

ESPECIFICACION DE REQUERIMIENTOS

NORMA IEEE830

1. Introducción

Este Plan de Desarrollo del Software es una versión preliminar preparada para ser incluida en la propuesta elaborada como respuesta al proyecto de la asignatura de Taller III de la Carrera de Ingeniería Informática de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la Universidad Autónoma Juan Misael Saracho. Este documento provee una visión global del enfoque de desarrollo propuesto.

El proyecto ha sido ofertado por la Univ. Melina Chavarria Escobar, basado en una metodología de Guiones en la que únicamente se procederá a cumplir con las cuatro fases que marca la metodología. Se incluirá el detalle para las fases para dar una visión global de todo el proceso del proyecto.

Este documento es una Especificación de Requerimientos Software (ERS) para el **Componente Multimedia Desarrollado referente a la Asignatura de Matemáticas para el curso Pre-Universitario de la FCYT (Temas: Conceptos fundamentales y Operaciones Algebraicas)**, Todo el contenido ha sido elaborado con la colaboración del Docente de la asignatura de Matemáticas del curso Pre-universitario que controla y regula las actividades que se realizan en la misma.

Con el presente proyecto se pretende contribuir a la virtualización de la asignatura de Matemáticas (**Temas: Conceptos fundamentales y Operaciones Algebraicas**) del curso Pre-Universitario de la FCYT, para mejorar la calidad en el proceso Enseñanza-Aprendizaje, lo cual también vaya a fomentar el uso de herramientas tecnológicas como ser la multimedia en la asignatura de Matemáticas, debido a que nuestra comunidad universitaria presenta dificultades en la incorporación de estas nuevas tecnologías para su posterior uso en el PEA.

ENFOQUE HISTORICO CULTURAL

El enfoque Histórico-Cultural permite comprender la necesaria unidad dialéctica entre la directiva y la no directividad del proceso de Enseñanza-Aprendizaje toda vez que reconoce la importancia de desarrollar la independencia y autonomía de los estudiantes en el PEA bajo la orientación del profesor, quien lo guía al plantearle tareas que estimulen la construcción de conocimientos, habilidades y motivos de actuación que lo conducen a su desarrollo personal.

CONSTRUCTIVISMO

Es el modelo que mantiene que una persona, tanto en los aspectos cognitivos, sociales y efectivos del comportamiento, no es tan solo un producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de estos dos factores.

El constructivismo no es una tendencia pedagógica como tal, sino más una metodología de la enseñanza que concibe al conocimiento como una construcción personal que realiza el hombre en interacción con el mundo circundante, en el cual encontramos diferentes posiciones de acuerdo al papel que adopte frente a la relación sujeto-objeto en el marco de las relaciones histórico-culturales.

MODELO CONSTRUCTIVISTA

Está centrado en la persona, en sus experiencias previas de las que realizan nuevas construcciones mentales. Desde el punto de vista constructivista el proceso de enseñanza-aprendizaje cambia radicalmente. Si los estudiantes aprenden ellos construyen sus propios conocimientos a través de un proceso de equilibración dinámica, de conflictos cognitivos de acomodación y asimilación. Por tanto los estudiantes no pueden aprender lo que ellos reciben ya hecho, actualmente ellos aprenden cuando tienen oportunidad de construir.

Esta especificación se ha estructurado inspirándose en las directrices dadas por el estándar “IEEE Recommended Practice for Software Requirements Specification ANSI/IEEE 830 1998”.

1.1 Propósito del documento

El propósito es definir cuáles son los requerimientos de manera clara y precisa todas las funcionalidades y restricciones que debe tener el Componente Multimedia que se desea construir, que contenga todo el contenido de la asignatura de Matemáticas (Temas: Conceptos fundamentales y Operaciones Algebraicas), para mejorar la calidad en el PEA del curso Pre-Universitario de la Facultad de Ciencias y Tecnología. Este documento será el canal de comunicación entre el grupo de involucrados tomando en cuenta miembros de cada parte.

La aplicación del Componente Multimedia ha sido propuesta a la Facultad de Ciencias y Tecnología para proporcionar soporte en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje con el objetivo de sustituir y transformar la enseñanza tradicional.

1.2 Alcance del Proyecto

El Componente Multimedia permite registrar a todos los estudiantes que estén cursando la Asignatura de Matemáticas del curso Pre-Universitario de la FCYT y además al docente que dicta la misma, el docente podrá ver simulaciones, ver reporte de evaluaciones, subir evaluaciones y cargar preguntas. Los estudiantes podrán resolver evaluaciones, ver contenido del tema, ver actividades y ver espacios educativos. El producto debe ser capaz de adaptarse a todo el contenido de la asignatura, o sea, según el número de tema que tiene, clases prácticas, etc. El programa deberá funcionar de igual forma.

ALCANCES:

- ✚ Se podrá trabajar con el producto multimedia en red.
- ✚ El sistema contendrá videos e imágenes animadas o estáticas, simulación, sonido, actividades y evaluaciones de acuerdo al contenido temático de la asignatura.
- ✚ El contenido de la asignatura de Matemáticas (Temas: Conceptos fundamentales y Operaciones Algebraicas) del curso Pre-Universitario será adaptado a la plataforma Moodle de acuerdo a las normas y documentación de la mencionada plataforma
- ✚ Administración de Evaluaciones.
- ✚ Administración de Actividades.
- ✚ Administración de Preguntas.
- ✚ Reporte de itinerario de Estudiantes.
- ✚ Reporte de Calificaciones.

LIMITACIONES:

Lo que no hará el Componente:

- ✚ El Componente Multimedia esta implementado solo en idioma español y no así en otro idioma.
- ✚ El Componente será implementado en la plataforma Moodle.
- ✚ El Componente solo abarca el contenido de la Asignatura de Matemáticas (Temas: Conceptos fundamentales y Operaciones Algebraicas) dirigido a los estudiantes del curso Pre-Universitario de la Facultad de Ciencias y Tecnología.
- ✚ Los Estudiantes no podrán modificar los contenidos del Componente.

El motor que impulsa el desarrollo del Componente es la evidencia de una creciente compilación y dificultad en la incorporación de recursos que nos brindan las Tecnologías de Información y Comunicación (TICs) para su posterior uso en el proceso de enseñanza/aprendizaje.

1.3 Definiciones, acrónimos y abreviaturas

Es un documento que define los principales términos usados en el proyecto. Permite establecer una terminología consensuada.

1.3.1 Definiciones

A continuación se presenta todos los términos manejados a lo largo de todo el sistema de desarrollo para la asignatura de Matemáticas para el curso Pre-Universitario Virtualizada en la Facultad de Ciencias y Tecnología (**VIRTUAL-MAT**).

Administrador	Uno de las dos (o tres) personas autorizadas a usar las funcionalidades del Componente
Docente	Persona que dicta clases en una determinada asignatura a los estudiantes.
Estudiante	Persona que asiste a clases con el fin de salir profesional.
VIRTUAL-MAT	Matemáticas Virtualizada
Multimedia	La multimedia es la integración de los siguientes elementos como ser: imágenes, texto, sonido, video y animaciones es interactivo.
Interactivo	Cualquier tema o artículo que tiene animaciones y es dinámico para el usuario.
Componente	Es un programa que requiere de hardware para funcionar.
Virtualizada	Virtualización.

Matemáticas	Asignatura de la Facultad de Ciencia y Tecnología que abarca el estudio de los números.
Asignatura	Es un contenido completo, compuesto por temas.
Texto Guía de la Asignatura:	Texto guía de la asignatura donde contenga el contenido del componente.
Capacitación	La capacitación irá a enseñar el manejo adecuado del Componente multimedia.
Socialización	La socialización comprende la presentación del producto multimedia o dar a conocer algo.
Plataforma Moodle	“ Moodle ” es un Ambiente Educativo Virtual, sistema de gestión de cursos, de distribución libre, que ayuda a los educadores a crear comunidades de aprendizaje en línea. La palabra Moodle era al principio un acrónimo de Modulo Object-OrientednDynamicLearningEnvironment (Entorno Modular de Aprendizaje Dinámico Orientado a Objetos).
Pedagogía	Ciencia que estudia la dirección del proceso docente-educativo.
Software	Software es algo intangible que se necesita de hardware para su funcionamiento.
Hardware	Piezas partes de un computador es tangible.

1.3.2 Acrónimos

Cientific Work Place	Programa editor de Textos
Adobe Captative	Lenguaje de programación y Animación
MathThype	Programa Editor matemático
Camtasia Studio 6	Programa Editor de videos
Flash	Software de Animación Multimedia
Cientific	Programa para editar Textos

Adobe Captative	Lenguaje de programación
MathThype	Programa matemático
Camtasia	Programa Editor de videos
Flash	Software de Animación Multimedia

1.3.3. Abreviaturas

PEA	Proceso de Enseñanza-Aprendizaje.
TICs	Tecnologías de Información y comunicación
Dpto.	Departamento.
FCYT	Facultad de Ciencias y Tecnología
ERS	Especificación de Requerimientos Software

1.4 Referencias

- IEEE Recommende Practice for Software Requirements Specifications. ANSI / IEEE Std 830-1998.

1.5 Descripción del resto del documento

Este documento consta de tres secciones. Esta sección es la Introducción y proporciona una visión general de la ERS. En la sección 2 contiene la descripción general del Componente, con el fin de conocer las principales funciones que debe realizar, los datos asociados y los factores, restricciones, supuestos y dependencias que efectúan al desarrollo, sin entrar en excesivos detalles.

En la sección 3 se define con más detalle los requisitos que debe satisfacer el Componente.

2. Descripción general

En esta sección se presenta una descripción a alto nivel del Componente. Se presentaran las principales áreas a las cuales debe dar soporte, las funciones que debe realizar, la información utilizada, las restricciones y otros factores que afecten al desarrollo del mismo.

2.1 Perspectivas del producto

El objetivo del Componente multimedia de la asignatura de Matemáticas (Temas: Conceptos fundamentales y Operaciones Algebraicas) para el curso Pre-Universitario de la FCYT.

La aplicación Multimedia irá mejorando la calidad en el PEA en la asignatura de Matemáticas (Temas: Conceptos fundamentales y Operaciones Algebraicas) para el curso Pre-Universitario de la FCYT.

El objeto es que tanto los Administradores como el Docente pueden acceder al Componente desde la Plataforma Educativa Virtual Moodle. Lo ideal es que no dependan nunca de terceras personas para hacer pequeños cambios al Componente, o para realizar simples consultas.

Herramientas de Hardware (Requisitos mínimos para el desarrollo del Sistema)

Procesador	P4 2.8 Ghz
Memoria RAM	512 Mb mínimo
Tarjeta de Video	128 Mb
Parlantes	
Monitor	17 pulgadas
Micrófono	

Para la funcionalidad del sistema

Procesador	P4 2.8 Ghz
Memoria RAM	512 Mb mínimo
Tarjeta de Video	128 Mb
Scanner	

Parlantes	
Monitor	17 pulgadas
Micrófono	
Software	Jdk 1.7.1

3.3. Requerimientos de todas las actividades

3.3.1. Aspectos Pedagógicos.

A continuación se describen las funcionalidades que deben proporcionar el sistema.

Req (01) Hipertexto

En el sistema multimedia utilizaremos el hipertexto como enlaces (**Links**) que nos lleven a la definición de la palabra que se encontraran en un glosario donde explique la definición de la misma. El hipertexto permite diferentes lecturas y distintos niveles de profundidad en la lectura.

También abre la posibilidad de la interactividad. Las funciones del lector que hoy ha pasado a ser usuario de la información se entremezclan con las del autor y la división entre ambos queda difuminada.

Req (02) Imágenes

- **Estáticas** en este caso se contarán con imágenes que no tendrán movimiento lo cual significa que tendrá una baja participación del usuario en el sistema, las imágenes estáticas en algunos casos llegan con pérdida y utilizan el formato JPEG.
- **Dinámicas** en este caso se cuenta con imágenes que tienen movimiento lo cual significa una alta participación del usuario en el sistema, las imágenes animadas utilizan formato GIF las cuales no tienen mucha pérdida.

Req (04) Videos

En este caso los videos irán ilustrar en diferentes temas de lo que este dentro del contenido de la asignatura lo cual será más atrayente para el usuario donde se utilizara el software como ser el Sony Vegas también se utilizara formatos que sean compatibles con las demás herramientas como ser el QT (Quick Time) y editores de video.

Req (05) Funcionamiento en red

El Componente funcionara en red, correrá en la plataforma Educativa Virtual Moodle.

Req (06) Inicialización de la aplicación

Introducción.

El uso por primera vez de la aplicación se lo tiene que tener subido a la plataforma Educativa Virtual Moodle contendrá todo el contenido de la Asignatura de Matemáticas (Temas: Conceptos Fundamentales y Operaciones algebraicas).

Entradas.

En primer lugar se ingresa al Componente ya sea logueado o con ingreso libre después se puede ver el contenido temático de la Asignatura para posteriormente seguir interactuando con el Componente.

Proceso.

El Componente se mantiene activo y a disposición del docente y estudiante.

Salida.

Muestra toda la información basada en el contenido temático en el computador donde está instalado el sistema Multimedia.

3.4. Requisitos no funcionales.

3.4.1. Requisitos calidad no funcional.

Req (33) Requisitos de rendimiento

- ✚ La carga de los resultados de cada evaluación debe ser inmediata a la terminación de cada uno de los temas.
- ✚ El tiempo de respuesta a las consultas a las actividades o a los hipertextos deben estar de acuerdo al lapso de un determinado tiempo.

Req (34) Seguridad

- ✚ Cuando un usuario intente conectarse al sistema deberá introducir su nombre de usuarios y clave de acceso y el sistema deberá comprobar que se trata de un usuario autorizado.
- ✚ Tendrá un intento de tres veces para poder ingresar al sistema el docente como administrador después de esto si no puedo ingresar se cerrara la aplicación.
- ✚ El sistema de información tendrá distintos tipos de usuarios y a cada uno de ellos se le permitirá únicamente el acceso a las funciones que le correspondan.
- ✚ El procedimiento de recuperación luego de una caída debe estar documentado.
- ✚ El procedimiento de copias de backup y su resguardo debe estar documentado.

Req (35) Fiabilidad

Cualquier transacción finalizada por un usuario deberá ser procesada exitosamente con una tasa de errores del 0%. En el caso de un error de procedimiento, la transacción no se deberá considerar finalizada.

Req (36) Disponibilidad

El sistema deberá proveer tolerancia a fallos garantizando una disponibilidad del 99.9% y si bien no se implementara en una primera etapa, se deberá diagramar un mecanismo de recuperación en desastre.

Req (37) Mantenibilidad

El mantenimiento del sistema debe ser cuando este lo requiera.

La entrega de los datos se debe hacer cuando el docente como administrador quiera hacer alguna modificación o adicionar algo cuando requiera y sea necesario el usuario.

Req (38) Portabilidad

Todos los modelos deberán ser independientes de cualquier plataforma.

La totalidad del código desarrollado deberá ser compatible con la siguiente plataforma: como ser Moodle o Windows XP. Los programas que se utilizaron son:

 Adobe Flash Professional CS4.

 Adobe Photo Shop CS4.

 SoundForge

 Sony Vegas

 JClic

3.5. Requisitos de las interfaces externas

3.5.1. Interfaz de Usuario

Req (39)

La interfaz de usuario debe ser orientado de acuerdo a la definición permitiendo entre otras cosas, la obtención y procedimiento asincrónico de datos; el cálculo y procedimiento en el cliente y una interfaz intuitiva que facilite la navegación.

3.5.2. Interfaces de hardware

No se han definido.

3.5.3. Interfaces de software

Req (40)

De momento, no habrá ninguna interfaz software con sistemas externos, interesantes, no obstante, analizar la posibilidad de conectar el sistema con aplicaciones de manejo de toda la funcionalidad que tendrá el sistema.

3.5.4. Interfaces de Comunicación

No se han definido.

CURSO PREUNIVERSITARIO

1. FORMAS Y MÉTODOS DE ENSEÑANZA

Las formas organizativas a utilizar serán las siguientes:

Conferencias: utilizando los métodos expositivos del docente con un carácter reproductivo.

Clases prácticas: donde se privilegiara el trabajo independiente de los estudiantes con el objetivo de lograr el desarrollo de las habilidades lógico-intelectuales de la asignatura (identificar, comparar, definir, clasificar, describir y explicar) a través de la resolución de los ejercicios propuestos, el uso de la bibliografía básica, de consulta y de las guías prácticas confeccionadas por el docente.

Consultas docentes: cuando sea necesaria, con el objetivo de brindar ayuda a los estudiantes que lo necesiten en su auto preparación.

2.MEDIOS DE ENSEÑANZA

En las conferencias se utilizara el componente adaptado en la plataforma virtual Moodle por lo que se hace necesario disponer de:

- Data Display
- Computadora
- Internet
- Además del uso tradicional de la pizarra

3.SISTEMA DE EVALUACIÓN

Evaluación continua	50%
Evaluación final	50%

Programa Oficial Matemáticas

Curso Preuniversitario 2012

TEMA N° 1

1. Conceptos fundamentales

- 1.1.- Introducción
- 1.2.- Fundamentos del álgebra
- 1.3.- Sistema de números utilizados en álgebra (Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales, Reales y Complejos)
- 1.5.- Operaciones algebraicas
- 1.6.- Estructura del álgebra

TEMA N° 2

2. Operaciones algebraicas

- 2.1.- Introducción
- 2.2.- Expresiones algebraicas (termino.- polinomio)
- 2.3.- Operaciones algebraicas (adición, sustracción, multiplicación, cocientes notables y división)
- 2.4.- Factorización, Potenciación
- 2.5.- Radicación de expresiones algebraicas
- 2.6.- Máximo y mínimo común múltiplo
- 2.7.- Fracciones simples y compuestas
- 2.8.- Teoría de Exponentes y radicales
- 2.9.- Teorema del residuo
- 2.10.- Regla de Ruffini, división sintética

TEMA N° 3

3. Introducción a funciones

- 3.1.- Introducción
- 3.2.- Constantes y variables
- 3.3.- Definición de función
- 3.4.- Tipos y clases de funciones
- 3.5.- Funciones lineales
- 3.6.- Ecuaciones lineales
- 3.7.- Funciones cuadráticas
- 3.8.- Ecuaciones cuadráticas
- 3.9.- Representación gráfica

TEMA N° 4

4. Sistema de ecuaciones lineales

- 4.1.- Ecuación lineal con dos variables
- 4.2.- Sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas
- 4.3.- Ecuación Lineal con tres variables
- 4.4.- Sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas

TEMA N° 5

5. Sistema de segundo grado con dos incógnitas

- 5.1.- Sistema de ecuaciones de segundo grado con dos incógnitas
- 5.2.- Sistemas que comprenden una ecuación lineal y una cuadrática
- 5.3.- Sistema de dos ecuaciones de la forma $ax^2 + by^2 = c$.

5.4.- Sistema de dos ecuaciones de la forma $ax^2 + bxy + cy^2 = d$.

TEMA N° 6

6. Teoría de ecuaciones

- 6.1.- Teorema del residuo y del factor
- 6.2.- División sintética o regla de Ruffini
- 6.3.- Número de raíces
- 6.4.- Raíces racionales

TEMA N° 7

7. Fracciones parciales

- 7.1.- Introducción
- 7.2.- Teorema fundamental en la descomposición de una fracción en fracciones parciales
- 7.3.- Factores lineales distintos
- 7.4.- Factores lineales repetidos
- 7.5.- Factores cuadráticos distintos
- 7.6.- Factores cuadráticos repetidos
- 7.7.- Ejercicios

TEMA N° 8

8. Logaritmos

- 8.1.- Función exponencial y logarítmica
- 8.2.- Propiedades fundamentales de los logaritmos
- 8.3.- Sistemas con logaritmos
- 8.4.- Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

TEMA N° 9

9. Razones y proporciones

- 9.1.- Razones
- 9.2.- Propiedades
- 9.3.- Cantidades conmensurables e inconmensurables
- 9.4.- Razón compuesta
- 9.5.- Proporciones
- 9.6.- Proporción continua
- 9.7.- Magnitudes proporcionales
- 9.8.- Directa e inversamente proporcionales

TEMA N° 10

10. Progresiones

- 10.1.- Sucesiones
- 10.2.- Progresión aritmética
- 10.3.- Media aritmética
- 10.4.- Interpolación de medios aritméticos entre dos cantidades
- 10.5.- Progresión geométrica
- 10.6.- Interpolación de medios geométricos entre dos cantidades
- 10.7.- Progresión armónica

TEMA N° 12

11. Trigonometría plana

- 11.1.- Generalidades
- 11.2.- Área de figuras planas
- 11.3.- Superficies y volúmenes
- 11.4.- Ángulos y su medición
- 11.5.- Funciones trigonométricas
- 11.6.- Resolución de triángulo rectángulo
- 11.7.- Funciones trigonométricas
- 11.8.- En triángulos rectángulos
- 11.9.- Funciones trigonométricas de ángulos especiales
- 11.10.- Resolución de triángulos rectángulos e isósceles
- 11.11.- Teorema fundamental de: trigonometría
- 11.12.- Teorema de la cuerda y el teorema de Pythagoras
- 11.13.- Funciones trigonométricas de ángulos suplementarios
- 11.14.- Resolución de triángulos oblicuángulos
- 11.15.- Teorema del seno y del coseno
- 11.16.- Fórmulas de los elementos secundarios de un triángulo
- 11.17.- Funciones de ángulos compuestos
- 11.18.- Funciones circulares o inversas
- 11.19.- Ecuaciones trigonométricas y sistemas de ecuaciones

BIBLIOGRAFIA

- Baldor, A. Álgebra y Trigonometría, 1980
- Choque P., Paulino. Álgebra Preuniversitaria, UMSA.
- Goñi, Galarza J. Aritmética Práctica y Razonada, 1983.
- Goñi, Galarza J. Álgebra, 1993.
- Frank Ayres, JR. Trigonometría plana y esférica, 1985.
- Lehmann, Ch. H. Álgebra, 1993

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA “JUAN MISAEL SARACHO”

FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

CARRERA DE INGENIERÍA INFORMÁTICA



TEXTO BASE

Temas: Conceptos Fundamentales

Operaciones Algebraicas

Estudiante: Melina Chavarria Escobar

Tarija – Bolivia

Prólogo

Este texto está dedicado a aquellos temas del álgebra que tradicionalmente se requieren en la Universidad, con el objetivo de que el estudiante pueda cursar posteriormente de manera satisfactoria el Cálculo y el Álgebra Lineal.

El texto va en provecho de los estudiantes que cursan los preuniversitarios, estudiantes de colegio que se preparan para ingresar a las universidades, estudiantes universitarios que necesitan repasar y afianzar conceptos del álgebra.

Importante observar que cada una de las unidades temáticas están elaboradas en lenguaje sencillo, preciso, donde cada tema inicia con la base teórica seguida de un conjunto de ejercicios propuestos y resueltos

La relación de unidades temáticas obedece a una secuencia lógica de predecesora y antecesora.

Este texto fue elaborado en coordinación con los Docentes del Departamento de Matemáticas que trabajan en la Universidad Autónoma Juan Misael Saracho. Con el fin de nivelar los contenidos cursados en secundaria.

TEMA 1

CONCEPTOS FUNDAMENTALES

1.1. Introducción

En la matemática hay dos pilares que sustentan a la Geometría y la Trigonometría. Esos dos pilares forman el análisis que a su vez originara el Cálculo. Esos dos pilares son el Álgebra y la Aritmética.

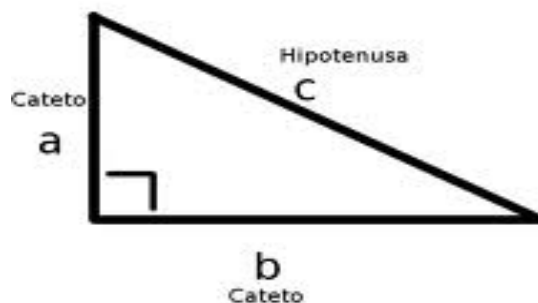
El álgebra es conocida desde la antigüedad y todas las culturas la han conocido en mayor y menor medida. Dentro de los griegos sus máximos expositores fueron Euclides y el más grande de los inventores de esa época: Arquímedes de Siracusa.

Sin embargo son los árabes los que hicieron los aportes más importantes a esta rama de la matemática.

Hay la definición más sencilla del álgebra “Álgebra es la técnica para resolver problemas en los que hay que aplicar varias operaciones aritméticas”

En un principio el álgebra no era fácil para nadie, por ejemplo el teorema de Pitágoras sobre triángulos rectángulos se escribía así “el cuadrado de la suma de los catetos de un triángulo rectángulo equivalen al cuadrado de su hipotenusa” y seguidamente se definían con precisión que eran los catetos y la hipotenusa.

Hoy diríamos sin problemas, por ejemplo:



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Dónde:

“a” y “b” son los catetos

“c” la hipotenusa

Este tipo de notación se introduce en el siglo XVII poco más o menos y da origen al “Álgebra elemental”. En esta solo se usan las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

No existen divisiones claras del álgebra pero podemos decir que el álgebra que resuelve ecuaciones y obtiene resultados concretos es el álgebra clásica y que el álgebra moderna abarca los casos que no son tan concretos y son más bien abstractos.

1.2. Fundamentos del Álgebra

El álgebra es la rama de las matemáticas que estudia las estructuras, las relaciones y las cantidades (en el caso del álgebra elemental). Es una de las principales ramas de la matemática, junto a la geometría, análisis matemático, combinatoria y la teoría de números.

Álgebra elemental es la forma más básica del álgebra. A diferencia de la aritmética en donde solo se usan los números y sus operaciones aritméticas (como $+$, $-$, $\times$, $/$), en álgebra los números son representados por símbolos (usualmente a , b , c , x , y , z). Esto es útil porque:

- Permite la formulación general de leyes de aritmética (como $a + b = b + a$), y esto es el primer paso para una exploración sistemática de las propiedades de los números reales.
- Permite referirse a números “desconocidos”, formular ecuaciones y el estudio de cómo resolverlas.
- Permite la formulación de relaciones Funcionales.

1.3. Notación algebraica

Los números se emplean para representar cantidades conocidas y determinadas. Las letras se emplean para representar toda clase de cantidades, ya sean conocidas o desconocidas.

Las cantidades conocidas se expresan por las primeras letras del alfabeto: a , b , c , d ,....
Las cantidades desconocidas se representan por las últimas letras del alfabeto: u , v , w , x , y , z .

1.4. Signos del Álgebra

Los signos empleados en álgebra son tres clases: Signos de operación, signos de relación y signos de agrupación.

1.4.1. Signos de operación

En álgebra se verifican con las cantidades las mismas operaciones que en aritmética, suma, resta, multiplicación, elevación de potencias y extracción de raíces, que se indican con los principales signos de aritmética excepto el signo de multiplicación. En lugar del signo $\times$ suele emplearse un punto entre los factores y también se indica a la multiplicación colocando los factores entre paréntesis. Así $a \cdot b$ y $(a)(b)$ equivale a $a \times b$.

Ejemplo 1: Resolver $5 \cdot (3 + 6)$

$$\begin{array}{r} 15 + 30 \\ \hline 45 \end{array}$$

Ejemplo 2: Resolver $(5 \cdot 3) + (5 \cdot 6)$

$$\begin{array}{r} 15 + 30 \\ \hline 45 \end{array}$$

1.4.2. Signos de relación

Se emplean estos signos para indicar la relación que existe entre dos cantidades. Los principales son: $=$, que se lee igual a. Así, $a=b$ se lee “a igual a b”. $>$, que se lee mayor que. Así, $x+y>m$ se lee “x+y mayor que m”. $<$, que se lee menor que. Así, $a < b+c$ se lee “a menor que b+c”.

1.4.3. Signos de agrupación

Los signos de agrupación son: el paréntesis ordinario $()$, el paréntesis angular o corchete $[\]$, las llaves $\{ \}$ y la barra o vinculo $\|$. Estos signos indican que la operación colocada entre ellos debe efectuarse primero. Así: $(a + b) \cdot c$ indica que el resultado de la suma $a + b$

debe multiplicarse por c; $[a - b] \cdot m$; indica que el resultado de la suma debe multiplicarse por m, $\{a + b\} \div \{c - d\}$ indica que la suma de a y b debe dividirse entre la diferencia de c y d. El orden de estos signos son de la siguiente forma $\{[()]\}$.

Ejemplo 3: $\{(a + b) - c\} \cdot d$

Indica que el resultado de la suma $a+b$ debe restarse de c y ese resultado multiplicarse por d .

Ejemplo 4:

$$\begin{aligned}
 & 3 - [2r - [(s - 4) - (1 - t)]] \\
 & 3 - [2r - [s - 4 - 1 + t]] \\
 & 3 - [2r - s + 5 - t] \\
 & 3 - 2r + s - 5 + t \\
 & -2 - 2r + s + t \quad \text{ó} \quad s + t - 2r - 2
 \end{aligned}$$

1.5. Tipos de números

Los números más conocidos son los números naturales, denotados mediante $\mathbb{N}$, son conceptualmente los más simples y los que se usan para contar unidades.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

Estos, conjuntamente con los números negativos, conforman el conjunto de enteros, denotados mediante $\mathbb{Z}$ (del alemán Zahlen “números”). Los números negativos permiten representar formalmente deudas, y permiten generalizar la resta de cualesquiera dos números naturales.

$$\mathbb{Z} = \{\dots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \dots\}$$

Otro tipo de números ampliamente usados son números fraccionarios, y tanto cantidades inferiores a una unidad, como números mixtos (un conjunto de unidades más una parte inferior de la unidad). Los números fraccionarios pueden ser expresados siempre como cociente de enteros, el conjunto de todos los números fraccionarios es el conjunto de los números racionales (Que usualmente se definen para que incluyan tanto a los racionales

positivos, como a los racionales negativos y el cero). Este conjunto de números se designa con la letra $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z}; b \in \mathbb{Z}; b \neq 0 \right\}$$

Los números racionales permiten resolver gran cantidad de problemas prácticos.

También se tiene los números irracionales son aquellos que se obtienen de la división de los números enteros, se lo designa con la letra $\mathbb{I}$, entre los más famosos de estos números son el número π (pi).

$$\pi = 3.141592653589\dots$$

El número e (este último base de los logaritmos naturales) y la $\sqrt{2}$.

$$e = 2.718281828459\dots$$

El número áureo Φ utilizado por los artistas de todas las épocas (Fidias, Leonardo da Vinci, Alberto Durero, Dalí,...) en las proporciones de sus obras.

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618033988749\dots$$

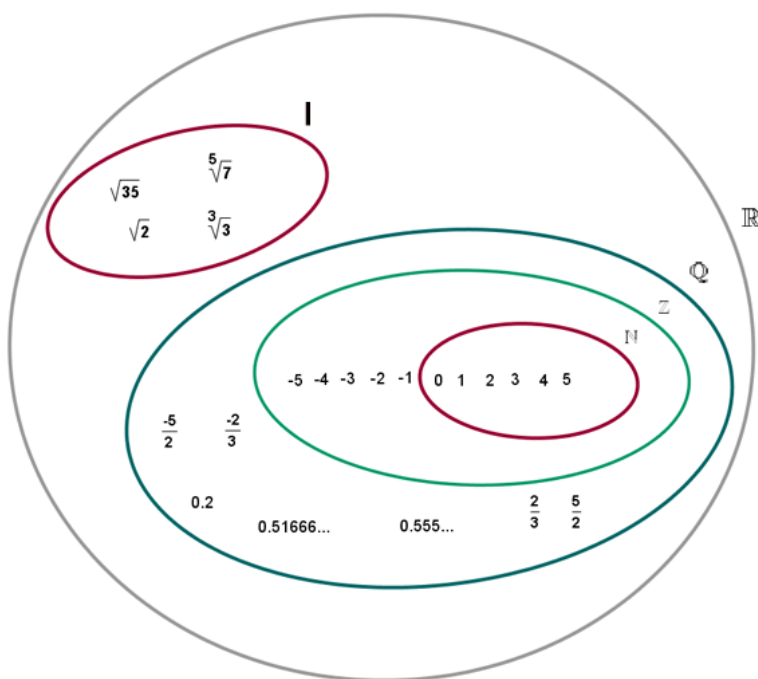
El conjunto de todos los números naturales, enteros, racionales y los irracionales es el conjunto de los números reales denotados por la letra $\mathbb{R}$. Durante un tiempo se pensó que toda magnitud física existente podía ser expresada en término de números reales exclusivamente. Uno de los problemas de los números complejos que no son cuerpos algebraicamente cerrado, por lo que una de las razones por las cuales se introdujeron los

números complejos $\mathbb{C}$, que son el mínimo cuerpo algebraicamente cerrado que contiene los números reales.

$$\mathbb{C} = \{a+bi / a, b \in \mathbb{R}\}$$

A demás algunas aplicaciones prácticas así como en las formulaciones estándar de la mecánica cuántica se considera útil introducir los números complejos. Al parecer la estructura matemática de los números complejos refleja estructuras existentes en problemas físicos, por lo que en física teórico y en diversas aplicaciones los números complejos se usan en pie de igual con los números reales, a pesar de que inicialmente fueron considerados únicamente como un artificio matemático sin relación con la realidad física. Todos los conjuntos de números fueron de alguna manera “descubiertos” o sugeridos en conexión con problemas planteados en problemas físicos o en el seno de la matemática elemental y todos ellos parecen tener importantes conexiones con la realidad física.

1.5.1. Clasificación de los números

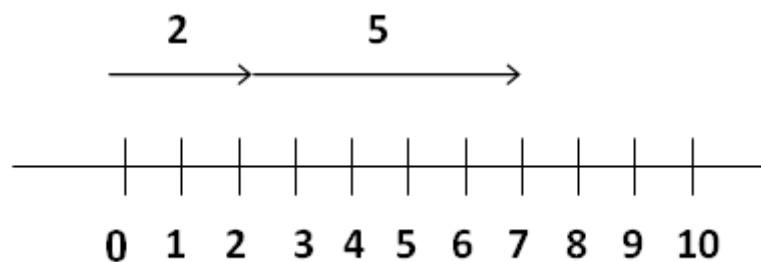


1.6. Operaciones Algebraicas

1.6.1. Suma de números reales

Las dos principales operaciones de los números reales son la suma y el producto. Para realizar la suma de dos números partiendo d la recta numérica decimos que: Al primer término partiendo de 0 vamos incrementando las unidades que sean necesarias y hacemos lo mismo con el segundo término pero tomando como partida el final del primer término.

Ejemplo 5: $2+5$



Para sumar números negativos, lo que hacemos es hacemos es moverlo hacia la izquierda.

1.6.1.1. Propiedades

Las propiedades para la suma y el producto son casi las mismas

Propiedad	Suma	Multiplicación
Conmutatividad	$x + y = y + x$	$xy = yx$
Asociatividad	$(x + y) + z = x + (y + z)$	$(xy)z = x(yz)$
Neutros	$x + 0 = x$	$x * 1 = x$
Inversos	$x + (-x) = 0$	$x \left(\frac{1}{x}\right) = 1 \quad \text{si } x \neq 0$
Distributividad	$x(y + z) = xy + xz$	

1.6.2. Resta de números reales

Dados dos números reales a y b , la diferencia $a - b$ se define como

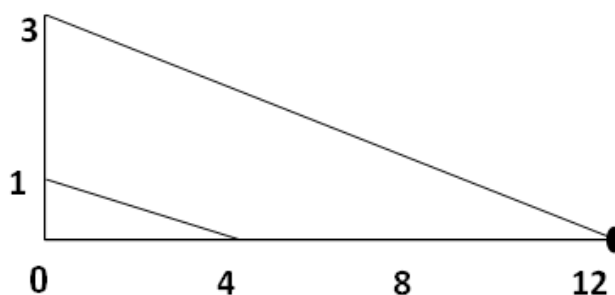
$$a - b = a + (b)$$

es decir, restar b significa sumar el opuesto de b .

1.6.3. Producto de números reales

Ya sea enteros, fracciones o decimales. Veamos una interpretación geométrica de la multiplicación que nos permitirá extender la multiplicación de los números negativos.

Ejemplo 6: multiplicar 4×3



El punto donde se corta es el resultado de la multiplicación.

1.6.4. División

La división entre un número real distinto de 0 se define como la multiplicación por el recíproco de dicho número.

Ejemplo 7: Dividir $6 \div 2$

$$6 \div 2 = 3$$

$$6 * \frac{1}{2} = 3$$

Ejercicios Propuestos

I. Apartado 1.4 Signos del Algebra

1. $(5 - 8) + (3 - 6)$

2. $6 - 2[14 - (7 - 10)]$

3. $\frac{11+(9-8)}{(7-5)+1}$

4. $20 \div [54 \div (2 + 7)]$

5. $\frac{6*5 - 40}{6(5 - 40)}$

6. En la expresión $9 \times 8 - 12 \div 3$
coloca los paréntesis de manera que su valor sea:

a) 68 b) 20 c) -12 d) 36

II. Apartado 1.4 Signos de Agrupacion

7. $-\left[\frac{7}{6} - (2a - b)\right] + \left(\frac{5}{6} - e\right)$

8. $[(7a - 13) - (11b - 10)] - [(7 - 9c) - (6d - 9)]$

9. $[(12a - 16) - (6 - 14b)] - [(4 - 8c) - (10d + 4)] = 2$

10. $7a - [3b - (4c - 6) + 3] - (5 - 8d) + 11$

11. $-(-z + 1(z - 4(-6z + 5(-9z - 7(z - (z + 6))))))$

III. Apartado 1.6 Operaciones algebraicas

12. $9y + 3 + 11y + 4$

13. $\left(-\frac{3}{4}a\right) + \left(a - \frac{5}{6}b\right)$

14. $[-2(3a - 9b) - (-5a + 7b)] - 2a - 6b$

15. $[3s - 5t - (s^2 + 2t)] - [-7s^2 - s + 2t]$

16. $(-42)(-11)(0)(-5)$

17. $\left(-\frac{9}{4}\right)\left(-\frac{5}{7}\right)\left(-\frac{4}{7}\right)$

18. $(3.36 \div 2.1) \div (-0.4)$

19. $5[(208 \div (-4)) \div 4]$

20. $\frac{(-23+35)+(56-48)}{17-31}$

Respuestas Ejercicios Propuestos

I. Apartado 1.4 Signos del Algebra

1. 0

2. -28

3. 4

4. $\frac{10}{3}$

5. $\frac{1}{21}$

6. a) $(9 * 8) - (12 \div 3)$ c) $9((8 - 12)3)$

II. Apartado 1.4 Signos de Agrupacion

7. $-\frac{1}{3} + 2a - b - e$

8. $7a - 11b + 9c + 6d - 19$

9. $12a + 14b + 8c + 10d - 30$

10. $7a - 3b + 4c + 8d + 3$

11. $206z - 840$

III. Apartado 1.6 Operaciones algebraicas

12. $20y + 7$

13. $\frac{1}{4}a - \frac{5}{6}b$

14. $-3a + 5b$

15. $6s^2 + 4s - 9t$

16. 20

17. $-\frac{217}{10}$

18. -4

19. -65

20. $-\frac{2}{7}$

Ejercicios Resueltos

IV. Apartado 1.4 Signos del Algebra

Ejemplo 1: Resolver el siguiente ejercicio

$$(5 - 8) + (3 - 6)$$

$$- 3 + (-3)$$

$$\boxed{-6}$$

Ejemplo 2: Resolver el siguiente ejercicio

$$19 + 25(-5)$$

$$19 - 125$$

$$\boxed{-106}$$

Ejemplo 3: Resolver el siguiente ejercicio

$$6 - 2[14 - (7 - 10)]$$

$$6 - 2[14 + 3]$$

$$6 - 2[17]$$

$$6 - 34$$

$$\boxed{-28}$$

Ejemplo 4: Resolver el siguiente ejercicio

$$m - [1 - [(n - 2) - (9 - p)]]$$

$$m - [1 - [(n - 2) - 9 + p]]$$

$$m - [1 - [n - 2 - 9 - p]]$$

$$m - [1 - n + 2 + 9 + p]$$

$$m - 1 + n - 2 - 9 - p$$

$$m + n + p - 12$$

Ejemplo 5: Resolver el siguiente ejercicio

$$(10x - y + 4) - [-(-7x - 21 + 3y) - (-3(-11y + 9x - 5))]$$

$$(10x - y + 4) - [-(-7x - 21 + 3y) - (33y - 27x + 15)]$$

$$(10x - y + 4) - [7x + 21 - 3y - 33y + 27x - 15]$$

$$10x - y + 4 - [34x - 36y + 6]$$

$$10x - y + 4 - 34x + 36y - 6$$

$$-24x + 35y - 2$$

Ejemplo 6: Resolver el siguiente ejercicio

$$8abc - (9 - 3abc) - (5abc - 21)$$

$$8abc - 9 + 3abc - (5abc - 21)$$

$$8abc - 9 + 3abc - 5abc + 21$$

$$6abc + 12$$

V. Apartado 1.4.1 Signos de Agrupacion

Ejemplo 7: Resolver el siguiente ejercicio

$$\frac{3}{4} \left[\left(\frac{7s}{9} + t \right) - \left(\frac{5s}{9} - 3t \right) + \frac{4}{3} \right]$$

$$\frac{3}{4} \left[\left(\frac{7s}{9} + t \right) - \frac{5s}{9} + 3t + \frac{4}{3} \right]$$

$$\frac{3}{4} \left[\frac{7s}{9} + t - \frac{5s}{9} + 3t + \frac{4}{3} \right]$$

$$\frac{3}{4} \left[\frac{2s}{9} + 4t + \frac{4}{3} \right]$$

$$\frac{\cancel{6}s}{36} + \frac{\cancel{12}t}{4} + \frac{\cancel{12}}{\cancel{12}}$$

$\frac{1}{6}s + 3t + 1$

Ejemplo 8: Resolver el siguiente ejercicio

$$\frac{a^2 + 2b^2}{6} - \frac{3a^2 - 7b^2 + ab}{2} - \frac{ab}{3}$$

$$\frac{a^2}{6} + \frac{2b^2}{6} - \frac{3a^2}{2} + \frac{7b^2}{2} - \frac{ab}{2} - \frac{ab}{3}$$

$$\frac{a^2 - 9a^2}{6} + \frac{2b^2 + 21b^2}{6} + \frac{-ab - ab}{6}$$

$$\frac{\cancel{8}a^2}{\cancel{6}} + \frac{23b^2}{6} - \frac{5ab}{6}$$

$\frac{4a^2}{3} + \frac{23b^2}{6} - \frac{5ab}{6}$
--

Ejemplo 9: Resolver el siguiente ejercicio

$$8x^2 + 5xy - 3y^2 - 3x^2 + 6xy + 20$$

$$\text{cuando } x = 8, \quad y = 7$$

$$5x^2 - 3y^2 + 11xy + 20$$

$$5(-8)^2 - 3(7)^2 + 11(-8)(7)$$

$$-320 - 147 - 616 + 20$$

$$-763 + 340$$

$$-423$$

VI. Apartado 1.6 Operaciones algebraicas

Ejemplo 10: Simplificar:

$$2(11)(-10)(-2)$$

$$22(-10)(-2)$$

$$220(-2)$$

$$-440$$

Ejemplo 11: Simplificar:

$$\left(\frac{5}{8}\right) - (-2)\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\frac{5}{8} \times \left(\frac{8}{5}\right)$$

$$\frac{40}{40}$$

$$1$$

Ejemplo 12: *Simplificar:*

$$\left(21\frac{2}{12}\right)(6)\left(-10\frac{2}{3}\right)$$

$$\left(\frac{252}{12}\right)(6)\left(-\frac{32}{3}\right)$$

$$21 \times -64$$

$$\boxed{-1344}$$

Ejemplo 13: *Simplificar:*

$$\left[\frac{\frac{\frac{2}{3}-3}{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}+\frac{2}{5}}}{\frac{-\frac{1}{4}(\frac{3}{2}-\frac{1}{3})}{2+\frac{3}{2}}} \right]$$

$$\xrightarrow{\text{yellow arrow}} \left[\frac{\frac{\frac{2-9}{3}}{\frac{3-4}{6}} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5+8}{20}}}{\frac{-\frac{1}{4}(\frac{9-2}{6})}{\frac{4+3}{2}}} \right] = \left[\frac{\frac{-\frac{7}{3}}{-\frac{1}{6}} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{13}{20}}}{\frac{-\frac{1}{4}(\frac{7}{6})}{\frac{7}{2}}} \right] = \left[\frac{\frac{42}{3} + \frac{40}{39}}{\frac{7}{\frac{7}{2}}} \right]$$

$$\left[\frac{\frac{(42)39 + 3(40)}{3 \cdot 39}}{-\frac{14}{168}} \right] = \left[\frac{\frac{1638 + 120}{117}}{-\frac{14}{168}} \right] = \left[\frac{(1758)(168)}{(-14)(117)} \right]$$

$\frac{295344}{1638}$

Ejemplo 14: *Simplificar:*

$$-\frac{1}{2} - \left\{ - \left[- \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}x \right) + \left(-\frac{2}{5}x^2 + \frac{4}{5}x^3 - 1 \right) \right] - \left(-\frac{2}{3}x^3 \right) \right\}$$



$$-\frac{1}{2} - \left\{ - \left[-\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{5}x^2 + \frac{4}{5}x^3 - 1 \right] + \frac{2}{3}x^3 \right\}$$

$$-\frac{1}{2} - \left\{ - \left[\frac{-10x^3 + 15x^2 - 40x - 24x^2 + 48x^3 - 60}{60} \right] + \frac{2}{3}x^3 \right\}$$

$$-\frac{1}{2} - \left\{ - \left[\frac{8x^3 - 9x^2 - 40x - 60}{60} \right] + \frac{2}{3}x^3 \right\} = -\frac{1}{2} - \left\{ -\frac{8x^3 - 9x^2 - 40x - 60}{60} - \frac{2}{3}x^3 \right\}$$

$$-\frac{1}{2} - \left\{ \frac{-8x^3 + 9x^2 + 40x + 60 - 40x^3}{60} \right\} = -\frac{1}{2} - \left\{ \frac{-48x^3 + 9x^2 + 40x + 60}{60} \right\}$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{-48x^3 + 9x^2 + 40x + 60}{60} = \frac{-30 + 48x^3 - 9x^2 - 40x - 60}{60}$$

$\frac{48x^3 - 9x^2 - 40x - 90}{60}$

Ejemplo 15: *Simplificar:*

$$1 - \frac{x}{x - \frac{2x}{x + \frac{1}{x - \frac{2}{x - 3}}}}$$

$$\longrightarrow 1 - \frac{x}{x - \frac{2x}{x + \frac{1}{\frac{x(x-3)-2}{x-3}}}} = 1 - \frac{x}{x - \frac{2x}{x + \frac{x-3}{x^2-3x-2}}}$$

$$1 - \frac{x}{x - \frac{2x}{\frac{x(x^2-3x-2)+x-3}{x^2-3x-2}}} = 1 - \frac{x}{x - \frac{2x(x^2-3x-2)}{x^3-3x^2-2x+x-3}}$$

$$1 - \frac{x}{x - \frac{2x^3-6x^2-4x}{x^3-3x^2-x-3}} = 1 - \frac{x}{\frac{x(x^3-3x^2-x-3) - (2x^3-6x^2-4x)}{x^3-3x^2-x-3}}$$

$$1 - \frac{x(x^3-3x^2-x-3)}{\frac{x^4-3x^3-x^2-3x-2x^3+6x^2+4x}{x^3-3x^2-x-3}} = 1 - \frac{x^4-3x^3-x^2-3x}{x^4-5x^3+5x^2+x}$$

$$\frac{x^4-5x^3+5x^2+x - (x^4-3x^3-x^2-3x)}{x^4-5x^3+5x^2+x} = \frac{-2x^3+6x^2+4x}{x^4-5x^3+5x^2+x}$$

$$\frac{-x(2x^2-6x-4)}{x(x^3-5x^2+5x+1)} =$$

$$\boxed{\frac{2x^2-6x-4}{x^3-5x^2+5x+1}}$$

TEMA 2

OPERACIONES ALGEBRAICAS

2.1. Introducción

Al combinar variables con operaciones obtenemos expresiones algebraicas así

$$ab, 2x + y, \frac{(x + y)}{(w + 4)}$$

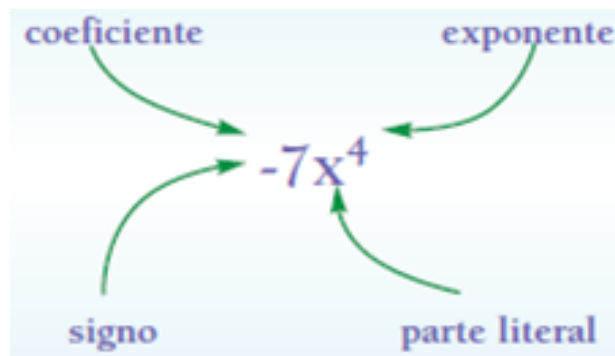
En la cual las variables son sometidas a operaciones directas e inversas. Entre las operaciones directas tenemos $+$, $-$, *potenciación* y entre las inversas tenemos la $-$, $\div$, $\sqrt{n}$ de las operaciones del álgebra.

Evaluar una expresión algebraica significa reemplazar cada variable por un número para obtener un valor numérico.

2.2. Expresiones algebraicas (término-polinomio)

Expresión.- Una expresión se obtiene mediante diferentes operaciones, combinando constantes $\mathbb{R}$ y variables. En general las constantes y coeficientes se utilizan las letras a, b, c... y para las variables u, v, x, y, z.

Término.- Es una expresión algebraica que consta de un signo en una parte un coeficiente y una parte literal.



Ejemplo 1: axy^2

término $+$, a es el coeficiente

Ejemplo 2: $-bx^2z$

término $-$, b es el coeficiente

Polinomio.- En general podemos definir al polinomio como la suma algebraica de 2 o más términos que consta de un coeficiente y una variable simbólicamente se la representa como:

$f(x), \quad g(x), \quad h(x)$ donde la variable es x

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

$$g(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_{n-1} x^{n-1} + b_n x^n$$

donde $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0,$

a_n coeficiente del polinomio

El grado del polinomio es n

Grado de un polinomio.- Es el mayor de los grados de sus términos, después de haber simplificado. Algunos polinomios reciben nombres especiales de acuerdo al número de sumandos que tienen.

- Si tiene 1 término se llama monomio
- Si tiene 2 términos se llama binomio
- Si tiene 3 términos se llama trinomio

Encontrar el grado de una variable en un monomio es sumar los grados de todas las variables.

Ejemplo 3: Resolver

$$x^3 y^5 z^2 w^3$$

Ejemplo 4: Resolver

$$6z^4 - 7z^2 + 5x^2 - 3(2z^4 + 7z^3)$$

Ejercicios Resueltos

- Encuentra el grado de cada monomio y polinomio

Ejemplo 5: Encontrar el grado de $\frac{3}{5}x^5y^3z^6$

Solución:

El grado de x es 5

El grado de y es 3

El grado de z es 6

Así que el grado del monomio $\frac{3}{5}x^5y^3z^6$ es $5 + 3 + 6 = 14$

Ejemplo 6: Encontrar el grado de $5a^3b^2c + 20ab^4c^3 - 30$

Solución:

El grado de $5a^3b^2c$ es 6

El grado de $20ab^4c^3$ es 8

El grado de 30 es 0

Por lo tanto el grado del polinomio es 8

Un polinomio nulo es el que tiene todos sus coeficientes 0. Un polinomio puede estar ordenado en forma ascendente o descendente.

2.3. Operaciones algebraicas (adición, sustracción, multiplicación, cocientes notables y división)

2.3.1. Suma de polinomios: Sea $f(x)$ y $g(x)$ dos polinomios

$$f(x) + g(x) = h(x)$$

Ejemplo 7: Sumar $f(x) = x^4 + \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 2x$

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

$$\begin{array}{r} x^4 + \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 2x \\ + \quad x^3 - 3x^2 + 0x + 2 \\ \hline x^4 + \frac{5}{3}x^3 - 7x^2 + 2x + 2 \end{array}$$

2.3.2. Resta de polinomios: Sea $f(x)$ y $g(x)$ dos polinomios la resta es la suma de su opuesto.

Ejemplo 8: Restar $f(x) = 5x^3 + x^2y - 7xy^2 + 12$
 $g(x) = 6x^3 - 9xy^2 + 8x - 10$

Debemos sumar $5x^3 + x^2y - 7xy^2 + 12$ con el opuesto $6x^3 - 9xy^2 + 8x - 10$

$$\begin{aligned} (5x^3 + x^2y^2 + 12) - (6x^3 - 9xy^2 + 8x - 10) = \\ 5x^3 + x^2y - 7xy^2 + 12 - 6x^3 + 9xy^2 - 8x + 10 = \\ -x^3 + x^2y + 2xy^2 - 8x + 22 \end{aligned}$$

2.3.3. Multiplicación de polinomios: Sea $f(x)$ y $g(x)$ dos polinomios

$$f(x) * g(x) = g(x) * f(x)$$

Ejemplo 9: Multiplicar $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + x - 5$

$$g(x) = 4x^2 - x + 1$$

$$\begin{array}{r}
 2x^4 - 3x^2 + x - 5 \\
 4x^2 - x + 1 \\
 \hline
 8x^6 - 12x^4 + 4x^3 - 20x^2 \\
 -2x^5 + 3x^3 - x^2 + 5x \\
 2x^4 - 3x^2 + x - 5 \\
 \hline
 8x^6 - 2x^5 - 10x^4 + 7x^3 - 24x^2 + 6x - 5
 \end{array}$$

2.3.4. Cocientes notables: Se llama cociente notable a ciertos cocientes que obedecen a ciertas reglas fijas y que pueden ser escritos por simple inspección.

Reglas de los cocientes:

$a^n - b^n$ es divisible por $a - b \quad \forall n$ si n es par o impar

$a^n - b^n$ es divisible por $a + b$ siendo n un entero par

$a^n + b^n$ es divisible por $a + b$ siendo n un entero impar

$a^n + b^n$ nunca es divisible por $a + b$ ni $a - b \quad \forall n$ si n es par

Ejemplo 10: Encontrar el cociente de: $8x^{12} - 729y^6$ entre $2x^4 - 9y^2$

Solución:

$$\frac{8x^{12} - 729y^6}{2x^4 - 9y^2} = 4x^8 + 18x^4y^2 + 81y^4$$

2.3.5. División de polinomios: Dado dos polinomios $f(x)$ y $g(x)$ llamados dividendo y divisor la operación es similar a la $\div$ de números $\mathbb{N}$. Se debe hallar los polinomios $d(x), r(x)$ llamados cociente.

$$f(x) = g(x) * d(x) + r(x)$$

Si $r(x)$ es un polinomio nulo $\Rightarrow f(x) = g(x) * d(x) + r(x)$

Ejemplo 11: Dividir $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + x - 5$

$$g(x) = 4x^2 - x + 1$$

2.4. Factorización, Potenciación y radicación de expresiones algebraicas

2.4.1. Factorización: Es la operación que tiene como finalidad transformar una expresión algebraica racional y entera en otra equivalente que sea igual al producto de sus factores primos racionales y enteros. Los casos aplicables son 10 y entre los casos más utilizados tenemos los siguientes.

2.4.1.1. Factor común: Es la parte numérica y/o literal que este repetida como factor en dichas expresiones.

El factor común se lo puede desarrollar en un monomio o polinomio.

Ejemplo 12: Factorizar el monomio $72x^{2a}y^b + 48x^{a+1}y^{b+1} + 24x^ay^{2b}$

Se observa que el factor común es $24x^ay^b$

$$72x^{2a}y^b + 48x^{a+1}y^{b+1} + 24x^ay^{2b}$$

$$24x^ay^b(3x^a + 2xy + y^b)$$

Ejemplo 13: Factorizar el polinomio

$$(x + 3)(x + 2)(x + 1) + (x + 2)(x + 1) + (x + 1)$$

Extrayendo factor común $(x + 1)$

$$(x + 1)[(x + 3)(x + 2) + (x + 2) + 1]$$

Efectuando:

$$(x + 1)[x^2 + 5x + 6 + x + 2 + 1]$$

$$(x + 1)[x^2 + 6x + 9] \text{ O también;}$$

$$(x + 1)(x + 3)^2$$

2.4.1.2. Diferencia de cuadrados: Es la diferencia de dos cuadrados perfectos.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Ejemplo 14: Factorizar $9 - x^4$

$$(3)^2 - (x^2)^2 = (3 + x^2)(3 - x^2)$$

2.4.1.3. Trinomio cuadrado perfecto: Se caracteriza por:

- Tiene dos términos que son cuadrados perfectos.
- El otro término es el doble del producto de las raíces cuadradas de los cuadrados perfectos.
- Los cuadrados perfectos siempre deben tener signo positivo.

Así tenemos:

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

Ejemplo 15: Factorizar $(2a + 3b)^2$

$$4a^2 + 12ab + 9b^2$$

2.4.1.4. Suma o diferencia de cubos: Se caracteriza por tener dos cubos perfectos, para factorizar así:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

La suma de dos cubos perfectos se descompone en dos factores:

1º la suma de sus raíces cúbicas. 2º El cuadrado de la primera raíz menos el producto de las dos raíces más el cuadrado de la segunda raíz.

La diferencia de cubos se descompone en dos factores:

1º la diferencia de sus raíces cúbicas. 2º El cuadrado de la primera raíz más el producto de las dos raíces más el cuadrado de la segunda raíz.

Ejemplo 16: Factorizar $8x^3 + y^3$

$$(2x)^3 + y^3 = (2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2)$$

Ejemplo 17: Factorizar $8x^3 - 27y^3$

$$(2x)^3 - (3y)^3 = (2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

2.4.1.5. Trinomio de la forma: Se descompone en dos factores binomios cuyo primer término es x, o sea la raíz cuadrada del primer término del trinomio.

2º Después de x se escribe el signo del segundo término y en el segundo factor después de x el signo multiplicado del segundo término por el tercero del trinomio.

3º Si los dos factores binomios tienen signos iguales se buscan dos números cuya suma sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio. Estos números son los segundos términos del binomio.

4º Si los dos factores binomios tienen signos diferentes se buscan dos números cuya diferencia sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio. El mayor de estos números es el segundo término del primer binomio y el menor el segundo término del segundo binomio.

$$\begin{array}{l} x^2 + bx + c \\ a^2 - ab + c \end{array}$$

Ejemplo 18: Factorizar $x^2 + 7x + 10$

$$(x + 5)(x + 2)$$

Ejemplo 19: Factorizar $y^2 - 9y + 18$

$$(y - 6)(y - 3)$$

2.4.2. Potenciación: Potencia de una expresión algebraica es la misma expresión o el resultado de tomarla como factor dos o más veces.

Dado un número b

$$b^n = \underbrace{b * b * b * b * \dots * b}_{\text{N veces}} \quad \forall_n \in \mathbb{Z}^+$$

N veces

En particular si $n \in \mathbb{Z}^- \Rightarrow b^n$ si $n = -2 \quad b^{-2} = \frac{1}{b^2}$

si $n = 0 \Rightarrow b^0 = 1$

si $b = 1 \Rightarrow 1^1 = 1$

Todo número elevado a la potencia “0” es 1

2.4.2.1. Propiedades

1) Propiedad 1: Multiplicación de potencias:

$$(b^n)(b^m) = \boxed{b^{n+m}}$$

Si se tiene la misma base se suman los exponentes

2) Propiedad 2. Potencia de potencia:

$$(b^n)^m = \boxed{b^{nm}} \neq b^{n^m}$$

Ejemplo 20: Simplificar $[2^2]^3 = 2^6 = 64$

Ejemplo 21: Simplificar $[b^2]^4 = b^8 \neq [b^{2^4}] = b^{16}$

3) Propiedad 3. División de potencias

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m * a^{-n} = a^{m-n}$$

Ejemplo 22: Simplificar $\frac{x^8}{x^3} = x^8 * x^{-3} = x^{8-3} = x^5$

4) Propiedad 4. Exponente cero

$$a^0 = 1 \quad \text{si } a \neq 0$$

Ejemplo 23: Simplificar $7^{5^0} = 7^1 = 7$

5) Propiedad 5. Exponente negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Ejemplo 24: Simplificar $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$

6) Propiedad 6. Potencia de un producto

$$(a * b)^n = a^n * b^n$$

Ejemplo 25: Simplificar $\left[\frac{(3^2 \times 3^4)}{2^3} \right]^2 \times 2^5$

$$\left[\frac{(3^6)}{2^3} \right]^2 \times 2^5 = \left[\frac{(3^6)^2}{(2^3)^2} \right] \times 2^5 = \left(\frac{3^{12}}{2^6} \right) \times 2^5 = \frac{3^{12}}{2}$$

7) Propiedad 7. Potencia de un cociente

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = a^n b^{-n} \quad \text{si } b \neq 0$$

Ejemplo 26: Simplificar $\left(\frac{x}{y}\right)^4 = \frac{x^4}{y^4}$

8) Propiedad 8. Potencia de cociente negativo

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}} = \frac{b^n}{a^n}$$

Ejemplo 26: Simplificar $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$

9) Propiedad 9. Raíz de una potencia

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{p/n} = (a^p)^{\frac{1}{n}}$$

Ejemplo 27: Simplificar $\sqrt[5]{x^{10}} = [x^{10}]^{\frac{1}{5}} = x^2$

10) Propiedad 10. Exponente fraccionario

$$a^{\frac{p}{n}} = \sqrt[n]{a^p}$$

Ejemplo 28: Simplificar

$$(64)^{2/3} = \sqrt[3]{(64)^2} = \sqrt[3]{(2^6)^2} = \sqrt[3]{2^{12}} = [2^{12}]^{\frac{1}{3}} = 2^4 = 16$$

11) Propiedad 11. Raíz de un producto

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b} = (ab)^{1/n} = a^{1/n} b^{1/n}$$

Ejemplo 29: Simplificar $\sqrt[5]{x^{10}y^{25}} = \sqrt[5]{(x)^{10}} * \sqrt[5]{y^{25}} = x^2y^2$

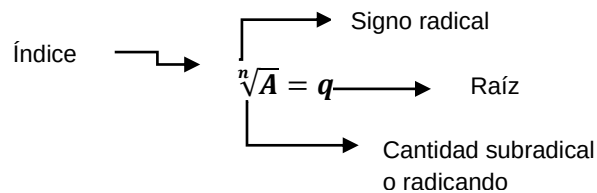
12) Propiedad 12. Raíz de un cociente

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{1/n} = \frac{a^{1/n}}{b^{1/n}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Ejemplo 30: Simplificar $\sqrt[5]{\frac{x^{20}}{y^{35}}} = \frac{\sqrt[5]{x^{20}}}{\sqrt[5]{y^{35}}} = \frac{x^4}{y^7}$

2.5. Radicación: Es la operación que consiste en obtener la raíz indicada de una cantidad.

En general:



El grado de un radical es el índice de la raíz.

2.5.1. Raíz de un monomio: Para extraer la raíz de un monomio se proceder así:

- Se extrae la raíz del signo de acuerdo a la ley de signos.
- Se extrae la raíz del coeficiente.
- Se dividen los exponentes de las letras entre el índice de la raíz.

Ejemplo 31: Encontrar la raíz de

$$\sqrt[4]{+256x^{12}y^8z^{24}}$$

Solución: $+4x^3y^2z^6$

2.5.2. Raíz de un polinomio: Para obtener la raíz cuadrada de un polinomio se debe observar la siguiente regla.

1º Se ordena el polinomio dado, es completa y se agrupa de 2 de 2 términos empezando por la derecha.

2º Se halla la raíz cuadrada del primer grupo de la izquierda que será el primer término de la raíz cuadrada del polinomio, se multiplica esta raíz por si misma cambiada de signo el resultado y se suma al primer término del polinomio dado eliminando la primera columna.

3º Se bajan los dos términos que forman el siguiente grupo se duplica la raíz hallada y se divide, el primer termino de los bajados, entre el duplo del primer término de la raíz. Este termino con su propio signo

4º Se baja el siguiente grupo de dos términos. Se duplica la parte de la raíz ya hallada y se divide el primer término del residuo entre el primero de este duplo. El cociente es el tercer término de la raíz este tercer termino con su propio signo se escribe a lado del duplo de la raíz hallada y se forma un trinomio, este trinomio se multiplica por este tercer término de la raíz con signo cambiado y el producto se suma al residuo.

5º Se continúa el procedimiento anterior hasta obtener un resto cuyo grado sea una unidad menor que el grado de la raíz o un polinomio idénticamente nulo.

Ejemplo 32: Encontrar la raíz de $\sqrt{x^4 - 10x^3 + 29x^2 - 20x + 4}$

<i>Solución:</i> $\sqrt{x^4 - 10x^3 + 29x^2 - 20x + 4}$ $ \begin{array}{r} -x^4 \\ \hline -10x^3 + 29x^2 \\ +10x^3 - 25x^2 \\ \hline +4x^2 - 20x + 4 \\ -4x^2 + 20x - 4 \\ \hline \end{array} $	$x^2 + 5x + 2$ $2(x^2) = 2x^2$ $(2x^2 + 5x)(-5x)$ $2(x^2 - 5x) = 2x^2 - 10x$ $(2x^2 - 10x + 2)(+2)$
--	--

La raíz obtenida es:

$x^2 + 5x + 2$

2.5.3. Raíz cubica de los polinomios: Se aplica la misma regla de los cuadrados pero en este caso se toman los términos de tres en tres.

Ejemplo 33: Encontrar la raíz cubica de $\sqrt{x^6 - 6x^5 + 14x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1}$

<i>Solución:</i> $\sqrt{x^6 - 6x^5 + 14x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1}$ $ \begin{array}{r} -x^6 \\ \hline -6x^5 + 14x^4 - 20x^3 \\ +6x^5 - 12x^4 + 8x^3 \\ \hline 3x^4 - 12x^3 + 15x^2 - 6x + 1 \\ - 3x^4 + 12x^3 - 15x^2 + 6x - 1 \\ \hline \end{array} $	$x^2 - 2x + 1$ $3(x^2)^2 = 3x^4$ $(-6x^5) \div (3x^4) = -2x$ $3(x^2)^2(-2x) = -6x^5$ $3(x^2)^2(-2x)2 = 12x^4$ $(-2x)^3 = -8x^3$ $6x^5 - 12x^4 + 8x^3$ $(3x^4) \div (3x^4) = 1$ $3(x^2 - 2x)^2(1)$ $= 3x^4 - 12x^3 + 12x^2$ $3(x^2 - 2x)(1)^2 = 3x^2 - 6x$ $(1)^3 = 1$ $- 3x^4 - 12x^3 + 15x^2 - 6x + 1$
---	---

La raíz cubica obtenida es:

$x^2 - 2x + 1$

2.5.4. Radicales dobles: Es el que se presenta de la siguiente forma general:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$$

Ejemplo 34: Encontrar la raíz doble de

$$\sqrt{12 + \sqrt{140}} - \sqrt{8 + \sqrt{28}} + \sqrt{11 - 2\sqrt{30}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$$

Solución:

Resolvemos la primera raíz

$$\sqrt{12 + \sqrt{140}} = \sqrt{12 + \sqrt{4 \times 35}} = \sqrt{7 + 5 + 2\sqrt{7 \times 5}} = \sqrt{7} + \sqrt{5}$$

Resolvemos la segunda raíz

$$\sqrt{8 + \sqrt{28}} = \sqrt{8 + \sqrt{4 \times 7}} = \sqrt{7 + 1 + 2\sqrt{7 \times 1}} = \sqrt{7} + \sqrt{1}$$

Resolvemos la tercera raíz

$$\sqrt{11 - 2\sqrt{30}} = \sqrt{6 + 5 - 2\sqrt{6 \times 5}} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

Resolvemos la cuarta raíz

$$\sqrt{7 - 2\sqrt{6}} = \sqrt{6 + 1 - 2\sqrt{6 \times 1}} = \sqrt{6} - \sqrt{1}$$

Sustituyendo en la expresión propuesta:

$$\sqrt{7} + \sqrt{5} - (\sqrt{7} + \sqrt{1}) + \sqrt{6} - \sqrt{5} - (\sqrt{6} + \sqrt{1})$$

Quitando los paréntesis la respuesta es 0

2.6. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

2.6.1. Máximo común divisor: De dos o más expresiones algebraicas es la expresión algebraica de mayor coeficiente numérico y de mayor grado que está contenida exactamente en cada una de ellas.

Ejemplo 35: Encontrar el **m.c.d.** del monomio: $10a^2$ y $20a^3$

Solución:

$$\text{m. c. d. } 10a^2$$

Ejemplo 36: Encontrar el **m.c.d.** del polinomio: $4a^2 + 4ab$ y $2a^4 - 2a^2b^2$

Solución:

$$4a^2 + 4ab = 4a(a + b) = 2^2a(a + b)$$

$$2a^4 - 2a^2b^2 = 2a^2(a^2 - b^2) = 2a^2(a + b)(a - b)$$

$$\text{m. c. d. } 2a(a + b)$$

2.6.2. Mínimo común Múltiplo: De dos o más expresiones algebraicas es la expresión algebraica de menor coeficiente numérico y de menor grado que es divisible exactamente por cada una de las expresiones dadas.

Ejemplo 37: Encontrar el **m.c.m.** de: $4a$ y $6a^2$

Solución:

$$\text{m. c. m. } 12a^2$$

Ejemplo 38: Encontrar el **m.c.m.** de: $8a^2b$, $4a^3 - 4a$, $6a^2 - 12a + 6$

Solución:

$$8a^2b = 2^3a^2b$$

$$4a^3 + 4a = 4a(a^2 - 1) = 2^2a(a + 1)(a - 1)$$

$$6a^2 - 12a + 6 = 6(a^2 - 2a + 1) = 2 \times 3(a - 1)^2$$

$$\text{m. c. d. } 2^3 * 3 * a^2 b(a-1)^2(a+1) = 24a^2 b(a-1)^2(a+1)$$

2.7. Fracciones simples y compuestas: Se denomina fracción algebraica a toda aquella expresión que tiene por lo menos una letra en el denominador.

Los signos de una fracción son:

- Signo del numerador.
- Signo del denominador.
- Signo de la fracción.

Ejercicios Resueltos

- Resolver las siguientes fracciones simples

Ejemplo 39: Reducir a su más simple expresión:

$$\frac{9x^3y^3}{36x^5y^6}$$

Solución:

$$\frac{9x^3y^3}{36x^5y^6} = \frac{1 * 1 * 1}{4 * x^2 * y^3} = \frac{1}{4x^2y^3}$$

Ejemplo 40: Resolver la siguiente fracción:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{2ax - 6a}$$

Solución:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{2ax - 6a} = \frac{(x-2)(x-3)}{2a(x-3)} = \frac{(x-2)}{2a}$$

Ejercicios Resueltos

- Resolver las siguientes fracciones compuestas

Ejemplo 41: Resolver la siguiente fracción:

$$\frac{a^2 + 2b^2}{6} - \frac{3a^2 - 7b^2 + ab}{2} - \frac{ab}{3}$$

Solución:

$$\frac{a^2}{6} + \frac{2b^2}{6} - \frac{3a^2}{2} + \frac{7b^2}{2} - \frac{ab}{2} - \frac{ab}{3}$$

$$\frac{a^2 - 9a^2}{6} + \frac{2b^2 + 21b^2}{6} + \frac{-ab - ab}{6}$$

$$\frac{\cancel{8a^2}}{\cancel{6}} + \frac{23b^2}{6} - \frac{5ab}{6}$$

$$\boxed{\frac{4a^2}{3} + \frac{23b^2}{6} - \frac{5ab}{6}}$$

Ejemplo 42: Resolver la siguiente fracción:

$$1 - \frac{x}{x - \frac{2x}{x + \frac{1}{x - \frac{2}{x - 3}}}}$$

Solución:

$$1 - \frac{x}{x - \frac{2x}{x + \frac{1}{\frac{x(x-3)-2}{x-3}}}} = 1 - \frac{x}{x - \frac{2x}{x + \frac{x-3}{x^2-3x-2}}}$$

$$1 - \frac{x}{x - \frac{2x}{\frac{x(x^2-3x-2)+x-3}{x^2-3x-2}}} = 1 - \frac{x}{x - \frac{2x(x^2-3x-2)}{x^3-3x^2-2x+x-3}}$$

$$1 - \frac{x}{x - \frac{2x^3-6x^2-4x}{x^3-3x^2-x-3}} = 1 - \frac{x}{\frac{x(x^3-3x^2-x-3)-(2x^3-6x^2-4x)}{x^3-3x^2-x-3}}$$

$$1 - \frac{x(x^3 - 3x^2 - x - 3)}{\frac{x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x - 2x^3 + 6x^2 + 4x}{x^3 - 3x^2 - x - 3}} = 1 - \frac{x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x}{x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x}$$

$$\frac{x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x - (x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x)}{x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x} = \frac{-2x^3 + 6x^2 + 4x}{x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x}$$

$$\frac{-x(2x^2 - 6x - 4)}{x(x^3 - 5x^2 + 5x + 1)} =$$

$$\frac{2x^2 - 6x - 4}{x^3 - 5x^2 + 5x + 1}$$

2.8. Teoría de Exponentes: La teoría de los exponentes tiene como objetivo estudiar toda la clase de exponentes que existen y la relación entre ellos. La operación que permite la presencia del exponente es la potenciación.

2.9. Teorema del residuo: El residuo es dividir un polinomio entero o racional en x por un binomio de la forma $x - a$ se obtiene sustituyendo en el polinomio dado la x por a .

Ejemplo 43: Hallar sin efectuar la división el residuo de:

1^{er} Paso: encontrar el residuo

$x^2 - 7x + 6$ entre $x - 4$

Encontramos de la siguiente manera: $x - 4 = 0$

Entonces se tiene que:

$$r = 4 \quad \leftarrow \quad \text{luego el residuo será:}$$

$$f(4) = (4)^2 - 7(4) + 6 \quad \leftarrow \quad \text{2}^{\text{do}} \text{ Paso: reemplazar } r \text{ por } 4$$

$$f(4) = 16 - 28 + 6 \quad \leftarrow \quad \text{3}^{\text{er}} \text{ Paso: resolver la suma y resta}$$

$$f(4) = -6 \quad \leftarrow \quad \text{6}^{\text{to}} \text{ Paso: resultado del residuo}$$

2.10. Regla de Ruffini, división sintética: Se la resuelve como se detalla a continuación.

Ejemplo 44: Resolver por ruffini:

$$x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$$

Solución:

$$x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 \quad \leftarrow \quad \text{1}^{\text{er}} \text{ Paso: se ordena el polinomio y se completa con ceros los términos que faltan}$$

		1 - 4 - 1 + 16 - 12	
1		+1 - 3 - 4 + 12	
		}	
	→	1 - 3 - 4 + 12	0
2		+2 - 2 - 12	
		}	
	→	1 - 1 - 6	0

3^{er} Paso: se traza una línea horizontal y debajo de ella se repite el primer coeficiente de la derecha.

2^{do} Paso: se escriben en línea horizontal los coeficientes del polinomio con su signo y la otra línea un poco adelante el valor del número por el que se va a multiplicar

4^{to} Paso: se multiplica r por el coeficiente escrito debajo de la raya, y el producto se escribe encima y se suma con el correspondiente coeficiente del dividendo

Los factores son: $(x - 1)(x + 1)(x^2 - x - 6)$

Factorizando: $(x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 2)$

5^{to} Paso: la parte literal se obteniendo a continuación de los coeficientes en potencias decrecientes de x , a partir de la inmediata inferior a la mayor.

Ejercicios Propuestos

I. Apartado 2.1 Grado de un monomio y polinomio

1. $x^4y + xyz^2$

2. $4x^4y^3z^5 + 8x^5y^4z^6 + 9x^6y^2z^8$

3. $5x^3y^5z^2$

4. $8(z^{12} - 5z^9 + 14z^8) - 7(z^{12} - 4z^{17} + 8z^8) + z^{15} - z^{12} - 6z + 3$

5. $-\frac{7a^5b^5c^5d^5}{123}$

II. Apartado 2.3 Operaciones algebraicas (adición, sustracción, multiplicación, cocientes notables y división)

6. *Sumar*

$$4a^2 - 10ab + 6b^2 \quad y \quad -3a^2 + 5a^2b - b^2 - ab$$

7. *Restar*

$$15x^7y^8 - 18x^5y^9 + 21x^4y^{11} + 5 \quad y \quad 7x^7y^8 - 14x^5y^9 + 21x^4y^{11} + xy^{11}$$

8. *Multiplicar* $(5x^3 - 9x + 5)(4x + 6)$

9. *Dividir*

$$3a^5 + 10a^3b^2 + 64a^2b^2 - 21a^4b + 32ab^4 \quad \text{entre} \quad a^3 - 5a^2b - 4ab^2$$

10. $-(-z + 1(z - 4(-6z + 5(-9z - 7(z - (z + 6))))))$

Respuestas Ejercicios Propuestos

I. Apartado 2.1 Grado de un monomio y polinomio

1. El grado es 4
2. El grado es 16
3. El grado es 4
4. El grado es 17
5. El grado es 5

II. Apartado 2.3 Operaciones algebraicas (adición, sustracción, multiplicación, cocientes notables y división)

6. $a^2 - 11ab - 5b^2 + 5a^2b$
7. $8x^7y^8 - 4x^5y^9 - xy^{14} + 5$
8. $20x^4 + 30x^3 - 36x^2 - 34x + 30$
9. $3a^2 - 6ab - 8b^2$
10. $206z - 840$