elasticidad del acero (E_s) está dado por la pendiente de la parte lineal elástica de la curva, que para el caso del acero es generalmente tomado como 200000 MPa .

El esfuerzo en el punto de fluencia, llamado tensión de fluencia, es una propiedad importante del acero de refuerzo, se denomina como (f_y).

El factor que afecta las propiedades mecánicas y la curva esfuerzo-deformación del acero es su composición química, donde la introducción de carbono y aditivos de aleación en el acero aumenta su resistencia, pero corresponde una disminución de la deformabilidad de los aceros, y por lo tanto una reducción en la capacidad de disipación de energía, generalmente cuantificada por el factor de ductilidad. La deformabilidad de los aceros también se ve disminuida por los procesos de endurecimiento en frío a que puedan ser sometidos.

Figura 2.12. Tensión de fluencia para aceros con punto de fluencia no definido



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

En la Figura 2.13, se muestran los resultados obtenidos de los ensayos realizados a diferentes tipos de acero y comparando las curvas tensión-deformación, observándose que, al aumentar

la resistencia del acero, la platea de fluencia va disminuyendo hasta desaparecer en el acero de pretensado.

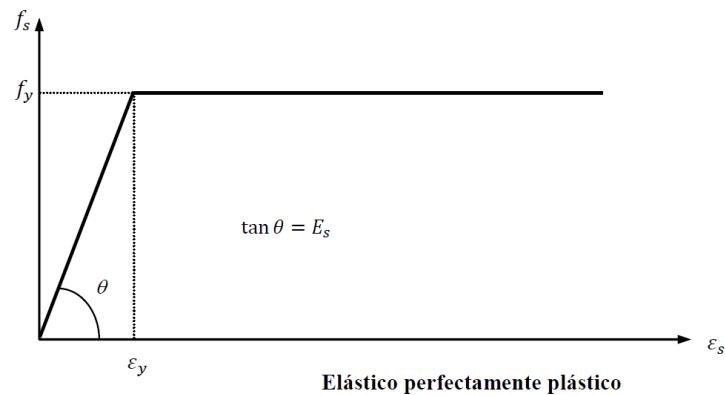
- **Curvas idealizadas tensión-deformación para acero en tracción o compresión**

En el diseño de elementos estructurales, para simplificar los cálculos se pueden asumir diferentes tipos de curvas que representan de una manera aproximada el comportamiento del acero.

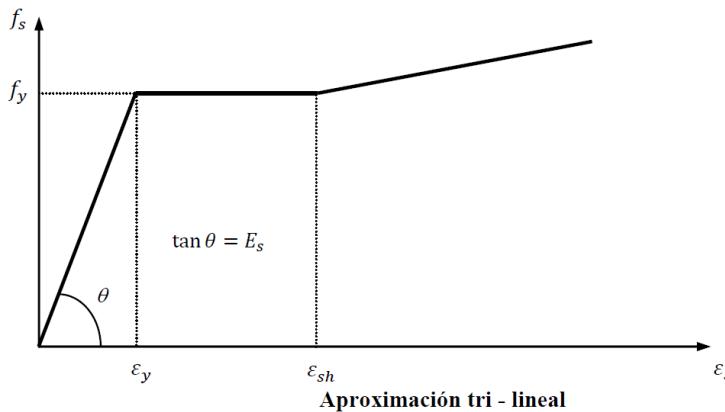
La más simple y utilizada de todas las idealizaciones es la llamada “elástica perfectamente plástica”, donde la primera parte es elástica y lineal hasta el punto de fluencia y a partir de ese punto se asume que el acero no puede resistir mayores cargas por lo que el diagrama se mantiene constante en lo que se llama la zona plástica. En esta idealización no se toma en cuenta la fase de endurecimiento por deformación del acero.

La segunda idealización es llamada “aproximación tri-lineal” porque todo el comportamiento del acero es representado por tres líneas rectas. En esta idealización la fase de endurecimiento por deformación es asumida lineal (Córdova Alvestegui, 2015).

Figura 2.13. Diferentes idealizaciones de la curva tensión-deformación para el acero



Elástico perfectamente plástico



Aproximación tri - lineal

Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

2.3 Teoría de flexión en elementos de ferrocemento

Para el desarrollo de la teoría de flexión en el análisis y diseño de vigas de ferrocemento es necesario considerar ciertas suposiciones fundamentales, para la simplificación y reducción de incertidumbres y variables del problema.

2.3.1 Flexión en vigas de material homogéneo, elástico e isótropo

El ferrocemento es un material no homogéneo porque está constituido por dos tipos de material totalmente distintos (mortero, acero), además no tiene un comportamiento elástico, y por último no es isótropo, porque no presenta las mismas propiedades en todas sus direcciones. Por lo tanto, los procedimientos utilizados para el diseño de vigas de materiales homogéneos, no se aplican. Pero, algunos principios fundamentales se pueden mantener y sobre la base de ellos desarrollar un método para el diseño y análisis en del ferrocemento.

Los principios fundamentales que intervienen en el diseño de vigas de material elástico, homogéneo e isótropo son los siguientes:

- En cualquier sección transversal existe una distribución de esfuerzos que puede ser descompuesta en dos componentes: una perpendicular (normal) y la otra paralela (tangencial) a la sección. Los esfuerzos normales a la sección son los esfuerzos por flexión y son los que resisten los momentos flectores, mientras que los esfuerzos tangenciales son los esfuerzos por corte y son los que resisten las fuerzas cortantes.
- Una sección transversal del elemento que era plana antes de la aplicación de las cargas, se mantiene plana una vez que las cargas actúan sobre el elemento. Esto quiere decir que la distribución de los esfuerzos a lo largo de la sección transversal es lineal y proporcional a la distancia desde el eje neutro.
- Los esfuerzos normales (esfuerzos por flexión), dependen de la deformación de la sección en el punto considerado de acuerdo a la variación de la curva tensión-deformación. Para un material elástico, el esfuerzo f es igual a la deformación ε multiplicada por el módulo de elasticidad.
- La distribución de los esfuerzos de corte v en la sección transversal depende de la forma de la sección y del diagrama tensión-deformación del material. Los esfuerzos cortantes son mayores a nivel del eje neutro y cero en las fibras extremas, además estos esfuerzos son iguales en planos verticales y horizontales de un punto.

En cualquier punto a lo largo y alto del elemento se pueden hallar los esfuerzos principales de compresión f_2 y tracción f_1 conociendo los esfuerzos cortantes y de flexión en ese punto y utilizando la técnica del círculo de Mohr o las ecuaciones correspondientes.

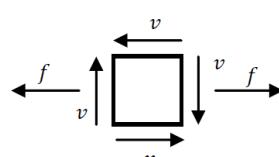
Tracción principal:

$$f_1 = \frac{1}{2} \cdot (f + \sqrt{f^2 + 4 \cdot v^2}) \quad (2.11)$$

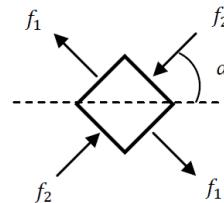
Compresión principal:

$$f_2 = \frac{1}{2} \cdot (f - \sqrt{f^2 + 4 \cdot v^2}) \quad (2.12)$$

Figura 2.14. Esfuerzos en un punto cualquiera de una viga



Esfuerzos de corte y flexión



Esfuerzos principales

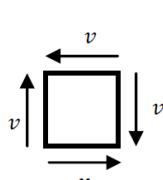
Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

El esfuerzo principal tiene un ángulo α con la horizontal que puede hallarse con la siguiente ecuación:

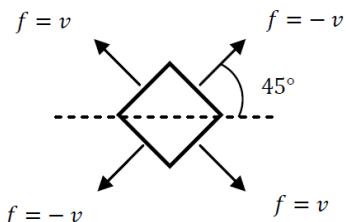
$$\tan(2 \cdot \alpha) = \frac{2 \cdot v}{f} \quad (2.13)$$

Como los esfuerzos cortantes verticales y horizontales son iguales y como los esfuerzos por flexión son cero en el plano del eje neutro, los esfuerzos principales en cualquier punto de ese plano forman un ángulo de 45° con la horizontal y tienen una intensidad igual al esfuerzo cortante.

Figura 2.15. Esfuerzos en un punto cualquiera sobre el eje neutro de la viga



Esfuerzos de corte



Esfuerzos principales

Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

Cuando se tiene un comportamiento elástico del material o el nivel de esfuerzo se mantiene dentro del rango de comportamiento elástico de ese material, entonces el eje neutro pasa por el centro de gravedad de la sección y los esfuerzos por flexión f y corte v pueden ser hallados utilizando las ecuaciones típicas de la resistencia de materiales.

$$f = \frac{M \cdot y}{I} \quad (2.14)$$

$$f_{max} = \frac{M \cdot c}{I} = \frac{M}{S} \quad (2.15)$$

$$v = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b} \quad (2.16)$$

Donde:

f : Esfuerzo de flexión a una distancia y desde el eje neutro.

M : Momento flector externo en la sección.

y : Distancia desde el eje neutro al punto considerado de la sección.

I : Momento de inercia de la sección alrededor del eje neutro.

c : Distancia desde el eje neutro a la fibra extrema.

S : Módulo de la sección transversal I/c .

v : Esfuerzo de corte (horizontal o vertical) en cualquier punto de la sección.

V : Fuerza cortante externa en la sección.

Q : Momento estático, alrededor del eje baricéntrico, de la porción de la sección transversal entre la línea del punto en cuestión y la fibra extrema más cercana (superior o inferior) de la viga.

b : Ancho de la sección en donde se determina la tensión de corte.

2.3.2 Suposiciones básicas de la teoría de flexión en el ferrocemento

Para el desarrollo de una teoría sencilla y que pueda ser aplicada en la práctica, se deben realizar una serie de suposiciones para facilitar el desarrollo de las ecuaciones que predicen el comportamiento de una sección de ferrocemento sometida a esfuerzos de flexión. Para ello, se van a considerar las siguientes suposiciones:

- 1) Las secciones planas antes de la flexión se siguen manteniendo planas después de ella.
- 2) La curva tensión – deformación para el acero es conocida.
- 3) La resistencia a la tracción de la matriz de mortero no es tomada en cuenta.

- 4) La curva tensión-deformación es conocida para la matriz de mortero y ésta define la magnitud y distribución del esfuerzo de compresión.
- 5) El acero y el mortero trabajan como una sola unidad.

La primera suposición que corresponde al principio de Navier-Bernoulli, implica que la deformación longitudinal en la matriz de mortero y en el acero de refuerzo en varios puntos a través de la sección transversal será proporcional a la distancia desde el eje neutro. Ciertamente esta suposición es correcta en la zona de compresión de la matriz de mortero, pero en la zona de tracción las fuerzas producen cierto deslizamiento del acero de refuerzo con respecto a la matriz de mortero y esto significa que la suposición no es completamente aplicable cerca de las fisuras. Sin embargo, si se mide la deformación en una longitud que incluye varias fisuras, se encuentra que el principio de Navier-Bernoulli es aplicable a la deformación promedio medida.

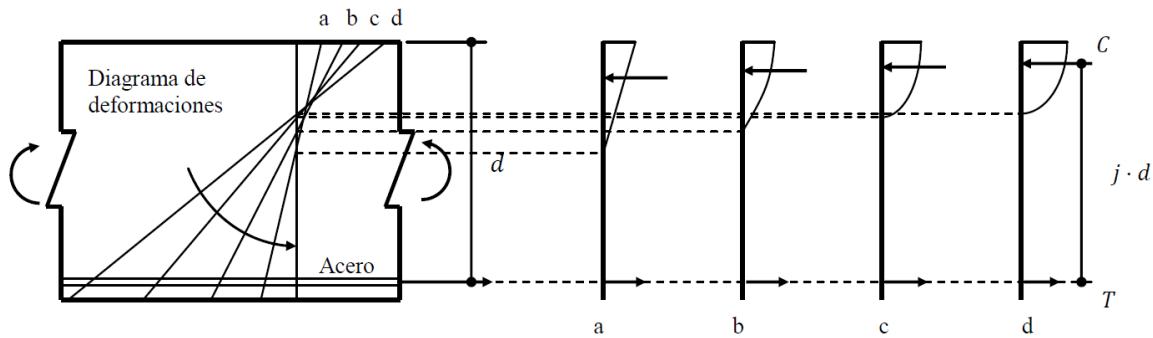
La segunda suposición significa que las propiedades del acero están bien definidas. Normalmente se utiliza la idealización elástica perfectamente plástico para la curva tensión-deformación del acero. Eso presume que el incremento de tensión por endurecimiento pasado el punto de fluencia es ignorado, tal como lo indica la sección 20.2.2.1 del código ACI 318. Esta suposición es razonable debido a que no es conveniente confiar en un incremento de la resistencia del acero en la fase plástica, sobre todo si la ley constitutiva no es conocida.

La tercera suposición nos dice que cualquier tensión de tracción que existe en el hormigón por debajo del eje neutro es pequeña y tiene un pequeño brazo de palanca. Por lo que, de existir alguna contribución en la resistencia a flexión, no se comete un error apreciable al ignorarla.

La cuarta suposición es necesaria para estimar el comportamiento de la sección. Debido a que las deformaciones en la matriz de mortero comprimida son proporcionales a la distancia desde el eje neutro, las curvas tensión-deformación de la matriz de mortero, descrita anteriormente, indican la forma del bloque de esfuerzos de compresión para varias etapas de carga. En la siguiente figura se puede apreciar cómo cambia la forma del diagrama de esfuerzos en la zona comprimida (por encima del eje neutro) a medida que se incrementa el momento flector en la sección. Cuando el momento es pequeño, la distribución de esfuerzos es triangular y a medida que éste se incrementa, el esfuerzo se curva hasta tener la forma

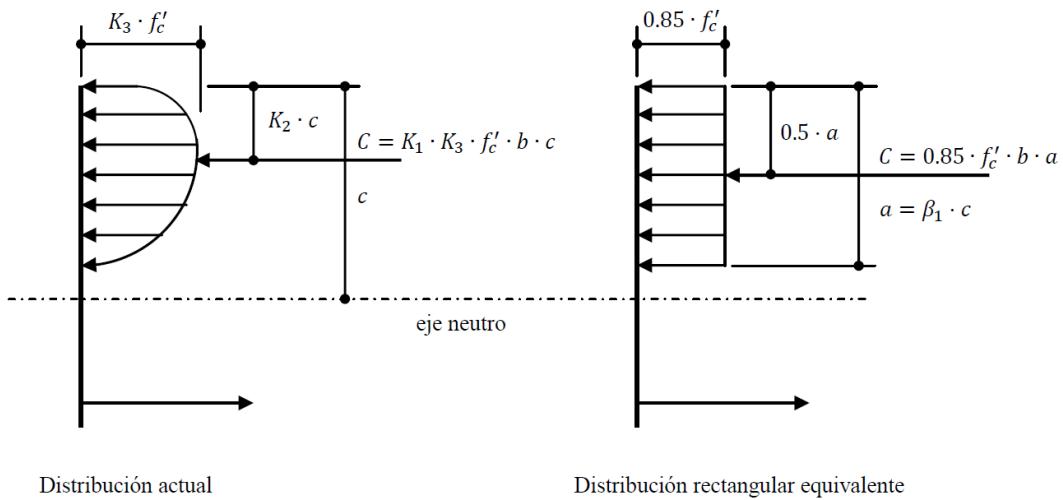
aproximada de una parábola, que representa el comportamiento que tiene la matriz de mortero a compresión (Córdova Alvestegui, 2015) .

Figura 2.16. Distribución de tensiones de compresión correspondientes a diferentes diagramas de deformación



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

Figura 2.17. Distribución de esfuerzos de compresión en la zona de compresión



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

Diferentes ensayos realizados en laboratorios de todo el mundo dieron como resultado valores para todos los factores K (K_1 , K_2 y K_3), pero debido a la complejidad del diagrama real de esfuerzos es que muchos investigadores han propuesto el uso de diagramas equivalentes más sencillos para simplificar el análisis y diseño de elementos de hormigón armado y en nuestro caso ferrocemento. Para hallar la resistencia a la flexión de una sección solo se necesita saber la magnitud de $(K_1 \cdot K_3)$ y la posición de K_2 de la fuerza de compresión de la matriz de mortero, el código ACI-549 en su sección 5.2.1 permite la asunción del

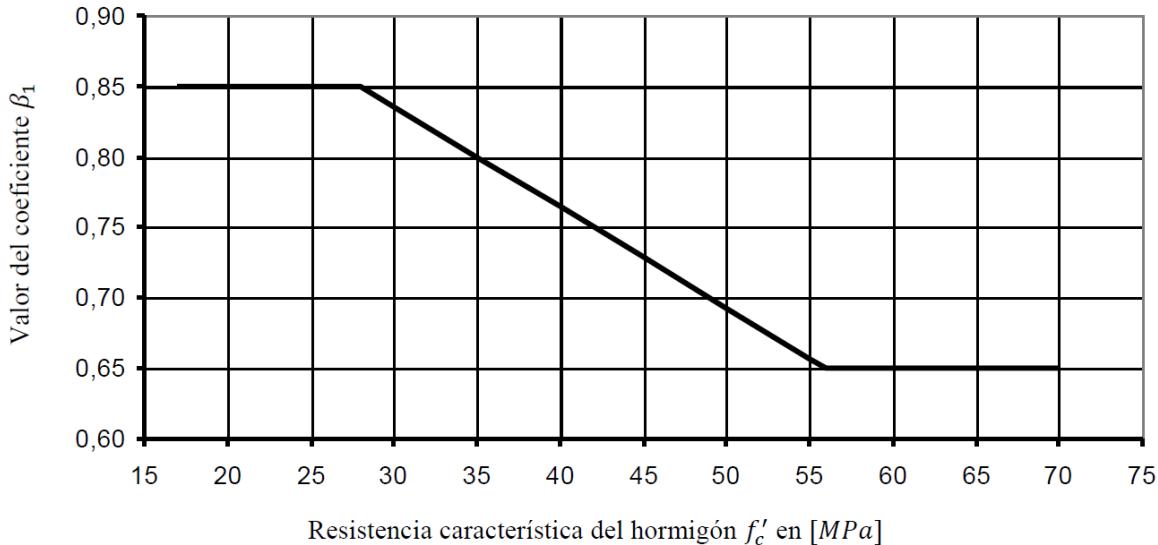
diagrama rectangular equivalente de esfuerzos simplificando de sobremanera los cálculos sin afectar la exactitud de los resultados.

El código ACI 318 indica en su sección 22.2.2.4.3 que el factor β_1 debe ser tomado como 0.85 para resistencias del hormigón f'_c entre 17 (MPa) y 28 (MPa). Para hormigones con resistencias superiores a 28 (MPa), β_1 debe ser reducido continuamente a una razón de 0.05 por cada 7 (MPa) de resistencia por encima de 28 (MPa), pero el factor β_1 no debe ser tomado menos de 0.65. De la anterior definición se puede deducir la siguiente fórmula aproximada:

$$\beta_1 = 1.05 - 0.007 \cdot f'_c \quad (2.17)$$

Pero $0.65 \leq \beta_1 \leq 0.85$ donde f'_c está en (MPa).

Figura 2.18. Variación de β_1 en función de la resistencia característica f'_c



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

Parámetros del diagrama rectangular:

$$\frac{a}{c} = \beta_1 \quad (2.18)$$

$$C = K_1 \cdot K_3 \cdot f'_c \cdot b \cdot c = 0.85 \cdot f'_c \cdot b \cdot a \quad (2.19)$$

$$K_1 - K_3 = 0.85 \cdot \frac{a}{c} = 0.85 \cdot \beta_1 \quad (2.20)$$

$$K_2 \cdot c = 0.5 \cdot a \quad (2.21)$$

$$K_2 = 0.5 \cdot \frac{a}{c} = 0.5 \cdot \beta_1 \quad (2.22)$$

El código ACI 549 en su sección 5.2.1.1 recomienda asumir el valor de 0.003 como deformación máxima (ε_c), en la fibra extrema de compresión de la matriz de mortero en una sección sometida a flexión hasta alcanzar su resistencia máxima. Para este valor de deformación el mortero en compresión no muestra fisuras ni desintegración visibles (efecto de Poisson).

La quinta suposición es necesaria porque de otra manera se tendrían diferentes deformaciones para el hormigón y el acero en un mismo nivel, por lo tanto, la adherencia entre los dos materiales es esencial para el adecuado comportamiento de las secciones de ferrocemento.

2.4 Resistencia a la flexión en vigas de ferrocemento

2.4.1 Comportamiento de secciones a flexión pura

a) Sección controlada por compresión

Las secciones están controladas por compresión, cuando la deformación neta a tracción en el acero de refuerzo extremo, es menor que la deformación cedente ($\varepsilon_s < \varepsilon_y$), y a la vez, el mortero en compresión alcanza su deformación máxima $\varepsilon_{cu} = 0.003$, esto significa que el mortero alcanzará su máxima capacidad antes de que el acero fluya, por lo tanto, la tensión en el acero de tracción no alcanza la tensión de fluencia ($f_s < f_y$).

b) Sección controlada por tracción

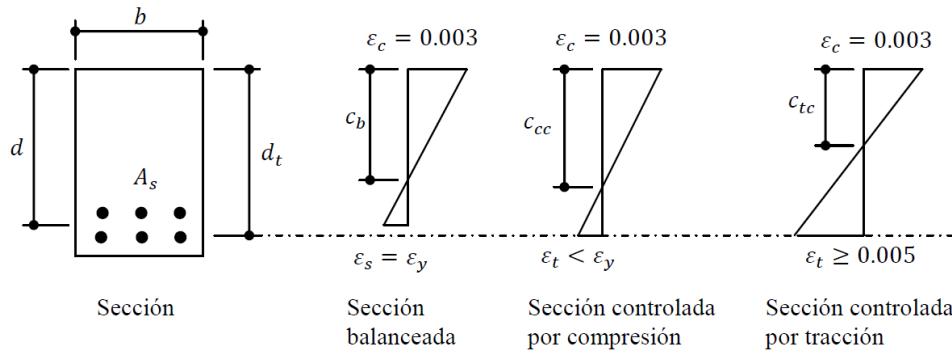
Las secciones están controladas por tracción, cuando la deformación neta en el acero de refuerzo extremo a tracción cumple que ε_s mayor o igual que ε_y , al mismo tiempo que el mortero a compresión alcanza su deformación máxima $\varepsilon_{cu} = 0.003$, éste alcanzará su tensión de fluencia f_y antes de que el mortero alcance su resistencia máxima. Si el acero tiene un comportamiento elástico perfectamente plástico, la fuerza resultante en el acero se mantiene constante en el valor ($A_s \cdot f_y$) para cualquier incremento de carga en el elemento.

c) Sección balanceada

Las secciones están en una zona de transición, entre las fallas controladas por compresión y las controladas por tracción, cuando la deformación neta a tracción del acero de refuerzo extremo es $\varepsilon_s = \varepsilon_y$ al mismo tiempo que el mortero a compresión alcanza su deformación máxima $\varepsilon_{cu} = 0.003$.

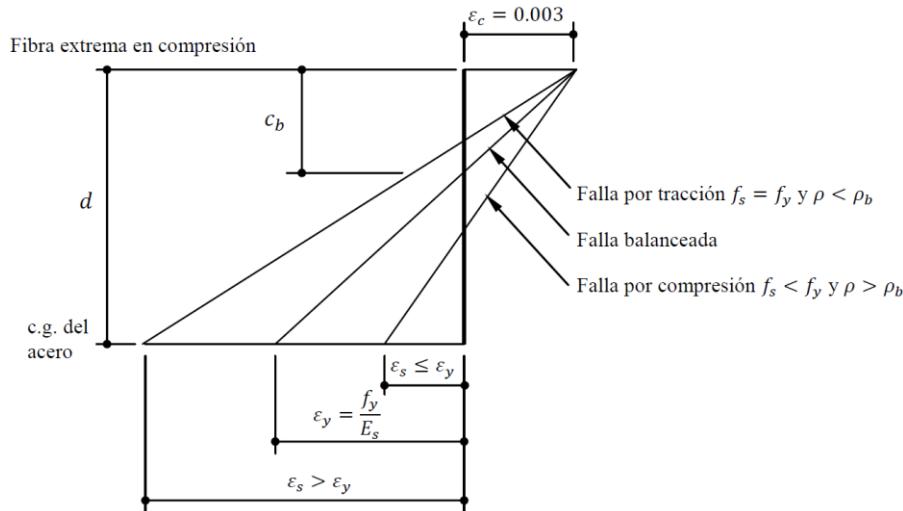
Esta falla se presenta para una cuantía particular de acero en la sección, para la cual, tanto el mortero como el acero, alcanzan simultáneamente sus capacidades máximas.

Figura 2.19. Secciones balanceadas controlada por compresión y controlada por tracción



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

Figura 2.20. Diferentes tipos de fallas de una sección

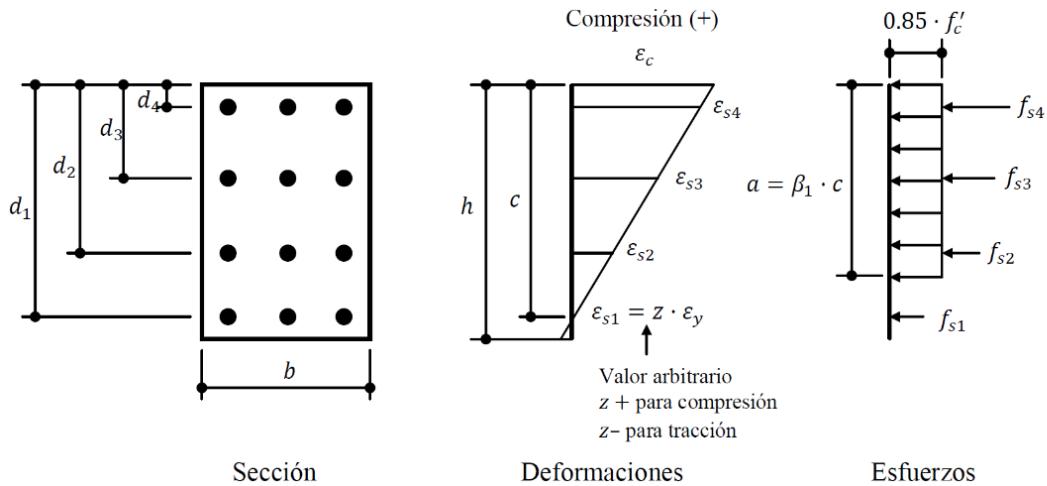


Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

2.4.2 Método de compatibilidad de deformaciones

Cuando se tiene que analizar o diseñar vigas cuya sección ya sea regular o irregular, y que además tengan diferentes niveles de refuerzo, se puede utilizar un procedimiento basado en la compatibilidad de deformaciones. Para ilustrar el método, se considera la sección de ferrocemento mostrada en la Figura 2.21, como se trata de una viga, se asume que sobre ella no actúa carga axial alguna de tal modo que sobre la sección se desarrolla un diagrama de deformaciones no uniforme, con base al diagrama de deformaciones es posible determinar los esfuerzos en cada una de las filas de acero y en la porción de mortero sometido a compresión.

Figura 2.21. Compatibilidad de deformación en una sección de ferrocemento



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

Por triángulos similares:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_c - z \cdot \varepsilon_y}{d_1} \Rightarrow c = \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c - z \cdot \varepsilon_y} \right) d_1 \quad (2.23)$$

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_{si}}{c - d_i} \Rightarrow \varepsilon_{si} = \left(\frac{c - d_i}{\varepsilon_c} \right) \quad (2.24)$$

Una vez calculados los valores de c , ε_{s4} , ε_{s3} , ε_{s2} y ε_{s1} , se calculan los esfuerzos en el hormigón y en cada fila de aceros.

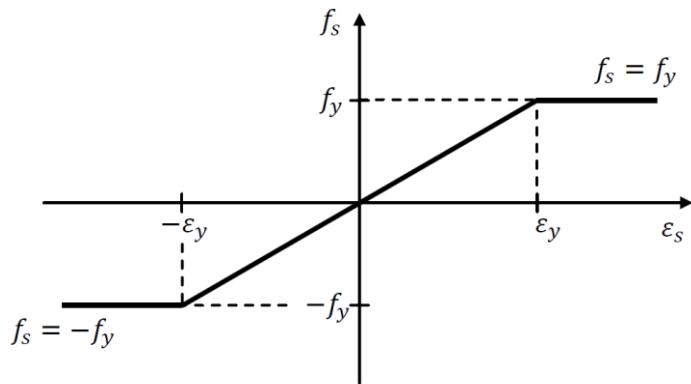
$$f_{si} = \varepsilon_{si} \cdot E_s \quad (2.25)$$

Pero con la condición de que $(-f_y < f_{si} < f_y)$

$$\beta_1 = 1.05 - 0.007 \cdot f'_c \Rightarrow a = \beta_1 \cdot c$$

Pero con la condición de que $(0.65 \leq \beta_1 \leq 0.85)$

Figura 2.22. Diagrama tensión-deformación del acero



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

Cuando se tienen calculados los esfuerzos en cada uno de los elementos de la sección transversal, se procede a hallar la posición y magnitud de la resultante de cada uno de ellos.

Mortero:

$$C_c = (0.85 \cdot f'_c) \cdot a \cdot b \quad (2.26)$$

Acero:

$$\text{Si } a < d_i \Rightarrow F_{si} = f_{si} \cdot A_{si} \quad (2.27)$$

$$\text{Si } a \geq d_i \Rightarrow F_{si} = (f_{si} - 0.85 \cdot f'_c) \cdot A_{si} \quad (2.28)$$

Se toma la fuerza como positiva si es compresión.

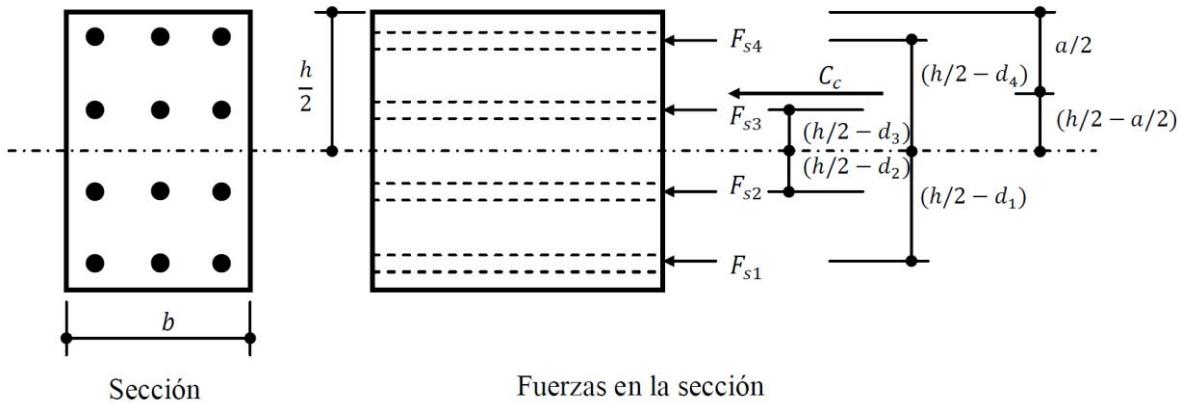
Para hallar la posición del eje neutro se debe tantear el valor de z , hasta que la sumatoria de las fuerzas en el sentido perpendicular a la sección sea cero ($P_n = 0$).

$$P_n = C_c + \sum_{i=1}^n F_{si} = 0 \quad (2.29)$$

Una vez hallada la posición del eje neutro se halla el momento nominal M_n y para ello se procede a realizar la sumatoria de momentos alrededor del centro de gravedad de la sección de hormigón calculado sin considerar las barras de acero.

$$M_n = C_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + \sum_{i=1}^n \left[F_{si} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_i \right) \right] \quad (2.30)$$

Figura 2.23. Fuerzas internas en una sección de ferrocemento



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

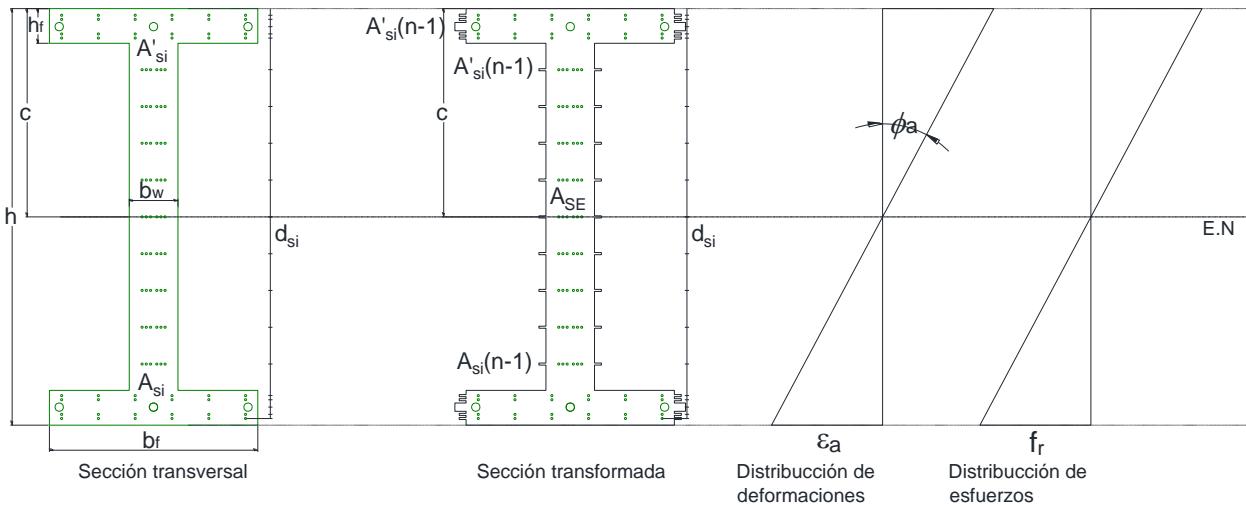
2.5 Análisis a flexión de vigas de ferrocemento con sección transversal I

De acuerdo al aumento de carga a flexión (momento fletor) y con apoyo en la teoría planteada sobre la resistencia a la flexión en vigas de ferrocemento, se consideran tres estados de comportamiento de una sección sometida a flexión.

2.5.1 Estado de agrietamiento

En esta etapa, la matriz de mortero ha alcanzado su resistencia a la tracción llegando a su condición de agrietamiento en el área traccionada, antes de que el acero llegue al límite de fluencia, como se muestra en la siguiente figura:

Figura 2.24. Distribución de esfuerzos y deformaciones en la sección para el estado de agrietamiento



Fuente: Elaboración propia.

Para obtener el momento y curvatura de agrietamiento, se hace necesario considerar una sección transformada, que implica el reemplazo de la sección real transversal acero-mortero, por una sección equivalente conformada únicamente de mortero, a través de la relación de módulos de elasticidad de los materiales constituyentes, denominada como relación modular:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (2.31)$$

Para el sistema de refuerzo el factor de transformación se define como $(n - 1)$ debido a que la sección de acero está embebida dentro de la matriz de mortero, al transformar el acero a mortero es imperativo restar una vez la sección que ocupa el sistema de refuerzo dentro del mortero evitando la duplicación del área ocupada por el refuerzo al realizar la homogeneización del material, teniendo la siguiente expresión para el área de la sección equivalente:

$$A_{SE} = A_c + (n - 1) \cdot \sum_{i=0}^n A_{si} \quad (2.32)$$

$$A_{SE} = b_w \cdot h_w + 2 \cdot [(b_f - b_w) \cdot h_f] + (n - 1) \cdot \sum_{i=0}^n A_{si} \quad (2.33)$$

La posición del eje neutro se determina mediante la aplicación del primer momento estático de área en la sección transformada, donde la suma de momentos de las fuerzas internas (acero transformado y mortero) debe ser igual a cero para mantener el equilibrio estático, se tiene las siguientes expresiones:

1) Primer momento estático de área en la sección equivalente

$$Q_{SE} = A_{SE} \cdot c \quad (2.34)$$

2) Primer momento estático de área en la sección de mortero

$$Q_c = b_w \cdot h_w \cdot \frac{h_w}{2} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \frac{h_f}{2} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(h_w - \frac{h_f}{2} \right) \quad (2.35)$$

3) Primer momento estático de área en la sección de acero transformado

$$Q_{si} = (n - 1) \cdot \sum_{i=0}^n (A_{si} \cdot d_{si}) \quad (2.36)$$

Del equilibrio estático de las expresiones anteriores:

$$A_{SE} \cdot c = Q_c + Q_{si} \quad (2.37)$$

Despejando la profundidad del eje neutro de la igualdad, se tiene:

$$c = \frac{Q_c + Q_{si}}{A_{SE}} \quad (2.38)$$

La inercia de la sección transformada respecto al eje neutro se calcula aplicando el segundo momento de área, este cálculo implica la suma de las inercias de cada subsección (acero transformado y mortero) con respecto al eje neutro, aplicando el teorema de ejes paralelos o teorema de Steiner, se tiene:

$$I_{SE} = \sum_{i=0}^n (I_{i,cg} + A_i \cdot d_i^2) \quad (2.39)$$

Donde:

$I_{i,cg}$: Inercia propia de cada elemento respecto a su centroide.

$A_i \cdot d_i^2$: Término de Steiner, donde d_i es la distancia entre el centroide del elemento y el eje neutro.

Dado que la inercia propia de una barra individual respecto a su centroide ($I_{si,cg}$) es despreciable frente al término ($A_{si} \cdot d_{si}^2$), esto válido para refuerzos distribuidos (mallas o barras delgadas), con estas consideraciones la expresión para el cálculo de la inercia de las secciones de acero trasformado es la siguiente:

$$I_{si} \approx (n - 1) \cdot A_{si} \cdot (d_{si} - c)^2 \quad (2.40)$$

Para el cálculo de la inercia de la sección de mortero, se tendrá lo siguiente:

$$\begin{aligned} I_c = & \left[\frac{b_w \cdot h_w^3}{12} + b_w \cdot h_w \cdot \left(\frac{h_w}{2} - c \right)^2 \right] \\ & + \left[\frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(\frac{h_f}{2} - c \right)^2 \right] \\ & + \left\{ \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left[\left(h_w - \frac{h_f}{2} \right) - c \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Entonces la expresión para determinar la inercia de la sección transformada respecto al eje neutro, quedara de la siguiente forma:

$$I_{SE} = I_c + \sum_{i=0}^n [(n - 1) \cdot A_{si} \cdot (d_{si} - c)^2] \quad (2.42)$$

El momento de agrietamiento, es el momento flector mínimo que provoca la formación de la primera fisura visible en un elemento de ferrocemento, debido a que los esfuerzos de tracción en la fibra más alejada del eje neutro alcanzan el módulo de ruptura de la matriz de mortero, está dado por la formula planteada en la norma ACI 318-19 en su sección 24.2.3.5.

$$M_{cr} = \frac{f_r \cdot I_{SE}}{y_t} \quad (2.43)$$

Donde:

M_{cr} : Momento de agrietamiento.

f_r : Modulo de ruptura del ferrocemento.

I_{SE} : Momento de inercia de la sección equivalente respecto al eje neutro.

y_t : Distancia desde el eje neutro hasta la fibra extrema en tracción.

La curvatura de agrietamiento, es la representación del instante en que se forma la primera fisura debido a la flexión en un elemento estructural, partiendo de la compatibilidad de deformaciones y la linealidad de las mismas, se tiene:

Deformación de agrietamiento:

$$\varepsilon_a = \frac{f_r}{E_c} \quad (2.44)$$

Curvatura de agrietamiento

$$\phi_{cr} = \frac{\varepsilon_a}{(h - c)} \quad (2.45)$$

Reemplazando la ecuación 2.44 en 2.45, se tiene:

$$\phi_{cr} = \frac{f_r}{E_c \cdot (h - c)} \quad (2.46)$$

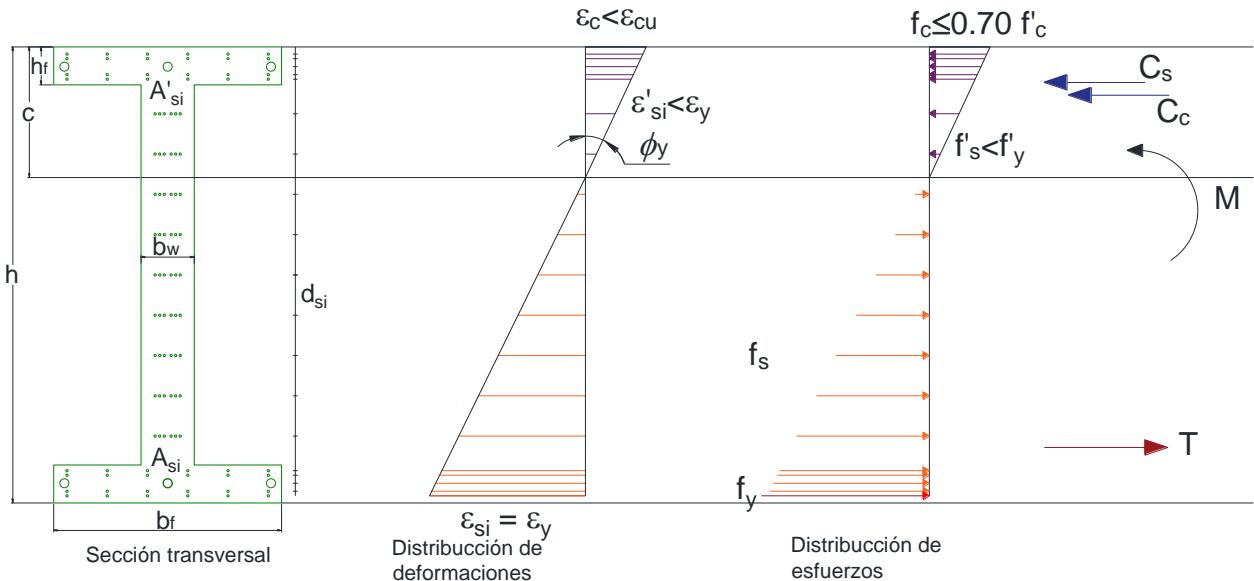
2.5.2 Estado de fluencia

En esta etapa, el acero se encuentra justo en la fluencia, mientras que la matriz de mortero no ha alcanzado su agotamiento.

En este estado, se pueden presentar tres casos que se describen a continuación:

Caso A: Comportamiento lineal de la matriz de mortero y el acero a compresión del sistema de refuerzo no ha cedido

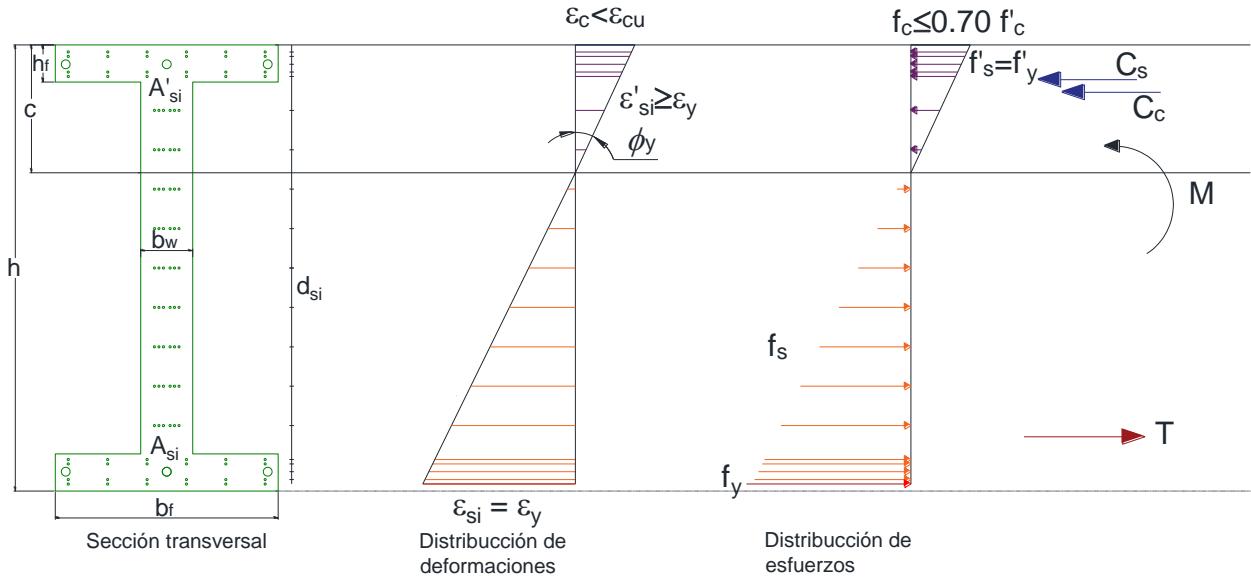
Figura 2.25. Distribución de esfuerzos y deformaciones en la sección para el “Caso A” en el estado de fluencia



Fuente: Elaboración propia.

Caso B: Comportamiento lineal de la matriz de mortero y el acero a compresión del sistema de refuerzo ha cedido

Figura 2.26. Distribución de esfuerzos y deformaciones en la sección para el “Caso B” en el estado de fluencia



Fuente: Elaboración propia.

Para ambos casos se considera lo siguiente:

De acuerdo a Park y Paulay (1974), siguiendo el modelo constitutivo de Honestad, se considera que el comportamiento de la matriz de mortero es aproximadamente lineal si el esfuerzo en la fibra extrema a compresión (f_c) no supera el 70% de la resistencia a la compresión (f'_c).

$$f_c \leq 0.70 \cdot f'_c \quad (2.47)$$

$$f_c = E_c \cdot \varepsilon_c \quad (2.48)$$

Además, se tiene que la deformación unitaria en la fibra extrema en compresión (ε_c) aun no alcanza el valor de la deformación unitaria última (ε_{cu}).

$$\varepsilon_c < \varepsilon_{cu} \quad (2.49)$$

Para el acero se debe verificar que, si la fibra extrema a compresión ha llegado a superar o no al límite de fluencia, y que la fibra extrema en tracción haya alcanzado a su límite de fluencia, donde:

$$\text{Caso A} \quad f'_{si} < f'_y \quad (2.50)$$

$$\text{Caso B} \quad f'_{si} \leq f'_y \quad (2.51)$$

Para ambos casos, se tiene:

$$f_{si} \leq f_y \quad (2.52)$$

En el caso de las deformaciones del acero, se debe verificar si en la fibra extrema a compresión se ha alcanzado o no el valor de la deformación de fluencia, mientras que la deformación en la fibra extrema a tracción haya llegado al valor de la deformación de fluencia.

$$\text{Caso A} \quad \varepsilon'_{si} < \varepsilon'_y \quad (2.53)$$

$$\text{Caso B} \quad \varepsilon'_{si} \geq \varepsilon'_y \quad (2.54)$$

Para ambos casos, se tiene:

$$\varepsilon_{si} \leq \varepsilon_y \quad (2.55)$$

Se plantea el equilibrio de fuerzas en el sistema.

$$C_c + \sum_{i=0}^n F_{si} = 0 \quad (2.56)$$

Donde (F_{si}), es la resultante para las fuerzas tanto en la zona en compresión como en tracción en el acero del sistema de refuerzo, al estar distribuido en forma de capas la capa extrema a tracción es la que se encuentra en el límite de fluencia, misma que será denotada como (f_s).

$$\sum_{i=1}^n F_{si} = \sum_{i=1}^n (A'_{si} \cdot f'_{si} - A_{si} \cdot f_{si}) \quad (2.57)$$

Los esfuerzos tanto a compresión f'_{si} como a tracción f_{si} en cada capa del sistema de refuerzo siguen la proporcionalidad dada por la ley de Hook, por lo tanto, se tiene que:

$$f_{si} = f'_{si} = E_s \cdot \varepsilon_{si} \quad (2.58)$$

Se plantea la siguiente relación de deformaciones para cada capa de malla en la sección transversal.

$$\frac{\varepsilon_s}{d_s - c} = \frac{\varepsilon_{si}}{c - d_{si}} \quad (2.59)$$

Donde:

ε_s : Deformación unitaria de fluencia.

d_s : Profundidad de la capa extrema en tracción del refuerzo.

Despejando (ε_{si}) de la Ecuación (2.59), nos queda una expresión que dará los valores de la deformación unitaria del acero para cada capa de malla, donde los valores positivos

corresponderán a la deformación unitaria en la zona en compresión, mientras que los valores negativos corresponden a la deformación unitaria en la zona en tracción.

$$\varepsilon_{si} = \frac{\varepsilon_s \cdot (c - d_{si})}{d_s - c} \quad (2.60)$$

Con la expresión (2.60), ya no es necesario tener una distinción entre los componentes del sistema de refuerzo para la zona en compresión como en la zona en tracción, por lo tanto, generalizando los términos en la ecuación (2.57), al reemplazar (2.58) y (2.60), se tendrá lo siguiente:

$$\sum_{i=1}^n F_{si} = \sum_{i=1}^n \left[A_{si} \cdot E_s \cdot \frac{\varepsilon_s \cdot (c - d_{si})}{d_s - c} \right] \quad (2.61)$$

Reduciendo la expresión:

$$\sum_{i=1}^n F_{si} = \frac{E_s \cdot \varepsilon_s}{d_s - c} \sum_{i=1}^n [A_{si} \cdot (c - d_{si})] \quad (2.62)$$

La resultante de las fuerzas a compresión del mortero (C_c) es la suma de la fuerza a compresión aportada por las alas (C_{cf}) y la fuerza a compresión aportada por el alma (C_{cw}), teniendo que:

$$C_c = C_{cf} + C_{cw} \quad (2.63)$$

$$C_c = \frac{f_c \cdot h_f \cdot (b_f - b_w)}{2} + \frac{f_c \cdot c \cdot b_w}{2} \quad (2.64)$$

Se plantea la relación de deformaciones unitarias:

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d_s - c} \quad (2.65)$$

Despejando la deformación en la matriz de mortero:

$$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_s \cdot c}{d_s - c} \quad (2.66)$$

Reemplazando (2.48) y (2.66) en la ecuación (2.64), se tiene:

$$C_c = \frac{E_c \cdot \frac{\varepsilon_s \cdot c}{d_s - c} \cdot h_f \cdot (b_f - b_w)}{2} + \frac{E_c \cdot \frac{\varepsilon_s \cdot c}{d_s - c} \cdot c \cdot b_w}{2} \quad (2.67)$$

Operando:

$$C_c = E_c \cdot \varepsilon_s \cdot \frac{[c \cdot h_f \cdot (b_f - b_w)] + (c^2 \cdot b_w)}{2 \cdot (d_s - c)} \quad (2.68)$$

Reemplazando (2.67) y (2.62) en la ecuación (2.56), se tendrá la expresión que permitirá encontrar la profundidad del eje neutro.

$$E_c \cdot \varepsilon_s \cdot \frac{[c \cdot h_f \cdot (b_f - b_w)] + (c^2 \cdot b_w)}{2 \cdot (d_s - c)} + \frac{E_s \cdot \varepsilon_s}{d_s - c} \sum_{i=0}^n (A_{si} \cdot (c - d_{si})) = 0 \quad (2.69)$$

Luego se debe verificar que:

$$\text{Caso (a): } \begin{cases} \varepsilon'_{si} < \varepsilon_y \\ f_c \leq 0.70 \cdot f'_c \end{cases}$$

$$\text{Caso (b): } \begin{cases} \varepsilon'_{si} \geq \varepsilon_y \\ f_c \leq 0.70 \cdot f'_c \end{cases}$$

Finalmente, se obtiene el momento de fluencia de la sección, haciendo el equilibrio en la capa extrema de acero en tracción del sistema de refuerzo:

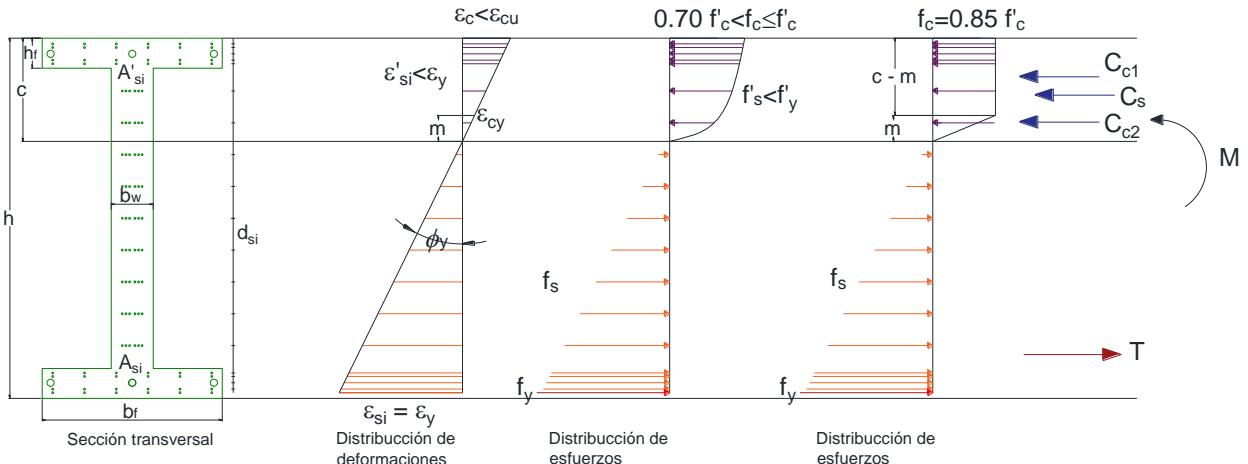
$$M_y = C_{cf} \cdot \left(d_s - \frac{h_f}{3} \right) + C_{cw} \cdot \left(d_s - \frac{c}{3} \right) + \sum_{i=0}^n [A_{si} \cdot f_{si} \cdot (d_{si} - d_s)] \quad (2.70)$$

La curvatura está dada por:

$$\phi_y = \frac{\varepsilon_c}{c} \quad (2.71)$$

Caso A: Comportamiento no lineal de la matriz de mortero y el acero a compresión del sistema de refuerzo ha cedido

Figura 2.27. Distribución de esfuerzos y deformaciones en la sección para el “Caso C” en el estado de fluencia

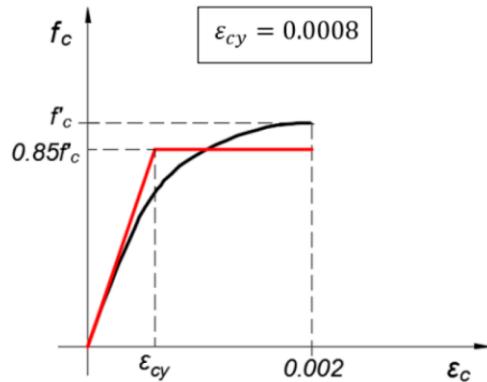


Fuente: Elaboración propia.

Para este caso se considera lo siguiente:

Se establece un modelo bilineal equivalente (elastoplástico) para representar el comportamiento no lineal del mortero. Para ello, se define la siguiente deformación elástica del mortero:

Figura 2.28. Modelo elastoplástico equivalente para el mortero



Fuente: Adaptado de Reinforced concrete structures (Park & Paulay, 1974).

El esfuerzo en la fibra extrema a compresión (f_c) ha superado el 70% de la resistencia a la compresión f'_c . Además, la deformación unitaria en la fibra extrema en compresión (ϵ_c) aún no alcanza el valor de la deformación unitaria última (ϵ_{cu}).

$$0.70 \cdot f'_c < f_c \leq f'_c \quad (2.72)$$

$$f_c = 0.85 \cdot f'_c \quad (2.73)$$

$$\epsilon_c < \epsilon_{cu} \quad (2.74)$$

El acero a compresión no ha llegado al límite de fluencia, en cambio la fibra extrema en tracción ha alcanzado a su límite de fluencia.

$$f'_{si} < f'_y \quad (2.75)$$

$$f_{si} \leq f_y \quad (2.76)$$

Siguiendo la compatibilidad de deformaciones, se tiene que la deformación en la fibra extrema a compresión no ha alcanzado e incluso superado el valor de la deformación de fluencia, mientras que la deformación en la fibra extrema a tracción solo ha alcanzado el valor de la deformación de fluencia.

$$\epsilon'_{si} \geq \epsilon_y \quad (2.77)$$

$$\epsilon_{si} \leq \epsilon_y \quad (2.78)$$

Se plantea el equilibrio de fuerzas.

$$C_{c1} + C_{c2} + \sum_{i=1}^n F_{si} = 0 \quad (2.79)$$

Donde:

La resultante de las fuerzas en la zona en compresión y tracción del acero del sistema de refuerzo, al estar distribuido en forma de capas, la capa extrema a tracción es la alcanza primero su límite de fluencia.

La resultante de las fuerzas en el acero, está dada por:

$$\sum_{i=1}^n F_{si} = \sum_{i=1}^n (A'_{si} \cdot f'_{si} - A_{si} \cdot f_{si}) \quad (2.80)$$

Los esfuerzos tanto a compresión f'_{si} como a tracción f_{si} en cada capa del sistema de refuerzo siguen la proporcionalidad dada por la ley de Hook, por lo tanto, se tiene que:

$$f_{si} = f'_{si} = E_s \cdot \varepsilon_{si} \quad (2.81)$$

Se plantea la siguiente relación de deformaciones para cada capa de malla en toda la sección transversal.

$$\frac{\varepsilon_s}{d_s - c} = \frac{\varepsilon_{si}}{c - d_{si}} \quad (2.82)$$

Despejando ε_{si} de la ecuación (2.81), nos queda una expresión que dará los valores de la deformación unitaria del acero para cada capa de malla, donde los valores positivos corresponderán a la deformación unitaria en la zona en compresión, mientras que los valores negativos corresponden a la deformación unitaria en la zona en tracción.

$$\varepsilon_{si} = \frac{\varepsilon_s \cdot (c - d_{si})}{d_s - c} \quad (2.83)$$

La expresión (2.82), generaliza forma para determinar la deformación de los componentes del sistema de refuerzo para la zona en compresión como en la zona en tracción, por lo tanto, al reemplazar (2.80) y (2.82) en la ecuación (2.79), se tendrá lo siguiente:

$$\sum_{i=1}^n F_{si} = \sum_{i=1}^n \left[A_{si} \cdot E_s \cdot \frac{\varepsilon_s \cdot (c - d_{si})}{d_s - c} \right] \quad (2.84)$$

Reduciendo la expresión:

$$\sum_{i=1}^n F_{si} = \frac{E_s \cdot \varepsilon_s}{d_s - c} \sum_{i=1}^n [A_{si} \cdot (c - d_{si})] \quad (2.85)$$

La resultante de las fuerzas a compresión del mortero en la parte rectangular (C_{c1}) es la suma de la fuerza a compresión aportada por las alas (C_{cf}) y la fuerza a compresión aportada por el alma (C_{cw}).

$$C_{c1} = C_{cf} + C_{cw} \quad (2.86)$$

$$C_{c1} = 0.80 \cdot f'_c \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) + 0.80 \cdot f'_c \cdot (c - m) \cdot b_w \quad (2.87)$$

Mientras que la resultante de las fuerzas a compresión del mortero en la parte rectangular (C_{c2}) será:

$$C_{c2} = \frac{0.80 \cdot f'_c \cdot m \cdot b_w}{2} \quad (2.88)$$

Se plantea la relación de deformaciones unitarias por triángulos similares:

$$\frac{\varepsilon_{cy}}{m} = \frac{\varepsilon_s}{d_s - c} \quad (2.89)$$

Despejando:

$$m = \frac{\varepsilon_{cy} \cdot (d_s - c)}{\varepsilon_s} \quad (2.90)$$

Reemplazando (2.89) en la ecuación (2.86), se tiene:

$$C_{c1} = 0.80 \cdot f'_c \cdot h_f \cdot (b_f - b_w) + 0.80 \cdot f'_c \cdot \left(c - \frac{\varepsilon_{cy} \cdot (d_s - c)}{\varepsilon_s} \right) \cdot b_w \quad (2.91)$$

$$C_{c1} = 0.80 \cdot f'_c \cdot \left[h_f \cdot (b_f - b_w) + \left(c - \frac{\varepsilon_{cy} \cdot (d_s - c)}{\varepsilon_s} \right) \cdot b_w \right] \quad (2.92)$$

Sustituyendo (2.89) en la ecuación (2.87), se tiene:

$$C_{c2} = \frac{0.80 \cdot f'_c \cdot \varepsilon_{cy} \cdot (d_s - c) \cdot b_w}{2 \cdot \varepsilon_s} \quad (2.93)$$

Reemplazando (2.91), (2.92) y (2.84) en la ecuación (2.78), se tendrá la expresión que permitirá encontrar la profundidad del eje neutro.

$$\begin{aligned} & \left[h_f \cdot (b_f - b_w) + \left(c - \frac{\varepsilon_{cy} \cdot (d_s - c)}{\varepsilon_s} \right) \cdot b_w + \frac{\varepsilon_{cy} \cdot (d_s - c) \cdot b_w}{2 \cdot \varepsilon_s} \right] \\ & (0.80 \cdot f'_c) + \frac{E_s \cdot \varepsilon_s}{d_s - c} \sum_{i=0}^n (A_{si} \cdot (c - d_{si})) = 0 \end{aligned} \quad (2.94)$$

Luego se debe verificar que se cumpla con:

$$\text{Caso (c): } \begin{cases} \varepsilon'_{si} < \varepsilon_y \\ 0.70 \cdot f'_c < f_c \leq f'_c \end{cases}$$

Finalmente, el momento de fluencia de la sección, se obtendrá haciendo el equilibrio en la capa extrema de acero en tracción del sistema de refuerzo:

$$\begin{aligned} M_y &= C_{cf} \cdot \left(d_s - \frac{h_f}{2} \right) + C_{cw} \cdot \left[d_s - \frac{(c - m)}{2} \right] \\ &+ C_{c2} \cdot \left(d_s - c + \frac{2 \cdot m}{3} \right) + \sum_{i=0}^n [A_{si} \cdot f_{si} \cdot (d_{si} - d_s)] \end{aligned} \quad (2.95)$$

La curvatura está dada por:

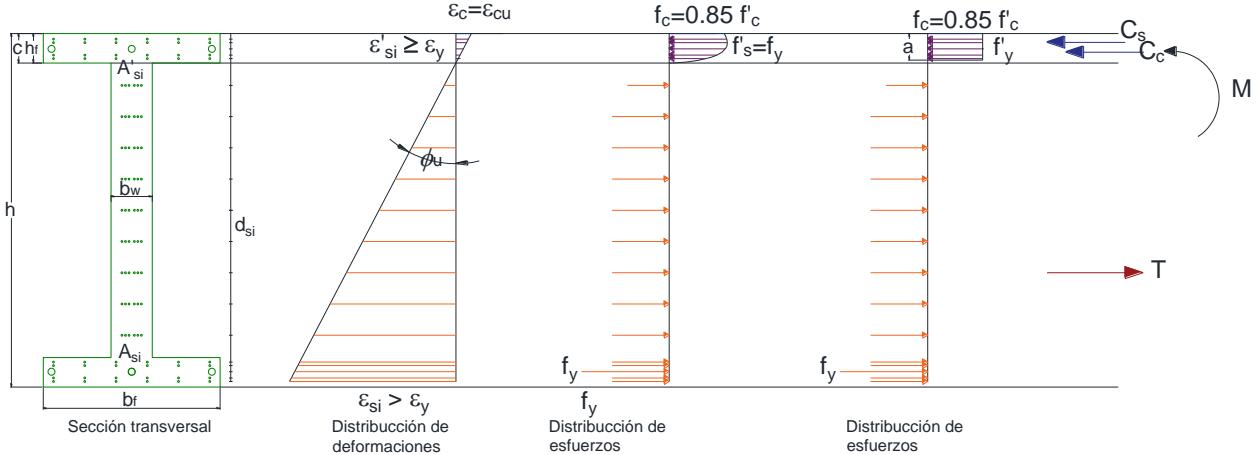
$$\phi_y = \frac{\varepsilon_c}{c} \quad (2.96)$$

2.5.3 Estado de rotura

Se considera que el mortero alcanza su agotamiento luego de que el acero del sistema de refuerzo a tracción ha superado su límite de fluencia, para representar el comportamiento no lineal del mortero, se plantea el bloque equivalente de Whitney, que simplifica la distribución de esfuerzos en la sección. Ahora bien, considerando la incorporación del acero de refuerzo en compresión en la sección, se distinguen dos escenarios:

Caso A: El acero de refuerzo superior en compresión ha cedido

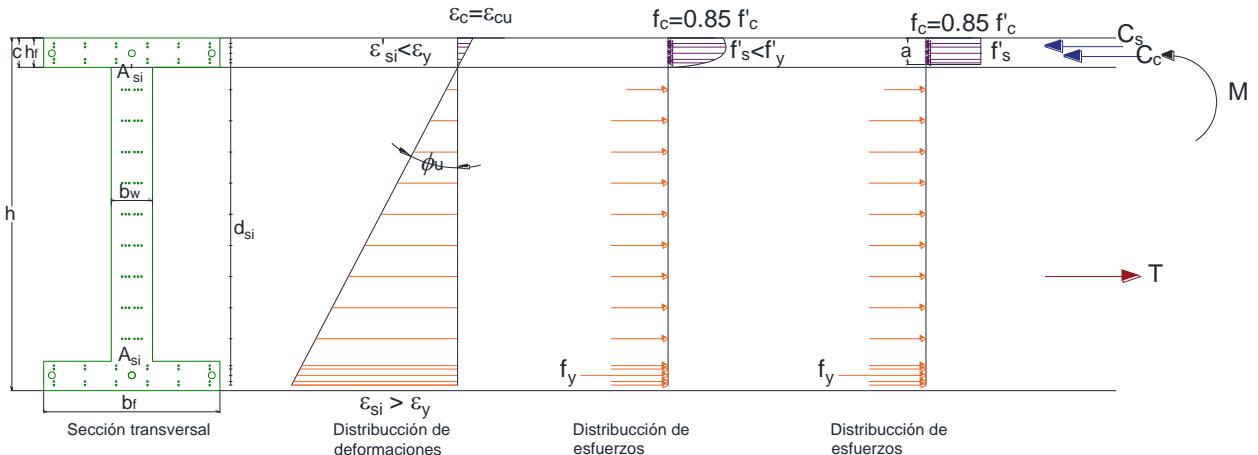
Figura 2.29. Distribución de esfuerzos y deformaciones en la sección para el “Caso A” en estado de rotura



Fuente: Elaboración propia.

Caso B: El acero de refuerzo superior en compresión ha cedido

Figura 2.30. Distribución de esfuerzos y deformaciones en la sección para el “Caso B” en estado de rotura



Fuente: Elaboración propia.

Para ambos casos se tiene el mismo procedimiento al aplicar el método de compatibilidad de deformaciones, la diferencia radica en la verificación de las deformaciones unitarias en el acero ubicado en la zona de compresión; concretamente, se debe analizar si dicho acero se encuentra en estado elástico o ha alcanzado su límite de fluencia, donde:

$$\text{Caso A} \quad \varepsilon'_{si} \geq \varepsilon_s \quad (2.97)$$

$$\text{Caso B} \quad \varepsilon'_{si} < \varepsilon_s \quad (2.98)$$

Se plantea la relación de deformaciones unitarias por triángulos similares:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{c} = \frac{\varepsilon_{si}}{c - d_{si}} \quad (2.99)$$

Despejando la deformación unitaria para cada capa de acero (los valores positivos para compresión y negativos para tracción), se tiene:

$$\varepsilon_{si} = \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (c - d_{si})}{c} \quad (2.100)$$

$$\text{Si} \quad \varepsilon_{si} \geq \varepsilon_{yi} \Rightarrow f_{si} = f_y \quad (2.101)$$

$$\text{Si} \quad \varepsilon_{si} < \varepsilon_{yi} \Rightarrow f_{si} = E_s \cdot \varepsilon_{si} \quad (2.102)$$

Estableciendo el equilibrio de fuerzas del sistema:

$$C_c + \sum_{i=0}^n F_{si} = 0 \quad (2.103)$$

La resultante a compresión del mortero será:

$$a = \beta_1 \cdot c \quad (2.104)$$

$$C_c = 0.85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b_f \quad (2.105)$$

La resultante de los esfuerzos del acero, está dada por la sumatoria de las fuerzas en cada capa de acero del sistema de refuerzo, donde:

$$\text{Si} \quad c \leq d_i \Rightarrow F_{si} = A_{si} \cdot f_{si} \quad (2.106)$$

$$\text{Si} \quad c > d_i \Rightarrow F_{si} = A'_{si} \cdot (f_{si} - 0.85 \cdot f'_c) \quad (2.107)$$

Entonces, se tiene que:

$$\sum_{i=1}^n F_{si} = \sum_{i=1}^n [A'_{si} \cdot (f_{si} - 0.85 \cdot f'_c) + A_{si} \cdot f_{si}] \quad (2.108)$$

Reemplazando (2.99) en (2.107):

$$\sum_{i=1}^n F_{si} = \sum_{i=1}^n \left[A'_{si} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cu} \cdot (c - d_{si})}{c} - 0.85 \cdot f'_c \right) + A_{si} \cdot \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (c - d_{si})}{c} \right] \quad (2.109)$$

Para hallar la posición del eje neutro se debe realizar un proceso iterativo, reemplazando las ecuaciones (2.104) y (2.108) en (2.102), se tiene:

$$\sum_{i=1}^n \left[A'_{si} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cu} \cdot (c - d_{si})}{c} - 0.85 \cdot f'_c \right) + A_{si} \cdot \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (c - d_{si})}{c} \right] + 0.85 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot c \cdot b_f = 0 \quad (2.110)$$

Una vez hallada la posición del eje neutro se debe verificar lo siguiente para determinar el caso de análisis en el que se encuentra:

$$\text{Caso A: } \{\varepsilon'_{si} \geq \varepsilon_y\}$$

$$\text{Caso B: } \{\varepsilon'_{si} < \varepsilon_y\}$$

El momento nominal M_n o momento último M_u , se determina al realizar la sumatoria de momentos alrededor del centro de gravedad del bloque de compresión calculado sin considerar las barras de acero.

$$M_u = \sum_{i=1}^n \left[F_{si} \cdot \left(\frac{a}{2} - d_i \right) \right] \quad (2.111)$$

El análisis flexional en vigas de ferrocemento con sección en I, presentado por Mohammed (2015) en su estudio: “Elastic-plastic analysis of i-shaped normal strength Ferrocement beams”, reveló que:

- La profundidad del bloque de compresión (c) se aproxima al espesor del ala (h_f), por ello, se puede asumir que $c \approx h_f$ para todas las cuantías de malla electrosoldada y acero estructural en las alas.
- El esfuerzo de compresión en el acero de refuerzo (A'_{si}) es aproximadamente $0.5 \cdot f_y$.

Además de estas aproximaciones, se planteó la ecuación que limita la curvatura en este estado, según la fórmula:

$$\phi_u = \frac{0.85 \cdot f'_c}{E_c \cdot c} \quad (2.112)$$

2.5.4 Deformaciones de flexión de las secciones

2.5.4.1 Cálculo de deformaciones a partir de curvaturas

Según Park y Paulay (1974), se puede calcular la rotación y deflexión de un miembro integrando las curvaturas a lo largo del mismo, debido a que la curvatura se define como la rotación por longitud unitaria del miembro, se tiene la siguiente expresión que proporciona

la rotación entre dos puntos cuales quiera A y B del miembro, siendo que dx es un elemento de longitud del miembro:

$$\theta_{AB} = \int_A^B \phi \, dx \quad (2.113)$$

La deflexión transversal del punto A desde la tangente al eje del miembro en el punto B debido a la curvatura a lo largo de toda la longitud del miembro entre esos puntos esta dado por:

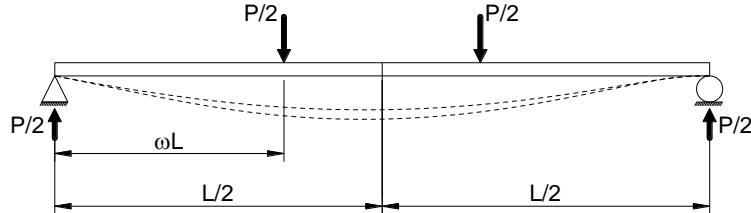
$$\Delta_{AB} = \int_A^B x \cdot \phi \, dx \quad (2.114)$$

Donde, x es la distancia del elemento dx desde A .

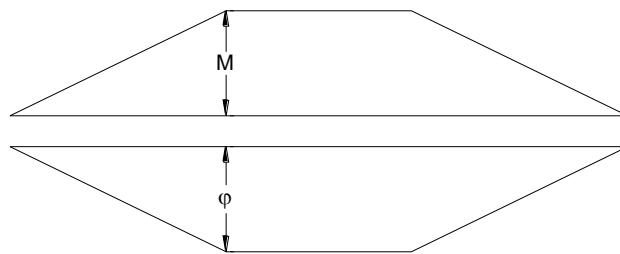
Las ecuaciones (2.112) y (2.113) son generalizaciones de los teoremas del área de momento y se aplican si están involucradas curvaturas elásticas o plásticas. Se pueden calcular las rotaciones y deflexiones de los miembros cuando se conocen las relaciones momento-curvatura y la distribución de momento flexionante.

Los autores Paul y Pama (1992), establecen ecuaciones para el cálculo de la deflexión de una viga de ferrocemento sometida a diferentes patrones de carga en diferentes rangos, aplicando los teoremas de área momento.

Figura 2.31. Distribución de momento y curvatura para diferentes cargas

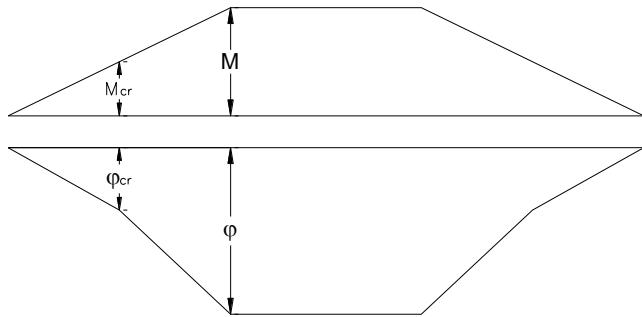


a) **Rango elástico** ($0 \leq M \leq M_{cr}$; $0 \leq \phi \leq \phi_{cr}$)



$$\Delta_c = \frac{\phi}{24} (3 - 4 \cdot \omega^2) L^2 \quad (2.115)$$

b) Rango de agrietamiento ($M_{cr} \leq M \leq M_y ; \phi_{cr} \leq \phi \leq \phi_y$)

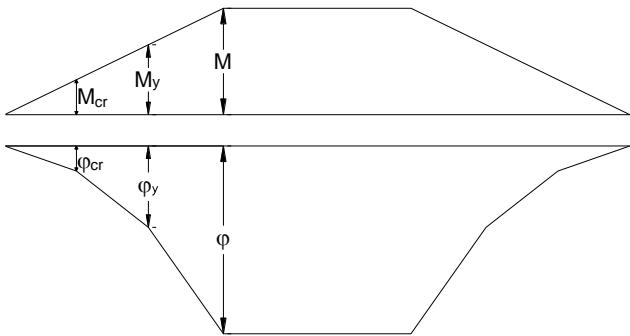


$$\Delta_c = \frac{\phi_{cr}}{6} (\omega \cdot L)^2 (1 + r) + \frac{\phi}{24} [3 - 4 \cdot \omega^2 (1 + r + r^2)] \cdot L^2 \quad (2.116)$$

Donde:

$$r = \frac{M_{cr}}{M} \quad (2.117)$$

c) Rango de fluencia ($M_y \leq M \leq M_u ; \phi_y \leq \phi \leq \phi_u$)



Fuente: Extraído de Ferrocement. (Paul & Pama, 1992).

$$\Delta_c = \frac{1}{24} \{ 4 \cdot \omega^2 [\phi_{cr}(r_2 + r \cdot r_2) + 4 \cdot \phi_y(1 + r_2 - r_2 \cdot r - r^2)] + \phi [3 - 4 \cdot \omega^2 (1 + r_2 + r_2^2)] \} L^2 \quad (2.118)$$

Donde:

$$r_2 = \frac{M_y}{M} \quad (2.119)$$

Las curvas de carga-deflexión obtenidas por las expresiones planteadas, se aproximan a las curvas experimentales promedio obtenidas por Balaguru, Naaman y Shah (1977).

2.6 Resistencia a corte y tensión diagonal en vigas de ferrocemento

El termino falla por tensión diagonal, viene a ser el correcto para describir la falla por corte de elementos de ferrocemento; hasta el presente, a pesar de que se han realizado muchos experimentos, la falla por corte es todavía difícil de predecir con exactitud.

El análisis y diseño para corte no están relacionados directamente con el corte como tal, sino con las tensiones diagonales que son producidas por una combinación de esfuerzos por corte y flexión.

2.6.1 Tensión diagonal en vigas elásticas homogéneas

Para materiales elásticos y homogéneos las tensiones, en cualquier sección de una viga, pueden ser halladas utilizando las siguientes ecuaciones:

Tensiones por corte:

$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b} \quad (2.120)$$

Tensiones por flexión:

$$f = \frac{M \cdot y}{I} \quad (2.121)$$

Donde:

V : Fuerza cortante en la sección considerada (N).

Q : Momento estático, alrededor del eje baricéntrico, de la porción de la sección transversal entre la línea del punto en cuestión y la fibra extrema más cercana (superior o inferior) de la viga (mm^3).

I : Momento de inercia de la sección alrededor del eje baricéntrico de la sección (mm^4).

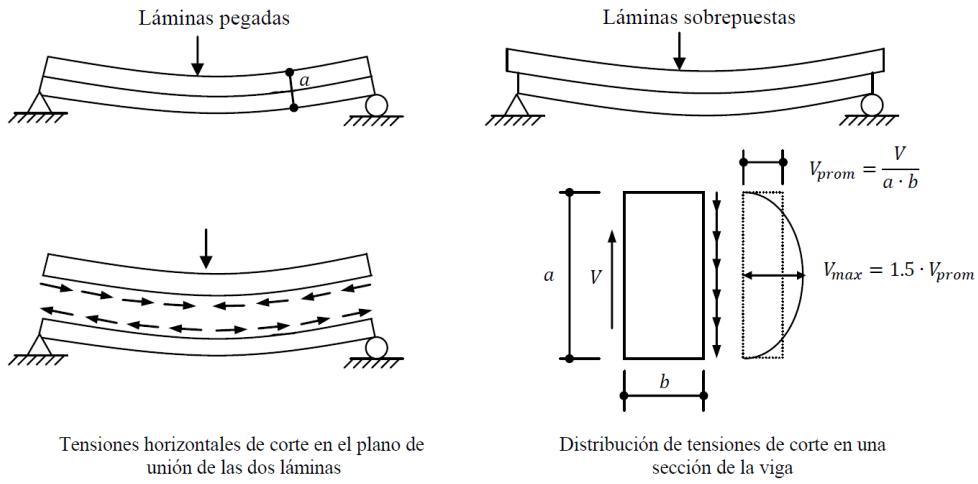
b = Ancho de la sección en donde se determina la tensión de corte (mm).

M = Momento flector en la sección considerada ($N \cdot mm$).

y = Distancia desde el eje baricéntrico al punto donde se desea hallar el esfuerzo por flexión (mm).

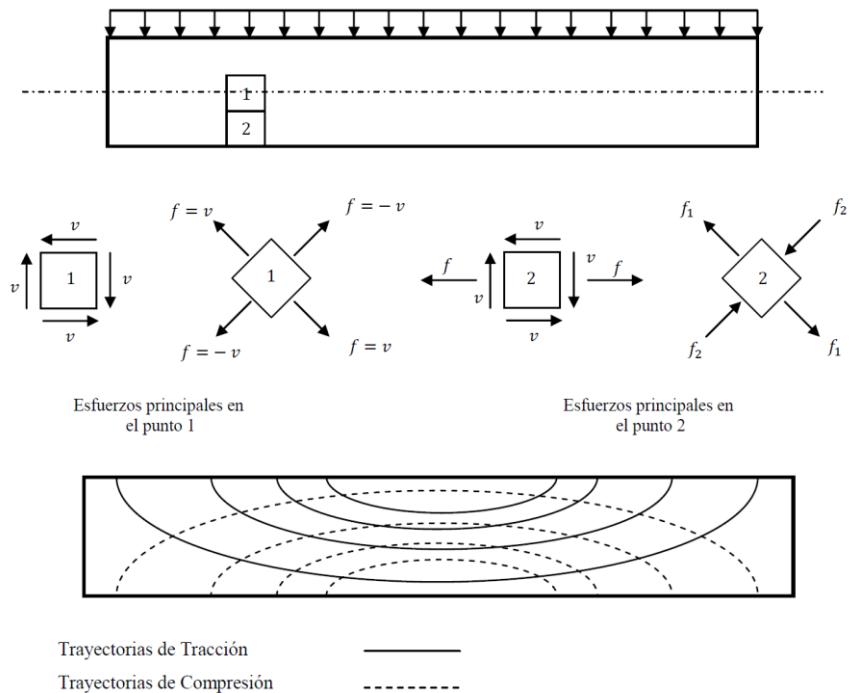
La función de las tensiones de corte es fácilmente visualizada en el comportamiento de una viga laminada bajo la acción de una carga.

Figura 2.32. Esfuerzos de corte horizontal y vertical



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

Figura 2.33. Trayectoria de tensiones en una viga rectangular homogénea



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

Tracción principal:

$$f_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(f + \sqrt{f^2 + 4 \cdot v^2} \right) \quad (2.122)$$

Compresión principal:

$$f_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(f - \sqrt{f^2 + 4 \cdot v^2} \right) \quad (2.123)$$

La magnitud de las tensiones de corte v y por flexión f cambia a lo largo de la viga y verticalmente con respecto del eje neutro por lo tanto la inclinación y la magnitud de las tensiones principales también varían de un punto a otro.

La flexión no es la única responsable de producir esfuerzos de tracción en las fibras extremas, ya que éstos pueden existir a lo largo del elemento con inclinaciones y magnitudes diferentes; producto no solamente de esfuerzos de corte sino por una combinación de esfuerzos de corte y flexión que existen en toda la viga y pueden producir el colapso de la misma si no se los toma en cuenta (Córdova Alvestegui, 2015).

2.6.2 Vigas de ferrocemento sin refuerzo por corte

El comportamiento de las vigas de ferrocemento, antes de la aparición de fisuras, es similar al de una viga homogénea de material elástico. La primera fisura en una viga aparece donde el esfuerzo de tracción supera la resistencia del material, lo que comúnmente ocurre en fibras extremas de la sección y donde los momentos son máximos,

En el siguiente cuadro se presenta un resumen del tipo de fisura y el lugar donde generalmente se presenta (Córdova Alvestegui, 2015).

Tabla 2.9. Tipos de fisuras por esfuerzos de corte

Tipo de fisura	Ubicación de la fisura
Vertical	Donde el momento flector es grande
Diagonal	Donde el corte es grande o donde hay una combinación de momento flector y corte

Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

2.6.3 Criterio para la formación de fisuras diagonales

Las tensiones principales están en función de los esfuerzos por corte, de los esfuerzos por flexión o de una combinación de ambos, dependiendo de la posición del punto a lo largo de la viga.

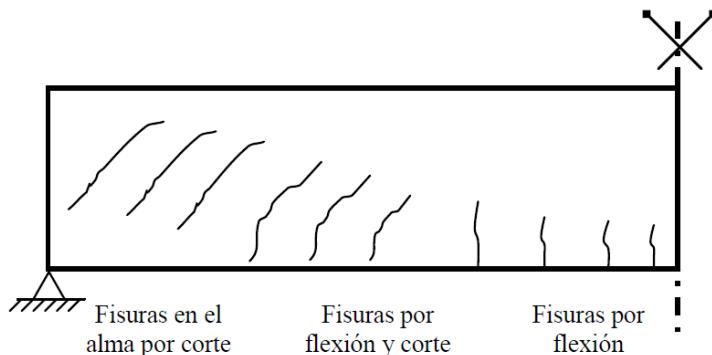
La forma de los diagramas de momento y corte dependen directamente del tipo de carga, su intensidad y distribución sobre la viga. Los esfuerzos que éstos producen varían a lo largo de la viga, por lo tanto, existirán zonas en la viga donde los esfuerzos por corte son predominantes o los esfuerzos por flexión son predominantes o ambos esfuerzos son predominantes. Entonces, de acuerdo a este razonamiento, se puede predecir con bastante precisión el lugar donde las fisuras aparecen y la forma que ellas adoptan (verticales o inclinadas). Cuando los esfuerzos por flexión son los predominantes, las fisuras son verticales

y comienzan desde las fibras extremas en tracción, mientras que, si los esfuerzos por cortante son los predominantes, las fisuras son inclinadas y están localizadas a media altura de la sección. En las zonas donde ambos esfuerzos están presentes, generalmente las fisuras comienzan siendo verticales para luego inclinarse.

En la Figura 2.34 se presenta la mitad de una viga simplemente apoyada que ha estado sometida a una carga uniforme repartida cuyo valor se ha incrementado paulatinamente hasta la aparición de fisuras. En la viga se pueden observar claramente los siguientes tres tipos de fisuras:

- a) **Fisuras por flexión:** Se presentan en forma vertical desde la cara traccionada y se aproximan al eje neutro de la viga. Estas fisuras son típicas en regiones donde el esfuerzo por flexión es grande y el esfuerzo por corte es pequeño o no existe.
- b) **Fisuras por flexión y corte:** Se presentan inicialmente en forma vertical desde la cara traccionada y se inclinan a medida que se acercan al eje neutro de la viga. Estas fisuras son típicas en regiones donde existe una combinación de esfuerzos por flexión y corte de magnitudes comparables.
- c) **Fisuras en el alma por corte:** Se presentan desde su inicio en forma inclinada y generalmente cerca del eje neutro de la viga. Estas fisuras son típicas en regiones donde el esfuerzo por corte es grande y el esfuerzo por flexión es pequeño o no existe.

Figura 2.34. Fisuras por tensión diagonal



$$v_{cr} = \frac{V_{cr}}{b_w \cdot d} = 0.30 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c}$$

Región de corte elevado
y momento pequeño

$$v_{cr} = \frac{V_{cr}}{b_w \cdot d} = 0.16 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c}$$

Región de momento elevado
y corte pequeño

Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

Donde:

V_{cr} : Fuerza de corte que produce la primera fisura.

Es evidente que el corte para el cual se forman fisuras diagonales depende de la relación entre la fuerza cortante y el momento flector, o más precisamente de la relación entre el esfuerzo cortante v y el esfuerzo por flexión f en la parte superior de la fisura por flexión. Ninguno de estos dos esfuerzos puede ser calculado con precisión, pero es evidente que:

$$v = K_1 \cdot \frac{V}{b \cdot d} \quad (2.124)$$

Donde K_1 depende de la profundidad de penetración de la fisura por flexión. De igual manera:

$$f = K_2 \cdot \frac{M}{b \cdot d^2} \quad (2.125)$$

Donde K_2 depende también de la configuración de las fisuras.

$$\frac{v}{f} = \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{V \cdot d}{M} \quad (2.126)$$

Los valores de K_1/K_2 fueron investigados mediante ensayos y se dedujo la siguiente fórmula:

$$v_{cr} = \frac{V_{cr}}{b_w \cdot d} = 0.16 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} + 17 \cdot \frac{\rho \cdot V \cdot d}{M} \leq 0.30 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.127)$$

$$V_{cr} = v_{cr} \cdot b_w \cdot d \quad (2.128)$$

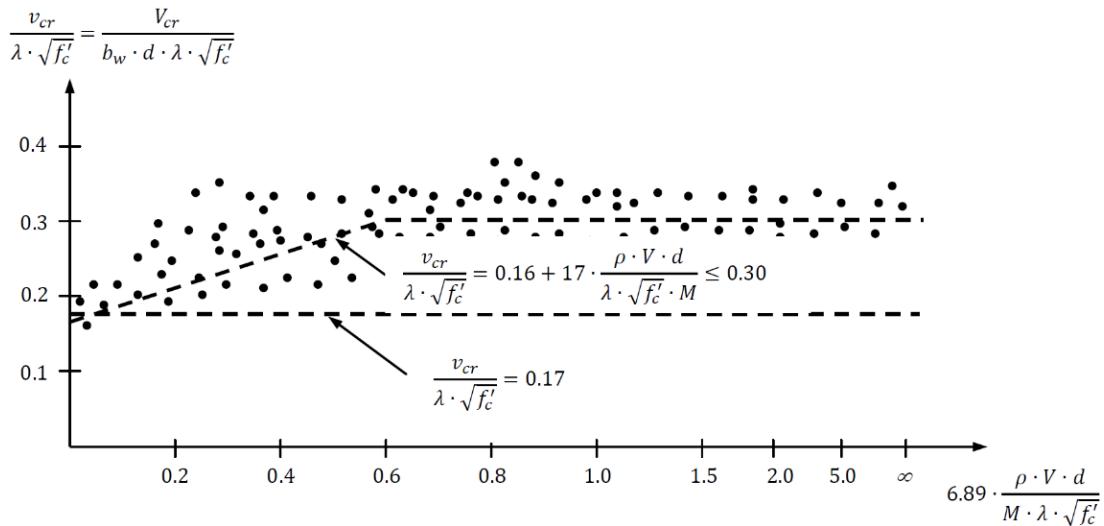
$$\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \quad (2.129)$$

v_{cr} : Tensión nominal de corte para la cual se forma la fisura por flexión y corte

Una ecuación más simple que da resultados conservadores es la siguiente:

$$v_{cr} = \frac{V_{cr}}{b_w \cdot d} = 0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.130)$$

Figura 2.35. Correlación de las ecuaciones con ensayos



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdova Alvestegui, 2015).

2.7 Análisis y diseño de vigas de hormigón armado por corte

Según ACI 549, el diseño de estructuras de ferrocemento para esfuerzos cortantes puede llevarse a cabo de acuerdo con ACI 318, la resistencia nominal al corte se puede expresar de la siguiente manera:

$$V_n = V_c + V_s \quad (2.131)$$

Donde:

V_n = Resistencia nominal al corte de la viga.

V_c = Fuerza de corte resistida por el hormigón.

V_s = Fuerza de corte resistida por los estribos.

Para poder determinar la resistencia nominal al corte, es necesario saber la resistencia que tiene la matriz de mortero al corte, siendo esta igual al corte que produce la primera fisura inclinada en el elemento, la fórmula aproximada está dada por:

$$V_c = 0.17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d_s \quad (2.132)$$

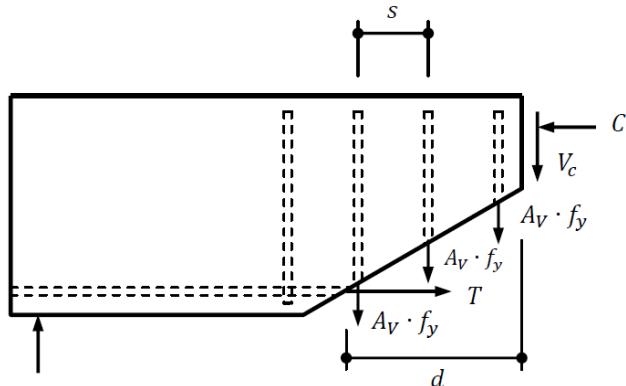
Donde:

λ = Factor de modificación que tiene en cuenta las propiedades mecánicas reducidas del hormigón ligero (ACI 19.2.4). Se toma el valor de λ igual a 1 para hormigón de densidad normal.

Por otro lado, se tiene el refuerzo con estribos verticales en dirección perpendicular al eje de la viga, siendo estos los alambres trasversales de la malla de refuerzo.

En la Figura 2.36, se presenta el diagrama de cuerpo libre de un pedazo de viga limitada en el extremo derecho por una fisura inclinada de corte.

Figura 2.36. Estripos verticales para resistir el corte



Fuente: Diseño de estructuras de hormigón armado (Córdoba Alvestegui, 2015).

La fuerza total cortante V_s que resisten los estribos a lo largo de la fisura es simplemente la multiplicación de la tensión de fluencia del acero f_y por el área efectiva equivalente del refuerzo trasversal A_v y por el número de estribos que son cortados por la fisura. Para determinar el número de estribos que son cortados por una fisura, se ha determinado mediante ensayos de laboratorio que la proyección horizontal de la fisura es aproximadamente igual al canto útil de la sección d . Por tanto, el número de estribos es igual a d/s .

$$V_s = A_v \cdot f_y \cdot \frac{d_s}{s} \quad (2.133)$$

El código ACI 318, controla indirectamente los esfuerzos cortantes limitando el máximo corte que puede ser resistido por la sección, con la siguiente expresión:

$$V_{max} = V_c + 0.66 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d_s \quad (2.134)$$

2.8 DIANA FEA (software de elementos finitos)

DIANA FEA, es un código de elementos finitos de propósito general, basado en el Método de Desplazamientos (DIANA es un acrónimo de *Displacement method ANAlyser*), ofrece un entorno robusto y especializado para capturar la fisuración, la no linealidad y los acoplamientos físicos típicos de la ingeniería estructural y geotécnica, con herramientas de modelado y posprocesado pensadas para interpretar resultados ingenieriles y apoyar decisiones de diseño y evaluación.

2.8.1 Conceptos generales del método de elementos finitos

Para problemas de elasticidad lineal, el sistema de ecuaciones a resolver es:

$$Ku = f \quad (2.135)$$

Donde, K es la matriz de rigidez del sistema, u es el vector de los grados de libertad nodales desconocidos, tales como desplazamientos y rotaciones, y f es el vector de fuerzas nodales correspondientes a los grados de libertad.

2.8.1.1 Formulación global

Al considerar un cuerpo tridimensional general, denotado como V , el problema se identifica por los desplazamientos desconocidos u y fuerzas internas conocidas por unidad de volumen g . Las fuerzas externas en forma de fuerzas concentradas y tracciones conocidas t se aplican en la parte S_t de la frontera y son conocidas como las condiciones de frontera naturales. Los desplazamientos u están especificados como valores conocidos \bar{u} en la parte S_u de la frontera y son llamadas las condiciones de frontera esenciales. En el Método de Elementos Finitos, el cuerpo V se aproximará como un ensamblaje de elementos finitos, conectados por puntos nodales en las fronteras de los elementos.

2.8.1.1.1 Desplazamientos

Para resolver el problema, los desplazamientos u deben cumplir una continuidad y diferenciabilidad en el grado necesario. En la frontera S_u , los desplazamientos deben satisfacer la condición de frontera esencial:

$$u = \bar{u} \quad \text{en} \quad S_u \quad (2.136)$$

Los desplazamientos de un punto específico (x, y, z) se asumen como funciones continuas expresadas en términos de variables discretizadas en los puntos nodales y se aproximan como:

$$u_c(x, y, z) \approx \bar{u}(x, y, z) = N(x, y, z)u \quad (2.137)$$

Donde N es la matriz de interpolación de desplazamientos, y u es un vector de variables nodales, tales como componentes de desplazamientos y rotaciones, conocido como el vector de grados de libertad. La matriz de interpolación N contiene las funciones de forma descritas en términos de variables independientes, como coordenadas, y está definida localmente para cada elemento individual.

2.8.1.1.2 Deformaciones y esfuerzos

Las deformaciones en cualquier punto de la estructura se pueden determinar mediante:

$$\varepsilon = Lu \quad (2.138)$$

Donde L es un operador diferencial que define un campo de deformaciones compatibles. El campo de deformaciones ahora se puede expresar como la derivada del vector u , de la forma:

$$\varepsilon = L\bar{u} = LN\bar{u} = Bu \quad (2.139)$$

Donde la matriz B define la relación deformación-desplazamiento para un punto específico y se denomina matriz diferencial. Asumiendo un comportamiento elástico lineal, la relación entre esfuerzos y deformaciones en un punto particular se puede escribir como:

$$\sigma = D(\varepsilon + \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (2.140)$$

Donde la matriz D es la relación esfuerzo-deformación y depende de las propiedades del material, como el módulo de Young E y la relación de Poisson ν . El vector ε_0 representa las deformaciones iniciales, y el vector σ_0 contiene los esfuerzos residuales iniciales.

2.8.1.1.3 Equilibrio

En un problema estructural, las ecuaciones de equilibrio que gobiernan se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} L^T \sigma + g &= 0 \quad \text{en } V \\ L_n^T \sigma + t &= 0 \quad \text{en } S_t \end{aligned} \quad (2.141)$$

Donde g es el vector de fuerzas internas conocidas por unidad de volumen, con V como el volumen total o el dominio del modelo. El vector t representa las fuerzas de tracción conocidas en la frontera S_t , como cargas superficiales, de borde y puntuales. Para la derivación de las ecuaciones de equilibrio, se puede utilizar la condición de estacionariedad de la energía potencial total.

2.8.1.1.4 Principio de desplazamientos virtuales

Una forma más sencilla de introducir las relaciones de equilibrio de la ecuación (2.141) se puede hacer invocando el principio de desplazamientos virtuales. Este principio establece

que una estructura elástica está en equilibrio bajo un sistema de carga dado si, para cualquier desplazamiento virtual desde un estado de deformación compatible, el trabajo virtual es igual a la energía virtual de deformación. La ecuación del trabajo virtual se puede escribir como:

$$\int_V \delta \varepsilon^T \sigma \, dV = \int_V \delta u^T g \, dV = \int_{S_t} \delta u^T t \, dS_t \quad (2.142)$$

Donde $\delta \varepsilon$ son las deformaciones virtuales que corresponden a los desplazamientos virtuales δu . Sustituyendo las ecuaciones (2.136) y (2.139) en (2.142) obtenemos:

$$\delta u^T \int_V B^T \sigma \, dV = \delta u^T \left(\int_V N^T g \, dV + \int_V N^T t \, dS_t \right) = \delta u^T r \quad (2.143)$$

Donde r es el vector de fuerzas internas correspondiente al vector de grados de libertad nodales u . El principio del trabajo virtual establece que la ecuación (2.143) debe satisfacerse para cualquier u , de modo que:

$$\int_V B^T \sigma \, dV = r \quad (2.144)$$

Estas ecuaciones no aseguran que el equilibrio se satisfaga en cada punto, pero garantizan que los esfuerzos satisfagan el equilibrio en un sentido promedio ponderado. Sustituyendo las ecuaciones (2.140) y (2.139), el lado izquierdo de la ecuación (2.144) se puede escribir como:

$$\int_V B^T \sigma \, dV = \left(\int_V B^T D B \, dV \right) u - \int_V B^T D \varepsilon_0 \, dV + \int_V B^T \sigma_0 \, dV = r \quad (2.145)$$

Al combinar la expresión de r en las ecuaciones (2.143) y (2.145), obtenemos:

$$Ku = f \quad (2.146)$$

Donde:

$$K = \int_V B^T D B \, dV \quad (2.147)$$

Es la matriz de rigidez del sistema, y f es el vector del lado derecho definido por:

$$f = f_g + f_t + f_{\varepsilon_0} - f_{\sigma_0} + f_c \quad (2.148)$$

Con:

$$f_g = \int_V N^T g \, dV$$

La contribución de las fuerzas internas.

$$f_t = \int_{S_t} N^T t \, dS_t$$

La contribución de las tracciones superficiales.

$$f_{\varepsilon_0} = \int_V B^T D\varepsilon_0 \, dV$$

El efecto de las deformaciones iniciales.

$$f_{\sigma_0} = \int_V B^T D\sigma_0 \, dV$$

El efecto de los esfuerzos iniciales.

$$f_c$$

La contribución de las fuerzas nodales concentradas.

Esto genera un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas que pueden resolverse de manera directa o indirecta:

$$u = K^{-1}f \quad (2.149)$$

2.8.1.2 Discretización en elementos

En el Método de Elementos Finitos, el dominio de solución V se divide en un número finito de elementos V_e , que están conectados por puntos nodales en las fronteras entre elementos. De este modo, el dominio de solución se discretiza y se representa como un conjunto de elementos. Los desplazamientos desconocidos en cada elemento ahora se aproximan mediante funciones continuas expresadas en términos de variables nodales; estas funciones dentro de cada elemento finito se denominan funciones de interpolación o de forma.

2.8.1.2.1 Desplazamientos

En cada elemento, los desplazamientos de un punto arbitrario (x, y, z) pueden medirse en un sistema de coordenadas cartesianas locales convenientes y se aproximan mediante funciones de forma y variables nodales:

$$u_c(x, y, z) = Nu_e \quad (2.150)$$

Donde N es la matriz de interpolación con funciones de forma $N(x, y, z)$, y u_e es el vector de desplazamientos nodales del elemento, expresado en los ejes locales (x, y, z) . A partir de ahora, la distinción entre matrices, vectores y escalares de elementos y de estructuras se hará añadiendo un subíndice e a las cantidades de los elementos siempre que esta distinción no

sea evidentemente reconocida. Este vector del elemento puede componerse a partir de las variables nodales del vector de grados de libertad del sistema u mediante:

$$u_e = T_e u \quad (2.151)$$

Donde T_e es la matriz de transformación del elemento, que transforma los grados de libertad correspondientes del sistema a los grados de libertad locales del elemento, orientados en el sistema de coordenadas (x, y, z) . El resto es idéntico a la Sección 2.8.1.1.

2.8.1.2.2 Deformaciones y esfuerzos

Usando la ley deformación-desplazamiento para compatibilidad y asumiendo que las funciones de forma N son conocidas, la forma discreta de la relación deformación-desplazamiento puede escribirse como:

$$\varepsilon = B u_e \quad (2.152)$$

De manera similar a la Ecuación (2.140) para todo el dominio, la relación entre las deformaciones y los esfuerzos, incluyendo deformaciones iniciales y esfuerzos iniciales, puede escribirse para un elemento como:

$$\sigma = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (2.153)$$

Donde D es la matriz de rigidez que representa la ley esfuerzo-deformación, usualmente derivada de la ley de Hooke, y varía de un elemento a otro. A menudo, la matriz D solo se define en un sistema de coordenadas cartesianas locales del elemento (x_l, y_l, z_l) . Para obtener las deformaciones en este sistema, es necesario aplicar una transformación de deformaciones:

$$\varepsilon_l = T_\varepsilon \varepsilon \quad (2.154)$$

Donde T_ε es la matriz de transformación de deformaciones. Con la Ecuación (2.152), el vector de deformaciones locales ε_l puede ahora relacionarse directamente con el vector de grados de libertad locales del elemento u_e mediante:

$$\varepsilon_l = T_\varepsilon B u_e = B_l u_e \quad (2.155)$$

2.8.1.2.3 Ensamblaje de elementos

El proceso de ensamblaje de los elementos también maneja las restricciones y las dependencias lineales (uniones).

2.8.1.2.3.1 Restricciones lineales

La ecuación general de unión para la conexión excéntrica de tres translaciones y tres rotaciones es:

$$\begin{Bmatrix} u_{xi} \\ u_{yi} \\ u_{zi} \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\Delta_z & \Delta_y \\ 0 & 1 & 0 & \Delta_z & 0 & -\Delta_x \\ 0 & 0 & 1 & -\Delta_y & \Delta_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{xj} \\ u_{yj} \\ u_{zj} \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (2.156)$$

Donde u_{xi} denota la translación x del nodo esclavo, θ_{yj} la rotación y del nodo maestro, Δ_x la excentricidad en la dirección x , etc.

2.8.1.2.4 Energía virtual de deformación

Una vez que la estructura ha sido idealizada como un ensamblaje de elementos, la forma integral de la Ecuación de Trabajo Virtual (2.142) puede reescribirse como una suma del trabajo virtual realizado por los elementos individuales con volúmenes V_e y superficies de frontera S_e :

$$\sum_{e=1}^{n_e} \int_{V_e} \delta \varepsilon^T \sigma \, dV = \sum_{e=1}^{n_e} \int_{V_e} u^T g_e \, dV + \sum_{e=1}^{n_e} \int_{S_e} u^T t_e \, dS \quad (2.157)$$

Donde n_e es el número total de elementos, g_e es la fuerza corporal del elemento por unidad de volumen, y t_e son las tracciones del elemento por unidad de área que actúan a lo largo de la frontera del elemento S_e . El término tracciones no está limitado a superficies de frontera reales, sino que también se utiliza para superficies interiores. Para cada elemento, su frontera S_e puede dividirse en una parte exterior y una parte interior con interfaces imaginarias con elementos adyacentes.

La Ecuación (2.157) es de importancia fundamental para el Método de Elementos Finitos basado en desplazamientos e impone ciertas restricciones sobre las funciones de desplazamiento. En la aproximación del Principio de Desplazamientos Virtuales en elementos finitos, intentaremos garantizar el equilibrio, que para un elemento se expresa como:

$$\int_{V_e} \delta u^T (L^T \sigma + g_e) \, dV - \int_{S_e} (L_n^T \sigma - t_e) \, dS = 0 \quad (2.158)$$

Se puede demostrar que este teorema solo es válido siempre y cuando todas las derivadas de u y σ sean finitas a través de V . En general, los esfuerzos no logran continuidad en las interfaces entre los elementos. Sin embargo, si las funciones de forma son elegidas de manera que los desplazamientos coincidan en los nodos y los elementos adyacentes (i y j) tengan desplazamientos idénticos en su interfaz, entonces se cumple una condición de continuidad de los esfuerzos en el sentido medio en la forma de:

$$\int_{S_{e_{i+j}}} \delta u^T (L_n^T \sigma_i - L_n^T \sigma_j - \bar{t}_e) dS = 0 \quad (2.159)$$

Donde \bar{t}_e es la contribución de las cargas externas aplicadas. Esta expresión es otra aproximación para satisfacer el equilibrio y, por lo tanto, la ecuación de equilibrio (Ecuación 2.158) es válida dentro de un único elemento y hasta su frontera superficial S_e .

Asumiendo que las funciones de desplazamiento cumplen con las condiciones de la Ecuación (2.157), las integraciones pueden realizarse sobre los volúmenes y superficies del elemento. Sustituyendo respectivamente los desplazamientos y las deformaciones de los elementos con las Ecuaciones (2.150) y (2.152), la ecuación de trabajo virtual para un elemento individual puede escribirse como:

$$\delta u_e^T \int_{V_e} B^T \sigma dV = \delta u_e^T \int_{V_e} N^T g_e dV + \delta u_e^T \int_{S_e} N^T t_e dS \quad (2.160)$$

La forma integral de las tracciones en la frontera del elemento $\int N^T t_e dS$ puede reemplazarse por un vector de fuerzas nodales cinemáticamente equivalentes r_e , correspondiente al vector de grados de libertad del elemento u_e . Reordenando y sustituyendo r_e por las tracciones en la frontera, la ecuación de trabajo virtual puede expresarse en la forma:

$$\delta u_e^T \left(\int_{V_e} B^T \sigma dV - \int_{V_e} N^T g_e dV \right) = \delta u_e^T r_e \quad (2.161)$$

Ya que esta relación es válida para cualquier desplazamiento virtual δu_e , la ecuación de equilibrio para un elemento puede escribirse como:

$$\int_{V_e} B^T \sigma dV - \int_{V_e} N^T g_e dV = r_e \quad (2.162)$$

2.8.1.2.5 Matriz de rigidez del elemento

La Ecuación (2.162) es válida para cualquier relación esfuerzo-deformación, y en el caso de un comportamiento elástico lineal, sustituyendo la Ecuación (2.153) para los esfuerzos se obtiene:

$$K_e u_e + f_e = r_e \quad (2.163)$$

Donde:

$$K_e = \int_{V_e} B^T D B \, dV \quad (2.164)$$

Es la matriz de rigidez del elemento, y

$$f_e = \int_{V_e} N^T g_e \, dV - \int_{V_e} B^T D \varepsilon_0 \, dV + \int_{V_e} B^T \sigma_0 \, dV \quad (2.165)$$

Es la contribución del elemento al vector del lado derecho f .

Retomando la Ecuación (2.157) y usando la aproximación por tramos para los desplazamientos de la Ecuación (2.150) y la relación discreta deformación-desplazamiento de la Ecuación (2.152), la ecuación de trabajo virtual ahora se obtiene como:

$$\sum_{e=1}^{n_e} \delta u_e^T \int_{V_e} B^T \sigma \, dV = \sum_{e=1}^{n_e} \delta u_e^T \int_{V_e} N^T g_e \, dV + \sum_{e=1}^{n_e} \delta u_e^T \int_{S_e} N^T t_e \, dS \quad (2.166)$$

La sustitución de la relación esfuerzo-deformación de la Ecuación (2.153), en el caso de un comportamiento elástico lineal, conduce a:

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^{n_e} \delta u_e^T \left(\int_{V_e} B^T D B \, dV \right) u_e &= \sum_{e=1}^{n_e} \delta u_e^T \int_{V_e} N^T g_e \, dV + \\ &\quad \sum_{e=1}^{n_e} \delta u_e^T \int_{S_e} N^T t_e \, dS + \sum_{e=1}^{n_e} \delta u_e^T \left(\int_{V_e} B^T D \varepsilon_0 \, dV - \int_{V_e} B^T \sigma_0 \, dV \right) \end{aligned} \quad (2.167)$$

2.8.1.2.5.1 Transformación

Con T como la matriz de transformación, la Ecuación (2.164) se escribe como:

$$K_e = T^T \left(\int_{V_e} B^T D B \, dV \right) T \quad (2.168)$$

La multiplicación previa y posterior con T transforma la rigidez del elemento de coordenadas locales a coordenadas globales. La creación de las matrices de rigidez de los elementos K_e según la Ecuación (2.168), DIANA lleva a cabo el Análisis Estático Lineal.

2.8.1.3 Ensamblaje del vector de carga

El vector de carga f está compuesto por las fuerzas nodales externas especificadas en el archivo de entrada y por el ensamblaje de las cargas de los elementos. Estas cargas de los elementos se pueden subdividir en los siguientes componentes:

1. **Fuerzas nodales equivalentes debido a efectos térmicos**, efectos resultantes de diferencias en concentración y deformaciones iniciales. La suma de estos efectos da como resultado una deformación inicial equivalente, que puede transformarse en cargas nodales.
2. **Fuerzas nodales equivalentes resultantes de los esfuerzos iniciales.**
3. **Fuerzas nodales equivalentes resultantes de cargas en las fronteras de los elementos.**
4. **Fuerzas nodales equivalentes resultantes de efectos de aceleración** (peso propio).

La aplicación de Diana para el Análisis Estático Lineal calcula las contribuciones anteriores por elemento y, posteriormente, para cada grado de libertad, las contribuciones de los elementos conectados se superponen y se suman a las cargas nodales externas especificadas, formando así el vector de carga f .

2.8.1.4 Equilibrio

Invocando el teorema de los desplazamientos virtuales, las ecuaciones de equilibrio del ensamblaje de elementos son:

$$Ku = f \quad (2.169)$$

Donde la matriz K es la matriz de rigidez del ensamblaje de elementos:

$$K = \sum_{e=1}^{n_e} T_e^T K_e T_e \quad (2.170)$$

Y el vector f es el vector del lado derecho:

$$f = f_g + f_t + f_{\varepsilon_0} - f_{\sigma_0} + f_c \quad (2.171)$$

con:

$$f_g = \sum_{e=1}^{n_e} T_e^T \int_{V_e} N^T g_e \, dV$$

La contribución de las fuerzas internas de los elementos.

$$f_t = \sum_{e=1}^{n_e} T_e^T \int_{S_e} N^T t_e \, dS$$

La contribución de las tracciones superficiales de los elementos.

$$f_{\varepsilon_0} = \sum_{e=1}^{n_e} T_e^T \int_{V_e} B^T D \varepsilon_0 \, dV$$

El efecto de las deformaciones iniciales de los elementos.

$$f_{\sigma_0} = \sum_{e=1}^{n_e} T_e^T \int_{V_e} B^T \sigma_0 \, dV$$

El efecto de los esfuerzos iniciales de los elementos.

$$f_c$$

La contribución de las fuerzas nodales concentradas.

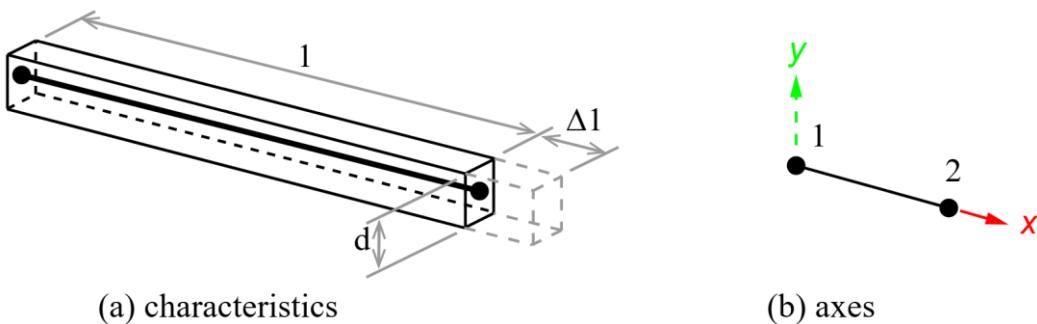
2.8.2 Tipos de elemento finito

A continuación, se presenta una visión general de las clases de elementos finitos en DIANA.

2.8.2.1 Armaduras (trusses) y cables

Los elementos de armadura (truss) son barras que deben cumplir la condición de que sus dimensiones d perpendiculares al eje de la barra sean pequeñas en relación con la longitud l de la barra.

Figura 2.37. Características de elementos de armadura



Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

La deformación de los elementos de armadura solo puede ser el alargamiento axial Δl ; no existe deformación por flexión ni por cortante. Los elementos truss pueden emplearse para analizar estructuras de barras con conexiones articuladas, como cubiertas espaciales (space decks), rigidizadores en muros o partes estructurales unidas mediante articulaciones. También pueden utilizarse para el modelado de barras de refuerzo discretas.

En DIANA, los tipos de elementos truss se representan como líneas. Los elementos pueden tener funciones de interpolación lineales o cuadráticas para el campo de desplazamientos. En los elementos con interpolación lineal hay solo dos nodos, mientras que los elementos con interpolación cuadrática tienen tres nodos a lo largo de la línea. Existen tres tipos de elementos truss: regulares, mejorados y elementos de cable. En comparación con los truss regulares, los elementos mejorados incorporan grados de libertad adicionales perpendiculares al eje de la barra; por lo tanto, pueden utilizarse en análisis geométricamente no lineales y en análisis dinámicos.

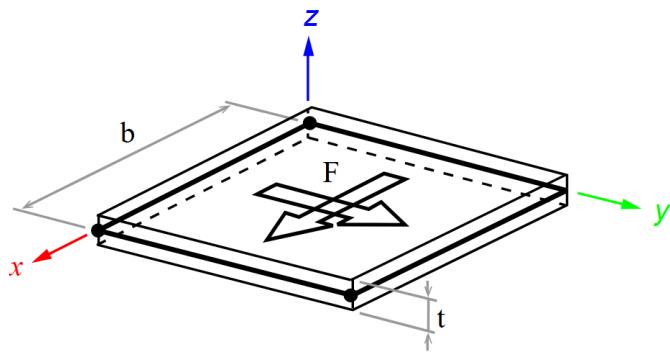
2.8.2.2 Elementos de cuerpo bidimensionales

En un modelo bidimensional, los elementos se definen sobre una única superficie plana y las deformaciones y cargas están restringidas a actuar en el plano de dicha superficie. Se pueden distinguir tres configuraciones diferentes de un modelo bidimensional:

- **Elementos de esfuerzo plano (membrana)**

Estos elementos pueden utilizarse para modelar muros o paneles. Deben ser planos, es decir, las coordenadas de los nodos del elemento deben estar en un único plano, el plano xy del elemento. Este plano puede tener cualquier orientación arbitraria dentro del sistema de coordenadas tridimensional XYZ . Los elementos deben ser delgados, es decir, el espesor t debe ser pequeño en relación con las dimensiones b en el plano del elemento. El espesor t de estos elementos es definido por el usuario. Las cargas F deben actuar en el plano del elemento. En estos elementos, solo existen tensiones dentro del plano de la superficie, y las deformaciones fuera del plano se consideran como resultado del efecto de Poisson.

Figura 2.38. Características elemento de esfuerzo plano

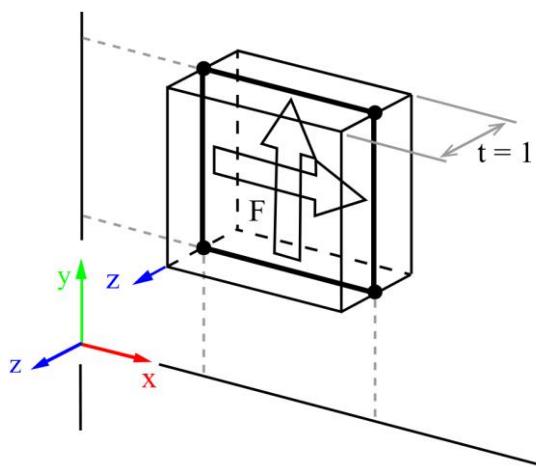


Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

- **Elementos de deformación plana**

Estos elementos pueden utilizarse para modelar una sección transversal de una estructura (infinitamente) larga, como un túnel, una pantalla de pilotes o una presa. Deben estar posicionados en el plano global XY del modelo, es decir, la coordenada Z correspondiente de los nodos del elemento debe ser cero. Las cargas F deben actuar en el plano del elemento. Los elementos de deformación plana se caracterizan por tener un espesor t igual a la unidad y por presentar componentes de deformación perpendiculares a la cara del elemento igual a cero: $\varepsilon_{zz} = 0$. El efecto de Poisson generará tensiones fuera del plano.

Figura 2.39. Características elemento de deformación plana

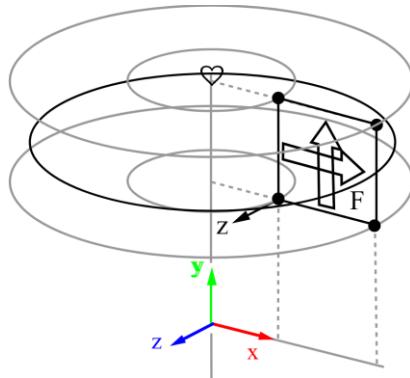


Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

- **Elementos axisimétricos**

Estos elementos describen un anillo sólido. Los elementos bidimensionales se rotan alrededor del eje global Y formando un anillo sólido. Estos elementos pueden emplearse en estructuras axisimétricas como tanques cilíndricos, torres de enfriamiento, tubos, conectores o pozos cilíndricos de excavación. Deben estar posicionados en el plano global XY , es decir, la coordenada Z de los nodos del elemento debe ser cero. DIANA considera el eje Y como eje de simetría rotacional, por lo tanto, cada elemento modela un anillo. Las cargas F deben actuar en el plano del elemento. En estos elementos, sólo hay deformaciones en el plano del elemento. Se consideran las tensiones circunferenciales, las cuales se calculan a partir del efecto de Poisson y la deformación circunferencial resultante del desplazamiento radial. La circunferencia del anillo sólido se define por la distancia del elemento al eje de rotación, que es el eje global Y .

Figura 2.40. Características del elemento axisimétrico



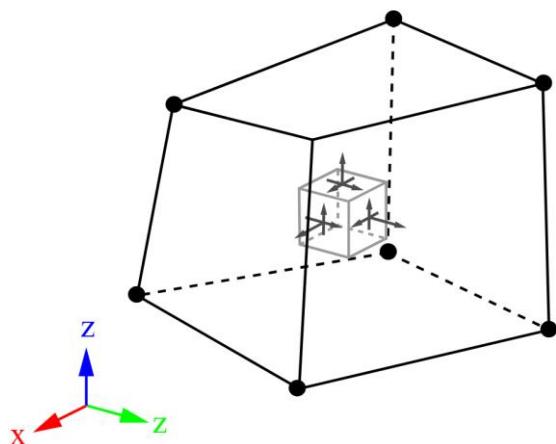
Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

2.8.2.3 Cuerpos o sólidos tridimensionales

Los elementos sólidos son elementos de propósito general que resultan muy atractivos, ya que las geometrías arbitrarias pueden llenarse fácilmente con elementos sólidos, sin necesidad de considerar ingenierilmente la reducción de geometrías reales a geometrías simplificadas, como ocurre con los elementos de viga, placa y/o cascarón. En años anteriores, debido a su tendencia a generar grandes sistemas de ecuaciones, estos elementos solían aplicarse solo cuando otros elementos no eran adecuados o producían resultados de análisis inexactos. Actualmente, debido a la potencia del hardware, los procedimientos de análisis son mucho más eficientes y las fuerzas de sección transversal y los momentos flectores pueden calcularse eficientemente usando elementos compuestos; por ello, los elementos sólidos pueden emplearse eficazmente en el trabajo de ingeniería cotidiano.

Los elementos sólidos se caracterizan por las siguientes propiedades:

Figura 2.41. Características del elemento sólido



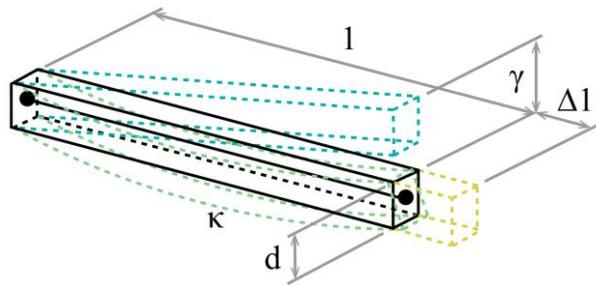
Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

La situación de esfuerzo es tridimensional. La carga puede ser arbitraria. Las dimensiones en las tres direcciones axiales X , Y y Z son del mismo orden de magnitud

2.8.2.4 Vigas (Beams)

Los elementos de viga son barras que deben cumplir la condición de que sus dimensiones d perpendiculares al eje de la barra sean pequeñas en relación con la longitud l de la misma.

Figura 2.42. Características del elemento de viga



Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

Los elementos de viga pueden presentar deformación axial Δl , deformación por cortante γ , curvatura κ y torsión; por lo tanto, pueden describir fuerza axial, fuerza cortante y momentos. Se emplean típicamente para analizar pórticos bidimensionales y tridimensionales. En combinación con elementos continuo-sólido también pueden modelar rigidizadores en placas o cascarones, etc. DIANA ofrece tres clases de elementos viga:

- Clase I: Elementos de viga clásicos con secciones transversales integradas directamente. Pueden utilizarse en análisis lineal y en análisis geométricamente no lineal. El análisis físico no lineal (material) se limita a diagramas generalizados esfuerzo-deformación.
- Clase II: Elementos de viga clásicos completamente integrados numéricamente. Pueden utilizarse en análisis lineal, geométricamente no lineal y físicamente no lineal.
- Clase III: Elementos de viga tipo Mindlin completamente integrados numéricamente. Pueden utilizarse en análisis lineal, geométricamente no lineal y físicamente no lineal.

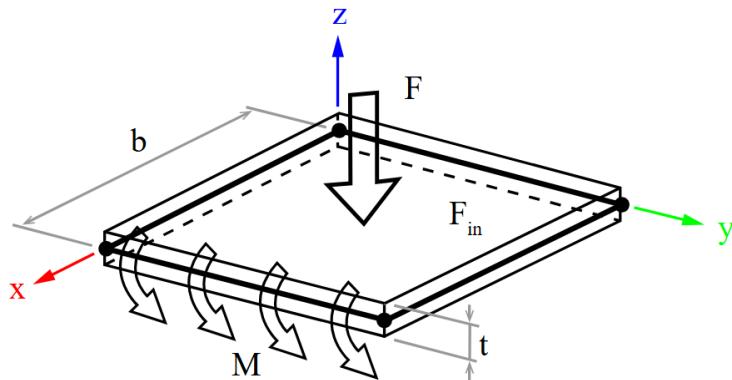
2.8.2.5 Placas y cáscaras

Las estructuras de placa o cáscara con un espesor que es relativamente pequeño en comparación con las dimensiones en el plano y con cargas fuera del plano, pueden definirse con elementos de flexión de placa o de cáscara. Estos elementos pueden estar ubicados en cualquier parte del espacio tridimensional. Se pueden distinguir tres tipos diferentes de elementos de placa y cáscara:

2.8.2.5.1 Elementos de placa en flexión

Los elementos de placa en flexión deben cumplir las siguientes condiciones relativas a la forma y a la carga

Figura 2.43. Características elementos de placa en flexión



Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

Deben ser planos, es decir, las coordenadas de los nodos del elemento deben estar en un único plano, el plano xy del elemento. El espesor t debe ser pequeño en relación con las dimensiones b en el plano del elemento. La carga de fuerza F debe actuar perpendicular al plano del elemento, la carga de momento M debe actuar alrededor de un eje contenido en el plano del elemento.

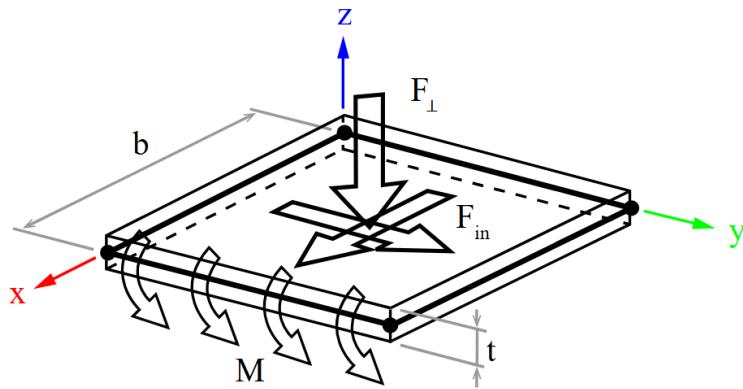
Los elementos de placa en flexión se caracterizan por lo siguiente: la tensión normal perpendicular a la cara es cero, lo que significa que se cumple la condición de esfuerzo plano. Las normales al plano del elemento permanecen rectas después de la deformación, pero por definición no tienen por qué seguir siendo perpendiculares al plano. El desplazamiento perpendicular al plano no varía a lo largo del espesor.

DIANA ofrece dos clases de elementos de placa en flexión: la primera basada en la teoría de Kirchhoff discreta (denominados placas Kirchhoff discretas), y la segunda basada en la teoría de Mindlin-Reissner (denominados simplemente placas Mindlin). Ambas clases se integran numéricamente.

2.8.2.5.2 Elementos de lámina plana

Los elementos de lámina plana son, básicamente, una combinación de elementos de esfuerzo plano y elementos de placa en flexión. Pero, a diferencia de los de esfuerzo plano, sus variables básicas son fuerzas en lugar de tensiones de Cauchy. Los elementos de lámina plana deben cumplir las condiciones relativas a forma y carga que se indican a continuación.

Figura 2.44. Características elemento de lámina plana



Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

Deben ser planos, es decir, las coordenadas de los nodos del elemento deben estar en un mismo plano, el plano xy del elemento; de lo contrario, deben usarse elementos de cáscara curvada. Deben ser delgados, es decir, el espesor t debe ser pequeño en relación con las dimensiones b en el plano del elemento. Las cargas de fuerza F pueden actuar en cualquier dirección entre perpendicular al plano y dentro del plano. Las cargas de momento M deben actuar en el plano del elemento.

Los elementos de lámina plana (flat shell) se caracterizan por lo siguiente: las normales al plano del elemento permanecen rectas tras la deformación. El desplazamiento perpendicular al plano no varía a lo largo del espesor.

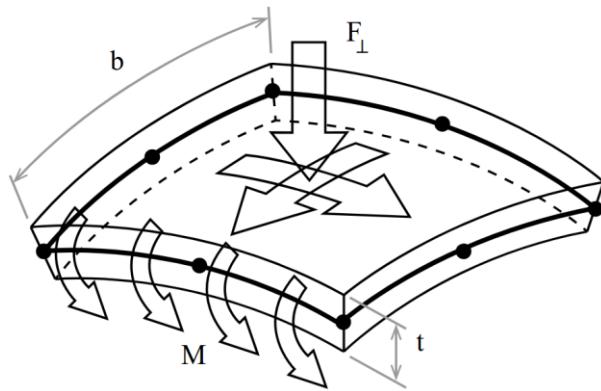
2.8.2.5.3 Elementos de cáscara curva

Los elementos de cáscara curvada en DIANA se basan en el enfoque isoparamétrico de sólido degenerado, introduciendo dos hipótesis de cáscara:

Normales rectas (Straight-normals): se asume que las normales permanecen rectas, pero no necesariamente ortogonales a la superficie de referencia. Se incluye la deformación cortante transversal según la teoría de Mindlin-Reissner.

Tensión normal nula (Zero-normal-stress): se asume que el componente de tensión normal en la dirección normal de la base laminar se anula, $\sigma_{zzl(\xi,\eta,z)} = 0$. El plano tangente del elemento está definido por una base laminar que corresponde a un sistema de coordenadas cartesianas locales (x_l, y_l) definido en cada punto de la cáscara, con x_l y y_l tangentes al plano de la superficie ξ, η y un eje z_l perpendicular a ella.

Figura 2.45. Características elemento de cáscara curva



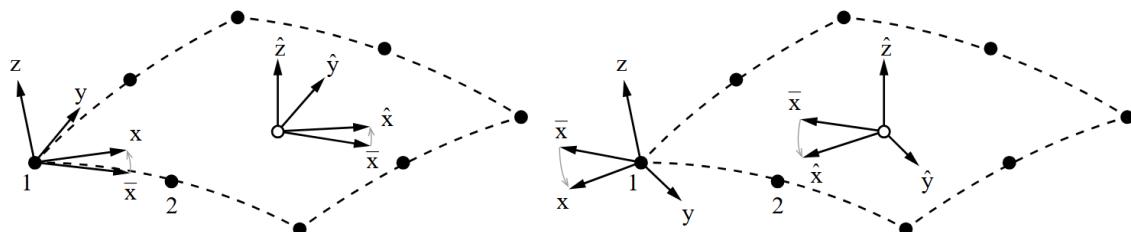
Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

Las deformaciones laminares en el plano ε_{xx} , ε_{yy} , y γ_{xy} varían linealmente en la dirección del espesor. Las deformaciones cortantes transversales γ_{xz} y γ_{yz} se imponen constantes a lo largo del espesor. Dado que las tensiones y deformaciones cortantes transversales reales varían parabólicamente a través del espesor, esas deformaciones cortantes se tratan como una deformación constante equivalente sobre un área correspondiente. Se aplica un factor de corrección de cortante usando la condición de que una tensión cortante transversal constante produzca aproximadamente la misma energía de deformación cortante que la tensión cortante real.

2.8.2.5.3.1 Ejes

DIANA usa el eje \bar{x} para establecer los ejes xyz para las rotaciones en los nodos $\hat{x}\hat{y}\hat{z}$ para las deformaciones y tensiones localmente dentro del elemento. El eje z se define siempre perpendicular al plano del elemento; a partir de y se crea $\perp z\bar{x}$, finalmente, $x \perp yz$ según la regla de la mano derecha. Nótese que los ejes locales predeterminados del elemento son totalmente independientes de los ejes globales XYZ del modelo.

Figura 2.46. Ejes

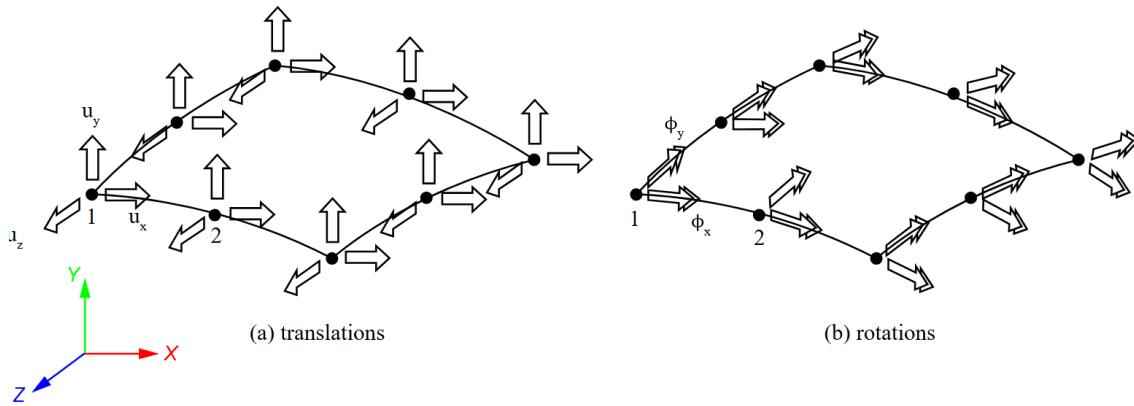


Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

2.8.2.5.3.2 Variables

a) Desplazamientos

Figura 2.47. Desplazamientos



Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

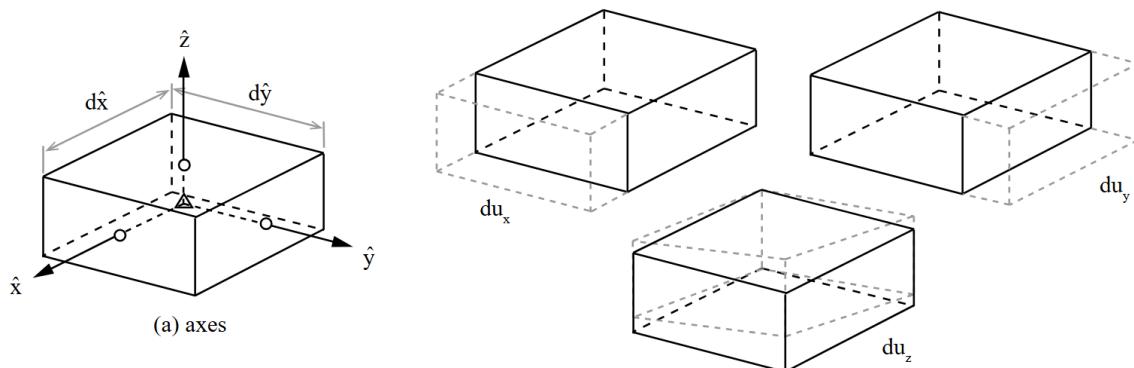
Las variables básicas en los nodos de los elementos de cáscara curvada son las traslaciones u_X , u_Y y u_Z en las direcciones globales XYZ , y las rotaciones ϕ_x y ϕ_y alrededor de los ejes locales $+x$ y $+y$ en el plano tangente.

$$u_e = \begin{Bmatrix} u_X \\ u_Y \\ u_Z \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} \quad (2.172)$$

b) Deformaciones

Los desplazamientos nodales dan lugar a las deformaciones du_X , du_Y y du_Z de una porción infinitesimal dX dY .

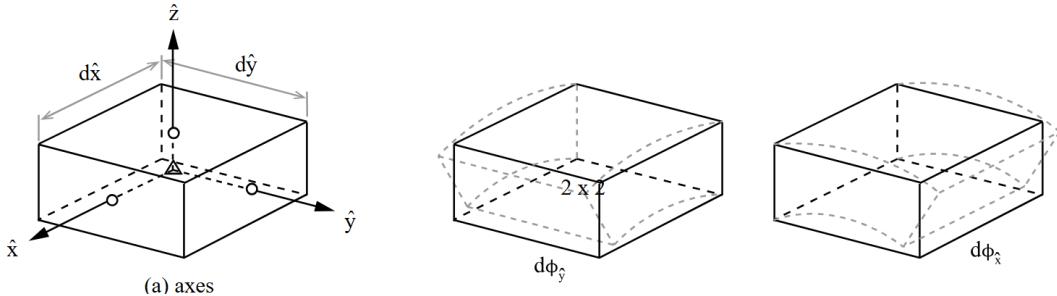
Figura 2.48. Traslaciones



Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

y las deformaciones $d\phi_{\hat{x}}$, $d\phi_{\hat{y}}$ de una porción infinitesimal $d\hat{x} d\hat{y}$.

Figura 2.49. Rotaciones



Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

A partir de estas deformaciones, DIANA deduce las deformaciones de Green–Lagrange en los ejes locales $\hat{x}\hat{y}\hat{z}$ según:

$$\hat{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = T_{\epsilon} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{XX} \\ \epsilon_{YY} \\ \epsilon_{ZZ} \\ \gamma_{XY} \\ \gamma_{YZ} \\ \gamma_{ZX} \end{Bmatrix} \quad (2.173)$$

donde T_{ϵ} denota la matriz de transformación de la orientación global XYZ a la local $\hat{x}\hat{y}\hat{z}$, donde:

$$\epsilon_{XX} = \frac{\partial u_X}{\partial X} \quad \epsilon_{YY} = \frac{\partial u_Y}{\partial Y} \quad \epsilon_{ZZ} = \frac{\partial u_Z}{\partial Z} \quad (2.174)$$

$$\gamma_{XY} = \frac{\partial u_X}{\partial Y} + \frac{\partial u_Y}{\partial X} \quad \gamma_{YZ} = \frac{\partial u_Y}{\partial Z} + \frac{\partial u_Z}{\partial Y} \quad \gamma_{ZX} = \frac{\partial u_Z}{\partial X} + \frac{\partial u_X}{\partial Z} \quad (2.175)$$

Estas deformaciones de Green–Lagrange se evalúan en todos los puntos de integración. La convención de signos para las deformaciones es: una elongación produce deformación positiva, y una curvatura positiva tiene el lado convexo en la dirección $+z$.

c) Tensiones

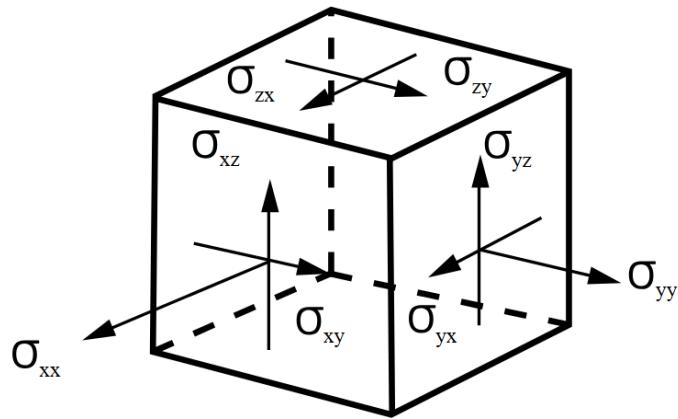
DIANA puede calcular y reportar dos tipos de tensiones para elementos de cáscara curvada: tensiones de Cauchy y momentos y fuerzas generalizados.

- Cauchy

A partir de las deformaciones básicas, DIANA obtiene las tensiones de Cauchy en los puntos de integración.

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} = 0 \\ \sigma_{xy} = \sigma_{yx} \\ \sigma_{yz} = \sigma_{zy} \\ \sigma_{zx} = \sigma_{xz} \end{cases} \quad (2.176)$$

Figura 2.50. Tensiones de Cauchy



Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

La Fig. 2.50, muestra estas tensiones en un cubo unitario en su dirección positiva. Nótese que la tensión de tracción es positiva.

- **Momentos y fuerzas generalizados**

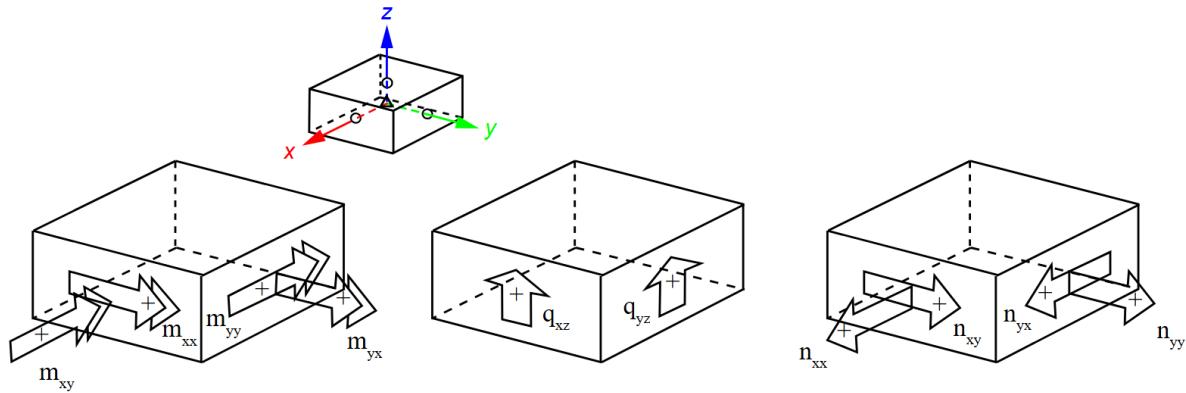
A partir de las tensiones básicas, DIANA puede obtener los momentos flectores m y las fuerzas f .

$$m = \begin{cases} m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{xy} = m_{yx} \end{cases} \quad (2.177)$$

$$f = \begin{cases} n_{xx} \\ n_{yy} \\ n_{xy} = n_{yx} \\ q_{xz} \\ q_{yz} \end{cases} \quad (2.178)$$

La Fig. 2.51, muestra estos momentos y fuerzas sobre la porción infinitesimal $d\hat{x} d\hat{y}$ en su dirección positiva.

Figura 2.51. Momentos y fuerzas generalizados



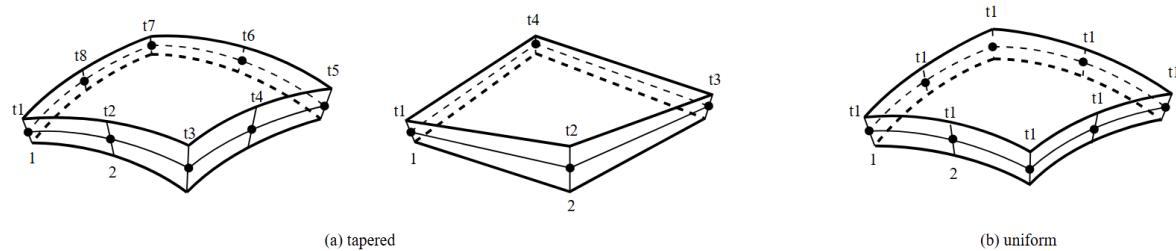
Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

La convención de signos es que un momento positivo genera tensiones positivas en la cara superior, y que una fuerza cortante positiva genera tensiones cortantes positivas.

2.8.2.5.3.3 Espesor

El espesor t de los elementos de cáscara curvada puede ser uniforme o no uniforme. A esta propiedad se le puede asociar una función espacial. Los valores t_1 a t_n son los espesores t en los nodos respectivos del elemento.

Figura 2.52. Espesor



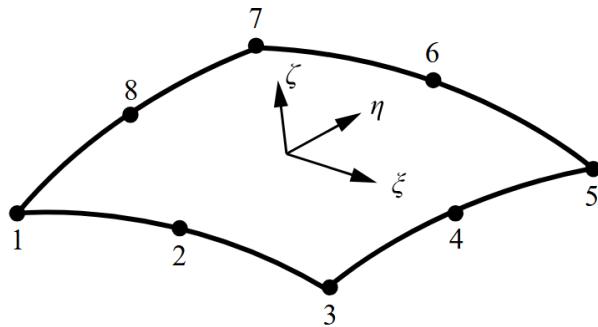
Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

Si solo se especifica un valor (t_1), entonces el espesor es uniforme. La variación del espesor no uniforme (cónico/ahusado) sobre el área del elemento depende del orden de interpolación del elemento: lineal, cuadrático, de tercer orden, etc.

2.8.2.5.3.4 Elemento CQ40S - cuadrilateral, 8 nodos

Tipo de elemento CQ40S [Fig. 26.19]: elemento de cáscara curvada isoparamétrico cuadrilateral de ocho nodos.

Figura 2.53. CQ40S



Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

a) Distribución de deformaciones y tensiones en el área del elemento

Tabla 2.10. Distribución de deformaciones y tensiones en el área del elemento (CQ40S)

Variables	Símbolo	Dirección <i>x</i>	Dirección <i>y</i>
Deformación	ε_{xx}	Variación lineal	Variación cuadrática
	ε_{yy}	Variación cuadrática	Variación lineal
Curvatura	κ_{xx}	Variación lineal	Variación cuadrática
	κ_{yy}	Variación cuadrática	Variación lineal
Momento	m_{xx}	Variación lineal	Variación cuadrática
	m_{yy}	Variación cuadrática	Variación lineal
Fuerza de membrana	n_{xx}	Variación lineal	Variación cuadrática
	n_{yy}	Variación cuadrática	Variación lineal
Fuerza cortante	q_{xz}	Variación lineal	Variación cuadrática
	q_{yz}	Variación cuadrática	Variación lineal

Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

b) Polinomios: interpolación cuadrática

Tabla 2.11. Polinomios para CQ40S

Variables	Symbols	Polinomios
Translaciones	$u_i(\xi, \eta)$	$a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta + a_4\xi^2 + a_5\eta^2 + a_6\xi^2\eta + a_7\xi\eta^2$
Rotaciones	$\phi_i(\xi, \eta)$	$b_0 + b_1\xi + b_2\eta + b_3\xi\eta + b_4\xi^2 + b_5\eta^2 + b_6\xi^2\eta + b_7\xi\eta^2$

Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

2.8.2.6 Refuerzos embebidos (embedded reinforcements)

Las características principales de los refuerzos embebidos son:

- Los refuerzos se embeben en los elementos estructurales, los llamados elementos madre.

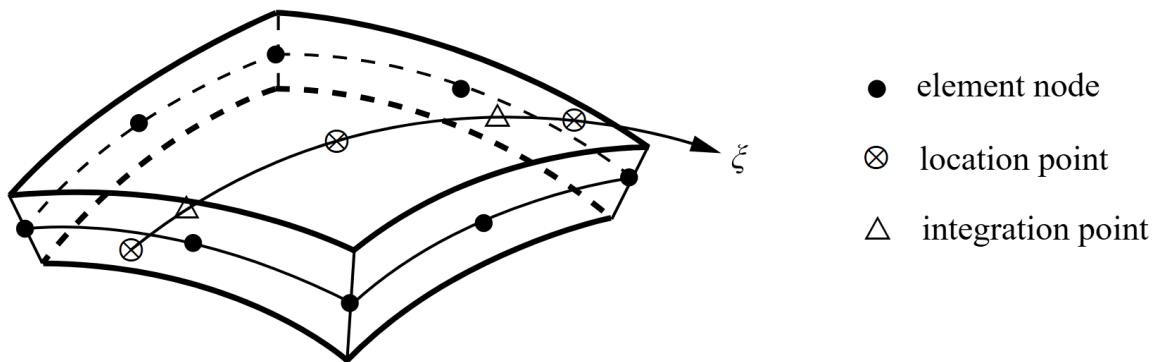
DIANA ignora el espacio/volumen ocupado por una armadura embebida. El elemento madre no disminuye ni en rigidez ni en peso. La armadura embebida no contribuye al peso (masa) del elemento.

- Las armaduras embebidas no tienen grados de libertad propios. Por defecto, en armaduras embebidas las deformaciones en las armaduras se calculan a partir del campo de desplazamientos de los elementos madre. Esto implica adherencia perfecta entre la armadura y el material circundante. No obstante, mediante una opción adicional de entrada puede especificarse que la armadura no esté adherida a los elementos de embebido [Sección 54].
- Las armaduras de acero en hormigón pueden presentar pérdidas de anclaje en sus extremos. En verificaciones de diseño y en todos los análisis estructurales este efecto puede considerarse reduciendo el módulo de Young sobre una cierta longitud al inicio y/o al final de las barras o mallas.
- La técnica de embebido permite que las líneas de la armadura no coincidan con las líneas de la malla. Esto permite generar la malla de elementos finitos sin tener que anticipar la ubicación de las armaduras.
- Los puntos de ubicación se determinan automáticamente, ya que DIANA identifica los elementos que son intersectados por las armaduras embebidas (los elementos de embebido), a lo que llamamos método de discretización elemento por elemento.
- La contribución de la rigidez de la armadura a la rigidez del elemento madre correspondiente se calcula automáticamente. Si para el elemento respectivo se define la opción no adherida (not bonded), esa armadura no contribuirá a la matriz de rigidez. La opción no adherida puede emplearse para simular el pretensado de cables con barras de refuerzo.

2.8.2.6.1 Barras de refuerzo en elementos de cáscara curvada

Las barras de refuerzo pueden embeberse en todos los elementos de cáscara curvada. Los elementos de cáscara curvada se verifican automáticamente para el embebido de barras de refuerzo especificadas mediante secciones.

Figura 2.54. Barra embebida en elemento de cáscara curvada



Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

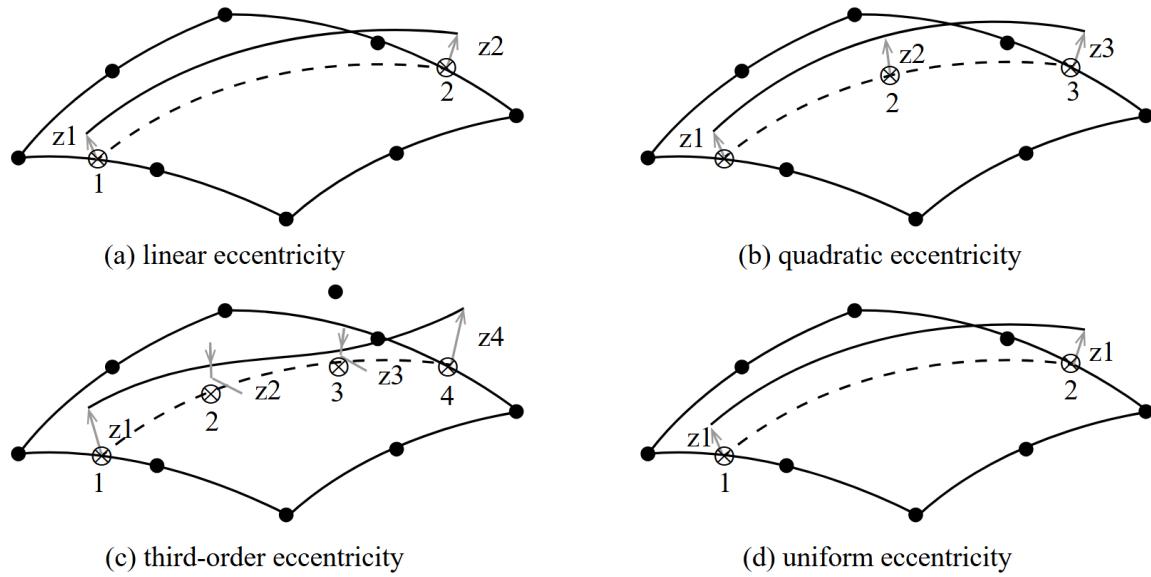
Para embeber barras en cáscaras curvadas, DIANA necesita, para cada elemento de cáscara, los puntos de ubicación de la partícula embebida en ese elemento. Estos puntos de ubicación se generan mediante la discretización de la armadura.

Excentricidades. Los puntos de ubicación pueden definirse mediante excentricidades en la dirección local **z** (espesor), respecto a puntos especificados. Si las excentricidades son cero, los puntos de ubicación coinciden con los puntos especificados.

Hay dos condiciones para que una sección de barra quede embebida en un elemento de cáscara curvada:

- 1) Debe intersecar uno o dos bordes del elemento, pero ninguno de ellos más de una vez;
- 2) Los puntos de ubicación calculados deben quedar dentro del dominio de espesor del elemento.

Figura 2.55. Excentricidades en elementos de cáscara curvada



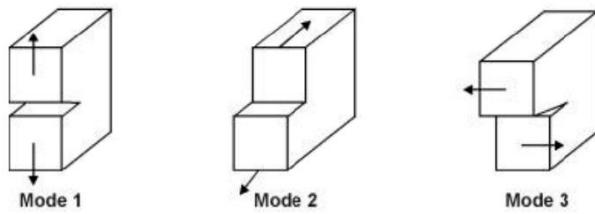
Fuente: DIANA Documentation 10.5 (DIANA FEA BV, 2021).

2.8.3 Modelado de fisuras

Los dos enfoques principales son la fisuración discreta y la fisuración distribuida (smeared). La fisuración discreta se modela directamente como una discontinuidad entre dos elementos, usando una interfaz. El modelo de material define entonces cómo se comporta la fisura. En cambio, con la fisuración distribuida, el material fisurado se modela como un medio continuo y anisótropo. Se recomienda un modelo discreto cuando se conoce dónde aparecerán las fisuras. De este modo se puede seguir el comportamiento de apertura, deslizamiento y cierre de las fisuras especificadas. La fisuración distribuida, por otro lado, se usa cuando no se sabe con exactitud dónde ocurrirán las fisuras. La fisuración se describe mediante relaciones tensión–(deformación de fisura) para fisuración distribuida.

La hipótesis de fisuración distribuida puede emplearse tanto para rotura a compresión como para fallo a cortante, y es el método recomendado para el modelado de fisuras, donde la variable principal es la deformación de fisura ε_{cr} . DIANA descompone la respuesta en una parte elástico-lineal y una parte asociada a la fisura. Esa parte “de fisura” se expresa con componentes en un sistema local ligado a la grieta: normal n (apertura, modo I) y tangencial t (deslizamiento, modos II/III). Teniendo la deformación de fisura en la dirección normal a la grieta en un punto de integración del elemento denominado $\varepsilon_{cr,nn}$ o E_{knn} .

Figura 2.56. Modos de fractura en mecánica de la fractura



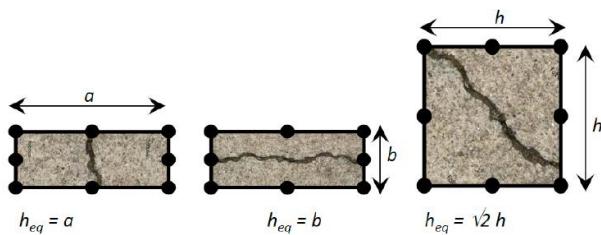
Fuente: Extraido de Numerisk simulering av ikke-lineær oppførsel av armert betong
(Hallberg, 2014)

2.8.3.1 Ancho de banda de fisura para fisuración distribuida

Uno de los retos de la fisuración distribuida es la sensibilidad a la malla a nivel de material. El tamaño del elemento determina la energía disipada con la fisura. Una solución a este problema es introducir el ancho de banda de fisura, h_{cr} . Este es un parámetro común en los modelos constitutivos con enfoque de fisura distribuida y puede describirse como una escala de longitud usada para normalizar el efecto del tamaño del elemento en la redistribución de energía. El ancho de banda h_{cr} , también conocido como longitud equivalente h_{eq} , debe determinarse mediante un procedimiento automático. DIANA ofrece dos métodos automáticos: el método basado en el elemento de Rots y el método de proyección de Govindjee. Mientras que el método de Rots considera la forma y otras propiedades del elemento, el método de Govindjee también tiene en cuenta la dirección de la fisura. Por ello, se prefiere el método de Govindjee. La Figura 2.57 muestra ejemplos de anchos de banda cuando se considera la orientación de la fisura. Para un elemento cuadrilátero cuadrático de forma cuadrada, el ancho estimado es:

$$h_{cr} = \sqrt{2}h. \quad (2.179)$$

Figura 2.57. Anchos de banda de fisura cuando se considera la orientación de la fisura



Fuente: Extraído de Guidelines for Nonlinear Finite Element Analysis of Concrete Structures (Hendriks & Roosen, 2019).

Algunas implementaciones ofrecen ancho ponderado (Weighted crack width, CRKWDT) para reducir el sesgo de alineación donde el ancho de fisura local se evalúa como:

$$w = \left(\sum \varepsilon_{cr} \right) h_{cr} \quad (2.180)$$

2.8.3.2 Fisuración basada en deformación total

DIANA ofrece varios modelos para fisuración distribuida. Rijkswaterstaat recomienda utilizar un modelo de fisuración basado en la deformación total (Total Strain Crack Model, TSCM). Este modelo describe la tensión como función de la deformación. El método se basa en la teoría del campo de compresión modificada presentada por Vecchio & Collins y su extensión 3D por Selby & Vecchio. El TSCM se usa comúnmente por su robustez. La entrada para el TSCM consta de dos partes:

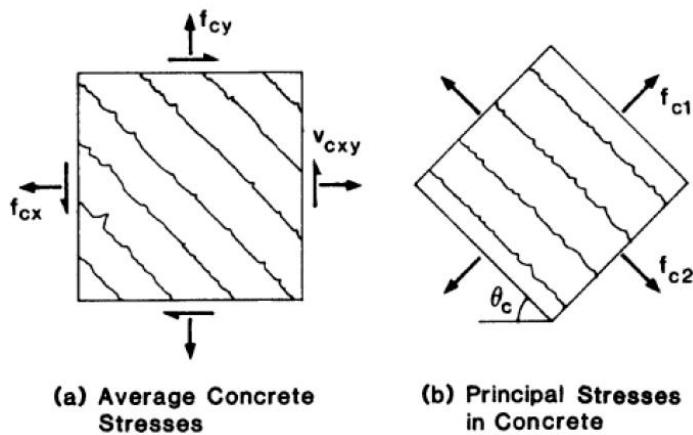
Propiedades básicas del material (como el coeficiente de Poisson y el módulo de Young). Definiciones del comportamiento del material a tracción, compresión y cortante. También pueden aplicarse modelos de influencia lateral para describir el efecto de la fisuración lateral y el confinamiento sobre el comportamiento del material.

2.8.3.2.1 Modelos de fisuras fijas y rotantes

Existen tres variantes del TSCM: fijo, rotante y rotante a fijo. En esta última variante, una deformación umbral decide cuándo pasar de un modelo rotante a uno fijo. En todas las variantes, la tensión se evalúa en las direcciones definidas por las direcciones de fisura. Esas direcciones son fijas o rotan continuamente con las direcciones principales del vector de deformación.

El modelo de fisuras rotantes es un procedimiento computacional con un concepto coaxial tensión-deformación. El plano de fisura rota para seguir las direcciones principales (Figura 2.58). El plano principal siempre coincidirá con el plano de fisura, por lo que no habrá componente cortante.

Figura 2.58. Tensiones en concreto fisurado.



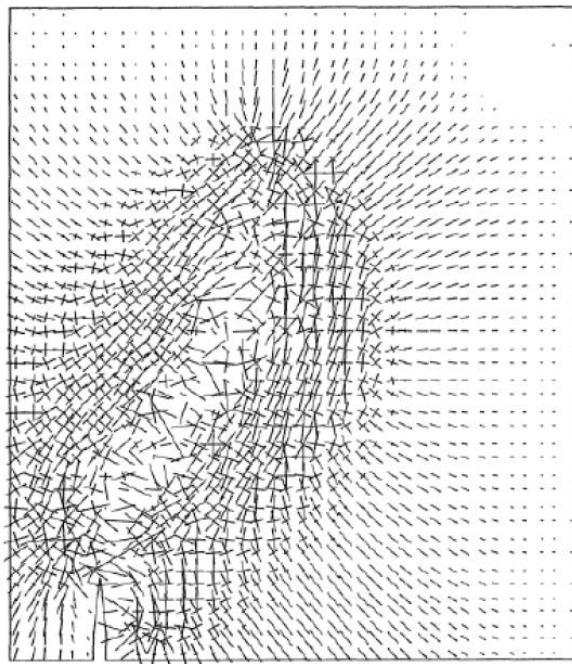
Fuente: Extraído de The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear (Vecchio & Collins, 1986)

El modelo de fisuras fijas tiene un concepto tensión-deformación fijo. Las relaciones tensión-deformación se evalúan en un sistema de coordenadas fijo, establecido en el momento de la fisuración. Si se usa un modelo de fisuras fijas, debe combinarse con un modelo adecuado de retención al corte.

Según Rijkswaterstaat, debe usarse un modelo rotante. El argumento es que un modelo rotante dará una cota inferior de la carga de fallo y sufrirá menos de bloqueo espurio de tensiones. El bloqueo de tensiones es un error que puede ocurrir en un análisis por elementos finitos con fisuración distribuida: como las fisuras se representan como un efecto distribuido y no como una discontinuidad geométrica real, la reducción de tensiones en un punto de integración fisurado no provoca relajación en los elementos vecinos. Por tanto, la deformación del elemento fisurado produce tensiones espurias “bloqueadas” alrededor de las fisuras localizadas, haciendo que los elementos parezcan más rígidos de lo que son.

La Figura 2.59, muestra un ejemplo de este comportamiento.

Figura 2.59. Bloqueo severo de tensiones alrededor de una fisura fija.



Fuente: Extraído de Towards a uniform and optimal approach for safe NLFEA of reinforced concrete beams (de Putter, 2020)

De acuerdo con de Putter et al., la variante más adecuada del TSCM depende del modo de fallo. Un modelo rotante funciona bien para fallos relativamente dúctiles en vigas con estribos, mientras que un modelo fijo funciona mejor para fallos más frágiles en vigas sin estribos.

2.9 Ensayos de laboratorio

2.9.1 Análisis granulométrico y módulo de finura de los agregados (ASTM C136)

Este método de ensayo se utiliza para determinar la distribución por tamaño de las partículas de los áridos finos y gruesos mediante el uso de tamices.

Algunas especificaciones para los áridos, que tienen referencia con este método de ensayo, contienen requerimientos granulométricos que incluyen ambas fracciones, áridos finos y gruesos. Se incluyen las instrucciones para el análisis granulométrico de estos árido.

Este método de ensayo se usa principalmente para determinar la granulometría de los materiales propuestos para ser utilizados como áridos o que están siendo empleados como áridos. Los resultados se usan para determinar la concordancia de la distribución del tamaño de las partículas con los requerimientos de las especificaciones aplicables y para proporcionar la información necesaria para controlar la producción de diversos productos de los áridos y de mezclas que contengan áridos. La información también puede ser de utilidad para establecer relaciones concernientes a la porosidad y al macizo.

2.9.1.1 Módulo de finura

El módulo de finura (FM) del agregado fino se obtiene, conforme a la norma ASTM C 125 se calcula sumando los porcentajes retenidos acumulados en los tamices estándar (nombrados más abajo) y dividiendo la suma entre 100. Cambios significativos en la granulometría de la arena tienen una repercusión importante en la demanda de agua y, en consecuencia, en la trabajabilidad del hormigón, por lo que si hubiese una variación significativa en la granulometría de la arena deben hacerse ajustes en el contenido de cemento y agua para conservar la resistencia del hormigón. Para no tener que recalcular la dosificación del hormigón el módulo de finura del agregado fino, entre envíos sucesivos, no debe variar en más de ± 0.2 .

En el agregado fino hay dos elementos que deben ser considerados, por un lado, el módulo de finura (MF), y por el otro la continuidad en los tamaños, ya que algunas arenas pueden tener módulos de finuras aceptables (entre 2.2 y 3.1) y carecer de alguna clase granulométrica. Si consideramos únicamente el módulo de finura, pueden obtenerse dos condiciones desfavorables: una de ellas existe cuando el módulo de finura es mayor a 3.1 (arena gruesa), en donde puede ocurrir que las mezclas sean poco trabajables, faltando cohesión entre sus componentes y requiriendo mayores consumos de cemento para mejorar

su trabajabilidad; la otra condición es cuando el módulo de finura es menor a 2.2 (arena fina), en este caso puede ocurrir que las mezclas sean pastosas y que haya mayor consumo de cemento y agua para una resistencia determinada, y también una mayor probabilidad que ocurran agrietamientos de tipo contracción por secado.

2.9.1.1.1 Cálculo de módulo de finura

$$MF = \frac{\% \text{ acumulado en los tamices}}{100} \quad (2.181)$$

2.9.2 Densidad aparente ("peso unitario") e índice de huecos en los agregados (ASTM C29)

Este método de ensayo permite determinar la densidad aparente ("peso unitario") de un agregado tanto en su condición compactada o suelta y calcular los huecos entre las partículas en los agregados finos, gruesos o mezclas de agregados, basada en la misma determinación. Este método se aplica a los agregados que no exceden los 125 mm de tamaño máximo nominal.

Densidad aparente: de un agregado, la masa de una unidad de volumen de los agregados a granel, en la que el volumen incluye el volumen de las partículas individuales y el volumen de los huecos de aire entre las partículas. Se expresa en kg/m^3 .

Peso unitario: peso (masa) por unidad de volumen. (Término desaprobado - usar de preferencia **densidad aparente**.)

Estas definiciones dependen de los siguientes parámetros principales:

- La gravedad específica de los agregados.
- El tamaño de los granos, descritos por la curva granulométrica.
- La forma y textura de los granos.
- El grado de compactación, es la manera en la cual se realiza el acomodo.
- El efecto pared ejercido por el recipiente donde se realiza la prueba.

Se sabe que, para medir estos valores, el agregado debe estar en condición seca, pues tendrá el efecto de incrementar el valor del peso unitario del agregado grueso y generará el efecto de abundamiento del agregado fino. (Barriga, 2007).

2.9.3 Peso específico y absorción del agregado fino (ASTM C 128)

Este método de ensayo determina la densidad promedio de una cantidad de partículas de áridos finos, la densidad relativa y la absorción de los áridos finos. Dependiendo del procedimiento usado, la densidad en kg/m^3 es expresada como secada al horno, saturada

superficialmente seca o como densidad aparente. La densidad y la densidad relativa se determinan después de secar los áridos. La porosidad de los agregados, su impermeabilidad y absorción influyen en las propiedades como la adherencia entre el agregado y los materiales cementicios, así como la estabilidad química y la resistencia a la abrasión.(Barriga, 2007)

2.9.4 Dosificación de mortero

Para la dosificación de mortero en peso, se parte de la relación de componentes:

$$c : a : w \quad (2.182)$$

Donde:

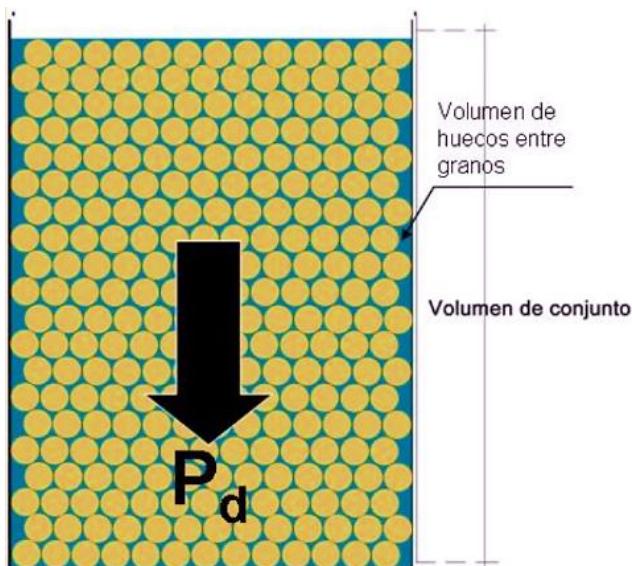
c: Cantidad o partes de conglomerante.

a: Cantidad o partes de arena.

w: Cantidad o partes de agua.

Sabiendo que la arena es un conjunto de partículas macroscópicas sólidas, esta presentara un volumen de huecos existentes frente a su volumen total o de conjunto.

Figura 2.60. Volumen de conjunto en material granular



Fuente: Materiales de construcción (Universidad Politécnica de Madrid, s. f.).

Nota 1. Se muestran el volumen total de la materia granular, volumen relativo de granos más volumen de huecos entre granos.

Nota 2. P_d = Peso seco del material granular.

Para obtener un determinado volumen de mortero se busca que el volumen existente de vacíos en la arena correspondiente al espacio no ocupado por los sólidos, sean rellenados por la pasta que resulta de la mezcla entre el cemento y el agua.

Por lo tanto, se asume que el volumen de mortero a diseñar (V_m) será igual al volumen de arena (V_a).

$$V_m = V_a \quad (2.183)$$

El peso de la arena (P_a) será igual al producto del volumen de arena con el peso unitario compacto de la arena (PUC).

$$P_a = V_a \cdot PUC \quad (2.184)$$

Empleando la relación de componentes planteada en (2.173), el peso del cemento (P_c), tendrá la siguiente expresión:

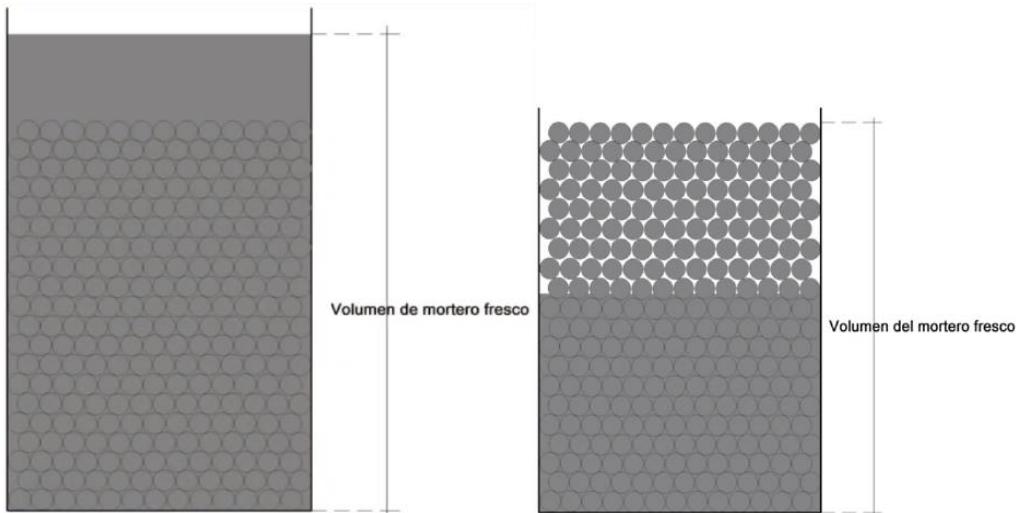
$$P_c = \frac{P_a}{a} \cdot c \quad (2.185)$$

Utilizando la relación de componentes, la fórmula para determinar el peso del agua (P_a) será la siguiente:

$$P_w = \frac{P_a}{a} \cdot w \quad (2.186)$$

Se deberá verificar que los valores obtenidos cumplan con el volumen de mortero a diseñar y no superen el mismo. Es decir que el volumen de la pasta puede ser superior o inferior al volumen de poros disponibles en la arena, como se muestra en la figura 2.44:

Figura 2.61. Suposiciones del volumen de pasta en el volumen de arena



Fuente: Materiales de construcción (Universidad Politécnica de Madrid, s. f.).

El escenario buscado es, que el volumen de la pasta sea igual al volumen de poros disponibles en la arena.

Para realizar esta comprobación de los valores obtenidos, se tiene que comparar el volumen de vacíos de la arena (V_{va}) con el volumen de pasta (V_{pasta}), expresados de la siguiente forma:

$$V_{va} = V_a - \frac{P_a}{\gamma_a} \quad (2.187)$$

$$V_{pasta} = \frac{P_c}{\gamma_c} + \frac{P_w}{\gamma_w} \quad (2.188)$$

Donde:

γ_a : Peso específico aparente de la arena

γ_a : Peso específico del cemento

γ_a : Peso específico del agua

Se debe cumplir:

$V_{va} = V_{pasta} \Rightarrow$ Los valores son correctos.

$V_{va} \neq V_{pasta} \Rightarrow$ Los valores se deben corregir.

En caso de realizar la corrección de estos valores, se tiene que calcular el volumen de mortero que se obtiene (V_{mo}), el cual será la suma del volumen de arena y el volumen de pasta menos el volumen de vacíos de la arena, siendo este último rellenado en parte por la pasta, por lo tanto, se tiene que:

$$V_{mo} = V_a + V_{pasta} - V_{va} \quad (2.189)$$

Con el volumen de mortero obtenido, se calcularán los pesos corregidos de cada componente:

$$P'_c = \frac{V_m}{V_{mo}} \cdot P_c \quad (2.190)$$

$$P'_a = \frac{V_m}{V_{mo}} \cdot P_a \quad (2.191)$$

$$P'_w = \frac{V_m}{V_{mo}} \cdot P_w \quad (2.192)$$

Con los nuevos valores de componentes, se debe realizar la comprobación entre el volumen de mortero obtenido con los valores corregidos y el volumen de mortero a diseñar, se tiene que:

$$V'_{mo} = \frac{P'_a}{G_s} + \frac{P'_c}{\gamma_c} + \frac{P'_w}{\gamma_w} \quad (2.193)$$

Entonces:

$$V'_{mo} = V_m \quad (2.194)$$

2.9.5 Ensayo de resistencia a la compresión del hormigón (ASTM C 39)

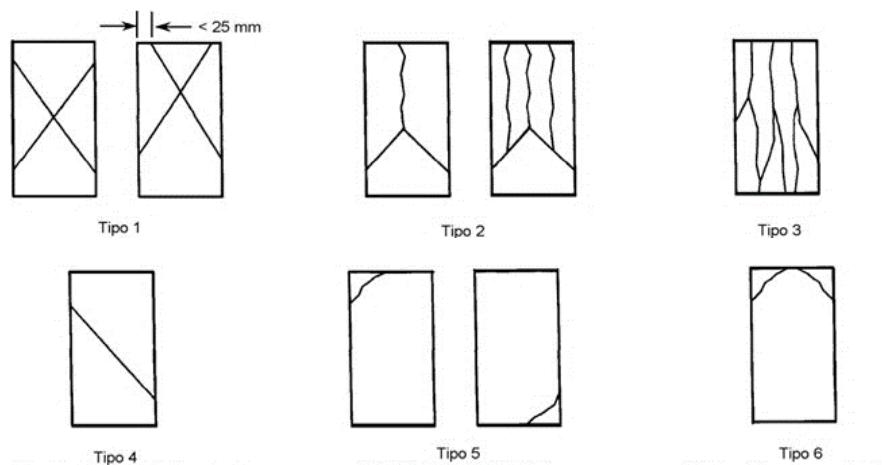
Este ensayo permite la determinación de la resistencia a la compresión de los especímenes cilíndricos de hormigones moldeados en laboratorio o en campo obtenido por medio de la extracción de núcleos. Se limita a hormigones con peso unitario mayor que 800 kg/m³.

Se necesita ser cuidadoso en la interpretación del significado para determinar la resistencia a la compresión por este método de ensayo, porque la resistencia no es una propiedad fundamental o intrínseca del hormigón hecho con materiales dados. Los valores obtenidos dependerán del tamaño y forma del espécimen, revolución, procedimiento de mezclado, los métodos de muestreo, moldeo, fabricación y edad, temperatura y condiciones de humedad durante el curado.

2.9.5.1 Tipos de fallas en cilindros sometidos a compresión

Según la norma ASTM C39 hay seis tipos de fallas que dependen de muchos factores como lo son: la formación de los conos, confinamiento de las partículas, nivelación de los cabezales, entre otros. En la Figura 2.45 se muestran los tipos de fallas que se presentaron en los ensayos.

Figura 2.62. Tipos de fracturas en ensayos a compresión



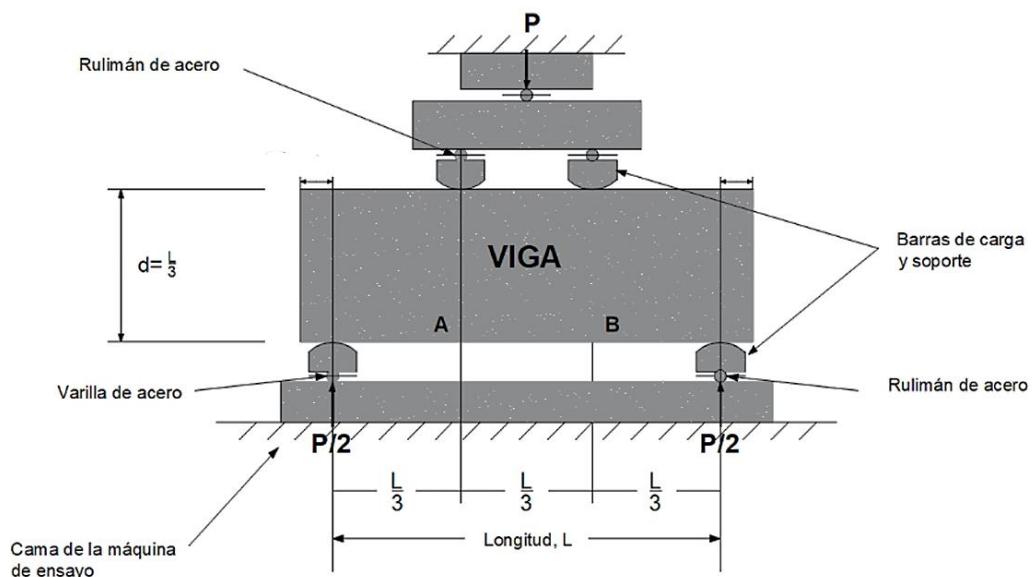
Fuente: Resistencia a la Compresión de Especímenes Cilíndricos de Hormigón (ASTM C39/C39M-18).

2.9.6 Ensayo de resistencia a la flexión del ferrocemento (ASTM C78):

La norma ACI 549-18 (Guide to Ferrocement), en su sección 6.1.2, define el ensayo de flexión para vigas de ferrocemento como la prueba en la que un elemento prismático, simplemente apoyado, es sometido a carga en sus tercios medios siguiendo el procedimiento descrito en la ASTM C78, “Método de prueba estándar para la resistencia a la flexión del

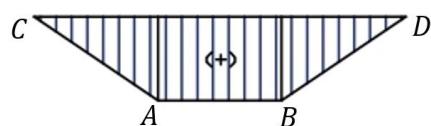
concreto". Este protocolo experimental tiene como propósito evaluar la resistencia a flexión de la viga, considerando la interacción entre la matriz de mortero y el sistema de refuerzo. Durante la aplicación de cargas crecientes, se registra la curva carga–deflexión, lo que permite identificar el comportamiento del elemento junto a su capacidad última de carga antes del colapso. Adicionalmente, el método facilita la cuantificación de la deformación residual tras la descarga, con ello, la ACI 549-18 (Guide to Ferrocement) asegura que los resultados obtenidos sean comparables y reproducibles.

Figura 2.63. Esquema del ensayo a flexión en vigas



Fuente: Método de carga a tercios de la luz libre (ASTM C78, 2002)

Diagrama de momento: Zona constante de momento flector.



$$M_{CA} = \frac{P}{2} \cdot x ; \quad M_{AB} = \frac{P \cdot L}{6} ; \quad M_{BD} = \frac{P}{2} (L - x)$$

Diagrama de cortante: Fuerza cortante en apoyo.



$$V_{CA} = \frac{P}{2} ; \quad V_{AB} = 0 ; \quad V_{BD} = -\frac{P}{2}$$

CAPÍTULO III

CAPÍTULO III

DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

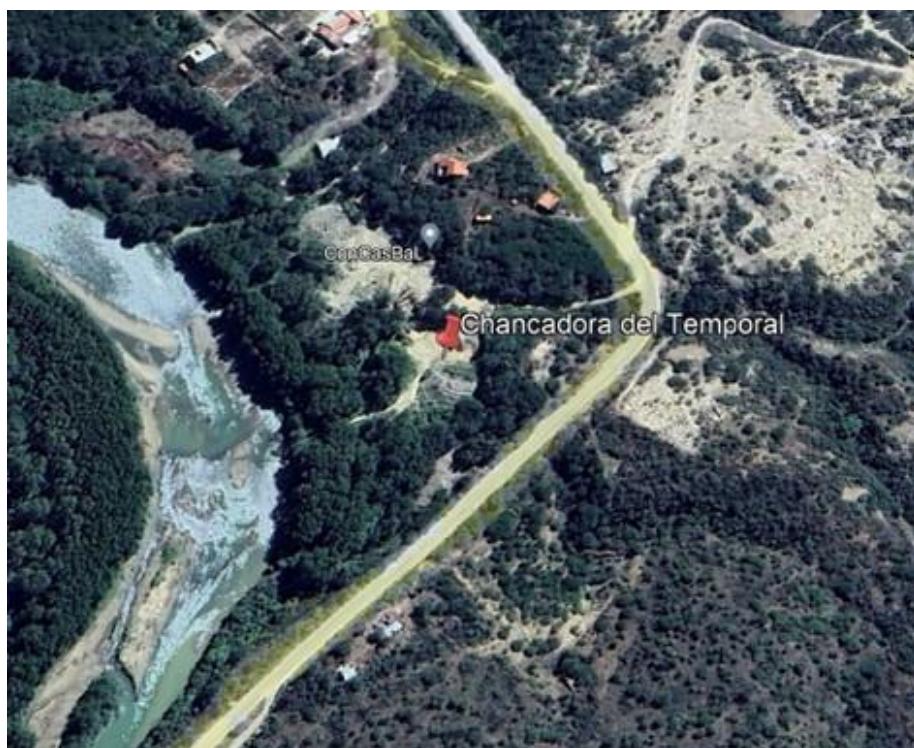
3.1 Recolección de datos

Para la elaboración de la dosificación de las probetas de hormigón, se debe realizar ensayos a los agregados:

3.1.1 Procedencia de los agregados

Los agregados utilizados en este estudio se recolectaron de la Chancadora del Temporal la cual extrae el material del río Guadalquivir.

Figura 3.1. Planta chancadora de áridos el Temporal.



Fuente: Elaboración propia con el uso del software Google Earth.

3.1.2 Análisis granulométrico del agregado fino

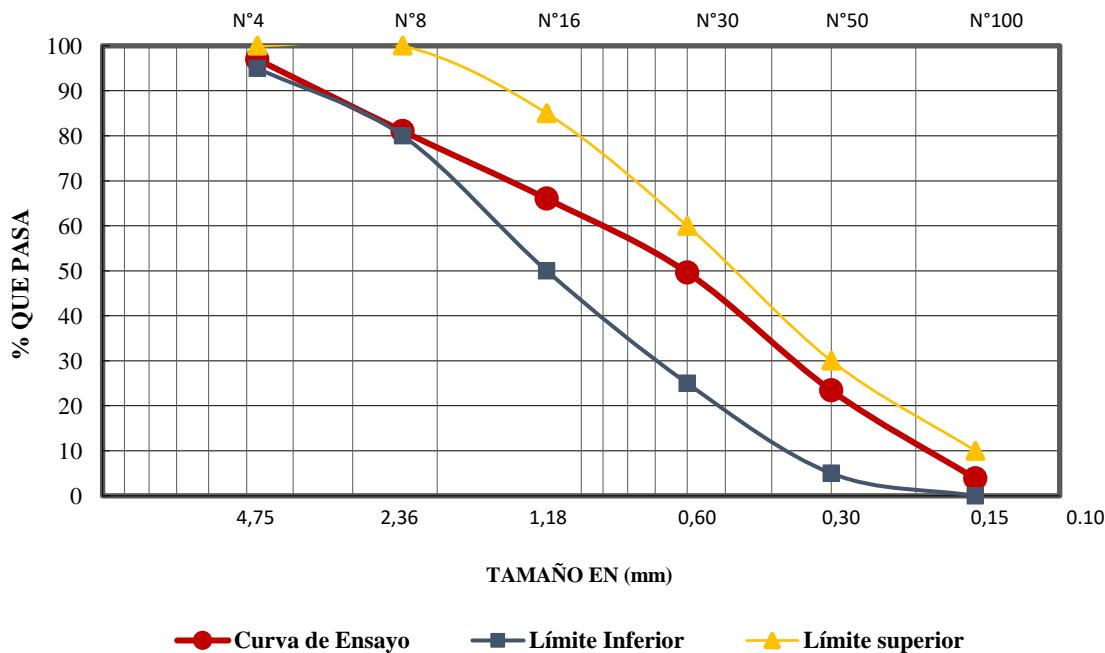
Se realiza el ensayo haciendo pasar el agregado fino por los tamices de la norma ASTM C-136, con el objeto de verificar si es apto para la elaboración de mortero.

Tabla 3.1. Granulometría del agregado fino

Peso Total (gr)		1000						
Tamices	Tamaño (mm)	Peso Ret. (gr)	Ret. Acum. (gr)	% Ret.	% Que Pasa del Total	Especificación ASTM C-33		
3/8"	9.52	0.00	0.00	0.00	100	100	100	100
Nº4	4.75	31.45	31.45	3.15	96.86	95	100	100
Nº8	2.36	155.37	186.82	18.68	81.32	80	100	100
Nº16	1.18	148.92	335.73	33.57	66.43	50	85	85
Nº30	0.6	163.83	499.57	49.96	50.04	25	60	60
Nº50	0.3	262.75	762.32	76.23	23.77	10	30	30
Nº100	0.15	196.60	958.92	95.89	4.11	2	10	10
Base	-	41.06	999.98	100.00	0.00	-	-	-
Suma		999.98						
Perdidas		0.02						
MF		2.77						

Fuente: Elaboración propia.

Figura 3.2. Curva granulométrica del agregado fino



Fuente: Elaboración propia.

3.1.3 Densidad Aparente “peso unitario” del agregado fino.

Este tipo de ensayo permite calcular los huecos entre las partículas del agregado fino tanto en estado suelto como compactado según ASTM C-29. Los resultados son mostrados en la Tabla 3.2 y Tabla 3.3.

a) Peso unitario suelto

Tabla 3.2. Peso unitario suelto del agregado fino

Muestra	Peso Recipiente (gr)	Volumen Recipiente (cm ³)	Peso Recipiente + Muestra Suelta (gr)	Peso muestra Suelta (gr)	Peso Unitario Suelto (gr/cm ³)
1	2610.00	2959.47	7390.00	4780.00	1.62
2	2610.00	2959.47	7395.00	4785.00	1.62
3	2610.00	2959.47	7370.00	4760.00	1.61
Promedio					1.61

Fuente: Elaboración propia.

b) Peso unitario compactado

Tabla 3.3. Peso unitario compactado del agregado fino

Muestra	Peso Recipiente (gr)	Volumen Recipiente (cm ³)	Peso Recipiente + Muestra Compactada (gr)	Peso muestra Compactada (gr)	Peso Unitario Compactado (gr/cm ³)
1	2610.00	2959.47	7600.00	4990.00	1.69
2	2610.00	2959.47	7650.00	5040.00	1.70
3	2610.00	2959.47	7695.00	5085.00	1.72
Promedio					1.70

Fuente: Elaboración propia.

3.1.4 Peso específico y absorción del agregado fino.

Con este tipo de ensayo se determinará la densidad relativa y la absorción del agregado fino.

Tabla 3.4. Peso específico y absorción del agregado fino

Muestra	Peso Muestra (gr)	Peso de Matraz (gr)	Peso Muestra+ Matraz +Agua (gr)	Peso del Agua Agregado Al Matraz <i>W</i> (gr)	Peso Muestra Secada <i>A</i> (gr)	Vol. Del Matraz <i>V</i> (cm ³)	Peso Especifico a Granel (gr/cm ³)	Peso Especifico Saturado con Sup. Seca (gr/cm ³)	Peso Especifico Aparente (gr/cm ³)	% De Abs.
1	500	235.5	1019.18	283.68	486.6	483.14	2.44	2.51	2.62	2.68
2	500	236.7	1034.30	297.60	487.2	493.85	2.48	2.55	2.66	2.56
3	500	177.7	989.90	312.20	485.4	509.07	2.47	2.54	2.66	2.92
Promedio							2.46	2.53	2.64	2.72

Fuente: Elaboración propia.

Nota: Para el diseño de la mezcla de mortero se usará el valor del peso específico aparente del agregado fino.

La norma ASTM C-128 da como resultado tres valores de “peso específico”:

- Peso específico a granel:** Es el peso del sólido del agregado incluyendo los vacíos entre partículas.
- Peso específico saturado con superficie seca:** Incluye el volumen de los poros cerrados y el agua que éstos pueden retener, pero excluye el agua en la superficie.
- Peso específico aparente:** Mide el peso del sólido del agregado, sin considerar los poros cerrados ni abiertos.

3.1.5 Determinación de los materiales para 1 cm³ de mortero

La ejecución de los ensayos previos a la dosificación ratifica que los agregados son aptos para usarse en la dosificación del hormigón, al cumplir con los parámetros y valores especificados en las normas correspondientes. Con esto se procede a determinar la dosificación para un mortero con la siguiente relación de componentes:

Tabla 3.5. Relación de componentes para la dosificación de mortero

Cemento <i>c</i>	Arena <i>a</i>	Agua <i>w</i>
1	2	0.5

Fuente: Elaboración propia.

Los datos necesarios para realizar la dosificación fueron determinados con los ensayos previos, esto se muestran a continuación:

Peso específico del cemento (γ_c):	3.03 gr/cm ³
Peso unitario compactado de la arena (P_{Uc}):	1.70 gr/cm ³
Peso específico de la arena (γ_a):	2.64 gr/cm ³
Peso específico del agua (γ_w):	1.00 gr/cm ³

Se parte con la suposición que el volumen de mortero a diseñar (V_m) será igual al volumen de arena (V_a).

$$V_m = V_a = 1 \text{ cm}^3$$

El peso de la arena (P_a) será igual al producto del volumen de arena con el peso unitario compacto de la arena (P_{Uc}).

$$P_a = 1 \cdot 1.70 = 1.70 \text{ gr}$$

Empleando la relación de componentes establecida, el peso del cemento (P_c), será:

$$P_c = \frac{1.70}{2} \cdot 1 = 0.85 \text{ gr}$$

Utilizando la relación de componentes, la fórmula para determinar el peso del agua (P_w) será la siguiente:

$$P_w = \frac{1.70}{2} \cdot 0.5 = 0.43 \text{ gr}$$

Se verifica que los valores obtenidos cumplan con el volumen de mortero a diseñar y no superen el mismo.

Para realizar esta comprobación de los valores obtenidos, se tiene que comparar el volumen de vacíos de la arena (V_{va}) con el volumen de pasta (V_{pasta}), expresados de la siguiente forma:

$$V_{va} = 1 - \frac{1.70}{2.64} = 0.36 \text{ cm}^3$$

$$V_{pasta} = \frac{0.85}{3.03} + \frac{0.43}{1.00} = 0.71 \text{ cm}^3$$

Donde:

$$[V_{va} = 0.36 \text{ cm}^3] \neq [V_{pasta} = 0.71 \text{ cm}^3] \Rightarrow \text{Los valores se deben corregir.}$$

Para realizar la corrección de estos valores, se tiene que calcular el volumen de mortero que se obtiene (V_{mo}), el cual será la suma del volumen de arena y el volumen de pasta menos el volumen de vacíos de la arena, siendo este último rellenado en parte por la pasta, por lo tanto, se tiene que:

$$V_{mo} = 1 + 0.71 - 0.36 = 1.35 \text{ cm}^3$$

Con el volumen de mortero obtenido, se calcularán los pesos corregidos de cada componente:

$$P'_c = \frac{1}{1.35} \cdot 0.85 = 0.63 \text{ gr}$$

$$P'_a = \frac{1}{1.35} \cdot 1.70 = 1.26 \text{ gr}$$

$$P'_w = \frac{1}{1.35} \cdot 0.43 = 0.31 \text{ gr}$$

Con los nuevos valores de componentes, se debe realizar la comprobación entre el volumen de mortero obtenido con los valores corregidos y el volumen de mortero a diseñar, se tiene que:

$$V'_{mo} = \frac{1.26}{2.64} + \frac{0.63}{3.03} + \frac{0.31}{1.00} = 1 \text{ cm}^3$$

Entonces:

$$V'_{mo} = V_m$$

$$[V'_{mo} = 1 \text{ cm}^3] = [V_m = 1 \text{ cm}^3]$$

Con estas cantidades determinadas para 1 cm^3 de mortero, se tienen la siguiente tabla:

Tabla 3.6. Cantidad de materiales necesarios para 1 cm^3 de mortero

Componente	Valor	Unidad	Proporción
Cemento	0.63	gr	1
Agregado fino seco	1.26	gr	2
Agua de diseño	0.31	gr	0.5

Fuente: Elaboración propia.

Con las cantidades en peso de los componentes, se obtienen los siguientes rendimientos:

Tabla 3.7. Rendimiento de materiales para 1 m^3 de mortero

Componente	Valor	Unidad
Cemento	630	kg/m^3
Agregado fino seco	0.48	m^3/m^3
Agua de diseño	0.31	m^3/m^3

Fuente: Elaboración propia.

3.1.6 Informe de rotura a compresión de probetas

Los resultados obtenidos del ensayo ASTM C39, de rotura a compresión a las distintas probetas elaboradas se presentan en las siguientes tablas:

Tabla 3.8. Resistencia de esfuerzo a compresión en probetas de mortero

Muestra	Edad (días)	Ø (cm)	h (cm)	Sección (cm ²)	V (m ³)	Slump (cm)	Peso (kg)	Densidad (kg/m ³)	Densidad Promedio (kg/m ³)	Lectura (kN)	Resistencia a Compresión (MPa)	Tipo de Ruptura	Promedio de Resistencia a Compresión (MPa)
1	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.11	2154.73	2155.08	219.40	29.69	Tipo 2	31.08
2	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.11	2158.20		241.30	32.65	Tipo 3	
3	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.11	2158.20		233.10	31.54	Tipo 3	
4	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.11	2154.73		235.50	31.87	Tipo 3	
5	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.09	2140.85		220.30	29.81	Tipo 3	
6	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.11	2154.73		223.60	30.26	Tipo 3	
7	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.11	2158.20		230.40	31.18	Tipo 2	
8	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.14	2179.02		231.20	31.29	Tipo 3	
9	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.10	2151.26		231.70	31.35	Tipo 3	
10	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.10	2147.79		231.40	31.31	Tipo 3	
11	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.09	2140.85		234.30	31.71	Tipo 3	
12	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.10	2151.26		219.90	29.76	Tipo 3	
13	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.11	2154.73		221.70	30.01	Tipo 3	
14	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.07	2130.45		230.60	31.21	Tipo 3	
15	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.11	2154.73		220.00	29.77	Tipo 3	
16	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.09	2140.85		221.10	29.92	Tipo 3	
17	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.10	2151.26		219.50	29.70	Tipo 2	

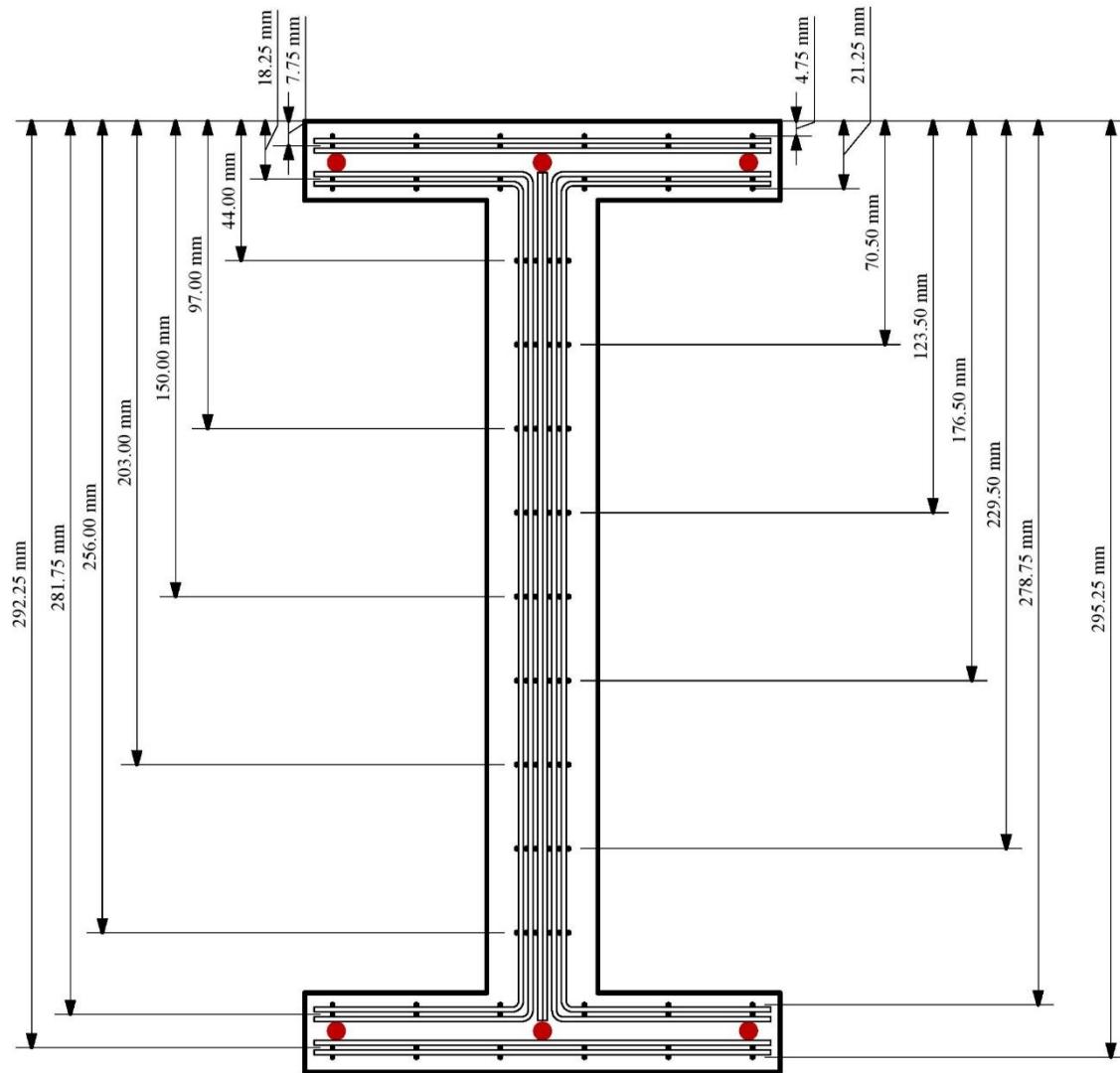
Muestra	Edad (días)	Ø (cm)	h (cm)	Sección (cm ²)	V (m ³)	Slump (cm)	Peso (kg)	Densidad (kg/m ³)	Densidad Promedio (kg/m ³)	Lectura (kN)	Resistencia a Compresión (MPa)	Tipo de Ruptura	Promedio de Resistencia a Compresión (MPa)	
18	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.07	2126.98	2155.08	220.40	29.82	Tipo 3	31.08	
19	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.11	2158.20		227.90	30.84	Tipo 2		
20	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.08	2133.92		217.70	29.46	Tipo 5		
21	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.09	2144.32		238.40	32.26	Tipo 2		
22	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.10	2151.26		242.90	32.87	Tipo 2		
23	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.10	2147.79		245.90	33.28	Tipo 2		
24	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.08	2137.38		231.00	31.26	Tipo 3		
25	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.07	2130.45		233.50	31.60	Tipo 3		
26	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.09	2144.32		221.10	29.92	Tipo 3		
27	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.13	2168.61		245.80	33.26	Tipo 3		
28	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.11	2154.73		233.10	31.54	Tipo 3		
29	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.11	2154.73		245.80	33.26	Tipo 3		
30	28	9.7	19.5	73.90	0.0014	17.60	3.34	2317.81		221.30	29.95	Tipo 3		
Cálculo de la media muestral; f_{cm} (MPa)								31.08						
Cálculo de la desviación estándar; s (MPa)								1.21						
Cálculo del coeficiente de variación; COV (%)								3.89						
Factor estadístico para un nivel de confianza del 95%; k								1.645						
Determinación del valor característico; $f_{cr} = f_{cm} \cdot s \cdot k$ (MPa)								29.09						
Resistencia característica a compresión adoptada; f'_c (MPa)								28.00						

Fuente: Elaboración propia.

3.2 Planteamiento de la viga de ferrocemento con sección transversal I

Para el desarrollo de la investigación se plantea la siguiente sección trasversal, siguiendo los lineamientos establecidos para secciones de ferrocemento en el Capítulo II.

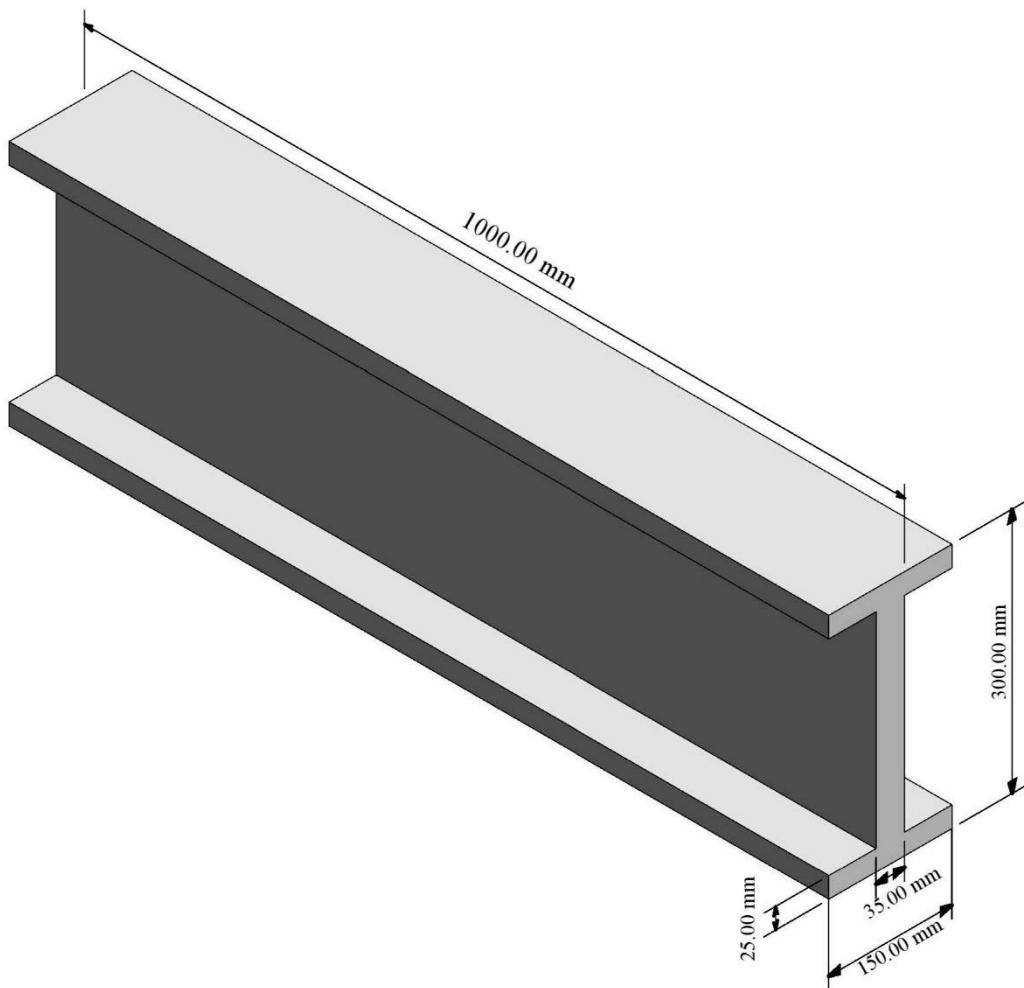
Figura 3.3. Vista transversal sección I de ferrocemento



Fuente: Elaboración propia con el software Revit.

Con la sección transversal definida, se define la longitud del espécimen a ensayar, con la limitación que la distancia máxima entre apoyos de la prensa universal es de 900 *mm*, por lo cual se toma una longitud igual a 1000 *mm*, para los especímenes de ferrocemento.

Figura 3.4. Vista isométrica viga de ferrocemento con sección I



Fuente: Elaboración propia con el software Revit.

Con la geometría y la distribución del refuerzo ya definidas, se obtienen los valores del volumen del sistema de refuerzo (ver Anexo 2) y el volumen del compuesto:

$$V_{compuesto} = (2 \cdot (150 - 35) \cdot 25 + 35 \cdot 300) \cdot 1000 = 16250000 \text{ mm}^3$$

$$V_{refuerzo} = 361020.83 \text{ mm}^3$$

La fracción de volumen de refuerzo se calcula con la ecuación (2.3):

$$V_f = \frac{361020.83 \text{ mm}^3}{16250000 \text{ mm}^3} = 0.022$$

La fracción de volumen de refuerzo para cada nivel de refuerzo se calcula con (2.4), donde N es igual a 17 niveles de malla de refuerzo:

$$V_{fi} = \frac{0.022}{17} = 0.0013$$

El factor de eficiencia para mallas cuadradas soldadas que se observan en la Figura 2.8, será el siguiente:

$$\eta = 0.50$$

El área efectiva para cada nivel de malla de refuerzo se determina con la ecuación (2.5), por lo tanto, se tiene:

$$A_{si} = 0.50 \cdot 0.0013 \cdot 16250 \text{ mm}^2 = 10.62 \text{ mm}^2$$

El módulo efectivo del refuerzo al tratarse de mallas soldadas, se toma igual al módulo de elasticidad del acero, como se explicó en la sección 2.1.2.5.

$$E_r = E_s = 200000 \text{ MPa}$$

Con base en la Figura 3.3, se plantea la siguiente tabla donde se listará la posición de cada nivel de refuerzo junto al área efectiva.

Tabla 3.9. Área efectiva y posición de cada nivel de refuerzo en sección

<i>N</i>	<i>A_{si}</i> (mm²)	<i>d_{si}</i> (mm)
1	10.62	4.75
2	10.62	7.75
3	84.82	13.00
4	10.62	18.25
5	10.62	21.25
6	10.62	44.00
7	10.62	70.50
8	10.62	97.00
9	10.62	123.5
10	10.62	150.00
11	10.62	176.5
12	10.62	203.00
13	10.62	229.50
14	10.62	256.00
15	10.62	278.75
16	10.62	281.75
17	84.82	287.00
18	10.62	292.25
19	10.62	295.25

Fuente elaboración propia.

3.3 Análisis de la resistencia a la flexión en vigas de ferrocemento

3.3.1 Estado de agrietamiento

Para realizar los cálculos en este estado, se tienen los siguientes datos:

Para el mortero.

$$w_c = 2155.08 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{Tabla 3.8})$$

$$f'_c = 28 \text{ MPa} \quad (\text{Tabla 3.8})$$

$$E_c = 0.043 \cdot 2155.08^{1.5} \cdot \sqrt{28} = 22763.68 \text{ MPa} \quad (2.6)$$

Para el sistema de refuerzo.

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

Donde la relación modular estará dada por (2.31):

$$n = \frac{200000}{22763.68} = 8.79$$

Con el objetivo de optimizar el manejo y procesamiento de los datos de cada nivel de refuerzo y cada subsección de mortero, se decidió organizar la información de forma tabular; así, se estructura de la siguiente manera:

Tabla 3.10. Propiedades estáticas en áreas efectivas de refuerzo

<i>N</i>	<i>A_{si}</i> (mm ²)	<i>d_{si}</i> (mm)	<i>A_{si} · d_{si}</i> (mm ³)	<i>A_{si} · (d_{si} - c)²</i> (mm ⁴)	<i>(n - 1) · A_{si} · (d_{si} - c)²</i> (mm ⁴)
1	10.62	4.75	50.44	224020.21	1744204.28
2	10.62	7.75	82.29	214861.93	1672898.59
3	84.82	13.00	1102.70	1592042.92	12395524.76
4	10.62	18.25	193.78	184313.08	1435047.62
5	10.62	21.25	225.64	176014.88	1370438.47
6	10.62	44.00	467.21	119307.20	928916.75
7	10.62	70.50	748.59	67110.30	522515.67
8	10.62	97.00	1029.97	29826.80	232229.19
9	10.62	123.5	1311.36	7456.70	58057.30
10	10.62	150.00	1592.74	0.00	0.00
11	10.62	176.5	1874.13	7456.70	58057.30
12	10.62	203.00	2155.51	29826.80	232229.19

<i>N</i>	<i>A_{si}</i> (mm ²)	<i>d_{si}</i> (mm)	<i>A_{si} · d_{si}</i> (mm ³)	<i>A_{si} · (d_{si} - c)²</i> (mm ⁴)	<i>(n - 1) · A_{si} · (d_{si} - c)²</i> (mm ⁴)
13	10.62	229.50	2436.90	67110.30	522515.67
14	10.62	256.00	2718.28	119307.20	928916.75
15	10.62	278.75	2959.85	176014.88	1370438.47
16	10.62	281.75	2991.71	184313.08	1435047.62
17	84.82	287.00	24344.20	1592042.92	12395524.76
18	10.62	292.25	3103.20	214861.93	1672898.59
19	10.62	295.25	3135.05	224020.21	1744204.28
Σ	350.16		52523.56	5229908.05	40719665.26

Fuente: Elaboración propia

Nota: La columna 4 tabula los resultados del primer momento estático de área para cada nivel de refuerzo; la columna 5 tabula los resultados de la aplicación del teorema de ejes paralelos de cada nivel de refuerzo respecto a la profundidad del eje neutro.

Tabla 3.11. Propiedades estáticas de cada subsección de mortero

<i>N</i>	<i>A_{ci}</i> (mm ²)	<i>d_{ci}</i> (mm)	<i>A_{ci} · d_{ci}</i> (mm ³)	<i>A_{ci} · (d_{ci} - c)²</i> (mm ⁴)	<i>I_{ci}</i> (mm ⁴)
1	2875	12.50	35937.50	54355468.75	149739.58
2	10500	150.00	1575000.00	0.00	78750000
3	2875	287.50	826562.50	54355468.75	149739.58
Σ	16250		2437500.00	108710937.50	79049479.17

Fuente: Elaboración propia

Nota: La columna 4 tabula los resultados del primer momento estático de área para cada subsección de mortero; la columna 5 tabula los resultados de la aplicación del teorema de ejes paralelos de cada subsección respecto a la profundidad del eje neutro; la columna 6 tabula los resultados de la inercia propia de cada subsección respecto a su centroide.

Aplicando la ecuación (2.32) para el cálculo del área de la sección equivalente, y teniendo la sumatoria del área efectiva para cada nivel de refuerzo de la tabla 3.10, se tiene:

$$A_{SE} = 16250 + (8.79 - 1) \cdot 350.18 = 18976.25 \text{ mm}^2$$

Se procede a calcular la profundidad del eje neutro con la ecuación (2.38), dividiendo la sumatoria de los momentos estáticos de primer orden con el área de la sección equivalente:

$$c = \frac{2437500 + (8.79 - 1) \cdot 52523.56}{18976.25} = 150 \text{ mm}$$

Una vez determinada la profundidad del eje neutro, se procede a calcular la inercia de la sección equivalente, siendo esta la suma del segundo momento estático de área de cada subsección con respecto al eje neutro.

La ecuación (2.42), permite calcular la inercia de la sección transformada, donde:

$$I_{SE} = 108710937.5 + 79049479.17 + 40719665.26 = 228480081.93 \text{ mm}^4$$

Para el cálculo del módulo de ruptura, se debe determinar el factor λ , el cual considera las propiedades mecánicas reducidas para hormigones livianos, donde:

$$\lambda = 0.00047 \cdot 2155.08 = 1 \quad (\text{Figura 2.8})$$

Con la ecuación (2.10), se tiene:

$$f_r = 0.62 \cdot 1 \cdot \sqrt{28} = 3.28 \text{ MPa}$$

El momento de agrietamiento está definido por la ecuación (2.43.)

$$M_{cr} = \frac{3.28 \cdot 228480081.93}{(300 - 150)} \cdot 10^{-6} = 5.00 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\mathbf{M_{cr} = 5.00 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

La curvatura de agrietamiento sigue la expresión (2.46.)

$$\phi_{cr} = \frac{3.28}{22763.68 \cdot (300 - 150)} \cdot 10^3 = 0.00096 \frac{1}{m}$$

$$\mathbf{\phi_{cr} = 0.00096 \frac{1}{m}}$$

3.3.2 Estado de fluencia

A continuación, se muestran los datos para este estado:

Para el mortero.

$$E_c = 22763.68 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.003$$

$$f'_c = 28 \text{ MPa}$$

Para el sistema de refuerzo.

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

- Malla de refuerzo:

$$f_{y1} = 304 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{y1} = \frac{304}{200000} = 0.00152$$

- Acero esquelético:

$$f_{y2} = 500 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{y2} = \frac{500}{200000} = 0.0025$$

Este estado comienza cuando la fibra más externa en tracción del acero alcanza el punto de fluencia. En consecuencia, será necesario que:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{y1} = 0.00152$$

$$d_s = d_{19} = 295.25 \text{ mm}$$

Para determinar la profundidad del eje neutro, es necesario realizar un proceso iterativo que garantice el cumplimiento del equilibrio de fuerzas, conforme a lo planteado en la ecuación (2.56). A través de este proceso, se obtuvo el valor de la profundidad del eje neutro, el cual es:

$$c = 78.40 \text{ mm}$$

Con el fin de optimizar el manejo y procesamiento de los datos correspondientes a cada nivel de refuerzo y subsección de mortero, se optó por organizar la información en un formato tabular, obteniéndose como resultado del proceso iterativo lo siguiente:

Tabla 3.12. Propiedades del refuerzo para cada nivel en el estado de fluencia

<i>N</i>	<i>A_{si}</i> (mm²)	<i>d_{si}</i> (mm)	<i>ε_{si}</i> -	<i>f_{si}</i> (MPa)	<i>F_{si}</i> (kN)	<i>F_{si} · (d_s - d_{si})</i> (kN · m)
1	10.62	4.75	0.00052	103.25	1.10	0.318
2	10.62	7.75	0.00050	99.05	1.05	0.302
3	84.82	13.00	0.00046	91.69	7.78	2.195
4	10.62	18.25	0.00042	84.33	0.90	0.248
5	10.62	21.25	0.00040	80.12	0.85	0.233
6	10.62	44.00	0.00024	48.23	0.51	0.129
7	10.62	70.50	0.00006	11.08	0.12	0.026
8	10.62	97.00	-0.00013	-26.07	-0.28	-0.055
9	10.62	123.5	-0.00032	-63.22	-0.67	-0.115
10	10.62	150.00	-0.00050	-100.37	-1.07	-0.155
11	10.62	176.5	-0.00069	-137.52	-1.46	-0.173
12	10.62	203.00	-0.00087	-174.67	-1.85	-0.171
13	10.62	229.50	-0.00106	-211.83	-2.25	-0.148
14	10.62	256.00	-0.00124	-248.98	-2.64	-0.104
15	10.62	278.75	-0.00140	-280.87	-2.98	-0.049
16	10.62	281.75	-0.00143	-285.07	-3.03	-0.041
17	84.82	287.00	-0.00146	-292.43	-24.81	-0.205
18	10.62	292.25	-0.00150	-299.79	-3.18	-0.010
19	10.62	295.25	-0.00152	-304.00	-3.23	0.000
Σ	350.16				-35.15	2.23

Fuente: Elaboración propia.

Nota: Las ecuaciones utilizadas en esta tabla fueron definidas en la sección 2.5.2: la columna 4 emplea la ecuación (2.60) para la determinación de la deformación unitaria en cada nivel de refuerzo; la columna 5 emplea ecuación (2.58) para determinar los esfuerzos tanto a compresión como a tracción en cada nivel de refuerzo; para la columna 5 la ecuación (2.62) permite determinar la fuerza resultante en cada nivel de refuerzo, la columna 6 tabula los resultados del momento en cada nivel de refuerzo respecto a la fibra extrema de acero en tracción.

Usando la formula (2.68), obtenemos la resultante de las fuerzas a compresión del mortero:

$$C_c = 22763.68 \cdot 0.00152 \cdot \frac{[78.40 \cdot 25 \cdot (150 - 35)] + (78.40^2 \cdot 35)}{2 \cdot (295.25 - 78.40)} \cdot 10^{-3} = 35.15 \text{ kN}$$

Se verifica el equilibrio de fuerzas (2.56):

$$35.15 \text{ kN} + (-35.15 \text{ kN}) = 0$$

Ahora se debe realizar la verificación del caso correspondiente a la sección, para lo cual, en primer lugar, se determina la deformación unitaria utilizando la ecuación (2.66) y el esfuerzo en la fibra extrema a compresión del mortero a partir de la ecuación (2.48):

$$\varepsilon_c = \frac{0.00152 \cdot 78.401}{295.25 - 78.401} = 0.00055 \quad < \quad \varepsilon_{cu} = 0.003$$

$$f_c = 22763.68 \cdot 0.00055 = 12.51 \text{ MPa} \quad \leq \quad 0.70 \cdot f'_c = 19.6 \text{ MPa}$$

En segundo lugar, verificamos si la deformación unitaria en la fibra extrema a compresión del acero ha alcanzado o no su punto de fluencia, lo que nos permite determinar el caso en el que se encuentra la sección:

$$\varepsilon'_{s1} = 0.00052 \quad < \quad \varepsilon'_{y1} = 0.00152$$

$$f'_{s1} = 103.25 \text{ MPa} \quad < \quad f'_{y1} = 304 \text{ MPa}$$

Como el acero a compresión aún no ha comenzado ha llegado a su punto de fluencia, la sección se encuentra en el Caso (a): Comportamiento lineal de la matriz de mortero y el acero a compresión del sistema de refuerzo no ha cedido.

Finalmente, determinaremos el momento de fluencia haciendo el equilibrio de fuerzas en la capa extrema de acero en tracción (d_s), con base en la ecuación (2.70), se tiene:

$$M_y = \left[\frac{25 \cdot (150 - 35)}{2} \cdot \left(295.25 - \frac{25}{3} \right) + \frac{78.40 \cdot 35}{2} \cdot \left(295.25 - \frac{78.40}{3} \right) \right] \cdot 12.51 \cdot 10^{-6} \\ + [2.23] = 12.01 \text{ kN} \cdot m$$

$$M_y = \mathbf{12.01 \text{ kN} \cdot m}$$

La curvatura de fluencia está dada por (2.71):

$$\phi_y = \frac{0.00055}{78.40} \cdot 10^3 = 0.007 \frac{1}{m}$$

$$\phi_y = \mathbf{0.0070 \frac{1}{m}}$$

3.3.3 Estado de rotura

A continuación, se muestran los datos para este estado:

Para el mortero.

$$\begin{aligned} f'_c &= 28 \text{ MPa} \\ \varepsilon_{cu} &= 0.003 \\ \beta_1 &= 0.85 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Para el sistema de refuerzo.

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

- Malla de refuerzo:

$$\begin{aligned} f_{y1} &= 304 \text{ MPa} \\ \varepsilon_{y1} &= \frac{304}{200000} = 0.00152 \\ - \quad \text{Acero esquelético:} \\ f_{y2} &= 500 \text{ MPa} \\ \varepsilon_{y2} &= \frac{500}{200000} = 0.0025 \end{aligned}$$

Se llega a este estado cuando la fibra más externa en compresión del mortero ha alcanzado su deformación máxima unitaria. Para determinar la profundidad del eje neutro, es necesario realizar un proceso iterativo que garantice el cumplimiento del equilibrio de fuerzas, conforme a lo planteado en la ecuación (2.103). A través de este proceso, se obtuvo el valor de la profundidad del eje neutro, teniendo:

$$c = 20.39 \text{ mm} \Rightarrow a = 0.85 \cdot 20.39 = 17.33 \text{ mm} \tag{2.104}$$

Con el fin de optimizar el manejo y procesamiento de los datos correspondientes a cada nivel de refuerzo y subsección de mortero, se optó por organizar la información en un formato tabular, obteniéndose como resultado del proceso iterativo lo siguiente:

Tabla 3.13. Propiedades del refuerzo para cada nivel en el estado de fluencia

<i>N</i>	<i>A_{si}</i> (mm²)	<i>d_{si}</i> (mm)	<i>ε_{si}</i> -	<i>f_{si}</i> (MPa)	<i>F_{si}</i> (kN)	<i>F_{si} · (a/2 - d_{si})</i> (kN · m)
1	10.62	4.75	0.0023	304.00	2.98	0.012
2	10.62	7.75	0.0019	304.00	2.98	0.003
3	84.82	13.00	0.0011	217.38	16.42	-0.071
4	10.62	18.25	0.0003	62.86	0.41	-0.004
5	10.62	21.25	-0.0001	-25.44	-0.27	0.003
6	10.62	44.00	-0.0035	-304.00	-3.23	0.114
7	10.62	70.50	-0.0074	-304.00	-3.23	0.200
8	10.62	97.00	-0.0113	-304.00	-3.23	0.285
9	10.62	123.5	-0.0152	-304.00	-3.23	0.371
10	10.62	150.00	-0.0191	-304.00	-3.23	0.456
11	10.62	176.5	-0.0230	-304.00	-3.23	0.542
12	10.62	203.00	-0.0269	-304.00	-3.23	0.627
13	10.62	229.50	-0.0308	-304.00	-3.23	0.713
14	10.62	256.00	-0.0347	-304.00	-3.23	0.798
15	10.62	278.75	-0.0380	-304.00	-3.23	0.872
16	10.62	281.75	-0.0385	-304.00	-3.23	0.882
17	84.82	287.00	-0.0392	-500.00	-42.41	11.805
18	10.62	292.25	-0.0400	-304.00	-3.23	0.915
19	10.62	295.25	-0.0404	-304.00	-3.23	0.925
Σ	350.16				-61.86	19.45

Fuente: Elaboración propia.

Nota: Las ecuaciones utilizadas en esta tabla fueron definidas en la sección 2.5.2: la columna 4 emplea la ecuación (2.100) para la determinación de la deformación unitaria en cada nivel de refuerzo; la columna 5 emplea las expresiones (2.101) y (2.102) para determinar los esfuerzos tanto a compresión como a tracción en cada nivel de refuerzo; para la columna 5 la ecuación (2.108) permite determinar la fuerza resultante en cada nivel de refuerzo, la columna 6 tabula los resultados del momento en cada nivel de refuerzo respecto a la fibra extrema de acero en tracción.

Usando la formula (2.105), obtenemos la resultante del bloque de compresión del mortero:

$$C_c = 0.85 \cdot 28 \cdot 0.85 \cdot 20.39 \cdot 150 \cdot 10^{-3} = 61.86 \text{ kN}$$

Se verifica el equilibrio de fuerzas (2.110):

$$61.86 \text{ kN} + (-61.86 \text{ kN}) = 0$$

Ahora se debe determinar en qué caso se encuentra la sección, para lo cual, verificamos si la deformación unitaria en la fibra extrema a compresión del acero ha alcanzado o no su punto de fluencia:

$$\varepsilon'_{s1} = 0.0023 \geq \varepsilon'_{y1} = 0.00152$$

Como el acero a compresión ha superado su punto de fluencia, la sección se encuentra en el

Caso (b): El acero de refuerzo superior en compresión ha cedido.

Finalmente, determinaremos el momento último de la sección M_u , al realizar la sumatoria de momentos alrededor del centro de gravedad del bloque de compresiones calculado sin considerar las barras de acero, con base en la ecuación (2.111), se tiene:

$$M_u = 19.45 \text{ kN} \cdot m$$

La curvatura de fluencia está dada por (2.112):

$$\phi_u = \frac{0.85 \cdot 28}{22763.68 \cdot 20.39} \cdot 10^3 = 0.051 \frac{1}{m}$$

$$\phi_u = 0.051 \frac{1}{m}$$

3.4 Análisis de las deflexiones en las vigas de ferrocemento a partir de curvaturas

Como se expuso en el Capítulo II, sección 2.6, al generalizar los teoremas del área de momento y aplicarlos a las curvaturas elásticas y plásticas establecidas, es posible determinar las deflexiones de los miembros, dado que se disponen de las relaciones momento-curvatura y del diagrama de momento del esquema de carga para el ensayo a flexión ASTM C76 (Figura 2.36).

Se tienen los siguientes datos:

$$L = 900 \text{ mm} = 0.9 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{1}{3}$$

3.4.1 Estado de agrietamiento:

$$M_{cr} = 5.00 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\phi_{cr} = 0.00096 \frac{1}{m}$$

La deflexión máxima en centro luz está dada por la ecuación (2.115).

$$\Delta_{cr} = \frac{0.00096}{24} \left[3 - 4 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^2 \right] \cdot 0.9^2 \cdot 10^3 = 0.083 \text{ mm}$$

$$\Delta_{cr} = \mathbf{0.08 \text{ mm}}$$

La carga máxima para este estado siguiendo la (Figura 2.46), será:

$$P_{cr} = \frac{2 \cdot M}{\omega \cdot L} = \frac{2 \cdot 5.00}{\frac{1}{3} \cdot 0.9} = 33.33 \text{ kN}$$

$$P_{cr} = \mathbf{33.31 \text{ kN}}$$

3.4.2 Estado de fluencia:

$$M_y = 12.01 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\phi_y = 0.0070 \frac{1}{m}$$

Se determina la deflexión máxima en centro luz, donde r esta dado por (2.117):

$$r = \frac{M_{cr}}{M} = \frac{5}{12.01} = 0.42$$

La deflexión está dada por la ecuación (2.116)

$$\Delta_y = \frac{0.00096}{6} \left(\frac{1}{3} \cdot 0.9 \right)^2 (1 + 0.42) + \frac{0.007}{24} \left[3 - 4 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^2 \left(1 + \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3} \right)^2 \right) \right] \cdot 0.9^2 \cdot 10^3$$

$$\Delta_y = \mathbf{0.56 \text{ mm}}$$

La carga máxima para este estado siguiendo la (Figura 2.46), será:

$$P_y = \frac{2 \cdot M}{\omega \cdot L} = \frac{2 \cdot 12.01}{\frac{1}{3} \cdot 0.9} = 80.07 \text{ kN}$$

$$P_y = \mathbf{80.04 \text{ kN}}$$

3.4.3 Estado de rotura:

$$M_u = 19.45 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\phi_u = 0.051 \frac{1}{m}$$

Se determina la deflexión máxima en centro luz, donde r_2 esta dado por (2.119):

$$r_2 = \frac{M_y}{M} = \frac{12.01}{19.45} = 0.62$$

La deflexión está dada por la ecuación (2.116)

$$\Delta_u = \frac{1}{24} \left\{ 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 [0.00096 \cdot (0.62 + 0.42 \cdot 0.62) + 4 \cdot 0.07 \cdot (1 + 0.62 - (0.62 \cdot 0.42) - 0.42^2)] + 0.56 \cdot \left[3 - 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 (1 + 0.62 + 0.62^2) \right] \right\} \cdot 0.9^2 \cdot 10^3 = 4.167 \text{ mm}$$

$$\Delta_u = 4.17 \text{ mm}$$

La carga máxima para este estado siguiendo la (Figura 2.46), será:

$$P_u = \frac{2 \cdot M}{\omega \cdot L} = \frac{2 \cdot 19.45}{\frac{1}{3} \cdot 0.9} = 129.67 \text{ kN}$$

$$P_u = 129.67 \text{ kN}$$

3.5 Análisis de la resistencia a corte y tensión diagonal en vigas de ferrocemento

Como se mencionó en el capítulo anterior, el análisis y diseño para corte no están relacionados directamente con el corte como tal, sino con las tensiones diagonales que son producidas por una combinación de esfuerzos por corte y flexión.

Se tienen los siguientes datos:

Para el mortero.

$$w_c = 2155.08 \text{ kg/m}^3 \quad (\text{Tabla 3.8})$$

$$f'_c = 28 \text{ MPa} \quad (\text{Tabla 3.8})$$

$$\lambda = 0.00047 \cdot 2155.08 = 1 \quad (\text{Figura 2.8})$$

$$b_w = 35 \text{ mm}$$

Para el sistema de refuerzo.

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$f_{y1} = 304 \text{ MPa}$$

$$d_s = d_{19} = 295.25 \text{ mm}$$

$$s = 25 \text{ mm}$$

$$V_f = 0.022$$

$$E_c = 0.043 \cdot 2155.08^{1.5} \cdot \sqrt{28} = 22763.68 \text{ MPa} \quad (2.6)$$

Para poder determinar la resistencia nominal al corte, es necesario saber la resistencia que tiene la matriz de mortero al corte, con la ecuación (2.132) se tiene:

$$V_c = 0.17 \cdot 1 \cdot \sqrt{28} \cdot 35 \cdot 295.25 \cdot 10^{-3} = 9.30 \text{ kN}$$

Para una configuración de estribos verticales, la fuerza total cortante que resisten los estribos estará dada por (2.133), antes debemos calcular el área efectiva del refuerzo transversal, con base en la ecuación (2.4), la Tabla 3.9 indica que el número de niveles de refuerzo transversal es ($N = 38$), se tiene:

$$V_{fi} = \frac{0.022}{38} = 0.00058$$

La ecuación (2.5) nos permite calcular el área de refuerzo efectiva, donde el área del compuesto A_c corresponde al área longitudinal del alma de la viga de ferrocemento ($b_w \cdot L_T$)

$$A_{si} = A_v = 0.50 \cdot 0.00058 \cdot 35 \cdot 1000 = 10.23 \text{ mm}^2$$

De acuerdo a (2.133), la fuerza de corte resistida por los estribos será:

$$V_s = 10.23 \cdot 304 \cdot \frac{295.25}{25} \cdot 10^{-3} = 36.73 \text{ kN}$$

La resistencia nominal al corte de la viga está dada por (2.131), donde:

$$V_n = 9.30 + 36.73 = 46.03 \text{ kN}$$

Se debe tener en cuenta que la resistencia nominal al corte no supere el máximo corte que puede ser resistido por la sección, determinado por la ecuación (2.134), se tiene que:

$$V_{max} = 9.30 + 0.66 \cdot \sqrt{28} \cdot 35 \cdot 295.25 \cdot 10^{-3} = 45.39 \text{ kN} \leq V_n = 46.03 \text{ kN}$$

Debido a que el valor de la resistencia nominal al corte supera el valor máximo de corte resistido por la sección, se adoptan los siguientes valores máximos para fuerza cortante:

$$V_{max} = 45.39 \text{ kN.}$$

$$P_{max} = 2 \cdot 45.39 = 90.78 \text{ kN.}$$

3.6 Tabulación de los resultados del análisis teórico

En esta sección se organizarán y mostrarán los datos obtenidos del modelo analítico en un formato tabular, facilitando su manejo y comparación con los resultados experimentales y numéricos.

Tabla 3.14. Valores determinados del comportamiento teórico

Estado	Momento Flector M ($kN \cdot m$)	Fuerza Cortante V (kN)	Carga P (kN)	Curvatura ϕ ($\frac{1}{m}$)	Deflexión Δ (mm)
Agrietamiento	5.00	-	33.31	0.00096	0.08
Fluencia	12.01	-	80.04	0.0070	0.56
Rotura	19.45	-	129.65	0.051	4.17
Corte	-	45.39	90.78		-

Fuente: Elaboración propia.

Nota: La columna de carga fue determinada para el esquema de carga ASTM C78 (Figura 2.46), con la ecuación de momento flector en el tercio central ($M = \omega \cdot L \cdot P/2$); y de fuerza cortante ($V = P/2$)

3.7 Ensayo a flexión en vigas de ferrocemento

Los especímenes de ferrocemento deben ensayarse de acuerdo con las disposiciones aplicables de la prueba estándar ASTM C78, “Método de prueba estándar para la resistencia a la flexión del hormigón”, utilizando una viga simplemente apoyada con carga en el tercio medio.

3.7.1 Configuración del ensayo

El ensayo se realiza tomando como referencia el esquema de carga establecido en la norma ASTM C78.

Figura 3.5. Ensayo experimental en viga tipo I de ferrocemento



Fuente: Elaboración propia.

3.7.2 Características de los especímenes de ferrocemento

En la Tabla 3.15 se recogen las principales características de los especímenes de vigas de ferrocemento tipo I. Para cada espécimen se indican:

Tabla 3.15. Datos de los especímenes de ferrocemento a ensayar

Muestra	Edad (días)	Peso (kg)	Longitud <i>L</i> (mm)	Ancho de Ala <i>b_f</i> (mm)	Ancho de Alma <i>b_w</i> (mm)	Altura de Ala <i>h_f</i> (mm)	Altura de Alma <i>h_w</i> (mm)
V-1	28	37.84	1000	150	35	25	300
V-2	28	37.86	1000	150	35	25	300
V-3	28	37.87	1000	150	35	25	300
V-4	28	37.83	1000	150	35	25	300
V-5	28	37.83	1000	150	35	25	300

Fuente: Elaboración propia.

3.7.3 Resultados del ensayo a flexión

Los especímenes se sometieron a ensayos de flexión estática bajo un régimen de carga progresiva (monotónica). En la Tabla 3.16 se presentan los valores máximos de carga y deflexión alcanzados, así como los modos de fallo observados.

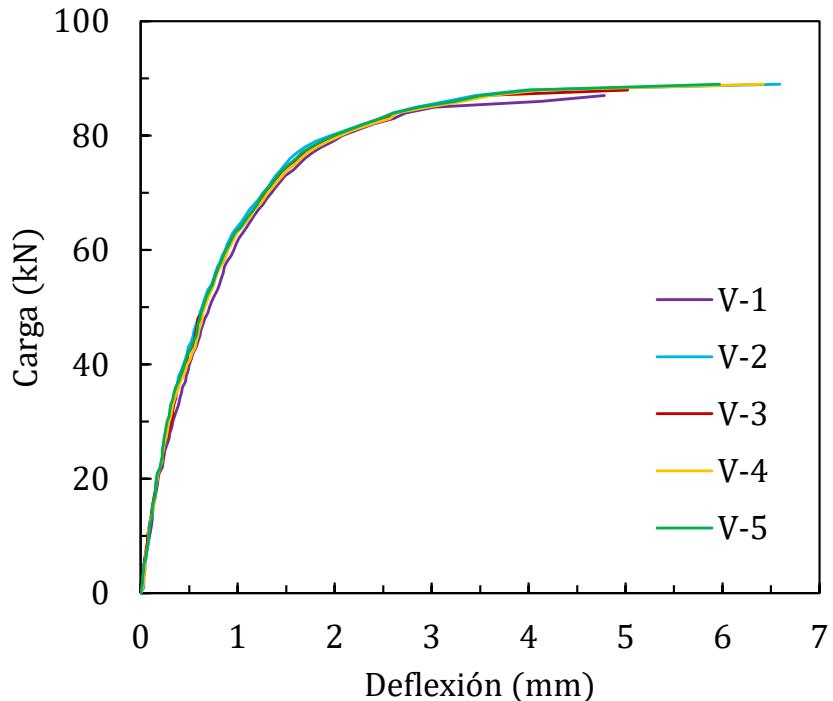
Tabla 3.16. Valores máximos obtenidos del ensayo a flexión

Muestra	Luz Efectiva L (mm)	Tercio de Luz Libre $\omega \cdot L$ (mm)	Carga Máxima P (kN)	Deflexión Máxima Δ (mm)	Momento Flector M (kN · m)	Fuerza Cortante V (kN)	Modo de Fallo
V-1	900	300	87.00	4.78	13.05	43.50	Tensión Diagonal
V-2	900	300	89.00	6.59	13.35	44.50	Tensión Diagonal
V-3	900	300	88.00	5.02	13.20	44.00	Tensión Diagonal
V-4	900	300	89.00	6.42	13.35	44.50	Tensión Diagonal
V-5	900	300	89.00	5.97	13.35	44.50	Tensión Diagonal

Fuente: Elaboración propia.

Durante la prueba, se registraron continuamente los valores de carga y deflexión central. Estos datos se detallan en el Anexo 1 y se ilustran en la Figura 3.6.

Figura 3.6. Curvas carga-deflexión de las vigas ensayadas

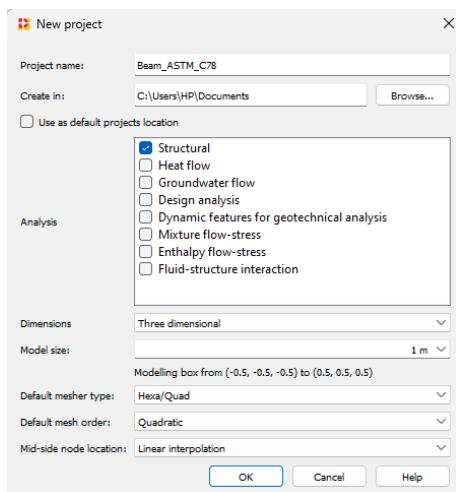


Fuente: Elaboración propia.

3.8 Modelo de elementos finitos (Modelo 1)

La configuración del ensayo fue modelada utilizando el software de elementos finitos DIANA. Donde se tiene un modelo en tres dimensiones, con un tipo de mallado cuadrangular/hexaédrico como tipo dominante de elemento, y como orden de mallado se tiene elementos de orden cuadrático para el cual se establece el método de determinación para la ubicación de los nodos intermedios de cada elemento la Interpolación Lineal, para el cual el nodo intermedio puede ubicarse dentro o fuera de la geometría definida.

Figura 3.7. Nuevo proyecto y definición de las propiedades generales

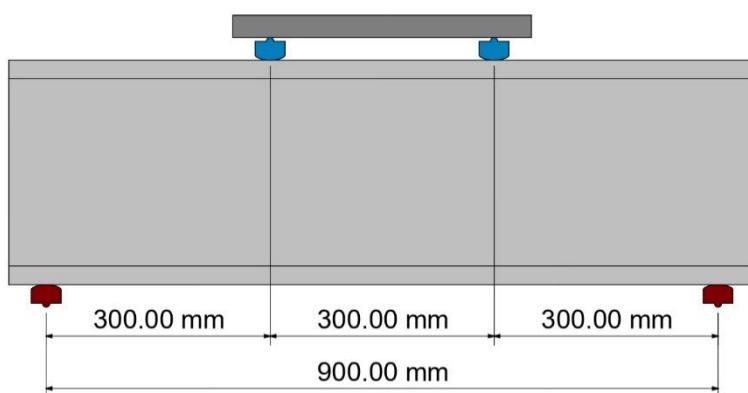


Fuente: Elaboración propia con el uso del software DIANA.

3.8.1 Discretización de la geometría y definición de condiciones de contorno

La geometría tridimensional de la viga, junto con el bloque aplicador de carga y los apoyos representada en la Figura 3.8, se generó en DIANA y se discretizó empleando elementos “CQ40S” de cáscara curva (Curved Shell Elements) de segundo orden.

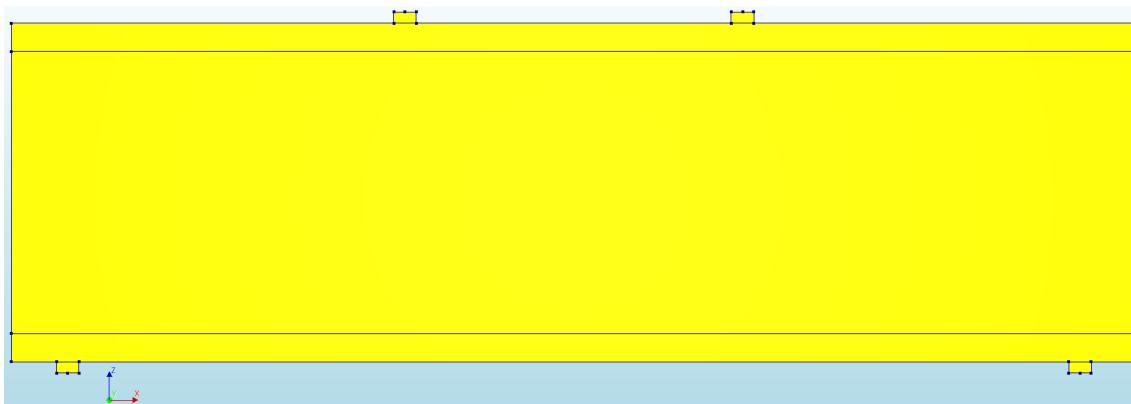
Figura 3.8. Vista en elevación de viga tipo I de ferrocemento ensayada en laboratorio



Fuente: Elaboración propia con el uso del software Revit.

Esta elección permite representar con precisión la curvatura de la viga y garantizar una distribución adecuada de las cargas y restricciones en la frontera del modelo.

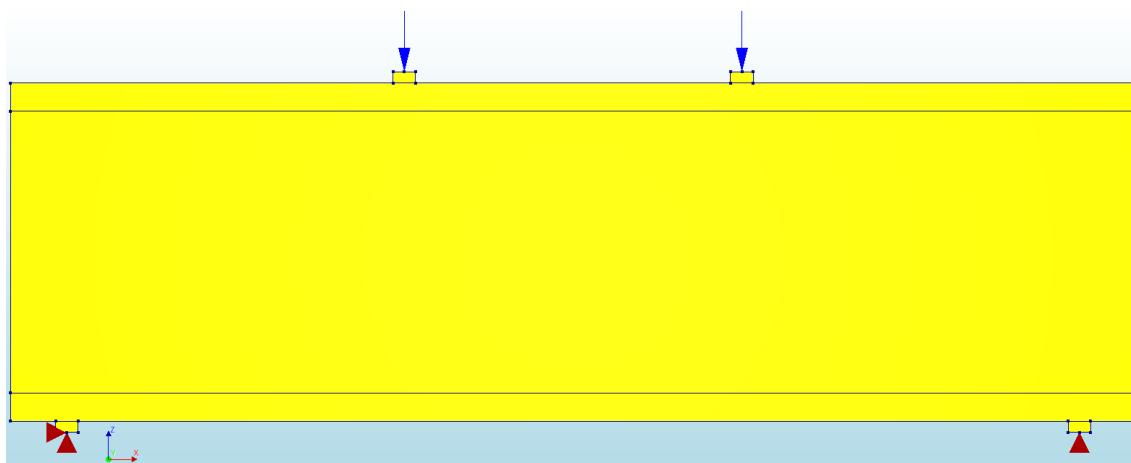
Figura 3.9. Geometrías de los elementos



Fuente: Elaboración propia con el uso del software DIANA.

Se asignan las condiciones de desplazamiento en los apoyos, donde en uno de ellos se restringen las traslaciones en los ejes x , z ; mientras que en el otro se limita solo la traslación en el eje z . Las condiciones de carga se asignan a los bloques aplicadores de carga mediante fuerzas puntuales en el eje z .

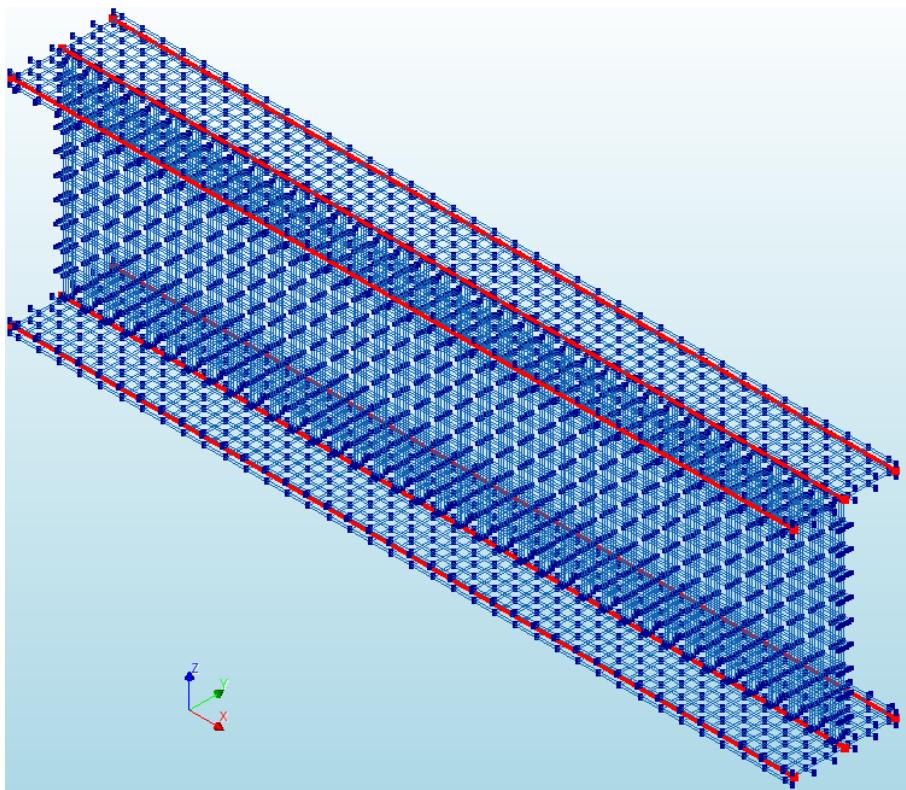
Figura 3.10. Condiciones de contorno en apoyos y bloques aplicadores de carga



Fuente: Elaboración propia con el uso del software DIANA.

Se define la geometría del sistema de refuerzo utilizando elementos de la clase Reinforcement Elements, específicamente del tipo Embedded Bar, que están disponibles como opción predefinida en DIANA.

Figura 3.11. Geometría de los elementos del sistema de refuerzo



Fuente: Elaboración propia con el uso del software DIANA.

3.8.2 Modelado del comportamiento físico de los materiales

3.8.2.1 Modelo del material de mortero

El Código Modelo CEB-FIP (MC) 2010 se empleó para caracterizar las propiedades de compresión y tracción del mortero en el modelo analítico, tal como se detalla a continuación:

Tabla 3.17. Características del material de mortero

Propiedades del mortero	Formulas MC 2010	Valores
Resistencia característica a compresión	$f_{ck} = f'_c [MPa]$	28 MPa
Valor medio de la resistencia a compresión	$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f [MPa]$	31.08 MPa
Resistencia a tracción	$f_{ctm} = 0.3 \cdot (f_{ck})^{2/3} [MPa]$	2.77 MPa
Energía de fractura por tracción	$G_F = 73 \cdot f_{cm}^{0.18} \cdot 10^{-3} [N/mm]$	0.14 N/mm
Energía de fractura por compresión	$G_C = 250 \cdot G_F [N/mm]$	33.88 N/mm

Fuente: Elaboración propia.

Se introducen los datos en el modelo analítico de material, donde se utilizan las propiedades lineales del material ya mencionadas:

Tabla 3.18. Propiedades del mortero utilizados en el modelo FEM

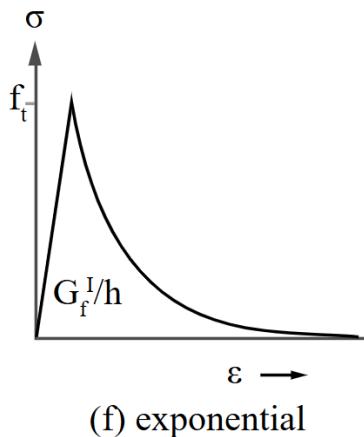
Descripción	Valores
Propiedades lineales del mortero	
Módulo de elasticidad	22763.7 MPa
Coeficiente de Poisson	0.2
Densidad de Masa	2155.08 kg/m^3
Modelo de fisuración basado en la deformación total	
Orientación de la fisura	Rotativa
Comportamiento a tracción	
Curva de tracción	Exponencial
Resistencia última a tracción	2.77 MPa
Energía de fractura a tracción	0.14 N/mm
Especificación del ancho de banda de grieta	Govindjee
Resistencia residual a tracción	0 MPa
Reducción del coeficiente de Poisson	
Modelo de reducción	Basado en daño
Comportamiento a compresión	
Curva de compresión	Parabólica
Resistencia última a compresión	28 MPa
Energía de fractura en compresión	33.88 N/mm
Resistencia residual a compresión	0 MPa
Reducción por fisuración lateral	
Modelo de reducción	Vecchio y Collins 1986
Confinamiento de esfuerzos	
Modelo de confinamiento	Sin incremento

Fuente: Elaboración propia.

En la implementación actual en Diana, el modelo constitutivo basado en la deformación total se desarrolla siguiendo los principios de la Teoría del Campo de Compresión Modificado, propuesta originalmente por Vecchio y Collins. Al igual que el modelo de fisura fija multidireccional, los modelos de fisura basados en la deformación total adoptan un enfoque de fisuración distribuida para la energía de fractura, un enfoque comúnmente utilizado es el concepto de tensión-deformación coaxial, en el cual las relaciones tensión-deformación se evalúan en las direcciones principales del vector de deformación, es conocido también como el modelo de fisura rotativa,

El comportamiento a tracción del hormigón armado se puede modelar utilizando diferentes enfoques, para el modelo de fisura de deformación total (Total Strain Crack) se implementan las siguientes funciones basadas en la energía de fractura, todas ellas relacionadas con una anchura de fisura (crack bandwidth), como es habitual en los modelos de fisura difusa (smeared crack); para el comportamiento a tracción del mortero se tiene:

Figura 3.12. Comportamiento a tracción predefinido para el modelo de fisura de deformación total

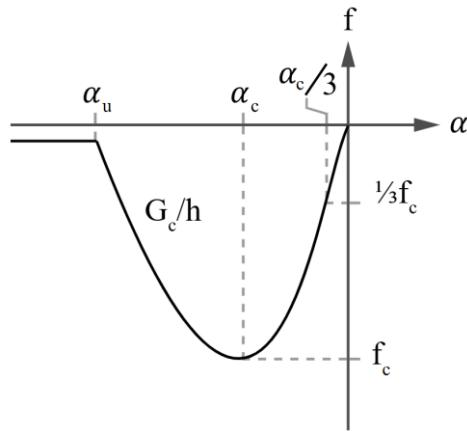


Fuente: Manual de usuario de DIANA (47.5.5).

Para el comportamiento a compresión del mortero, la respuesta compresiva se caracteriza mediante funciones constitutivas de endurecimiento-ablandamiento basadas en la energía de fractura, como se muestra a continuación:

La curva parabólica en Diana es una formulación basada en la energía de fractura, según Feenstra. La curva parabólica se describe mediante tres valores característicos.

Figura 3.13. Curva de compresión parabólica



Fuente: Manual de usuario de DIANA (47.5.6.2).

3.8.2.2 Elementos de refuerzo

En DIANA, es posible simular el sistema de refuerzo utilizando refuerzos automáticamente embebidos. Estos incluyen barras y mallas de refuerzo que se pueden integrar en todos los tipos de elementos estructurales, la opción de embebido, implica que los elementos de refuerzo se acoplan automáticamente con los elementos de mortero circundantes, sin necesidad de establecer manualmente elementos de interfaz de unión entre el refuerzo y el concreto. Esto significa que la rigidez es aportada únicamente por los refuerzos embebidos y los elementos de mortero base.

Para la malla de refuerzo:

Tabla 3.19. Propiedades de la malla de alambre electrosoldado utilizados en el modelo

FEM

Descripción	Valores
Elasticidad lineal	
Módulo de elasticidad	200000 MPa
Límite de fluencia	304 MPa
Plasticidad de Von Mises	
Endurecimiento plástico	Relación deformación plástica-tensión de fluencia
Diagrama tensión-deformación	Elástico-perfectamente plástico
Hipótesis de endurecimiento	Endurecimiento por deformación
Tipo de endurecimiento	Endurecimiento isotrópico

Fuente: Elaboración propia.

Para definir el comportamiento elastoplástico en el refuerzo, se sigue el criterio de fluencia de Von Mises, es un modelo empleado para predecir el inicio del flujo plástico en materiales dúctiles considerando únicamente la energía de distorsión. Para la condición de fluencia de Von Mises se consideran dos hipótesis diferentes: endurecimiento por deformación y endurecimiento por trabajo

Para el acero esquelético:

Tabla 3.20. Propiedades de las barras de acero utilizados en el modelo FEM

Descripción	Valores
Elasticidad lineal	
Módulo de elasticidad	200000 MPa
Límite de fluencia	500 MPa
Plasticidad de Von Mises	
Endurecimiento plástico	Relación deformación plástica-tensión de fluencia
Diagrama tensión-deformación	Elástico-perfectamente plástico
Hipótesis de endurecimiento	Endurecimiento por deformación
Tipo de endurecimiento	Endurecimiento isotrópico

Fuente: Elaboración propia.

Para los apoyos y el bloque aplicador de carga:

Se usa como material acero de característica elástico lineal isótropo, como se muestra a continuación:

Tabla 3.21. Propiedades del acero en el modelo FEM

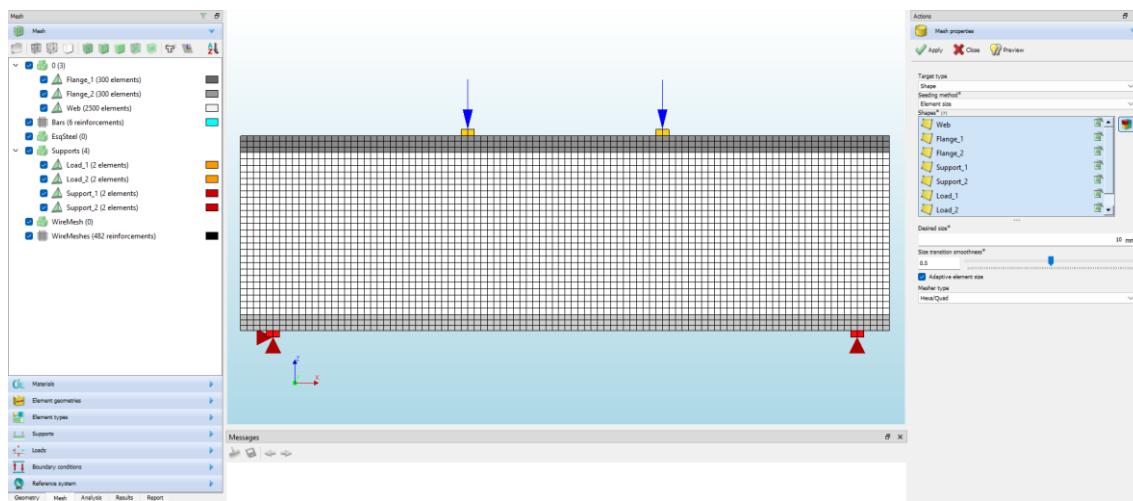
Descripción	Valores
Propiedades lineales del acero	
Módulo de elasticidad	200000 MPa
Coeficiente de Poisson	0.15
Densidad de Masa	7850 kg/m ³

Fuente: Elaboración propia.

3.8.3 Creación de la malla y procedimiento de análisis numérico

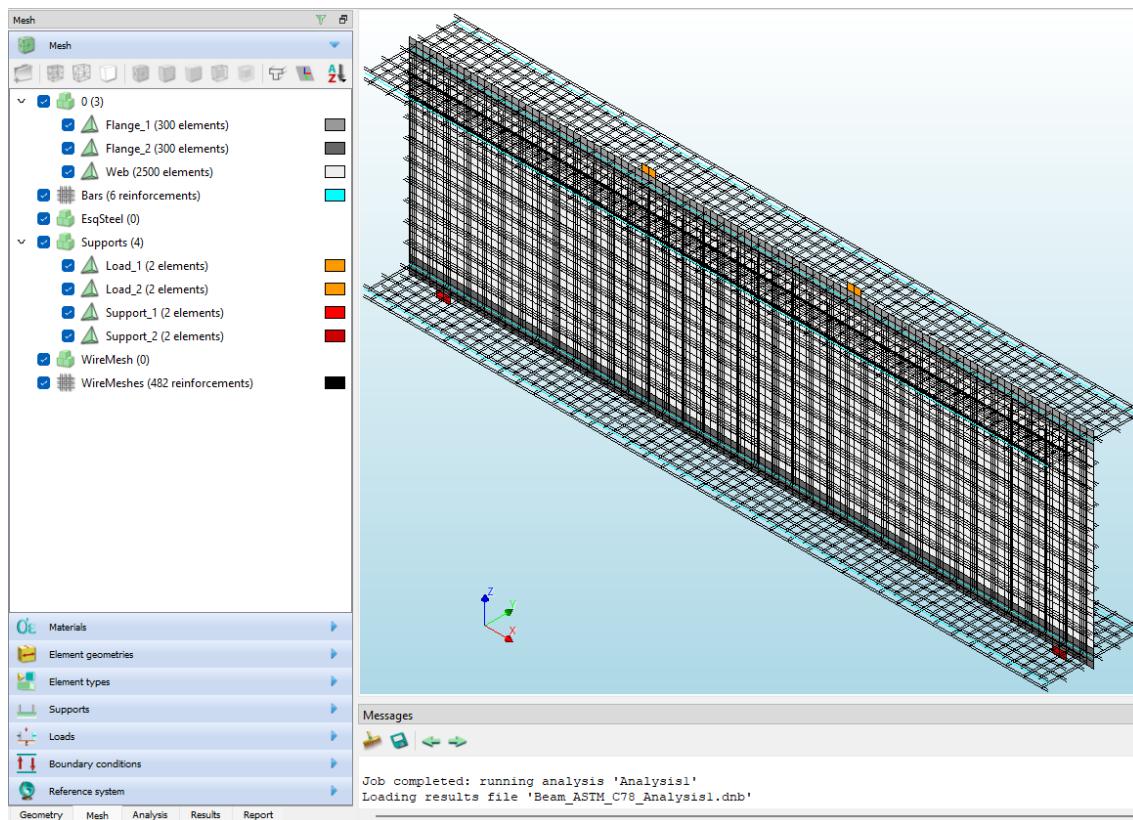
Se asignan los espesores correspondientes a la geometría de cada elemento y se procede a realizar el mallado del modelo de tipo cuadrangular/hexaédrico, con un tamaño de malla de 10 mm, como se muestra a continuación:

Figura 3.14. Creación de la malla en los elementos Shell



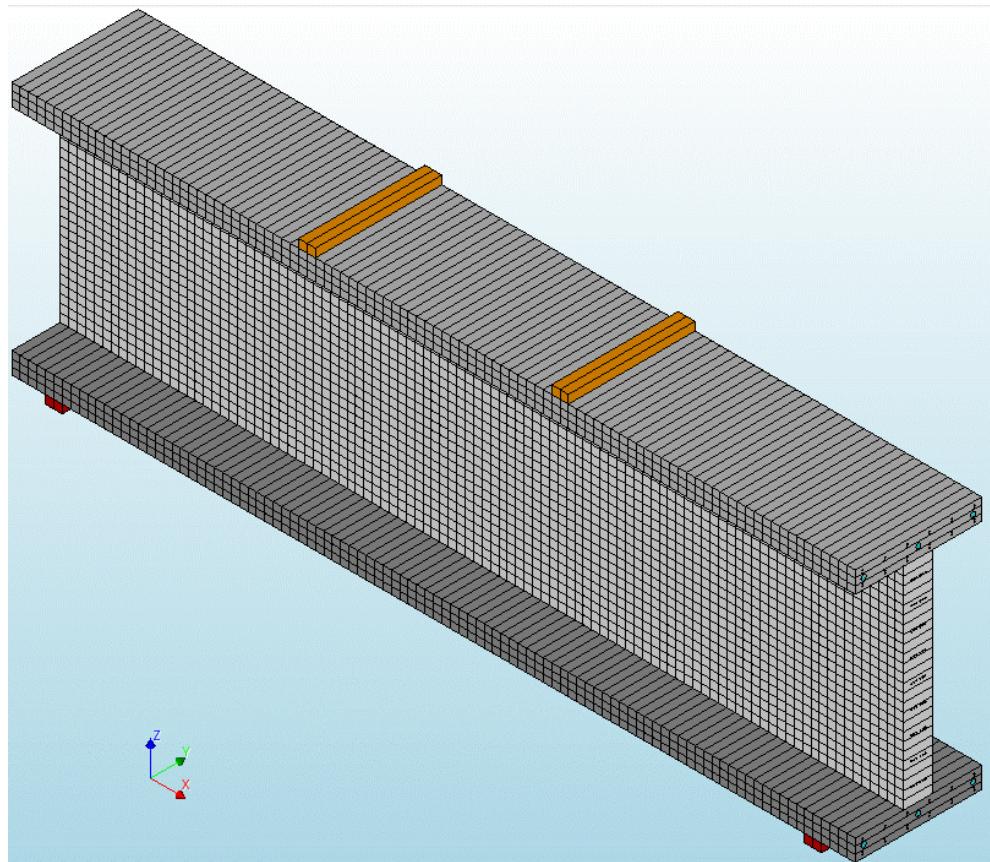
Fuente: Elaboración propia con el uso del software DIANA.

Figura 3.15. Vista isométrica del mallado



Fuente: Elaboración propia con el uso del software DIANA.

Figura 3.16. Vista isométrica 3D de los elementos Shell



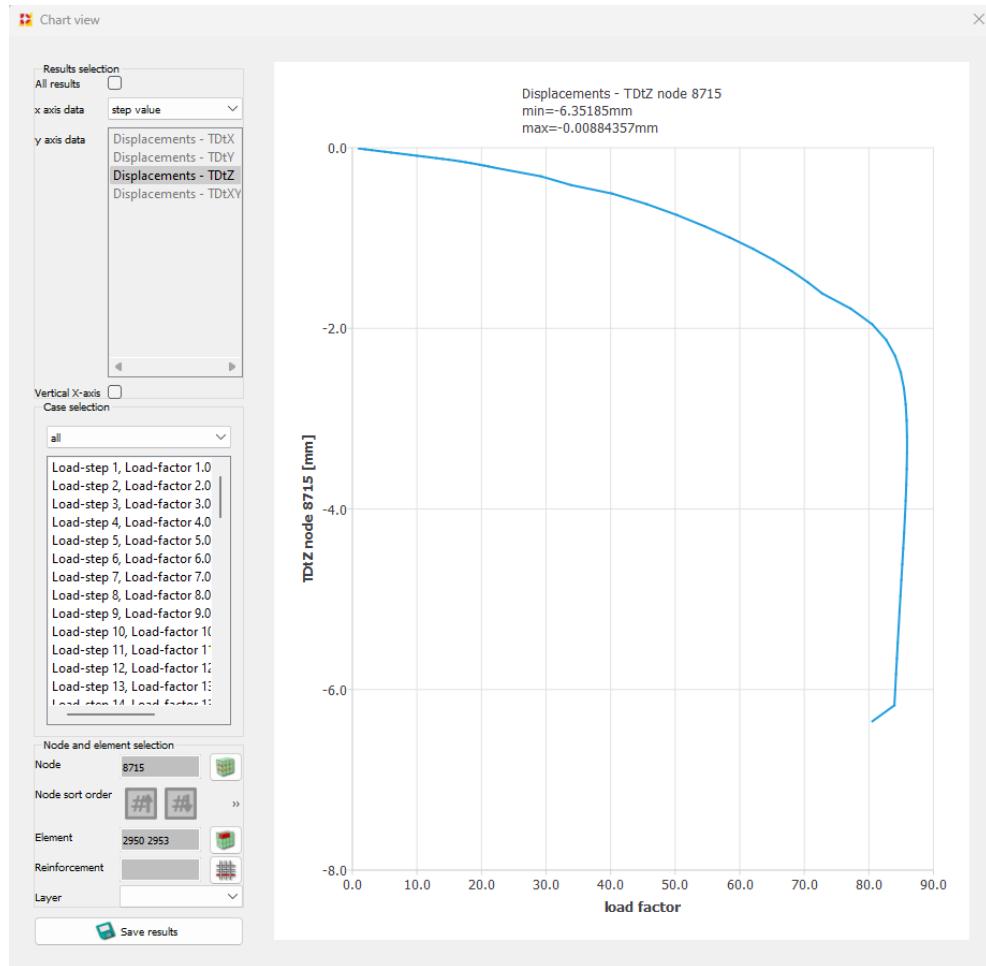
Fuente: Elaboración propia con el uso del software DIANA.

Ahora que la malla esta lista, se procede a agregar el caso de carga según método de prueba estándar ASTM C78 para ensayo a flexión, se añade y configura el tipo análisis, definiendo y ejecutando para este caso el tipo de análisis estructural no lineal.

Resultados del proceso de análisis

Para visualizar los desplazamientos, se seleccionó el nodo correspondiente a la fibra extrema inferior de la sección central de la viga. Esta acción en DIANA abre la ventana de resultados, que presenta las deflexiones tanto en formato gráfico como tabular, tal como se muestra a continuación:

Figura 3.17. Inspección de los resultados para las deflexiones



Fuente: Elaboración propia con el uso del software DIANA.

CAPÍTULO IV

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE RESULTADOS

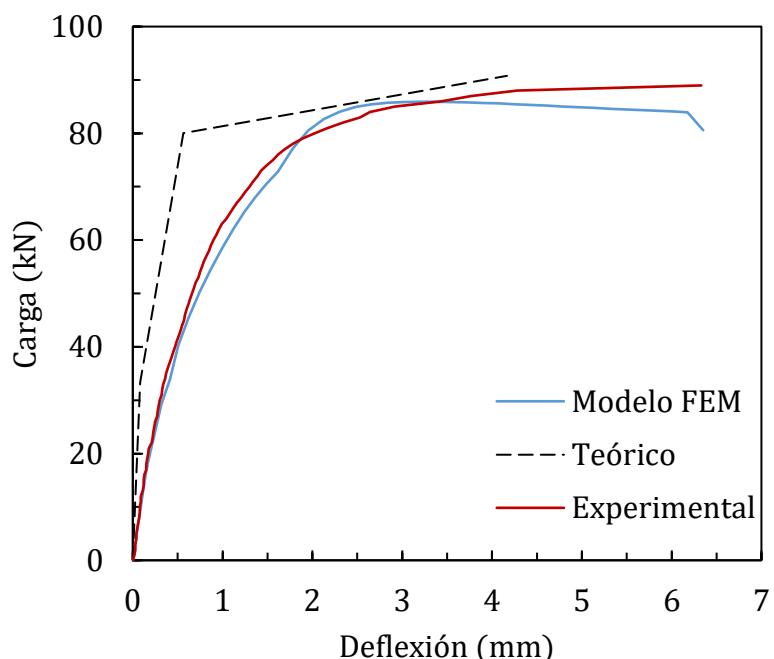
4.1 Análisis comparativo de los modelos Experimental, Teórico y FEM (Modelo 1)

Para evaluar la función de las vigas tipo I de ferrocemento como elemento estructural sometido a solicitudes de flexión, es imprescindible partir desde la validación de un primer modelo FEM que refleje el comportamiento experimental a cortante obtenido a través del ensayo a flexión realizado en laboratorio apoyado de la predicción de un comportamiento teórico calculado.

4.1.1 Curvas carga-deflexión

Las curvas carga-deflexión obtenidas en los tres enfoques (teórico, experimental y FEM) se comparan para evaluar el comportamiento obtenido a partir del ensayo a flexión realizado en las vigas de ferrocemento.

Figura 4.1 Curva carga-deflexión Teórico vs. Experimental vs. FEM



Fuente: Elaboración propia.

La comparación entre las curvas carga-deflexión (Figura 4.1) muestra que el modelo FEM (Modelo 1), se aproxima a los resultados obtenidos del comportamiento experimental registrado, lo que permite realizar el contraste con el modelo analítico teórico. Los resultados teóricos, experimentales y del modelo FEM en términos de carga y deflexión para cada estado fundamental, se muestra a continuación:

Tabla 4.1.Comparación carga-deflexión en etapas críticas:

Etapa Crítica	Fuente	Carga (kN)	Δ Carga (kN)	Varia-ción (%)	Deflexión (mm)	Δ Deflexión (mm)	Varia-ción (%)
Fisuración	Experimental	14.00	-	-	0.12	-	-
	FEM	13.99	-0.01	-0.07	0.13	+0.01	+8.3
	Teórico	33.31	+19.31	+137.9	0.08	-0.04	-33.3
Fluencia	Experimental	80.00	-	-	2.02	-	-
	FEM	80.51	+0.51	+0.64	1.95	-0.07	-3.5
	Teórico	80.04	+0.04	+0.05	0.56	-1.46	-72.3
Rotura	Experimental	89.00	-	-	6.33	-	-
	FEM	83.96	-5.04	-5.7	6.17	-0.16	-2.5
	Teórico	90.78	+1.78	+2.0	4.17	-2.16	-34.1

Fuente: Elaboración propia.

1) Comparación de los resultados del estado de agrietamiento

El modelo FEM muestra que la primera aparición de microfisuras en la cara traccionada en la zona del tercio central (esto se visualiza en, el modelo de deformación de fisura “**crack strain**”. Figura 4.4. b), se presenta a una carga de 13.99 kN con una deflexión de 0.13 mm, contrastando con los resultados experimentales (14.00 kN y 0.12 mm). La deflexión experimental es ligeramente menor que la predicha por el FEM, con un error de - 0.07 % en carga y +8.3 % en deflexión; la concordancia entre ambos sigue siendo muy significativa. En cambio, el modelo teórico sitúa el agrietamiento en 33.31 kN y 0.08 mm, es decir, +137.9 % de carga y - 33.3 % de deflexión respecto del ensayo.

Por lo tanto, el FEM proporciona un buen ajuste en términos de carga y deflexión inicial, simulando mejor los efectos de fisuración en las primeras etapas. Esto confirma que el ferrocemento comienza a agrietarse a cargas mucho más bajas de las que predice el modelo teórico, el cual no captura adecuadamente la deformabilidad del material a medida que se desarrollan las microfisuras.

2) Comparación de los resultados del estado de fluencia

El modelo de deformación de fisura, (Figura 4.5. b) muestra como las fisuras verticales producto de los esfuerzos a flexión dejaron de ser significativos, en comparación con las fisuras inclinadas que comenzaron a propagarse en los tercios extremos del modelo en donde se tiene los mayores valores de esfuerzos cortantes.

El modelo teórico ubica el punto de fluencia en 80.04 kN y 0.56 mm; el ensayo reporta 80.00 kN y 2.02 mm, de modo que la teoría subestima la deflexión en -72.3 %. En contraste, el FEM predice 80.51 kN y 1.95 mm, con errores de +0.64 % en carga y -3.5 % en deflexión, acercándose mucho más a la respuesta experimental.

- En el modelo teórico, se subestima la deflexión al no considerarse los efectos no lineales que se desarrollan una vez que el material comienza a agrietarse y se produce fluencia, donde las primeras fisuras no afectan la carga significativamente, pero aumentan la deformabilidad de la viga.
- El modelo FEM tiene la capacidad de capturar el comportamiento plástico del material y la interacción entre el refuerzo y el mortero. Durante la fase de fluencia, el modelo simula no solo la deformación del refuerzo también la deformación del mortero alrededor de las áreas fisuradas, mostrando una transición progresiva en la rigidez y deflexión, lo que concuerda más con los resultados experimentales.
- La diferencia entre el modelo FEM y el resultado experimental es pequeña, lo que indica que el modelo está aproximadamente bien ajustado en cuanto a la simulación de los efectos de fluencia.

3) Comparación de los resultados del estado de rotura

Para este estado, se tiene que las tensiones principales están en función de los esfuerzos por corte, condensando las deformaciones de fisura de forma inclinada en los tercios extremos donde el esfuerzo por corte es predominante (Figura 4.6. b).

El modelo teórico prevé 90.78 kN y 4.17 mm, valores superiores a los observados, con errores de +2.0 % en carga y -34.1 % en deflexión respecto del ensayo (89.00 kN y 6.33 mm). El FEM, por su parte, predice 83.96 kN y 6.17 mm, lo que supone -5.7 % en carga y -2.5 % en deflexión frente al resultado experimental, proporcionando una aproximación muy cercana.

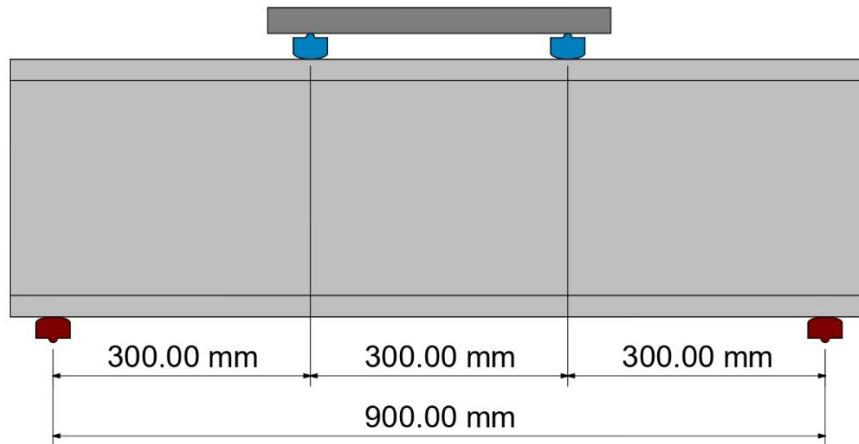
En el modelo teórico, el estado de rotura se predice con suposiciones que son insuficientes para modelar las fisuras progresivas y la deformación plástica que ocurren al acercarse al colapso.

El modelo FEM incluye los efectos de fisuración no lineal y fluencia, lo que le permite modelar de manera más precisa la reducción de rigidez y la distribución de tensiones dentro de la viga, lo que se refleja en las deflexiones finales que se asemejan más a las obtenidas experimentalmente.

Efectos de fisuración en la rotura:

Durante el ensayo, las fisuras diagonales se presentaron en las últimas etapas de carga e inclinadas desde su aparición, solo se presentaron en el tercio extremo y su tamaño aumentaba progresivamente a medida que la carga aumentaba, reduciendo de manera progresiva la capacidad de carga de la viga. El modelo FEM tiene la capacidad de capturar esta propagación de grietas y simular cómo la viga va perdiendo rigidez a medida que se desarrollan las fisuras.

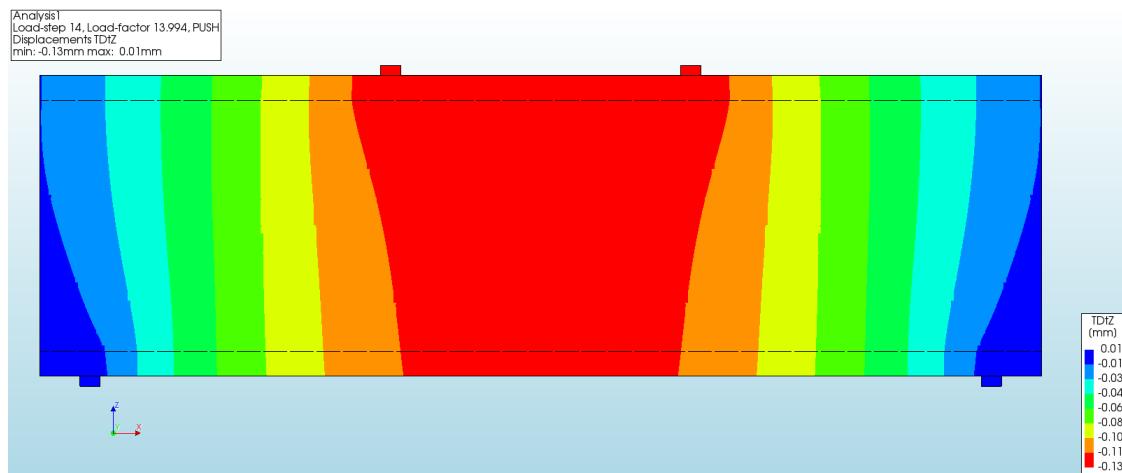
Figura 4.2. Vista en elevación viga tipo I de ferrocemento ensayada en laboratorio



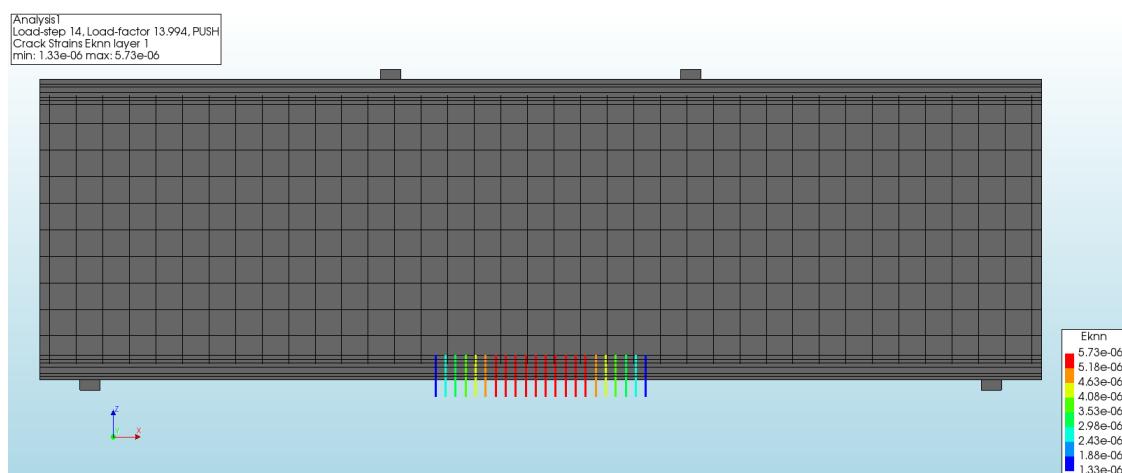
Fuente: Elaboración propia con el uso del software Revit.

Figura 4.3. Distribución en el instante de aparición de las primeras fisuras según el modelo FEM:

(a) Desplazamientos;



(b) Deformación de Fisura;



(c) Ancho de Fisura Ponderado;

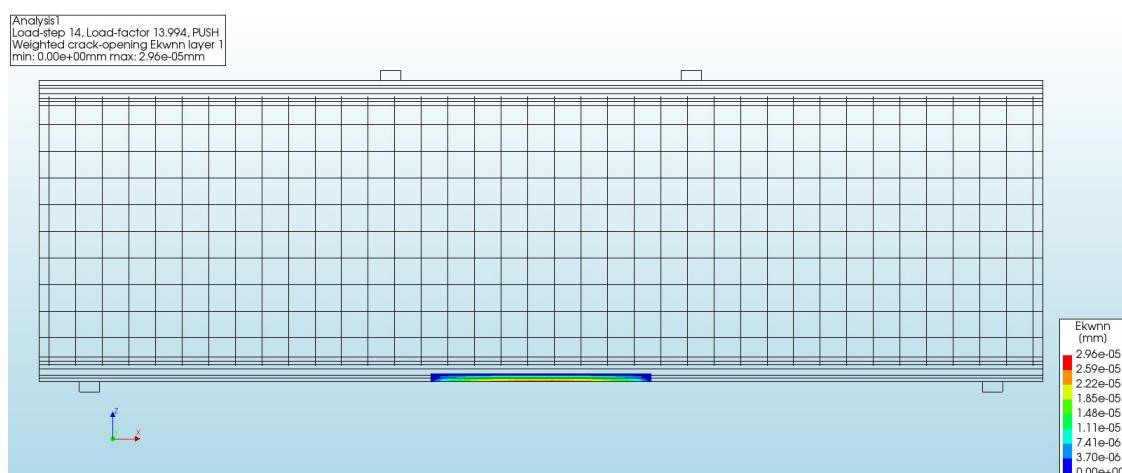
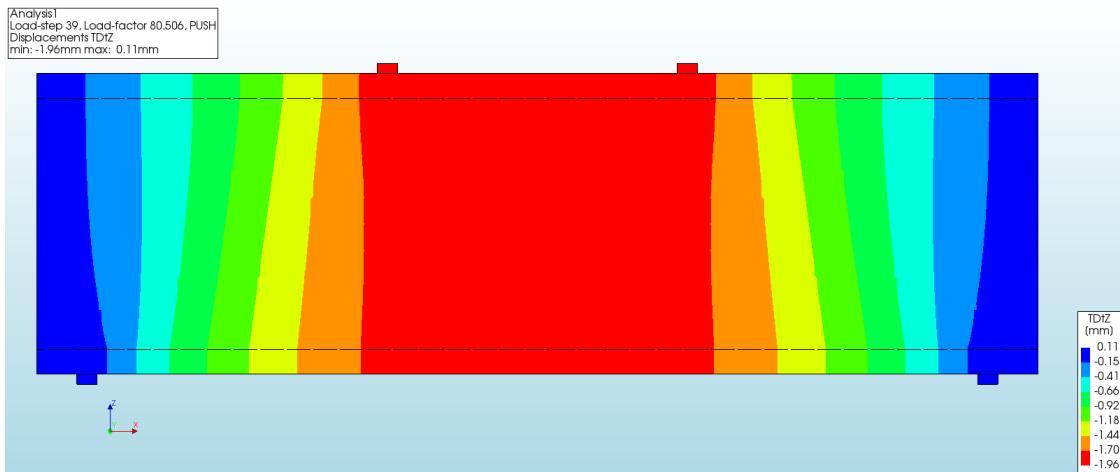
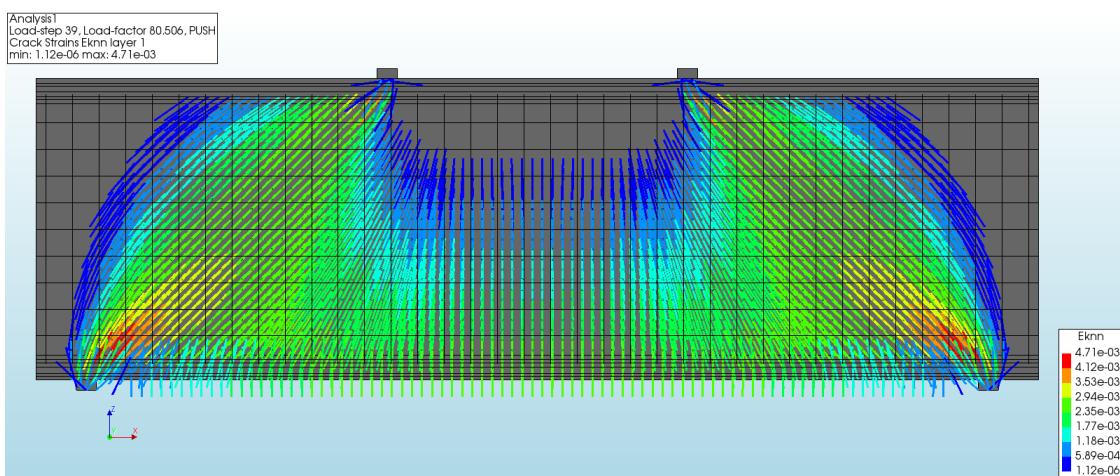


Figura 4.4. Distribución en el instante de fluencia según la predicción teórica de:

(a) Desplazamientos;



(b) Deformación de Fisura;



(c) Ancho de Fisura Ponderado;

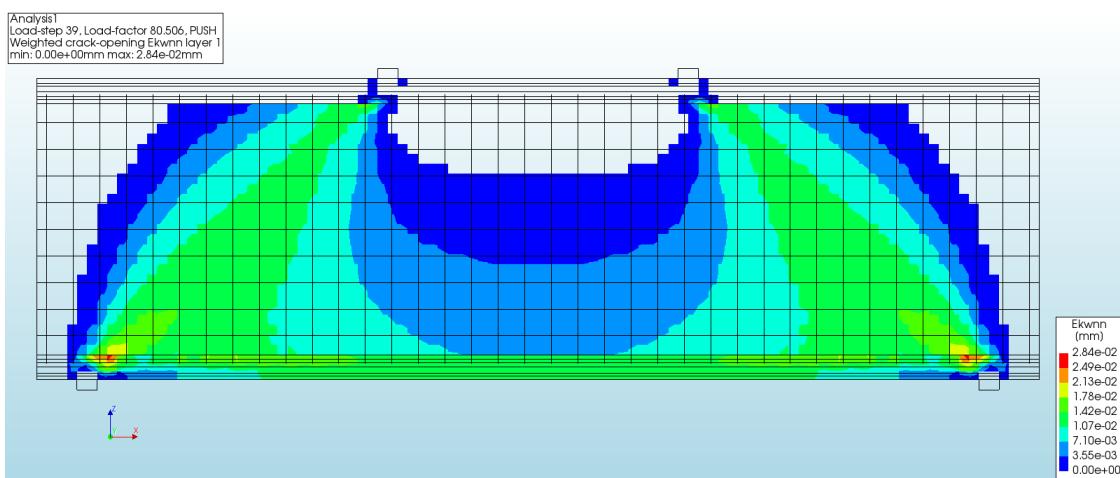
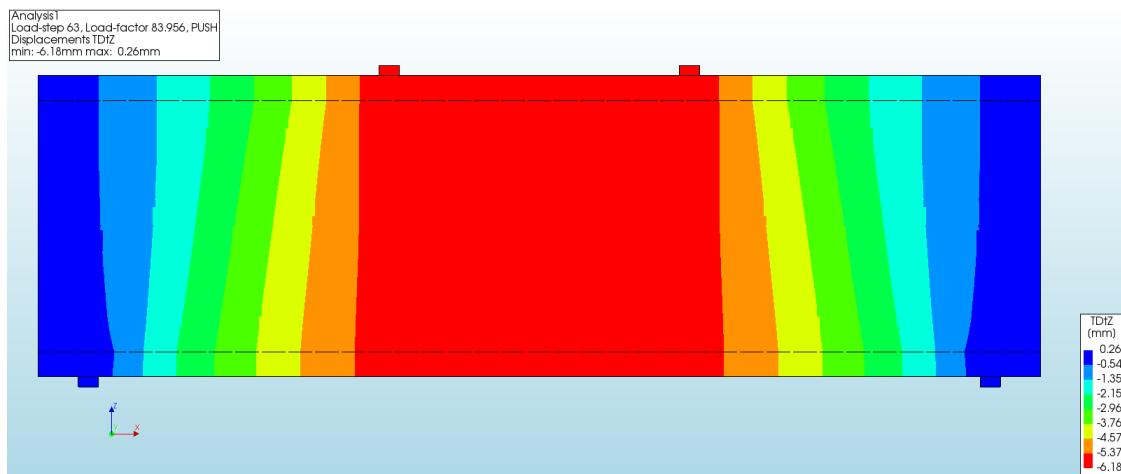
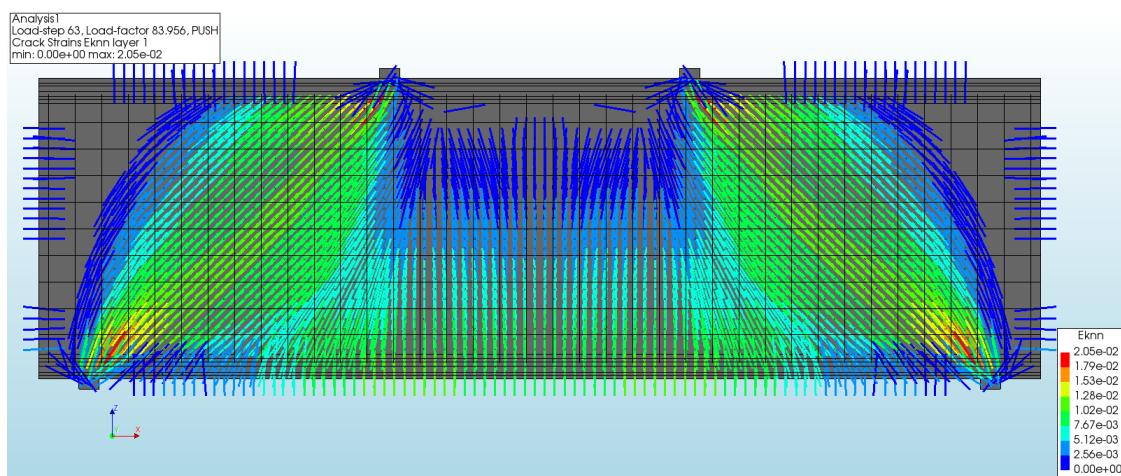


Figura 4.5. Distribución en el instante de rotura según la predicción teórica de:

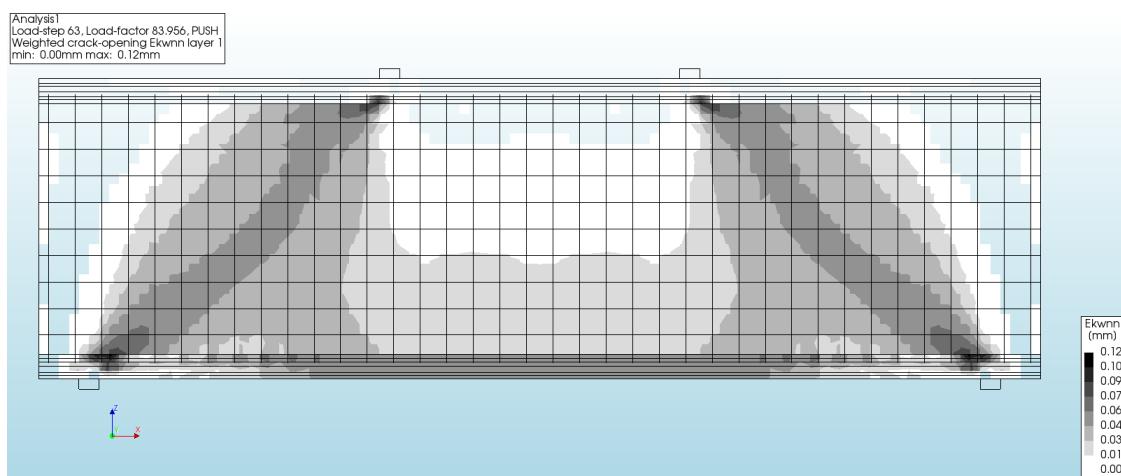
(a) Desplazamientos;



(b) Deformación de Fisura;



(c) Ancho de Fisura Ponderado;



4.1.2 Mecanismo de falla

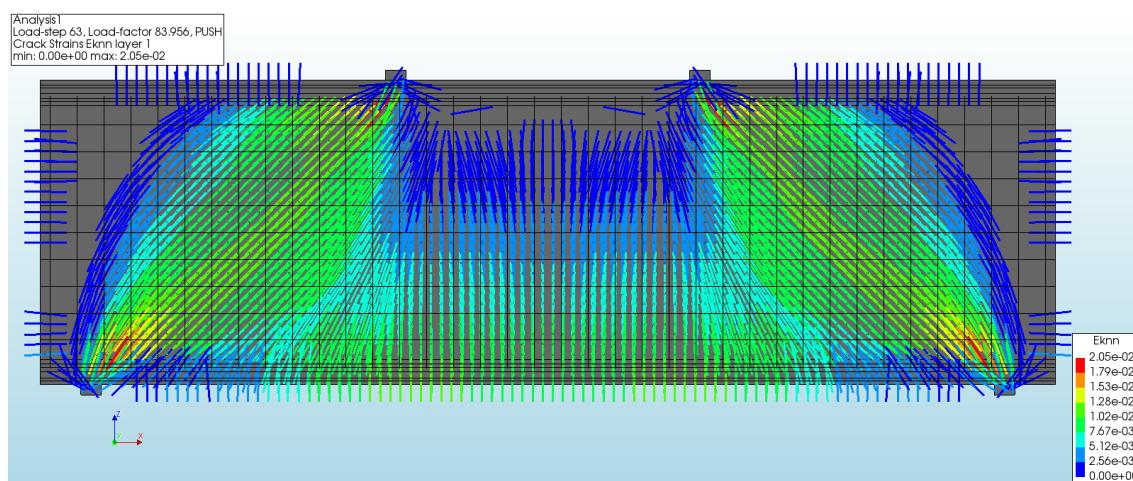
En el ensayo experimental, se pudo evidenciar que los especímenes tuvieron como mecanismo de falla la tensión diagonal, debido a que la viga experimentó cargas aplicadas en el tercio central, que superaron su capacidad de corte en las últimas etapas de carga, debido a esto se generaron tensiones principales en función de los esfuerzos por corte, que se distribuyeron a lo largo de la viga. Estas tensiones causaron la apertura de fisuras diagonales, que comenzaron en el punto de aplicación de la carga en dirección a la zona cercana al apoyo. A medida que la carga aumentó, estas fisuras se propagaron diagonalmente a través de los tercios extremos de la viga, afectando las fibras del espécimen hasta llegar al colapso por el incremento de carga.

Figura 4.6. Comparación Modelo Experimental vs. Modelo FEM:

(a) Patrón de Fisuras Reales;



(b) Patrón Deformación de Fisura;



Fuente: Elaboración propia.

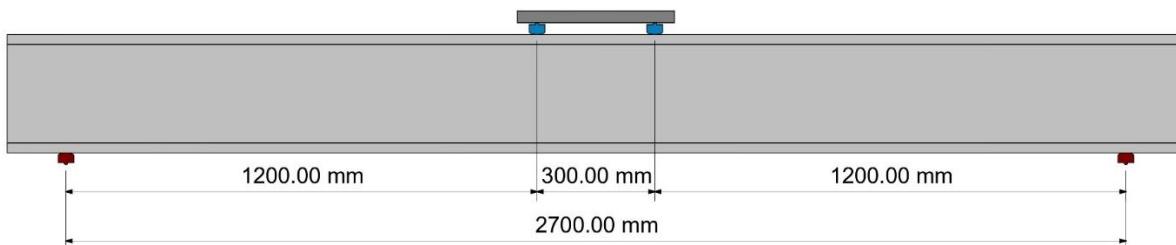
4.2 Análisis del comportamiento a flexión (Modelo 2)

Debido a que el ensayo experimental tiene limitaciones en la luz libre entre apoyos (900 mm), y al ser realizado según el esquema de carga ASTM C78, la fuerza cortante en la viga es la mitad de la carga aplicada en el punto central ($V = P/2$), dando como resultado fuerzas verticales muy elevadas que alcanzan fácilmente la resistencia máxima a corte que puede resistir la sección, este produce fisuras diagonales propagadas entre el bloque aplicador de carga y el apoyo, por lo tanto, conduce a una falla por tensión diagonal.

Como se pudo evidenciar en las comparaciones del Modelo 1 desarrollado en DIANA, son capaces de simular el comportamiento de las vigas tipo I de ferrocemento de una forma aproximada al comportamiento real; por lo tanto, es un modelo valido para el estudio de estos elementos.

Por consiguiente, para realizar el análisis a flexión se plantea desarrollar en DIANA el ensayo a flexión, planteando un modelo numérico de una viga tipo I de ferrocemento con una luz efectiva de 2700 mm bajo esquema de carga ASTM C78, de modo que se aprovechen las ecuaciones planteadas en el Capítulo II.

Figura 4.7. Vista en elevación de viga tipo I de ferrocemento a escala estándar (Modelo 2)



Fuente: Elaboración propia con el software Revit.

Se tienen los siguientes datos del análisis teórico:

Tabla 4.2. Valores calculados para el comportamiento teórico

Estado	Momento Flector M ($kN \cdot m$)	Fuerza Cortante V (kN)	Carga P (kN)	Deflexión Δ (mm)
Agrietamiento	5.00	-	8.33	0.645
Fluencia	12.01	-	20.01	4.04
Rotura	19.45	-	32.41	30.33
Corte	-	45.39	90.78	-

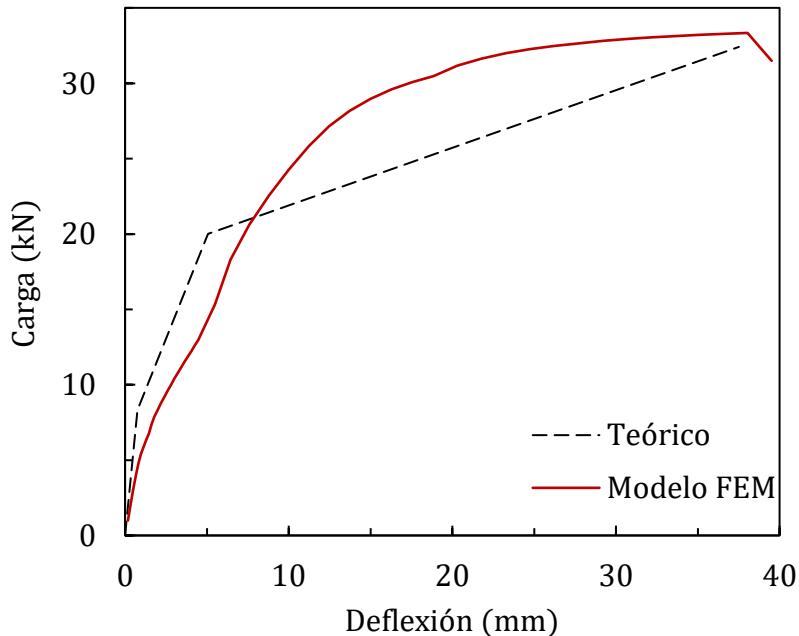
Fuente: Elaboración propia.

Nota: La columna de carga fue determinada para el esquema de carga ASTM C78 (Figura 2.46), con la ecuación de momento flector en el tercio central ($M=\omega \cdot L \cdot P/2$); y de fuerza cortante ($V=P/2$)

4.2.1 Curvas carga-deflexión

Para la modelación numérica en DIANA, se siguió todo el proceso establecido en la sección 3.8, y con el respectivo proceso de análisis, se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 4.8. Curva carga-deflexión Teórico vs. FEM



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.3. Carga-deflexión en etapas críticas: Teórico vs FEM (Modelo 2)

Etapa Crítica	Fuente	Carga (kN)	Δ Carga (kN)	Variación (%)	Deflexión (mm)	Δ Deflexión (mm)	Variación (%)
Fisuración	Teórico	8.33	-	-	0.65	-	-
	FEM	3.98	-4.35	-52.2	0.65	+0.00	0.0
Fluencia	Teórico	20.01	-	-	4.04	-	-
	FEM	20.62	+0.61	+3.0	7.60	+3.56	+88.1
Rotura	Teórico	32.41	-	-	30.33	-	-
	FEM	33.34	+0.93	+2.9	38.05	+7.72	+25.5

Fuente: Elaboración propia.

1) Comparación de los resultados del estado de agrietamiento

El modelo FEM predice que las primeras microfisuras aparecen en la viga de ferrocemento a una carga de 3.94 kN y una deflexión de 0.65 mm en la cara en tracción; ello implica incluir los efectos de la fisuración del mortero y su interacción con el refuerzo, capturando el fenómeno mucho antes que el punto de agrietamiento teórico y evidenciando una mayor sensibilidad del modelo numérico. Por su parte, el modelo teórico fija el agrietamiento en 8.33 kN con la misma deflexión de 0.65 mm . Esta discrepancia muestra que la carga inicial prevista por el FEM es -52% inferior a la teórica, mientras que la deformación coincide (0% de diferencia), subrayando que la formulación analítica subestima la aparición temprana de fisuras al no considerar la deformabilidad adicional generada por el agrietamiento, mantiene deflexiones menores y una carga de agrietamiento sustancialmente mayor. A partir de este punto el comportamiento no lineal se manifiesta y las deflexiones crecen con rapidez.

2) Comparación de resultados en el estado de fluencia

Para este estado, el modelo de fisuración indica que las fisuras verticales producto de los esfuerzos a flexión son las más significativas concentrándose en la zona central.

El modelo teórico ubica la fluencia en 20.01 kN con 4.04 mm de deflexión; el FEM la sitúa en 20.62 kN (variación de $+3\%$ en carga) y 7.60 mm (error de $+88\%$ en deflexión), en este punto de transición entre deformación elástica y plástica esta diferencia en la deflexión

es significativa y sugiere que el modelo FEM está tomando en cuenta la deformación plástica que ocurre a medida que el mortero comienza a ceder bajo carga, indicando que puede capturar adecuadamente el comportamiento no lineal en el elemento y con el refuerzo, por lo tanto, lo hace preciso en cuanto a la predicción de deflexiones en esta fase.

Desarrollo de fluencia en la viga: Al llegar al punto de fluencia, el mortero comienza a experimentar deformaciones plásticas no recuperables, en este punto, el sistema de refuerzo comienza a asumir la carga de manera más significativa, ya que el mortero ya no puede resistir los esfuerzos de tracción de manera efectiva. Sin embargo, la rigidez de la viga disminuye debido a la fluencia del material.

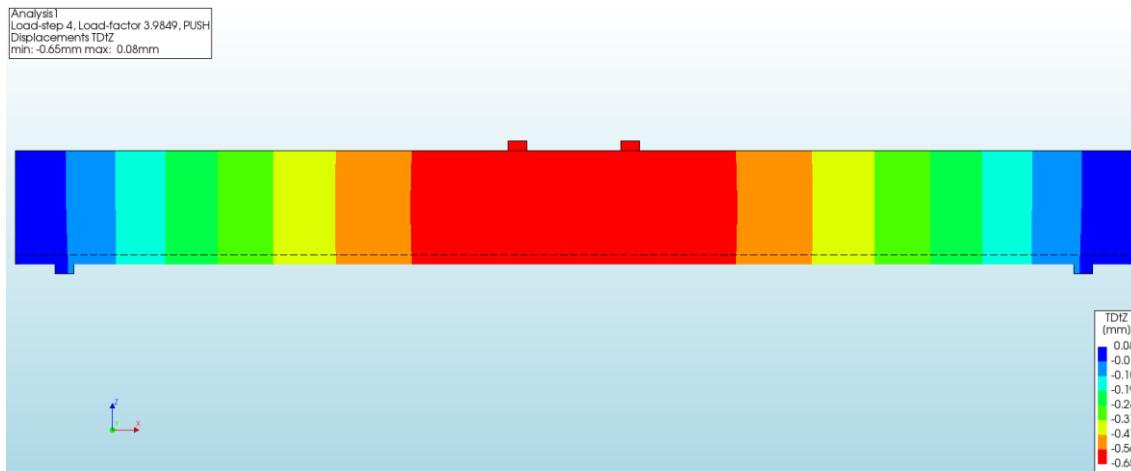
3) Comparación de resultados en el estado de rotura

Para este estado, se tiene que las tensiones principales están en función de los esfuerzos a flexión, condensando las deformaciones de fisura verticales en la zona central.

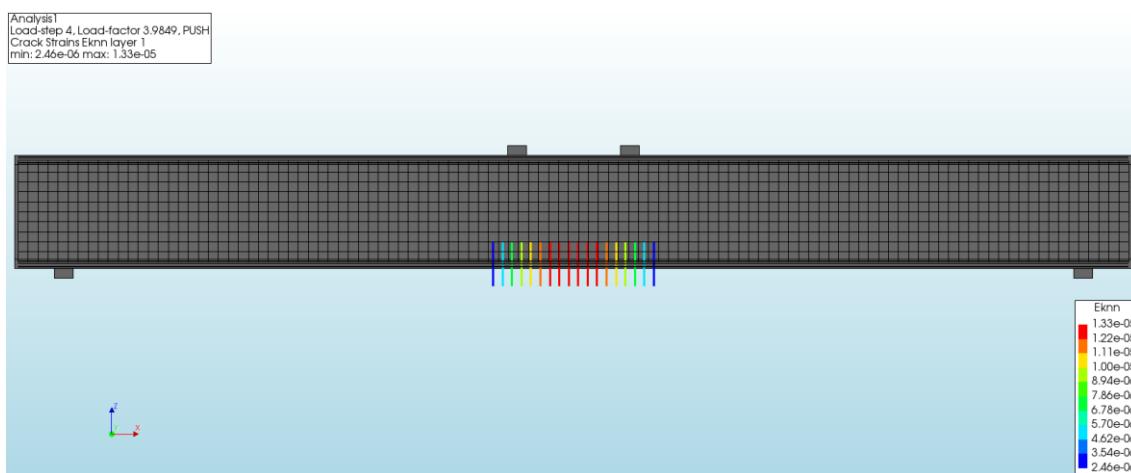
El modelo teórico estima la falla en 32.41 kN y 30.33 mm; el FEM pronostica 33.34 kN (variación de +2.9 % en carga) y 38.05 mm (variación de +25.5 % en deflexión). La deflexión es mayor en el modelo FEM en comparación con el modelo teórico, lo que indica que el modelo numérico captura la pérdida de rigidez debido a los efectos plásticos y de fisuración de la viga bajo cargas extremas, sin embargo, el modelo teórico es capaz de estimar de manera inicial la carga máxima que se tendrá en el elemento, mostrando una concordancia con las suposiciones del comportamiento y las propiedades del material asumidas en el análisis teórico.

Figura 4.9. Distribución en el instante de aparición de las primeras fisuras según el modelo FEM:

(a) Desplazamientos;



(b) Deformación de Fisura;



(c) Ancho de Fisura Ponderado;

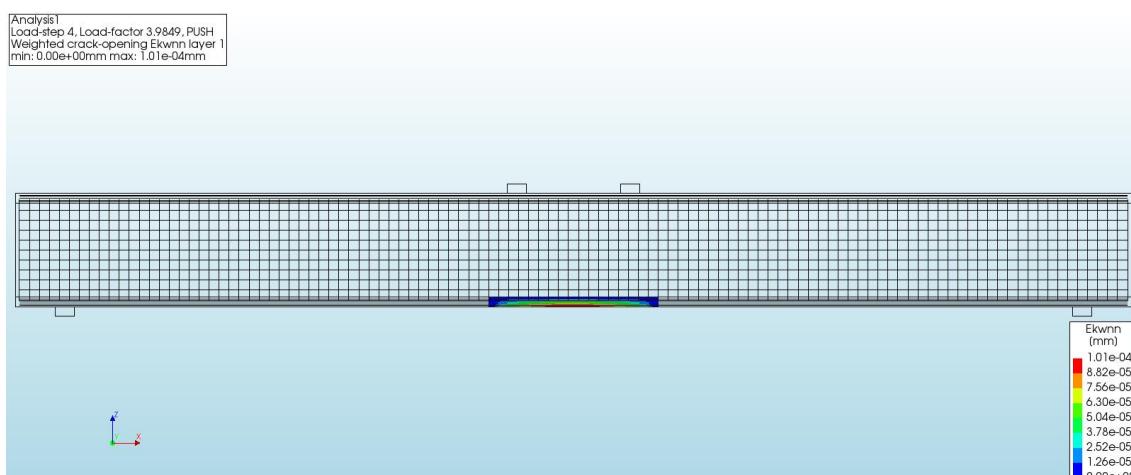
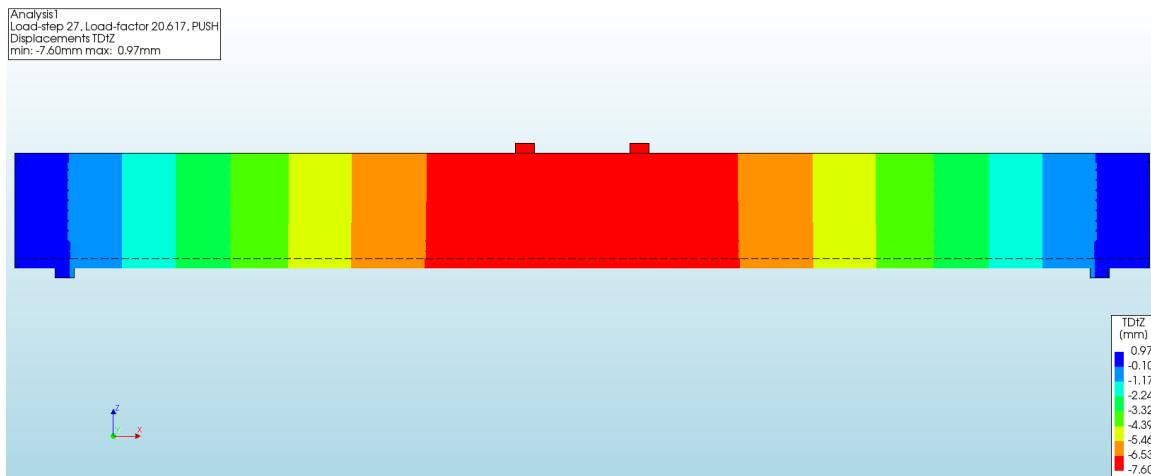
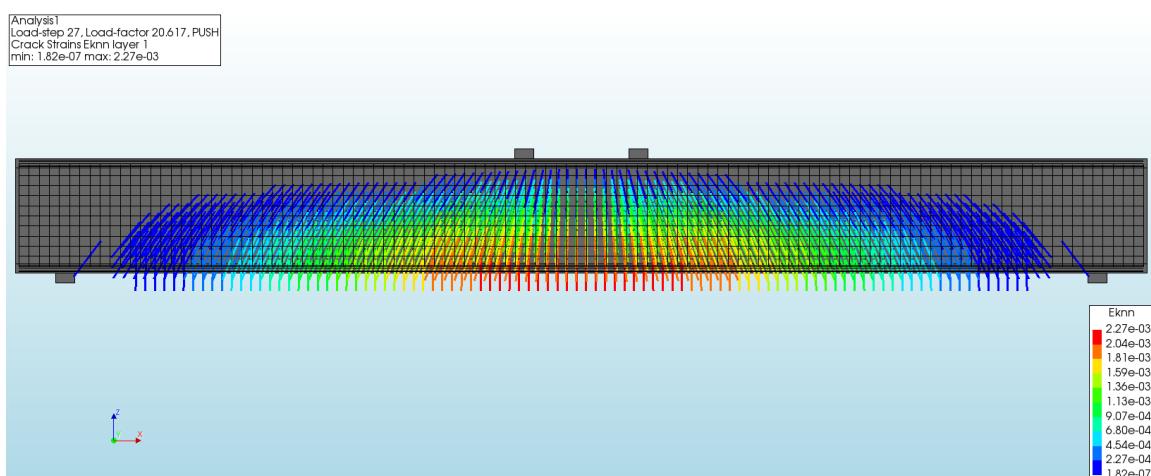


Figura 4.10. Distribución en el instante de fluencia según la predicción teórica de:

(a) Desplazamientos;



(b) Deformación de Fisura;



(c) Ancho de Fisura Ponderado;

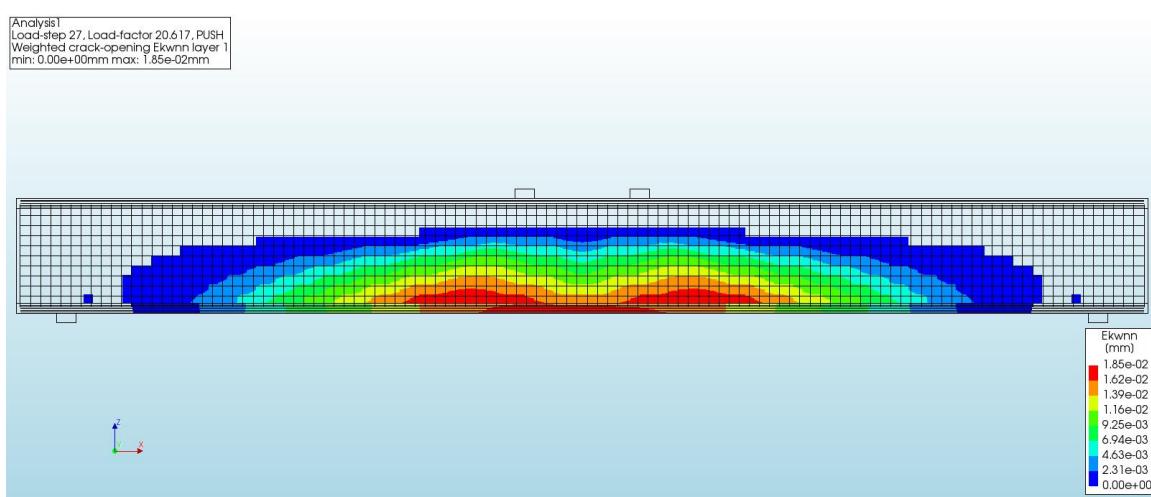
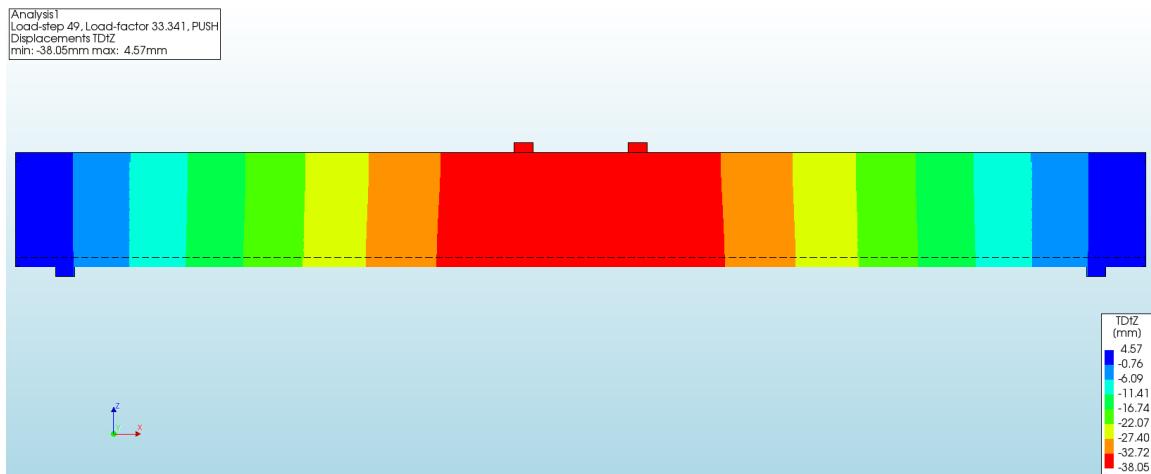
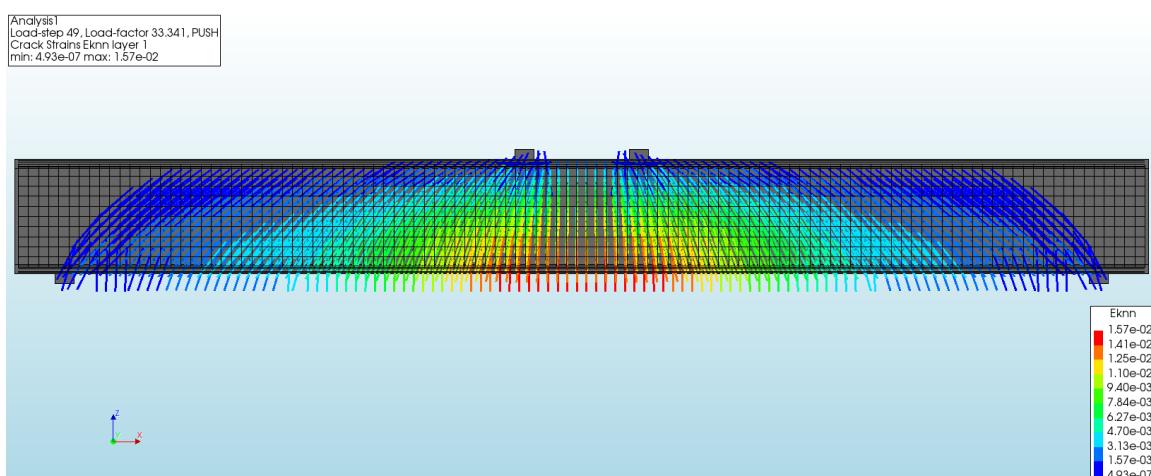


Figura 4.11. Distribución en el instante de rotura según la predicción teórica de:

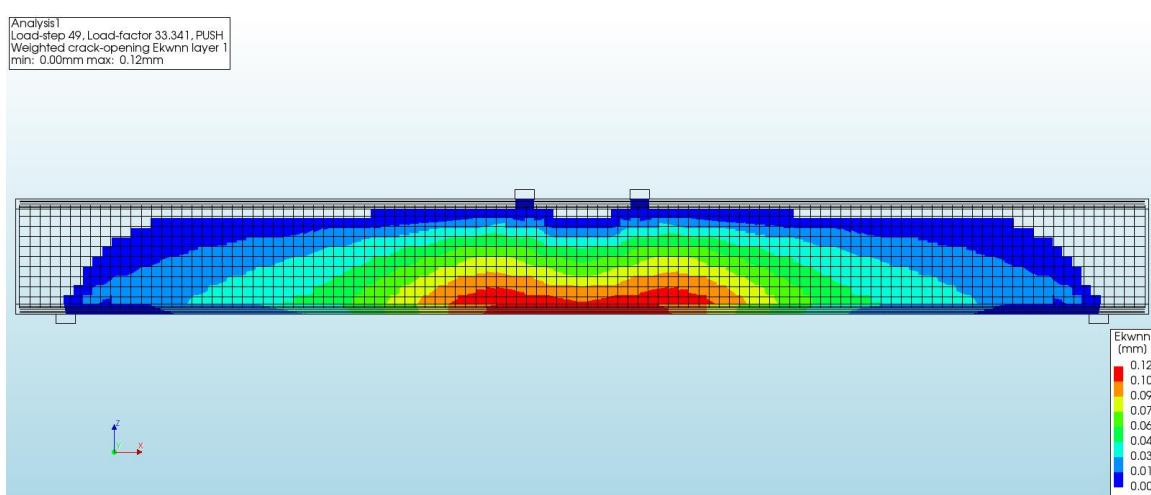
(a) Desplazamientos;



(b) Deformación de Fisura;



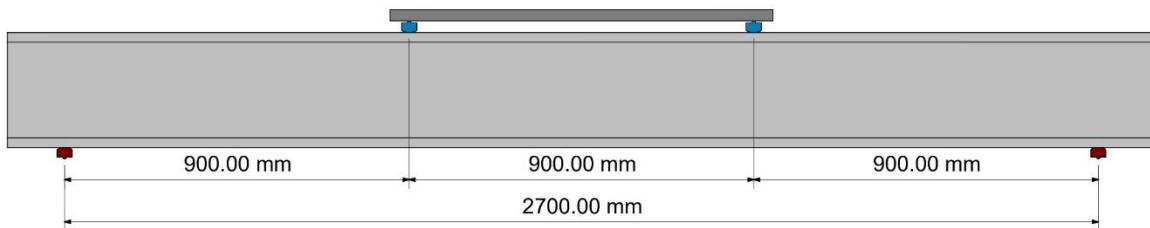
(c) Ancho de Fisura Ponderado;



4.3 Análisis del comportamiento simultáneo a flexión y corte (Modelo 3)

Para realizar el análisis con la interacción simultánea a flexión y corte, se plantea desarrollar en DIANA el ensayo a flexión bajo esquema de carga ASTM C78, planteando un modelo numérico de una viga tipo I de ferrocemento con una luz efectiva de 2700 mm y con una separación entre aplicadores de carga igual a ($L/3$), como se muestra a continuación:

Figura 4.12. Vista en elevación de viga tipo I de ferrocemento a escala estándar (Modelo 3)



Fuente: Elaboración propia con el uso del software Revit.

Se tienen los siguientes datos del análisis teórico:

Tabla 4.4. Valores determinados del comportamiento teórico

Estado	Momento Flector M ($kN \cdot m$)	Fuerza Cortante V (kN)	Carga P (kN)	Deflexión Δ (mm)
Agrietamiento	5.00	-	11.10	0.75
Fluencia	12.01	-	26.68	5.07
Rotura	19.45	-	43.22	37.51
Corte	-	45.39	90.78	-

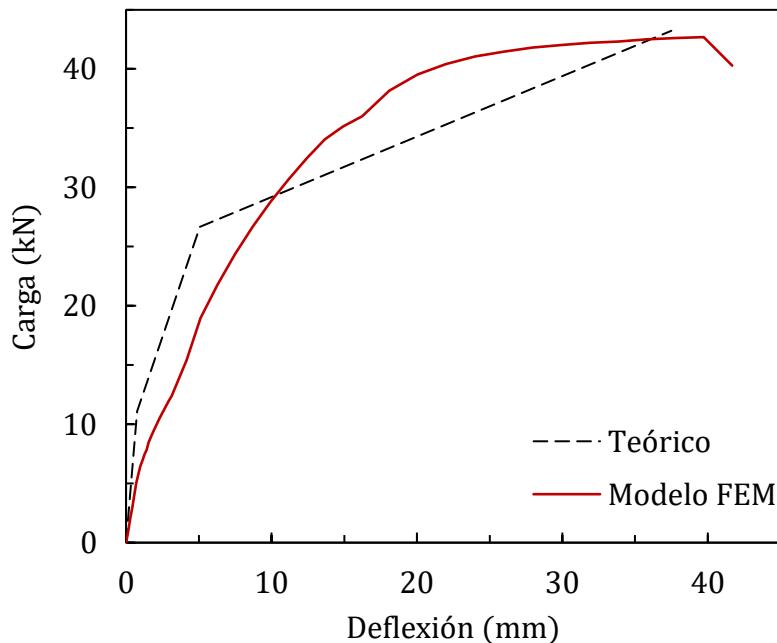
Fuente: Elaboración propia.

Nota: La columna de Carga fue determinada para el esquema de carga ASTM C78 (Figura 2.46), con la ecuación de momento flector en el tercio central ($M=\omega \cdot L \cdot P/2$); y de fuerza cortante ($V=P/2$)

4.3.1 Curvas carga-deflexión

Para la modelación numérica en DIANA, se sigue todo el proceso establecido en la sección 3.8, y con el respectivo proceso de análisis del cual se obtuvieron los siguientes resultados:

Figura 4.13. Curva carga-deflexión Teórico vs. FEM



Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.5. Carga-deflexión en etapas críticas: Teórico vs FEM

Etapa Crítica	Fuente	Carga (kN)	Δ Carga (kN)	Variación (%)	Deflexión (mm)	Δ Deflexión (mm)	Variación (%)
Fisuración	Teórico	11.10	-	-	0.75	-	-
	FEM	5.00	-6.10	-54.9	0.70	+0.05	-6.7
Fluencia	Teórico	26.68	-	-	5.07	-	-
	FEM	26.70	+0.02	+0.1	8.71	+3.64	+71.8
Rotura	Teórico	43.22	-	-	37.51	-	-
	FEM	42.68	-0.54	-1.3	39.72	+2.21	+5.9

Fuente: Elaboración propia.

1) Comparación de los resultados del estado de agrietamiento

El modelo FEM indica la aparición de las primeras microfisuras a 5.00 kN con 0.70 mm de deflexión en la cara traccionada, lo que confirma que el cálculo numérico incorpora la degradación de rigidez del mortero y su interacción con la malla antes del umbral analítico. Por su parte, la formulación teórica sitúa el agrietamiento en 11.10 kN y 0.75 mm ; la discrepancia entre ambos modelos equivale a -54.9% en carga, mientras que la diferencia de deformación es solo -6.7% . Esta brecha evidencia que la teoría lineal elástica-perfecta subestima la sensibilidad inicial del ferrocemento al agrietamiento.

2) Comparación de resultados en el estado de fluencia

El patrón numérico muestra fisuras verticales dominantes en el tercio central, con inclinación creciente hacia los extremos donde prevalece el corte. La teoría fija la fluencia en 26.68 kN y 5.07 mm ; el FEM la localiza prácticamente en la misma carga (26.70 kN , $+0.1\%$ de variación), pero con 8.71 mm de deflexión, es decir $+71.8\%$ respecto al valor analítico. Esta diferencia refleja la capacidad del FEM para reproducir la plastificación del mortero y la transferencia gradual de esfuerzos al refuerzo: a medida que el mortero cede, la rigidez flexional se reduce y la deformación se amplifica. El resultado confirma que, para modelar la fluencia con precisión, es imprescindible incluir las no linealidades materiales y la evolución de fisuras que el enfoque teórico omite.

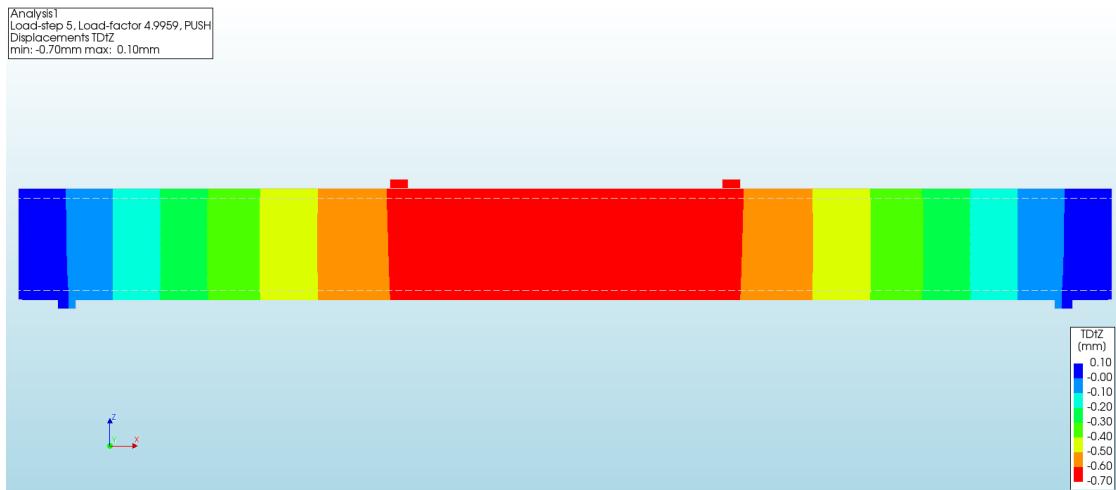
3) Comparación de resultados en el estado de rotura

En la fase final, las fisuras verticales del vano central se inclinan hacia los apoyos; predominan las diagonales por corte-flexión en los tercios extremos. El modelo teórico pronostica el colapso a 43.22 kN con 37.51 mm de deflexión. El FEM predice 42.68 kN (-1.3% en carga) y 39.72 mm ($+5.9\%$ en deflexión).

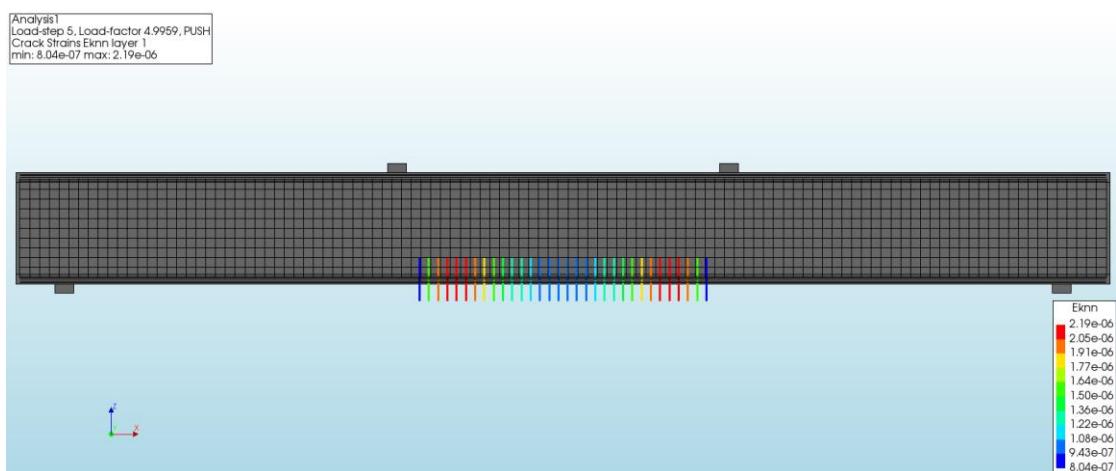
La ligera subestimación de la resistencia y la mayor deformación calculada por el FEM demuestran que el análisis no lineal capta mejor la pérdida de rigidez asociada a la fisuración progresiva y al ablandamiento plástico del mortero, mientras que la teoría mantiene una rigidez residual mayor de la que realmente posee la viga al borde del colapso.

Figura 4.14. Distribución en el instante de aparición de las primeras fisuras según el modelo FEM:

(a) Desplazamientos;



(b) Deformación de Fisura;



(c) Ancho de Fisura Ponderado;

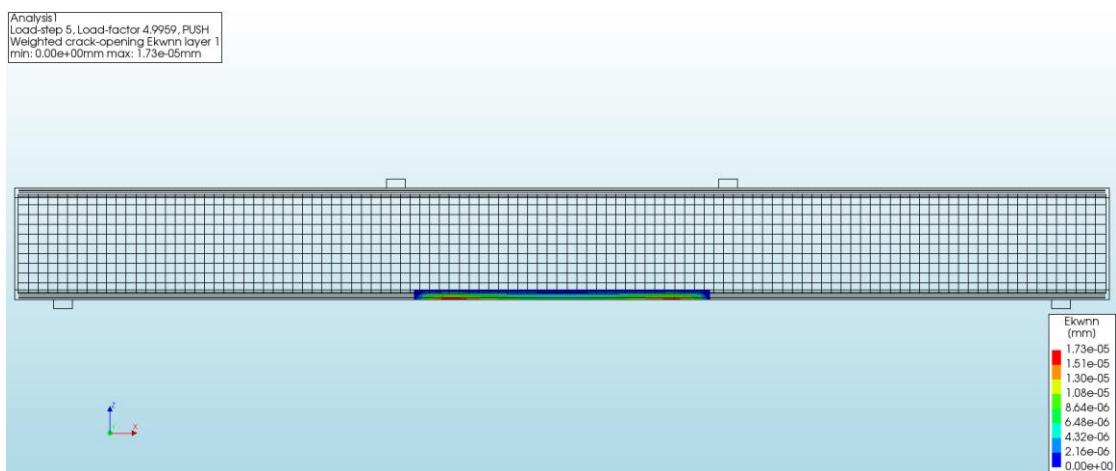
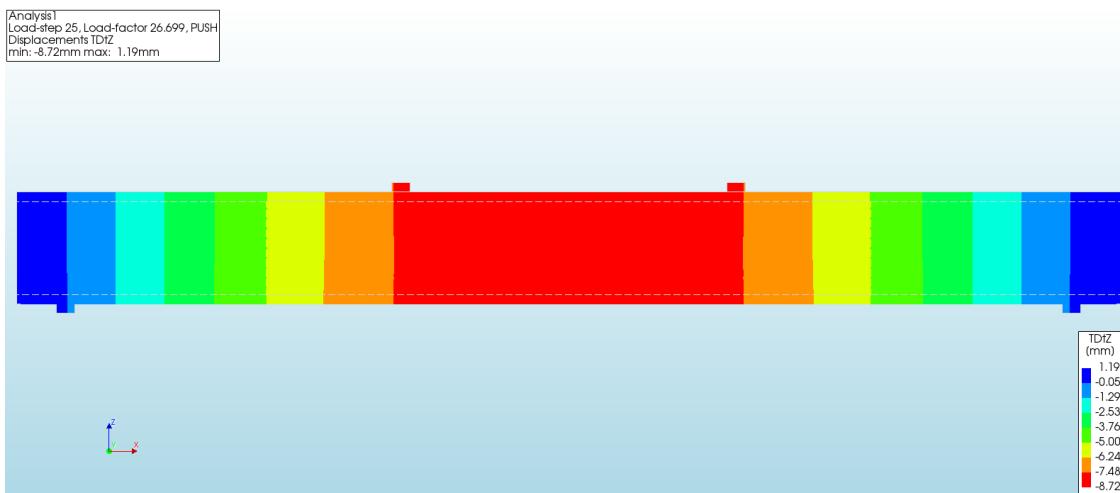
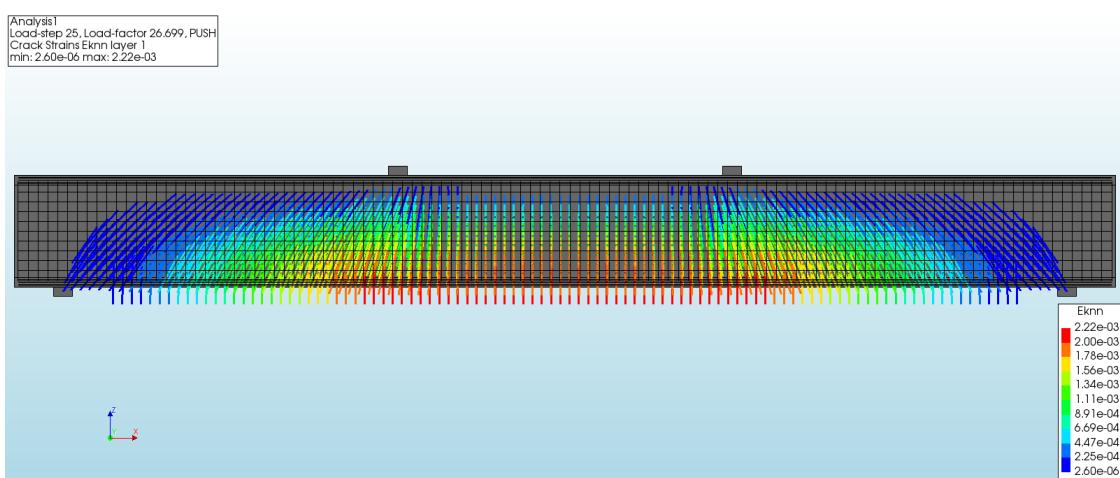


Figura 4.15. Distribución en el instante de fluencia según la predicción teórica de:

(a) Desplazamientos;



(b) Deformación de Fisura;



(c) Ancho de Fisura Ponderado;

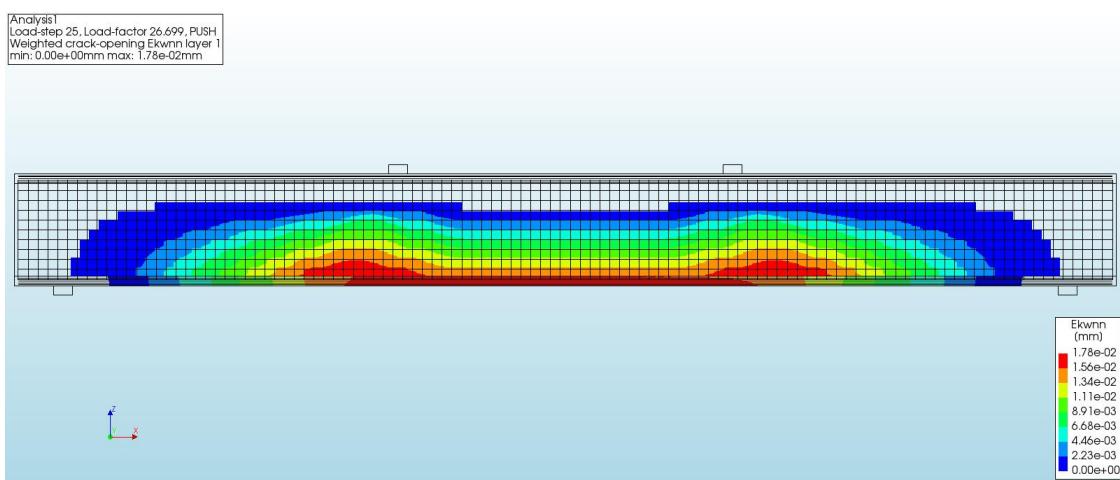
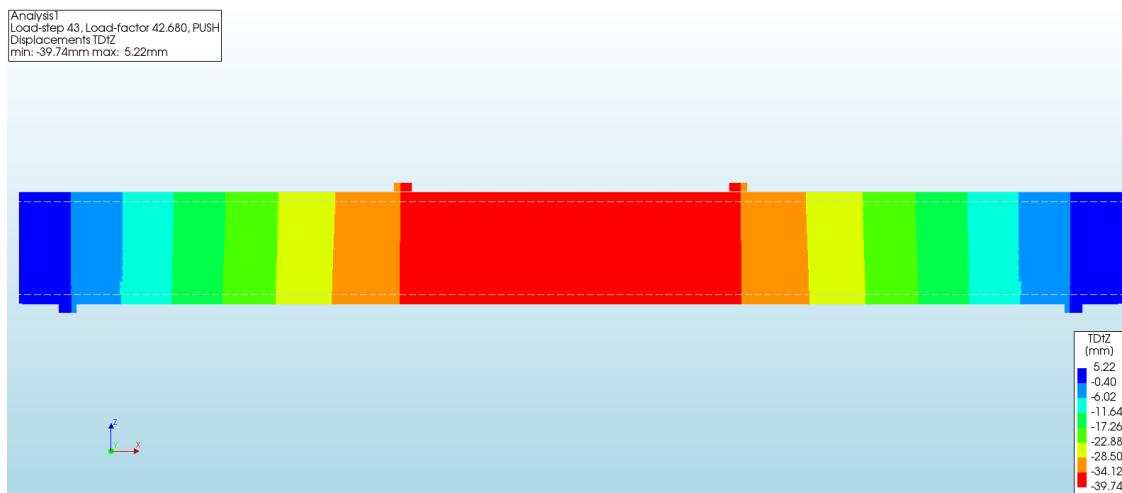
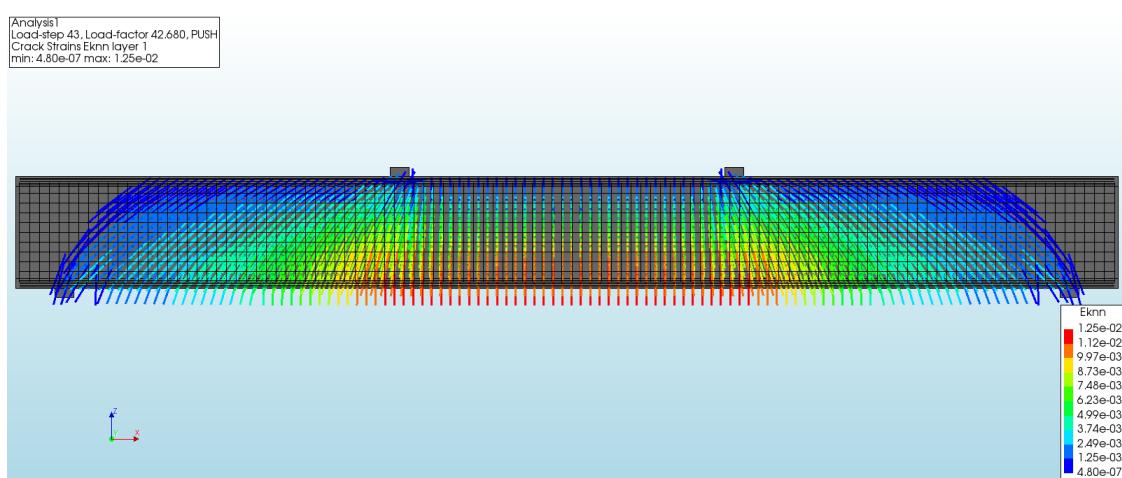


Figura 4.16. Distribución en el instante de rotura según la predicción teórica de:

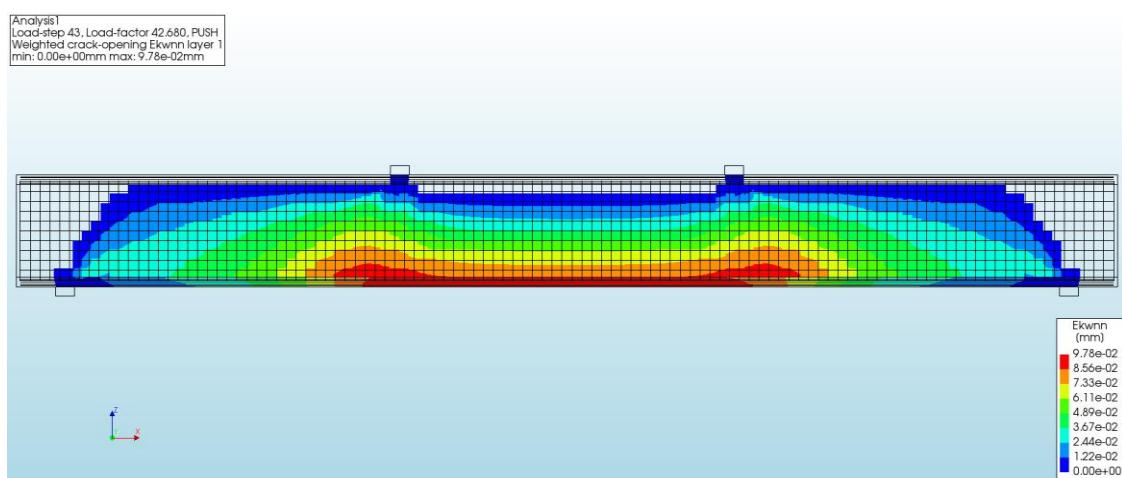
(a) Desplazamientos;



(b) Deformación de Fisura;



(c) Ancho de Fisura Ponderado;

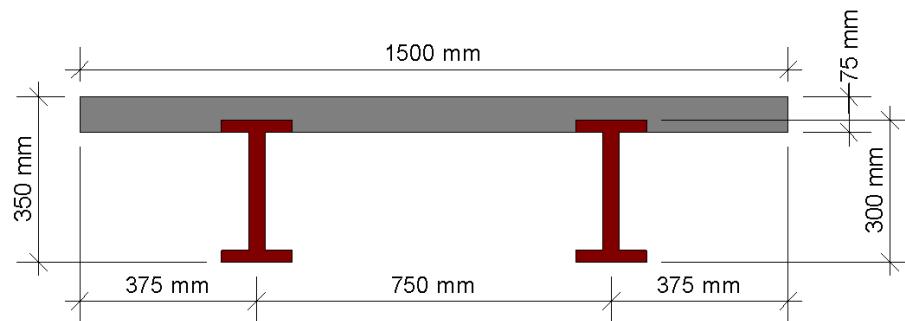


4.4 Análisis técnico-económico en aplicación estructural de vigas I de ferrocemento

Debido al enfoque adoptado en esta investigación para el análisis del comportamiento de vigas tipo I de ferrocemento al ser sometidas a ensayos a flexión, su campo de aplicación se ha limitado a desempeñar como “**elemento simplemente apoyado**”.

En este contexto, se propone como alternativa de aplicación estructural viable el uso de “**Vigas I de ferrocemento en sistema de losa aligerada unidireccional**”, como se muestra en la Figura 4.17.

Figura 4.17. Sección transversal sistema de piso con vigas I de ferrocemento

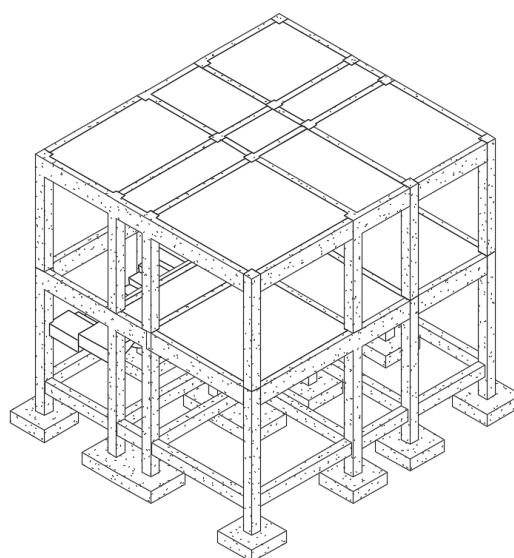


Fuente: Elaboración propia con el uso del software Revit.

- Análisis técnico

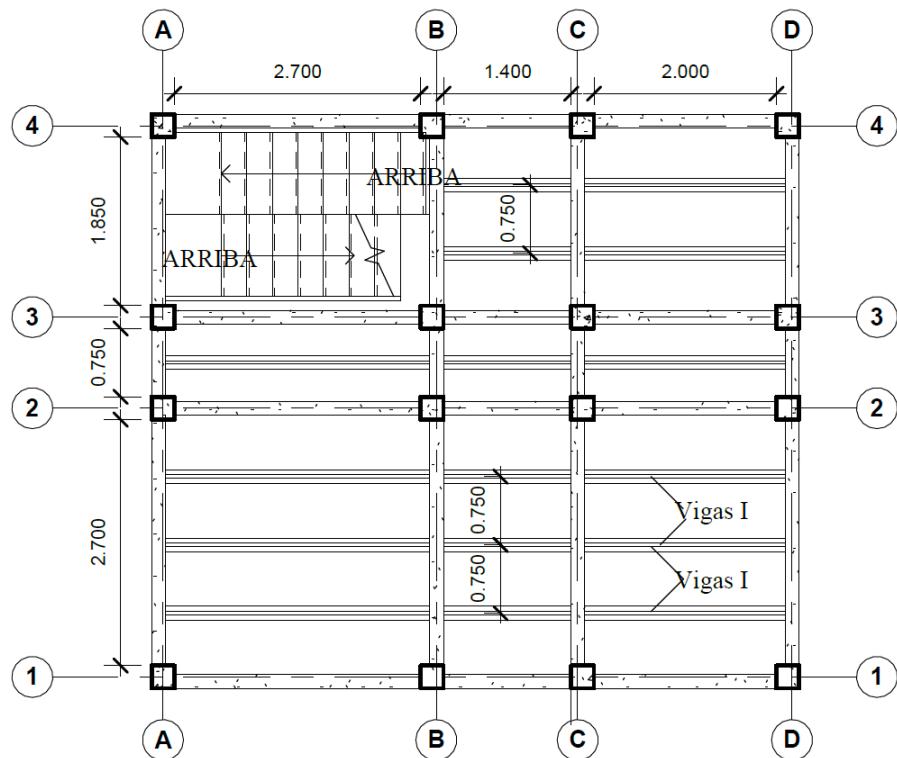
Para llevar a cabo el análisis técnico como alternativa de aplicación de vigas tipo I de ferrocemento en un sistema de losa aligerada unidireccional, se plantea el siguiente modelo para la estructura de la edificación:

Figura 4.18. Vista isométrica modelo sólido de edificación



Fuente: Elaboración propia con el uso del software Revit.

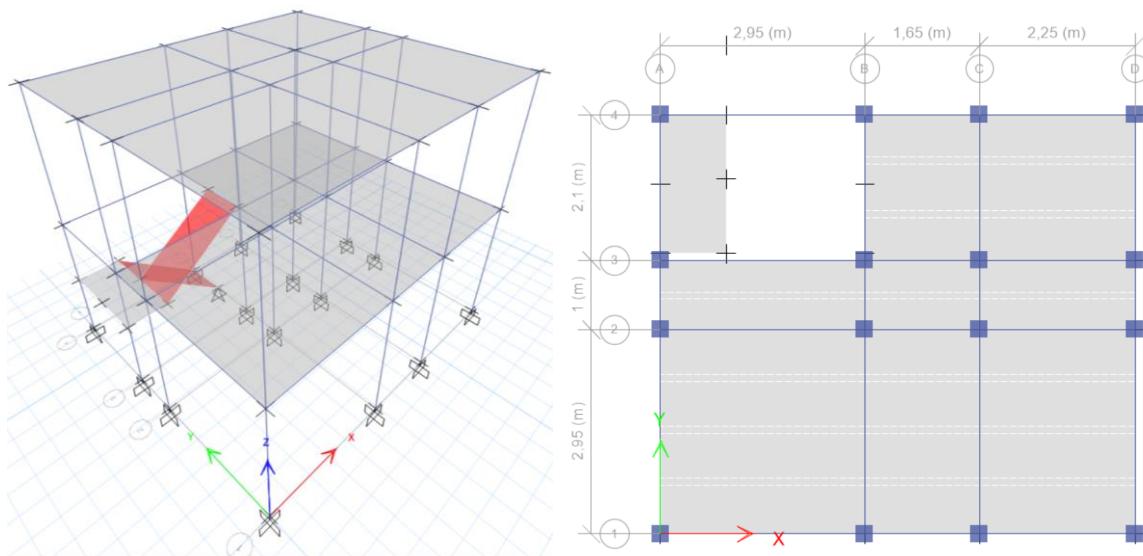
Figura 4.19. Vista en planta 2do nivel de edificación con sistema de losa aligerada unidireccional con vigas I de ferrocemento



Fuente: Elaboración propia con el uso del software Revit.

Con base al modelo sólido de la estructura, se tiene el siguiente modelo analítico estructural a ser analizado en el software ETABS:

Figura 4.20. Modelo estructural con sistema de losas unidireccionales



Fuente: Elaboración propia con el uso del software ETABS.

El método adoptado para este análisis es el Diseño por Factores de Carga y Resistencia (LRFD). Según los resultados obtenidos del modelo FEM para vigas tipo I de ferrocemento se tienen los siguientes valores de resistencia de diseño, afectados con los factores de reducción de resistencia ϕ (Tabla 21.2.1. ACI 318-19) correspondientes:

Para la resistencia a flexión se obtiene el valor del momento resistente a partir de los resultados de carga máxima en el (Modelo 2):

$$\phi M_n = 0.9 \cdot \frac{33.34 \cdot 1.2}{2} = 18.00 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\phi M_n = \mathbf{18.00 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

Se asigna la tipología de carga junto a las hipótesis de carga para determinar la resistencia requerida:

Tabla 4.6. Cargas permanentes para entrepiso

Elemento	Carga	Unidad
Cargas por unidad de área en losas		
Mortero de nivelación	1.53	kN/m^2
Cielo raso	0.35	kN/m^2
Pegamento cerámico	0.11	kN/m^2
Cerámico	0.18	kN/m^2
Sub Total	2.17	kN/m^2
Cargas por unidad de área en muros		
Muro de ladrillo e =12 cm	1.06	kN/m^2
Revoque grueso	0.28	kN/m^2
Revoque fino	0.06	kN/m^2
Sub Total	1.74	kN/m^2
TOTAL	4.00	kN/m^2

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.7. Cargas permanentes para cubierta

Elemento	Carga	Unidad
Cargas por unidad de área en cubierta		
Peso de cubierta	2.00	kN/m^2

Fuente: Elaboración propia

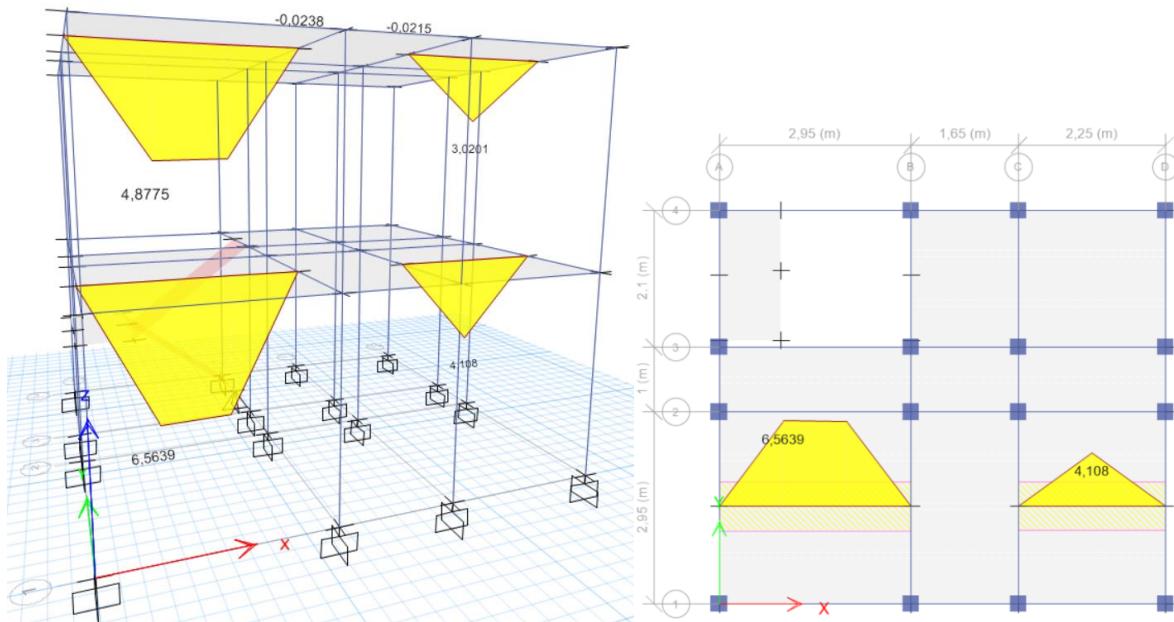
Tabla 4.8. Sobrecargas de uso para entrepiso y cubierta

Elemento	Sobrecarga	Unidad
Habitaciones de viviendas	2.00	kN/m^2
Azoteas accesibles solo privadamente	1.50	kN/m^2

Fuente: Elaboración propia

Donde las fuerzas internas máximas a considerar, para el sistema de losa unidireccional debido a las solicitudes de carga mayoradas según la Figura 4.21, serán:

Figura 4.21. Valores máximos de momento flector en losas unidireccionales



Fuente: Elaboración propia con el uso del software ETABS.

Con los valores de resistencia requerida obtenidos del análisis estructural, se garantiza la seguridad cuando:

$$\text{Resistencia requerida} \leq \text{Resistencia de diseño}$$

$$U \leq \phi S_n$$

Para la resistencia a flexión:

$$M = 6.56 \text{ kN} \cdot \text{m} < \phi M_n = 18.00 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Para dicho valor de momento flector de acuerdo a los resultados obtenidos de carga y deflexión en el segundo modelo FEM mostrado en la Figura 4.8, el valor de la deflexión es 6.42 mm, dicho valor no debe ser superar la deflexión máxima establecida en la tabla 24.2.2 del código ACI 318-19 y NB 1225001, en consecuencia, se tiene que:

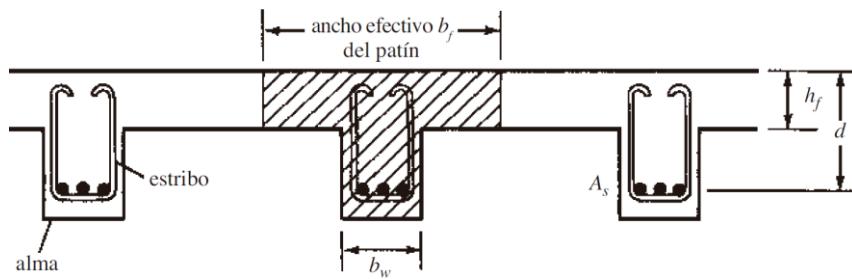
$$\Delta = 6.42 \text{ mm} \leq \Delta_{max} = \frac{l}{240} = \frac{2700}{240} = 11.25 \text{ mm}$$

Para ambos requerimientos la aplicación de vigas tipo I de ferrocemento como elemento estructural es viable, ya que cumple con los criterios de seguridad tanto en flexión como la deformación máxima por flexión, lo que garantiza su desempeño seguro bajo las cargas aplicadas sin alcanzar su capacidad máxima, garantizando la seguridad.

- Análisis económico

Con el objetivo de evaluar el costo-beneficio de las vigas tipo I de ferrocemento como alternativa en un sistema de losa unidireccional, se llevará a cabo una comparación directa con un sistema de hormigón armado para piso que consiste en una losa aligerada unidireccional conformada por vigas T de hormigón armado, con prestaciones estructurales equivalentes, como se detalla a continuación:

Figura 4.22. Sección transversal losa aligerada unidireccional de HºAº



Fuente: Diseño de concreto reforzado (Mc Cormac & Brown, 2017).

Para el diseño a flexión se tienen los siguientes datos.

- Para el hormigón:

$$f'_c = 21 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.003$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad (2.17)$$

- Para las barras de refuerzo:

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$f_y = 500 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_y = \frac{500}{200000} = 0.0025$$

El Modelo 2 de elementos finitos, nos da el siguiente momento último:

$$M_u = 20.00 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Si se supone que el eje neutro se sitúa dentro del espesor de ala (h_f), se puede calcular igual que para las vigas rectangulares.

Entonces, la cuantía será igual a la expresión dada para la cuantía máxima:

$$\rho = \rho_{max} = \frac{0.85 \cdot f'_c \cdot \beta_1}{f_y} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{2 \cdot \varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} \right)$$

$$\rho = \frac{0.85 \cdot 21 \cdot 0.85}{500} \cdot \left(\frac{0.003}{2 \cdot 0.003 + 0.0025} \right) = 0.0107$$

La ecuación para determinar la profundidad efectiva es la siguiente:

$$M_u = \phi \cdot \rho \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{1.70 \cdot f'_c} \right) \cdot b_w \cdot d^2$$

Teniendo en cuenta que $b_w = h/2$, se tiene que:

$$M_u = \phi \cdot \rho \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{1.70 \cdot f'_c} \right) \cdot \frac{d^3}{2}$$

$$20 = 0.9 \cdot 0.0107 \cdot 500 \cdot \left(1 - \frac{0.0107 \cdot 500}{1.70 \cdot 21} \right) \cdot \frac{d^3}{2} \cdot 10^3$$

Realizando el proceso iterativo, se obtiene la profundidad efectiva:

$$d = 0.214 \text{ m} = 214 \text{ mm}$$

Adoptando un recubrimiento $r = 30 \text{ mm}$, la altura será igual a:

$$h = d + r = 214 + 30 = 249 \text{ mm} \approx 250 \text{ mm}$$

$$b_w = \frac{h}{2} = \frac{250}{2} = 125 \text{ mm} \approx 150 \text{ mm}$$

El espesor de la carpeta de compresión esta dado por:

$$h_f = 0.5 \cdot b_w = 0.5 \cdot 150$$

$$h_f = 75 \text{ mm}$$

Se tiene el ancho efectivo del ala de acuerdo a la figura:

$$b_f \leq 16 \cdot h_f + b_w$$

$$b_f \leq 16 \cdot 75 + 150$$

$$b_f \leq 1350$$

$$b_f = 1000 \text{ mm}$$

Adoptando un diámetro de barras $\phi_b = 10 \text{ mm}$, con un área de:

$$A_b = \pi \cdot \left(\frac{\phi_b}{2}\right)^2 = 78.54 \text{ mm}^2$$

$$d = h - r - \frac{\phi_b}{2}$$

$$d = 250 - 30 - \frac{10}{2} = 215 \text{ mm}$$

Con la geometría definida se verifica que el eje neutro se situé dentro del ala, el valor de a se calcula de la siguiente forma:

$$a = \frac{M_u}{0.85 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot b_f \cdot \left(d - \frac{h_f}{2}\right)}$$

$$a = \frac{20}{0.85 \cdot 0.9 \cdot 21 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot \left(0.215 - \frac{0.075}{2}\right)}$$

$$a = 7.02 \text{ mm}$$

La distancia c al eje neutro es igual a a/β_1 , entonces:

$$c = \frac{7.02}{0.85} = 8.25 \text{ mm}$$

$$c = 8.25 \text{ mm} \leq h_f = 75 \text{ mm}$$

El valor calculado de c es menor que el espesor del ala, la sección puede suponerse como rectangular. Por lo tanto, para determinar el área de acero de refuerzo a tracción, se puede usar la siguiente expresión:

$$\left(\frac{\phi \cdot f_y^2}{1.70 \cdot f'_c \cdot b_f}\right) \cdot A_s^2 + \phi \cdot f_y \cdot d \cdot A_s + M_u = 0$$

$$\left(\frac{0.9 \cdot 500^2}{1.70 \cdot 21 \cdot 1000}\right) \cdot A_s^2 + 0.9 \cdot 500 \cdot 215 \cdot A_s + 20.00 \cdot 10^6 = 0$$

Realizando el proceso iterativo se tiene:

$$A_s = 209.63 \text{ mm}^2$$

El número de barras en la zona a tracción, será igual a:

$$N_b = \frac{A_s}{A_b} = \frac{209.63}{78.54} = 2.67 \approx 3 \text{ barras } \phi 10 \text{ mm}$$

Se dispondrán “2 barras $\phi 6 \text{ mm}$ ”, en la zona a compresión como armadura de montaje.

Para el diseño a corte se tienen los siguientes datos:

- Para el hormigón.

$$f'_c = 21 \text{ MPa}$$

$$\lambda = 1$$

(Figura 2.8)

$$b_w = 125 \text{ mm}$$

- Para el sistema de refuerzo.

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$d = 215 \text{ mm}$$

Se adopta un espaciamiento entre ejes estribos igual a:

$$s = 250 \text{ mm}$$

Resistencia aporta el hormigón al corte, ecuación (2.132) se tiene:

$$V_c = 0.17 \cdot 1 \cdot \sqrt{21} \cdot 300 \cdot 215 \cdot 10^{-3} = 25.12 \text{ kN}$$

Para una configuración de estribos verticales, la fuerza total cortante que resisten los estribos estará dada por (2.133).

Se adopta un diámetro de barras $\phi_b = 6 \text{ mm}$, con un área de $A_b = \pi \cdot \left(\frac{\phi_b}{2}\right)^2 = 28.27 \text{ mm}^2$

$$A_v = 2 \cdot A_b = 2 \cdot 28.27 = 56.55 \text{ mm}^2$$

De acuerdo a (2.133), la fuerza de corte resistida por los estribos será:

$$V_s = 56.55 \cdot 420 \cdot \frac{215}{250} \cdot 10^{-3} = 20.43 \text{ kN}$$

La resistencia nominal al corte de la viga está dada por (2.131), donde:

$$V_n = 20.43 + 25.12 = 45.55 \text{ kN}$$

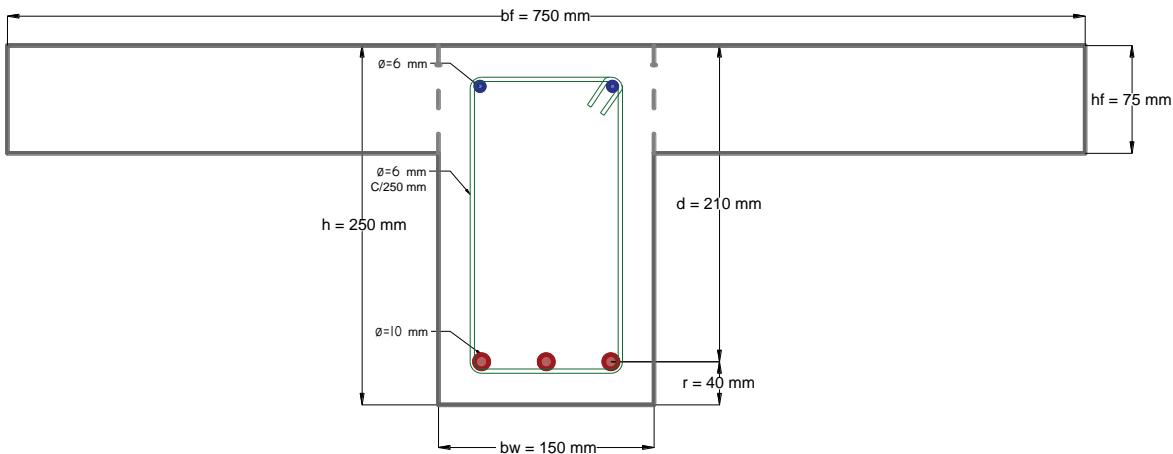
El cortante último estará dado por el Modelo 3, siendo $V_u = 42.68 \text{ kN}$.

Entonces, se tiene:

$$V_n = 45.55 \text{ kN} > V_u = 42.68 \text{ kN}$$

Por lo tanto, la sección de viga de hormigón armado usada para la comparación será la siguiente:

Figura 4.23. Sección transversal viga convencional de hormigón armado



Fuente: Elaboración Propia.

Del análisis de precios unitarios (ver Anexo 2), se tiene lo siguiente:

- Para fabricar $1 m^2$ de losa unidireccional aligerada de H^oA^o , tiene un costo de producción de: **786.02 Bs.**
- Para fabricar $1 m^2$ de losa unidireccional aligerada con Vigas I de Ferrocemento, tiene un costo de producción de: **769.22 Bs.**

Tabla 4.9. Comparación de costos por $1 m^2$

Material	Costo (Bs)	Diferencia absoluta (Bs)	Relación de costos	Diferencia (%)
Losa Aligerada de H^oA^o	786.02	16.80	1.02	2.16%
Losa Aligerada con Vigas I de Ferrocemento	769.22			

Fuente: Elaboración propia

En un primer punto de comparación el costo de producción por $1 m^2$ de Losa Aligerada de H^oA^o , es 1.02 veces más caro que el costo de producción de una Losa Aligerada con Vigas I de Ferrocemento, representando un incremento del 2.16%, dando un sobrecosto en la Losa Aligerada con Vigas I de Ferrocemento de 16.80 Bs. Por cada $1 m^2$.

Tabla 4.10. Comparación Losa aligerada de Ferrocemento vs. Losa aligerada de HºAº

Concepto	Losa Aligerada con Vigas I de Ferrocemento	Losa Aligerada de HºAº	Relación $F^\circ/V^\circ P^\circ$
Consumo de Hormigón In Situ por metro cuadrado	$0.07 \text{ m}^3/\text{m}^2$	$0.11 \text{ m}^3/\text{m}^2$	36.36%
Peso por metro cuadrado	$274.46 \text{ kg}/\text{m}^2$	$352 \text{ kg}/\text{m}^2$	22.03%
Costo por metro cuadrado	$769.22 \text{ Bs.}/\text{m}^2$	$786.02 \text{ Bs.}/\text{m}^2$	2.26%

Fuente: Elaboración Propia

Nota: La densidad de $2155.08 \text{ kg}/\text{m}^3$ empleada para el mortero de Ferrocemento y $2400 \text{ kg}/\text{m}^3$ para el hormigón.

Si bien aplicar las vigas tipo I de ferrocemento como sistema de losa unidireccional aligerada proporciona un ahorro en el consumo de hormigón por metro cuadrado fabricado in situ de (**36.36%**) y por ende en el peso por metro cuadrado del sistema de piso en un (**22.03%**) frente a un sistema de convencional de HºAº, esto no se ve reflejado en el costo por metro teniendo una diferencia apreciable del (**2.26%**) en costo por metro cuadrado.

CAPÍTULO V

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

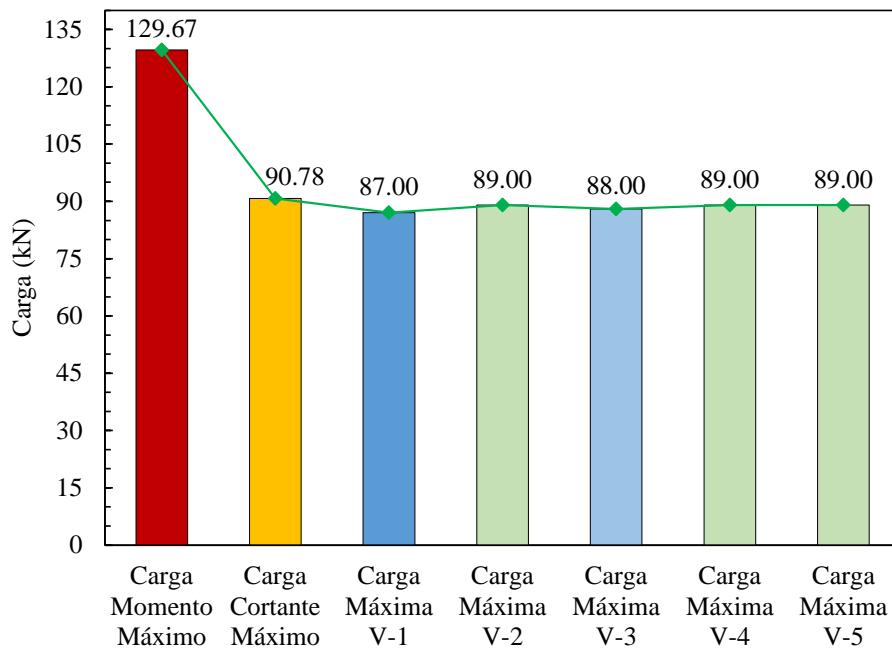
5.1 Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos y en respuesta a los objetivos establecidos en la investigación, se puede concluir que:

- Se identificó a partir del ensayo a flexión en laboratorio que las vigas tipo I de ferrocemento ensayadas, “fallaron por tensión diagonal” debido a que las tensiones principales están en función de los esfuerzos por corte, donde la carga promedio de colapso fue ($P_{exp} = 89 \text{ kN}$), un valor cercano al calculado para la carga teórica asociada al cortante máximo ($P_{V,Max} = 90.78 \text{ kN}$). En consecuencia, las vigas tipo I de ferrocemento ensayadas, alcanzaron su resistencia a corte máxima V_u , antes de alcanzar la resistencia a flexión máxima M_u , donde la carga teórica calculada asociada al momento máximo es ($P_{M,Max} = 129.67 \text{ kN}$), necesaria para producir la falla a flexión en los especímenes de ferrocemento.

Los resultados son mostrados en la Figura 5.1.

Figura 5.1. Comparación de cargas máximas: momento teórico, corte crítico teórico y vigas I de ferrocemento ensayadas (V-1 a V-5)



Fuente: Elaboración propia

- Se implementó un primer modelo de elementos finitos dentro del software DIANA, que replicó el ensayo a flexión en laboratorio de las vigas tipo I de ferrocemento. Utilizando como modelo de fisura la fisuración basada en deformación total y con un modelo grieta rotativa, la simulación reprodujo el mismo patrón de fisuras diagonales (Figura 4.6), confirmando que la falla está gobernada por el cortante, los resultados obtenidos del modelo FEM mostraron una concordancia en relación al ensayo experimental para cada estado:

➤ Estado de agrietamiento:

En carga: Experimental (14 kN) vs. FEM (13.99 kN), concordancia del -0.07% , del modelo FEM respecto al Experimental.

En deflexión: Experimental (0.12 mm) vs. FEM (0.13 mm), concordancia del $+8.3\%$, del modelo FEM respecto al Experimental.

➤ Estado de fluencia:

En carga: Experimental (80 kN) vs. FEM (80.51 kN), concordancia del $+0.64\%$, del modelo FEM respecto al Experimental.

En deflexión: Experimental (2.02 mm) vs. FEM (1.95 mm), concordancia del -3.5% , del modelo FEM respecto al Experimental.

➤ Estado de rotura:

En carga: Experimental (89 kN) vs. FEM (83.96 kN), concordancia del -5.7% , del modelo FEM respecto al Experimental.

En deflexión: Experimental (6.33 mm) vs. FEM (6.17 mm), concordancia del -2.5% , del modelo FEM respecto al Experimental.

El modelo FEM en todos los casos satisface el criterio de la variación de valores dentro de un 10 % fijado en la hipótesis, validando el modelo numérico de elementos finitos.

- Se compararon las predicciones del modelo teórico con los resultados obtenidos experimentalmente del ensayo a flexión, en todos los estados límite:

➤ Estado de agrietamiento:

En carga: Experimental (14 kN) vs. Teórico (33.31 kN), concordancia del $+137.9\%$, del modelo Teórico respecto al Experimental.

En deflexión: Experimental (0.12 mm) vs. Teórico (0.08 mm), concordancia del -33.3 %, del modelo Teórico respecto al Experimental.

➤ Estado de fluencia:

En carga: Experimental (80 kN) vs. Teórico (80.04 kN), concordancia del +0.05 %, del modelo Teórico respecto al Experimental.

En deflexión: Experimental (2.02 mm) vs. Teórico (0.56 mm), concordancia del -72.3 %, del modelo Teórico respecto al Experimental.

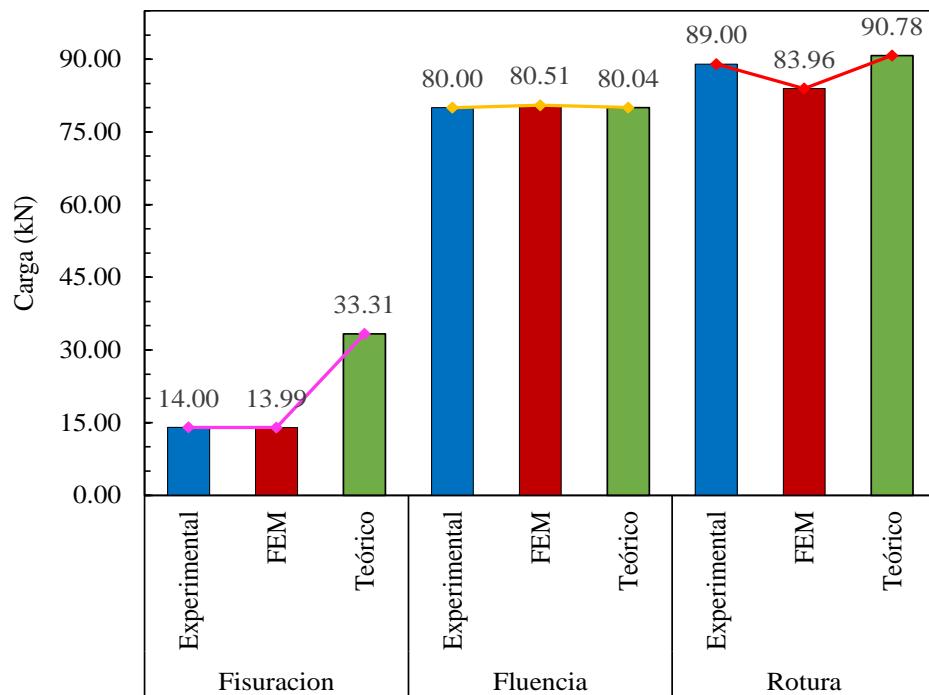
➤ Estado de rotura:

En carga: Experimental (89 kN) vs. Teórico (90.78 kN), concordancia del +2.0 %, del modelo Teórico respecto al Experimental.

En deflexión: Experimental (6.33 mm) vs. Teórico (4.17 mm), concordancia del -34.1 %, del modelo Teórico respecto al Experimental.

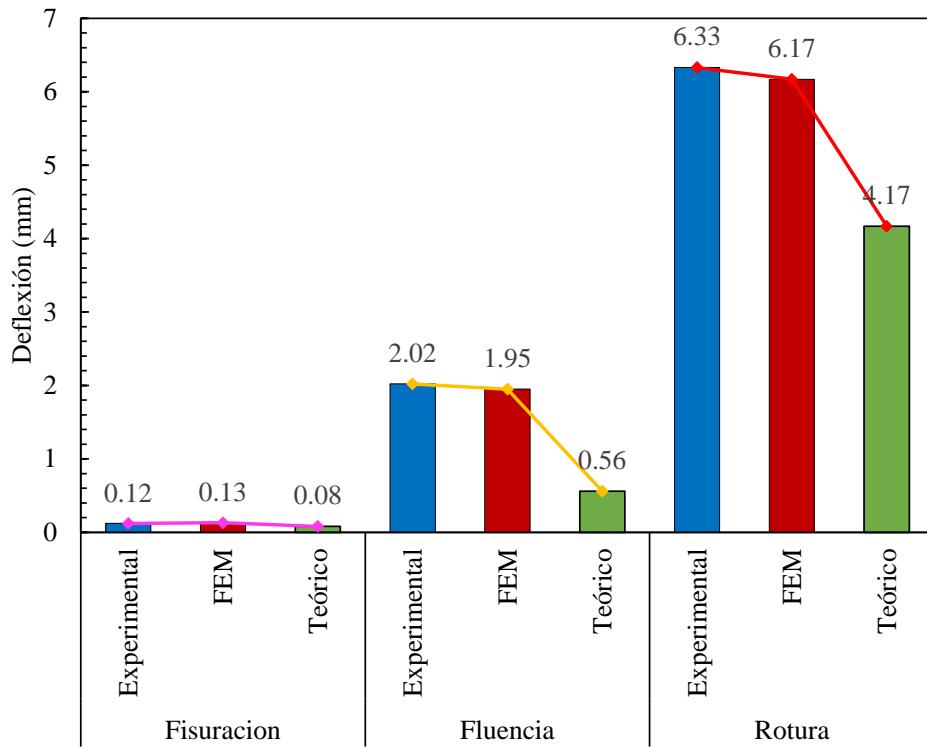
La predicción del modelo teórico brindo una buena aproximación de la capacidad última, aunque subestima las deflexiones finales, motivo por el cual su uso debe limitarse a cálculos preliminares de resistencia.

Figura 5.2. Comparación de cargas por estado límite (fisuración, fluencia y rotura) entre resultados experimentales, modelo FEM y predicción teórica



Fuente: Elaboración propia

Figura 5.3. Comparación de cargas y deflexiones por estado límite (fisuración, fluencia y rotura) entre resultados experimentales, modelo FEM y predicción teórica



Fuente: Elaboración propia

- Se propuso un segundo modelo FEM dentro del software DIANA, a una escala de aplicación de 2700 mm de luz entre apoyos, y configuración de ensayo a cuatro puntos (dos cargas puntuales centrales separadas 300 mm), lo cual permitió analizar el comportamiento a flexión de las vigas tipo I de ferrocemento, apoyándose en la predicción teórica, los resultados obtenidos con el modelo FEM mostraron concordancia con la carga predicha por la formulación teórica, salvo la sobreestimación de la carga de agrietamiento; no obstante, la teoría siguió subestimando las deflexiones en cada estado límite:

➤ Estado de agrietamiento:

En carga: Teórico (8.33 kN) vs. FEM (3.98 kN), concordancia del -4.35 %, del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

En deflexión: Teórico (0.65 mm) vs. FEM (0.65 mm), concordancia del +0.0 %, del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

➤ Estado de fluencia:

En carga: Teórico (20.01 kN) vs. FEM (20.62 kN), concordancia del -3.0% , del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

En deflexión: Teórico (4.04 mm) vs. FEM (7.60 mm), concordancia del $+88.1 \%$, del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

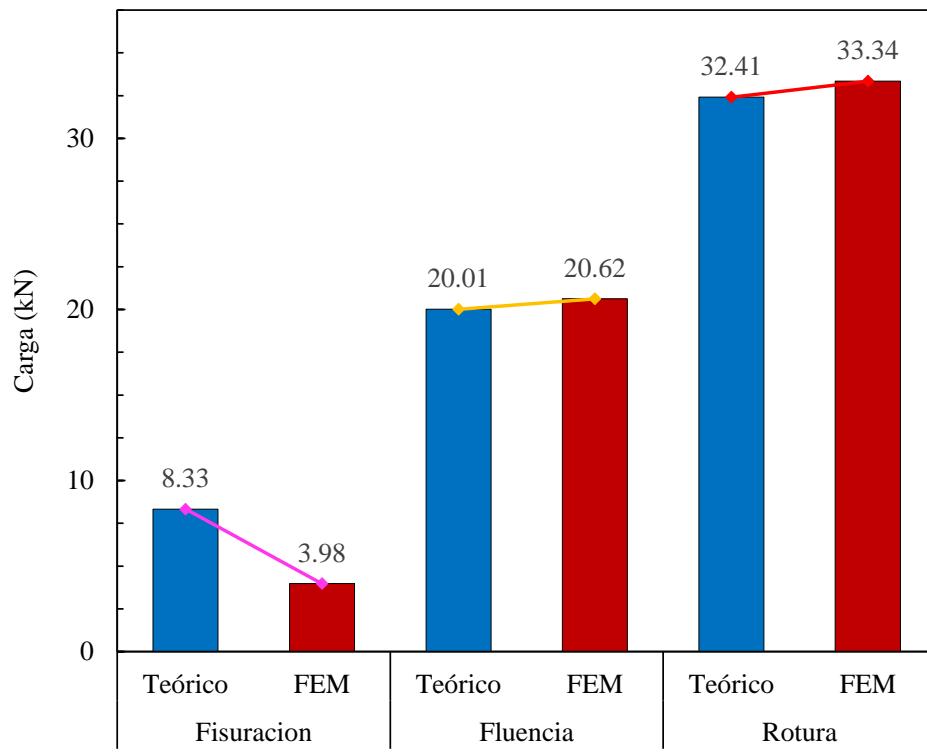
➤ Estado de rotura:

En carga: Teórico (32.41 kN) vs. FEM (30.33 kN), concordancia del -25.5% , del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

En deflexión: Teórico (30.33 mm) vs. FEM (38.05 mm), concordancia del $+25.5 \%$, del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

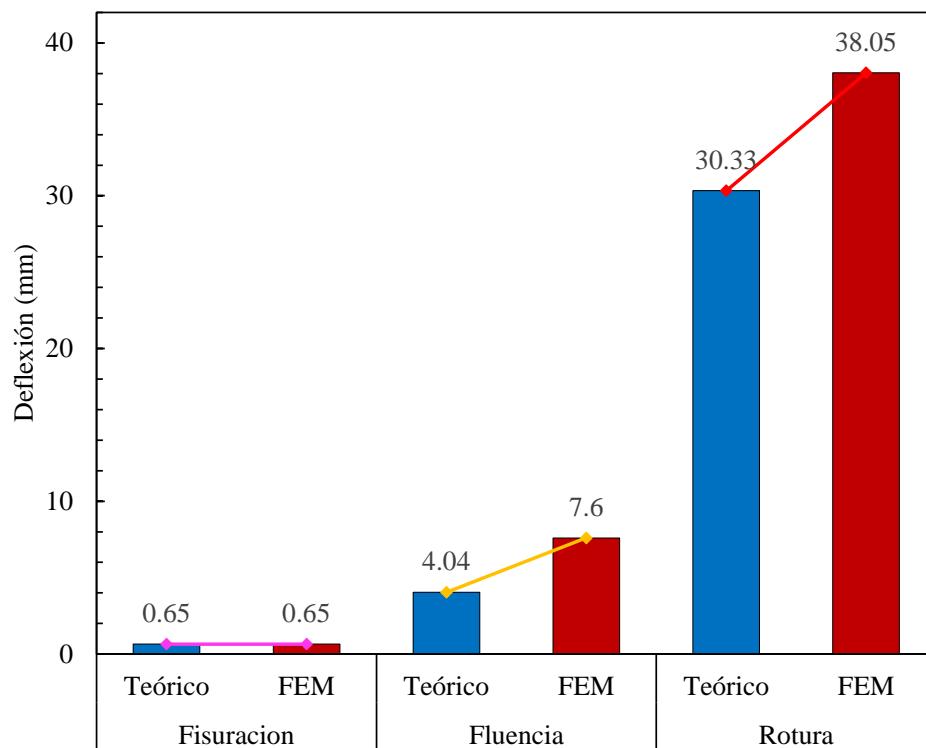
Por tanto, el segundo modelo FEM, al mostrar un ajuste preciso del comportamiento global, se valida como herramienta de diseño y optimización de vigas tipo I de ferrocemento a escala real, mientras que la ecuación teórica debe limitarse a verificaciones preliminares de capacidad resistente.

Figura 5.4. Comparación de cargas teórica y numérica (Modelo FEM 2) en los estados límite de fisuración, fluencia y rotura para la viga tipo I de ferrocemento.



Fuente: Elaboración propia

Figura 5.5. Comparación de deflexiones teórica y numérica (Modelo FEM 2) en los estados límite de fisuración, fluencia y rotura para la viga tipo I de ferrocemento.



Fuente: Elaboración propia

- Se comprobó a partir de la simulación del ensayo a flexión en el segundo modelo FEM, y con los modelos de fisuración basada en deformación total y grieta rotativa, se obtuvieron los gráficos de contorno de deflexiones (Figura 4.11. a.) y de contorno del ancho de fisura (Figura 4.11. c.), presentando valores máximos en la zona central cuando la viga tipo I de ferrocemento modelada alcanza su límite de resistencia máxima, el grafico de contornos de la deformación de fisura (Figura 4.11. b), reveló que, las deformaciones de fisura son verticales y se condensan en la zona central, confirmando un modo de falla controlado por flexión pura; no se registraron formaciones de grieta diagonal significativas en las zonas externas.

- Se propuso un tercer modelo FEM en el software DIANA, a una escala de aplicación de 2700 mm de luz entre apoyos, y configuración de ensayo a cuatro puntos (dos cargas puntuales en el tercio central separadas 900 mm), lo cual permitió simular la interacción simultánea de flexión y corte en la viga tipo I de ferrocemento modelada, la simulación, sustentada preliminarmente en la expresión del modelo teórico, reprodujo la carga máxima con alta precisión y aunque la teoría continuó subestimando las deflexiones mostró los siguientes desvíos en relación con el modelo FEM:

➤ Estado de agrietamiento:

En carga: Teórico (11.10 kN) vs. FEM (5 kN), concordancia del -54.9% , del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

En deflexión: Teórico (0.75 mm) vs. FEM (0.70 mm), concordancia del -6.7% , del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

➤ Estado de fluencia:

En carga: Teórico (26.68 kN) vs. FEM (26.70 kN), concordancia del -0.1% , del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

En deflexión: Teórico (5.07 mm) vs. FEM (8.71 mm), concordancia del $+71.8\%$, del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

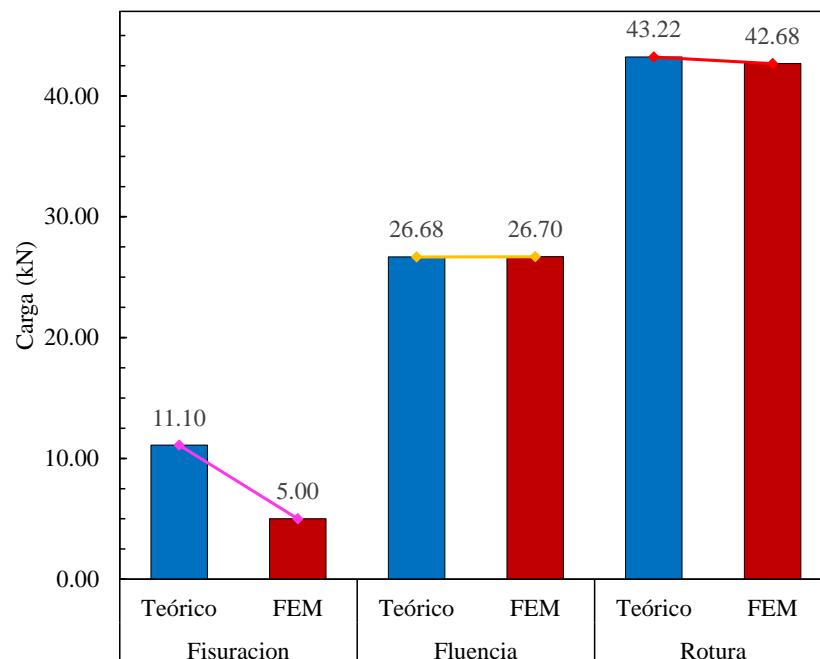
➤ Estado de rotura:

En carga: Teórico (43.22 kN) vs. FEM (42.68 kN), concordancia del -1.3% , del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

En deflexión: Teórico (37.51 mm) vs. FEM (39.72 mm), concordancia del $+5.9\%$, del modelo FEM respecto al modelo Teórico.

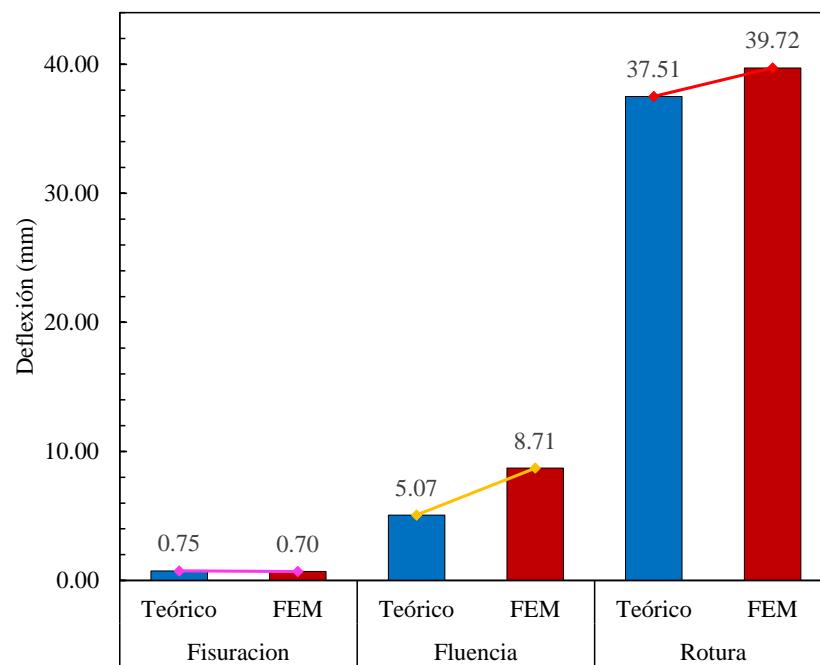
Por consiguiente, el tercer modelo FEM al mostrar una congruencia precisa con el comportamiento global observado en las vigas tipo I de ferrocemento, queda validado como recurso confiable para el análisis de las mismas, mientras que la formulación teórica debe restringirse a aproximaciones iniciales de resistencia.

Figura 5.6. Comparación de cargas teórica y numérica (Modelo FEM 3) en los estados límite de fisuración, fluencia y rotura para la viga tipo I de ferrocemento.



Fuente: Elaboración propia

Figura 5.7.Comparación de deflexiones teórica y numérica (Modelo FEM 3) en los estados límite de fisuración, fluencia y rotura para la viga tipo I de ferrocemento.



Fuente: Elaboración propia

- Se demostró a partir de la simulación del ensayo a flexión en el tercer modelo FEM y utilizando un modelo de fisuración basado en deformación total y un modelo de grieta rotativa para una viga tipo I de ferrocemento, que el gráfico de contornos de la deformación de fisura (Figura 4.12. b) mostró, en el estado de rotura, que las tensiones principales se concentraron de forma vertical desde la fibra inferior en el tercio central y, al propagarse hacia los apoyos, adoptaron inclinaciones pronunciadas, generando grietas diagonales significativas en los tercios externos, los gráficos de contorno de deflexiones (Figura 4.11. a.) y de contorno del ancho de fisura (Figura 4.11. c.) corroboraron un modo de falla donde interactuaron simultáneamente flexión y corte, máxima apertura de fisura vertical en el tercio central (dominada por momento) y fisuras inclinadas controladas por cortante en las zonas de mayor esfuerzo transversal. En consecuencia, el modelo se consideró apto para evaluar la rigidez efectiva y la ductilidad cuando actúan simultáneamente flexión y corte de vigas tipo I de ferrocemento en aplicaciones prefabricadas de escala real, mientras que la formulación teórica queda limitada a comprobaciones preliminares de capacidad resistente.
- Se verificó la aplicabilidad de las vigas tipo I de ferrocemento como sistema de piso para estructuras de edificación, específicamente en configuraciones de losa unidireccional aligerada. Mediante un modelo de análisis estructural, se determinaron las solicitudes máximas de diseño (M_u), las cuales se contrastaron con los valores de resistencia última obtenidos en el “Modelo FEM 2” para el momento nominal (M_n), afectado por un coeficiente de minoración de resistencia (ϕ).

Para la resistencia a flexión:

$$M_u = 6.56 \text{ kN} \cdot \text{m} < \phi M_n = 18.00 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Para la deflexión:

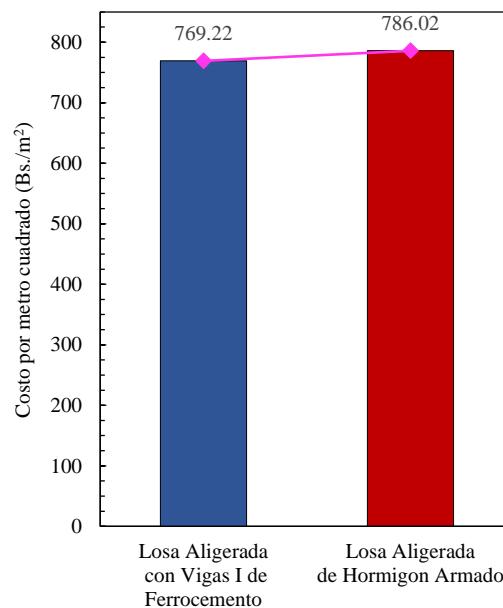
$$\Delta = 6.42 \text{ mm} \leq \Delta_{max} = 11.25 \text{ mm}$$

Para ambos requerimientos, la viga tipo I de ferrocemento demostró ser eficiente como elemento estructural prefabricado en un sistema de losa aligerada unidireccional, las solicitudes de diseño a flexión (M_u) permanecen por debajo de la resistencia nominal a flexión (ϕM_n), y las deflexiones (Δ) están por debajo de la

deflexión máxima (Δ_{max}), satisfaciendo los factores de seguridad exigidos por la NB 1225001, garantizando el desempeño seguro.

- Se comprobó a través de un análisis técnico-económico en las vigas tipo I de ferrocemento, la viabilidad como alternativa estructural prefabricada al comparar su costo y peso propio por metro cuadrado ante un sistema de piso convencional de losa aligerada unidireccional de hormigón armado de prestaciones equivalentes (Figura. 4.23), donde se concluye:
 - Se tiene un costo para el sistema de losa aligerada unidireccional con vigas tipo I de ferrocemento de $(769.22 \text{ Bs.}/m^2)$ frente a $(786.02 \text{ Bs.}/m^2)$ para una losa aligerada unidireccional de hormigón armado con prestaciones equivalentes, es decir un ahorro del 2.16 %.

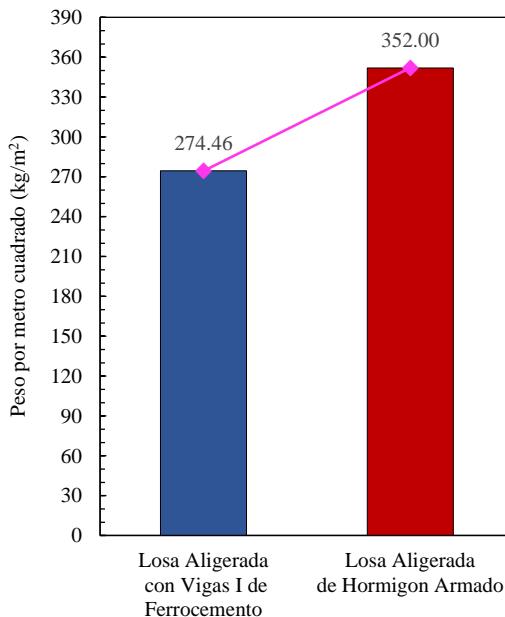
Figura 5.8. Comparación del costo por metro entre vigas.



Fuente: Elaboración propia

- El peso propio por metro cuadrado en el sistema de losa aligerada unidireccional con vigas tipo I de ferrocemento, tiene un valor de $(274.46 \text{ kg}/m^2)$ frente a $(352 \text{ kg}/m^2)$ en la losa aligerada unidireccional de hormigón armado con prestaciones equivalentes, resultando en una minoración del 20.03 % en el peso por metro cuadrado de sistema de piso.

Figura 5.9. Comparación del costo por metro entre vigas.



Fuente: Elaboración propia

Sumadas a la rapidez de producción y montaje inherente al sistema prefabricado, estas reducciones indican que la viga tipo I de ferrocemento es una solución más ligera, potencialmente económica y competitiva, frente a un sistema de piso convencional de hormigón armado para aplicaciones estructurales de edificación con pequeña y mediana luz.

5.2 Recomendaciones

- Se recomienda optimizar el diseño para aumentar el margen de seguridad al corte, lo que podría mejorar su desempeño general y ampliar su aplicabilidad en proyectos de construcción.
- Se recomienda realizar ensayos adicionales sobre las propiedades mecánicas del ferrocemento, como la resistencia a tracción, módulo de elasticidad y comportamiento a compresión, para obtener un perfil más detallado de su comportamiento bajo diferentes condiciones. Esto proporcionará una base más sólida para el modelado.
- Ampliar la investigación a diferentes configuraciones de vigas, como las vigas con variaciones en las dimensiones de la sección transversal (más allá de la sección I),

para comparar el rendimiento de diferentes geometrías y observar cómo afecta el diseño de la viga a la eficiencia y el comportamiento estructural.

- Considerar la aplicación de diferentes tipos de carga, como cargas cíclicas o cargas de impacto, para simular condiciones más cercanas a las situaciones reales que pueden experimentar las vigas de ferrocemento en uso estructural. Esto permitirá evaluar el comportamiento en fases más avanzadas de carga y bajo cargas más complejas.
- Continuar refinando el modelo de elementos finitos, especialmente en lo que respecta a la simulación de fisuras y fluencia. Se podrían incorporar parámetros adicionales para representar más fielmente la interacción entre el refuerzo y el mortero, así como los efectos no lineales que se desarrollan durante las fases de fluencia y rotura.
- Desarrollar estudios adicionales sobre la viabilidad económica y práctica de implementar vigas de ferrocemento tipo I en proyectos de edificación y desarrollo urbano. Esto incluiría un análisis detallado del costo-beneficio y la logística de implementación en sitios de construcción, considerando factores como transporte, manejo en obra y tiempos de montaje.
- Realizar un análisis comparativo entre el ferrocemento y otros materiales alternativos de bajo costo, como el concreto celular o el concreto reforzado con fibras, para determinar cuál ofrece mejores ventajas en términos de resistencia, durabilidad, costo y facilidad de fabricación en diferentes tipos de proyectos estructurales.