

1. OBJETO DE CONOCIMIENTO

1.1 El problema

1.1.1 Antecedentes

Hoy en día se suscitan muchos accidentes a causa del derrumbe o desplome de un tramo o la totalidad de una escalera por la rotura del hormigón sometido a esfuerzos alternativos.

Las escaleras son estructuras diseñadas para enlazar dos niveles a diferentes alturas; existe un sinnúmero de clasificaciones de las mismas, según su material de construcción, según su uso, según su forma, según su trazado, según su disposición entre otras.

Una escalera autoportante es aquella que no posee una viga o apoyo intermedio en su trazado, este tipo de escalera no cuentan con un descanso, es decir, son de recorrido continuo y por el hecho de no poseer una estructura intermedia de soporte deben ser capaces de sostenerse y transmitir las cargas a los apoyos.

La escalera helicoidal es una escalera autoportante; ésta es curva en su totalidad pudiendo asemejarse a la forma de un espiral y posee un vacío o también llamado “ojo” de la escalera; el mismo es de radio variable (ver anexo A-1).

Actualmente el conocimiento de los efectos de torsión que influyen en el diseño de este tipo de escaleras es escaso y muchas veces en el cálculo y diseño no es tomado en cuenta.

A consecuencia de un desconocimiento de los efectos que influyen en el diseño, es que actualmente existen fisuras imprevistas que muchas veces terminan siendo fisuras estructurales pudiendo desencadenar en desplomes de tramos y/o deformaciones excesivas que afectan al confort del usuario.

1.1.2 Planteamiento

De la experiencia se conoce que escaleras autoportantes sufren fisuras y deformaciones no previstas que afectan directamente al confort del usuario y muchas veces estas desencadenan en desplomes de tramos o en la totalidad de la escalera pudiendo conllevar pérdidas materiales o aun peor hasta pérdidas de vidas humanas.

Al tratarse de una pieza calculada y diseñada de hormigón armado hecha en obra se puede considerar que la patología en este tipo de escaleras se debe a:

- Mal encofrado en obra y características mecánicas menores a las de diseño.
- Anchos excesivos.
- Idealización de la estructura de manera inadecuada para su cálculo.
- Desconocimiento de los efectos que influyen en el diseño (M, N, Q, T).
- Desconocimiento del diseño a corto - torsión - flexión.

Al presentarse estas situaciones hace que el calculista se limite a imitar el diseño, tipo de apoyos y metodología constructiva de alguna escalera sana, o simplemente optar por el emplazamiento de un tipo de escalera convencional.

Sin embargo durante el cálculo estructural de este elemento no se presenta dificultad para conocer la influencia de momentos flectores, fuerzas cortantes y fuerzas normales, pero sí, se desconoce en plenitud la influencia de la torsión en este tipo de escalera autoportante helicoidal.

Por lo tanto para mitigar las patologías en este tipo de escaleras se podría estudiar:

- La Influencia de la torsión en escaleras helicoidales autoportantes biempotradas.

1.1.3 Formulación

El problema se plantea a partir de:

¿Cómo se podría mitigar la patología en escaleras de este tipo, conociendo los efectos que actúan en ellas a partir de métodos de análisis confiables como es el Método de los Elementos Finitos?

1.1.4 Sistematización

Para poder reducir o eliminar las patologías en escaleras de este tipo es preciso conocer durante el cálculo la influencia de los efectos (M, N, Q, T), la correcta idealización de la estructura y la tipología de apoyos; mientras que durante la construcción será necesario contar con correctos encofrados, correcta metodología constructiva y finalmente un correcto curado del hormigón.

Cabe hacer notar que las variables durante la construcción pueden ser subsanadas o mejoradas, es importante contar con una mano de obra calificada; entonces la patología en este tipo de escaleras se reduce a **un eficiente cálculo**.

De las variables que intervienen en el cálculo, conocemos en plenitud cómo se deben idealizar escaleras, mientras que el desconocimiento de los efectos que influyen en el diseño sigue siendo un problema.

Los efectos que influyen en el diseño son: los momentos flectores (M); fuerzas normales (N), fuerzas cortantes (Q) y momentos torsores (T); de los cuales la influencia del último sigue siendo una incógnita.

Por lo tanto:

La alternativa planteada para la solución del problema, se define en el estudio de la influencia de la torsión en escaleras helicoidales autoportantes con apoyos empotrados, y el planteamiento de las hipótesis.

1.2 Objetivos.

1.2.1 General

- Precisar un conocimiento pleno del efecto de la torsión en escaleras, para un diseño de armaduras eficientes que resistan el mismo, mediante el cálculo estructural de escaleras autoportantes, tipo helicoidal, con apoyos empotrados.

1.2.2 Específicos

- Realizar la ingeniería básica del proyecto.
- Comparar y analizar los esfuerzos torsores en las escaleras calculadas.
- Establecer la metodología para el diseño de escaleras helicoidales autoportantes biempotradas que resistan esfuerzos torsores.
- Generar conocimiento sobre el armado de escaleras helicoidales resistentes a torsión.

1.3 Justificación.

Las razones por las que se realiza el trabajo de investigación son las siguientes.

1.3.1 Teórica

El siguiente trabajo de investigación propone crear un conocimiento pleno de los efectos de la torsión en escaleras autoportantes tipo helicoidal con apoyos empotrados, pudiendo concluir con explicaciones y soluciones en la patología de escaleras de este tipo.

1.3.2 Metodológica

Se escogerán las condiciones de carga y desnivel que salvará la escalera, como también el ángulo de desarrollo de la misma y se calculará, partiendo de la suposición del emplazamiento de una escalera de 1.00m, 1.10m, 1.20m, 1.30m, 1.40m, 1.50m de ancho de peldaño con ojos de escalera o radios internos variables y se compararan los efectos corto torsores que puedan generarse en las mismas.

1.3.3 Práctica

Al conocer en plenitud la relación de la torsión y la influencia del ancho de una escalera podremos saber con certeza la geometría óptima para considerar una armadura adicional a torsión, solucionando de esta manera el problema de escaleras que presentan patologías.

1.4 Marco de referencia.

1.4.1 Conceptual

Torsión. En el ámbito de la ingeniería, la torsión mecánica consiste en la aplicación de un momento de fuerza sobre el eje longitudinal de una pieza prismática.

Escalera helicoidal. Una escalera helicoidal es una estructura espacial de eje curvo que generalmente se encuentra sustentada en sus dos extremos opuestos. (Ver anexo A-1)

Estructura autoportante. Es aquel tipo de estructura que tiene la capacidad de soportar su propio peso.

Apoyo biempotrado. Es capaz de restringir los tres desplazamientos, horizontal, vertical y giro en ambos extremos del elemento estructural.

1.4.2 Espacial

Este trabajo de investigación, será desarrollado en la ciudad de Tarija en inmediaciones de la “Universidad Autónoma Juan Misael Saracho”.

1.4.3 Temporal

El conocimiento generado en esta investigación será atemporal.

1.5 Alcance del estudio.

1.5.1 Tipo de estudio

El estudio se regirá en el cálculo de escaleras de hormigón armado con las mismas características; es decir se calculará escaleras (helicoidal autoportante biempotrada) para 1.00m, 1.10m, 1.20m 1.30m, 1.40m y 1.50m de ámbito y con radios internos de 0.50m, 0.60m, 0.70m, 0.80m, 0.90m y 1.00m. Teniendo 36 posibles combinaciones entre ámbito-radio interno. Posteriormente se compararán los resultados para así generar un conocimiento del efecto de la torsión en la misma.

Las condiciones de carga, desnivel, materiales, espesores de losa y ángulo de desarrollo de la escalera serán las mismas para el cálculo de todas las escaleras.

1.5.2 Hipótesis

Como parte del método de este trabajo de investigación, se plantea la siguiente hipótesis:

El conocimiento de la influencia de la torsión en las escaleras helicoidales, permite una mejor y eficiente distribución de su armadura.

1.5.3 Restricciones o limitaciones

El campo de trabajo de investigación está delimitado a estudiar escaleras helicoidales autoportantes de hormigón estructural con una resistencia característica de 21MPa y que en ambos apoyos esta empotrada. Además de que se limita al cálculo y análisis estructural y comparación de escaleras de anchos o dimensiones fijas de 1.00m, 1.10m, 1.20m 1.30m, 1.40m y 1.50m combinándolos con radios internos de 0.50m, 0.60m, 0.70m, 0.80m, 0.90m y 1.00m que salvan un desnivel entre plantas de 2.88m que

equivalen a 16 escalones de 18cm y los mismos estarán dispuestos en la escalera de ángulo horizontal de desarrollo de 180°.

El procesamiento de los resultados obtenidos tendrá el fin de poder conocer la influencia de la torsión y el diseño a corto-torsión-flexión; como resultado se podrá cuantificar armaduras eficientes que resistan tales efectos y como consecuencia se mitigue las patologías en este tipo de escaleras.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. DISEÑO GENERAL

2.1.1. Objetivos del diseño

a) Seguridad.

El ingeniero siempre deberá velar por la seguridad de la estructura garantizando una duración de correcto funcionamiento de por lo menos igual o mayor a la vida útil prevista.

b) Serviciabilidad.

Para poder asegurar un diseño que pueda responder a la serviciabilidad se debe tomar en cuenta la calidad de los materiales que se utilizan para el diseño como también no se debe descuidar su mantenimiento y verificación de deflexiones.

c) Esteticidad.

Como recomendación la estructura deberá complementar su alrededor, ser de forma elegante y presentar un aspecto de resistencia adecuada.

2.1.2. Caracterización de la escalera

Escaleras

Un sistema de escaleras se puede definir como la parte integral de una estructura que conecta un punto con otro ubicado dentro de la misma estructura pero con diferentes cotas de nivel, medidas que se dan a partir de un punto común.

Partes de una escalera

Escalón

Un escalón se define como la superficie de diferente nivel que permite ascender distancias de diferente altura.

Huella

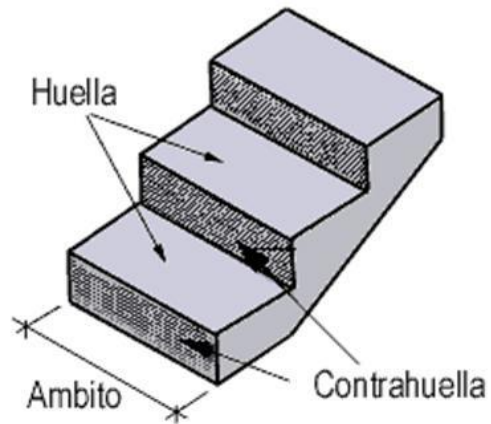
Es el nombre asignado a la componente horizontal del escalón.

Contrahuella

Es el nombre que se le asigna a la componente vertical de un escalón.

Ámbito

Ancho de paso de una escalera.



Representación gráfica de las partes de una escalera.

Radio externo y radio interno helicoidal

Geometría de la escalera vista en planta; la resta del radio externo y el radio interno define el ámbito de la escalera.

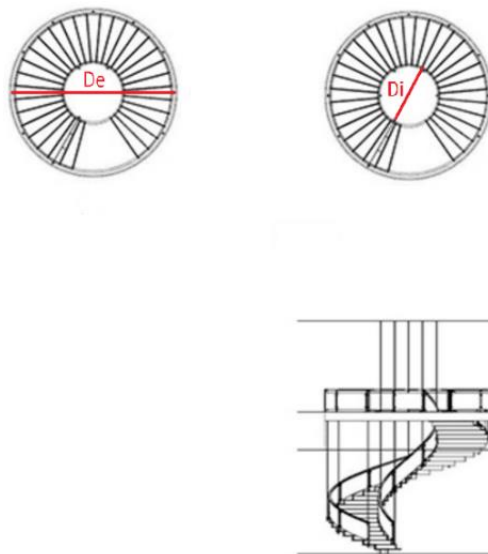


Ilustración orientativa de radio interno y externo.

Ángulo de desarrollo

Ángulo de desarrollo horizontal de la escalera helicoidal.

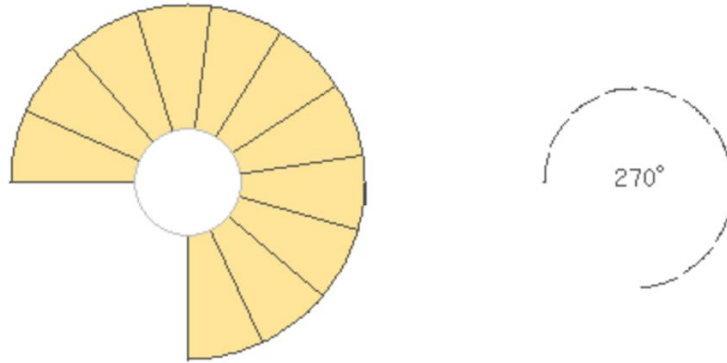


Ilustración de ángulo de desarrollo

2.1.3. Cargas en escaleras

Carga Muerta (Peso propio y Cargas permanentes)

Son aquellas cargas actuantes en la estructura inducidas por el peso propio de la misma, también puede considerarse como las cargas permanentes de tabiquería, etc.

Carga Viva (Sobrecarga de uso)

Es aquella carga que se presenta como consecuencia de la ocupación de una estructura.

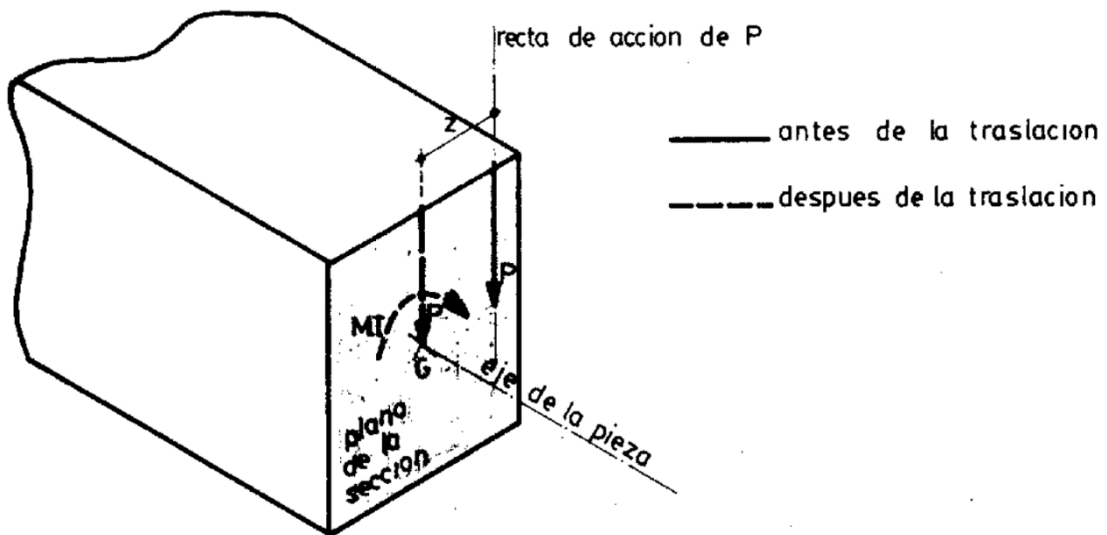
2.1.4. Efectos (Torsores) debido a las cargas

Torsión

El efecto de la torsión se presenta en una sección transversal de un elemento estructural cuando la recta de acción de la carga “P” contenida en el plano de dicha sección no pasa por el centro de gravedad.

Si se efectúa una translación de la carga “P” al baricentro de la sección, el nuevo sistema que se tendrá, estará compuesto por la carga más un momento, cuyo valor será igual al producto de “P” por su brazo de palanca.

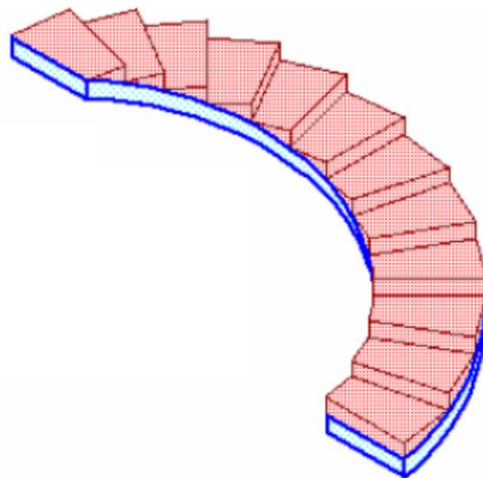
Este momento que actúa en el plano de la sección se denomina “momento torsor”, pues tiende a distorsionar la pieza.



Representación gráfica de un momento torsor

La torsión como esfuerzo, en el caso más general, se presenta en las estructuras combinado con alguno, e inclusive en determinadas circunstancias, con todos los restantes esfuerzos característicos [(momento flector (M), cortante (Q) y axial (N)]; y por otra parte, no se presenta con tanta frecuencia como estos últimos, pero cuando existe debe ser tomado en cuenta en el diseño.

Las vigas extremas, que sirven de sustento para las losas; las vigas de soporte de gradas en voladizo y las escaleras helicoidales, son casos clásicos de elementos que están sujetos a momentos torsores.



Ejemplo ilustrativo de una escalera helicoidal afectada por momento torsor.

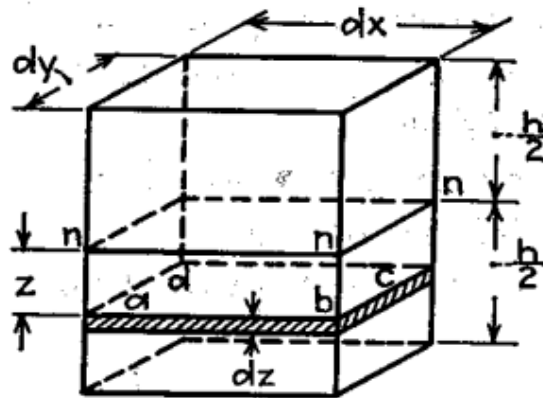
En el caso de elementos de hormigón armado genera roturas frágiles si no se han previsto armaduras adecuadas, convenientemente dispuestas, encargadas de dar ductilidad al conjunto. Un elemento dúctil, antes de llegar a la rotura sufre grandes deformaciones, avisa que se va a romper, aparecen fisuras, etc; que están indicando el agotamiento de la capacidad portante y da tiempo para tomar las medidas de seguridad correspondientes.

Un elemento frágil rompe bruscamente, sin preaviso, es un tipo de rotura más peligroso que se debe evitar.

Teoría de las placas delgadas

La tensión de cizallamiento τ_{ni} nos da el momento torsor actuante en la sección ac de la placa, y se lo puede calcular por unidad de longitud con la siguiente expresión:

$$M_{ni} = - \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{ni} z dz = \frac{1}{2} \text{Sen } 2\alpha (M_x - M_y)$$

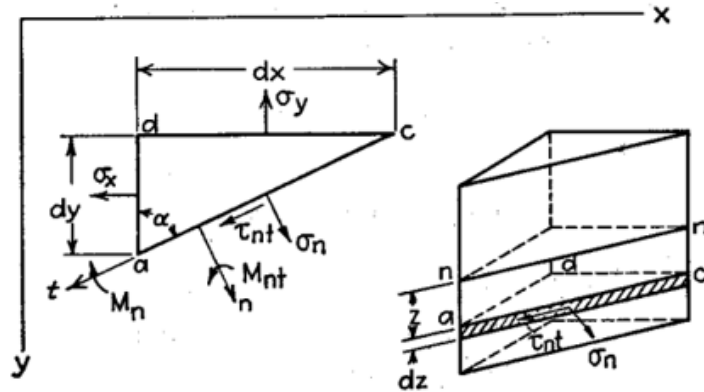


Ejemplo ilustrativo

Fuente: Timoshenko – Theory of Elastic Stability.

El espesor de la placa viene dado por "h".

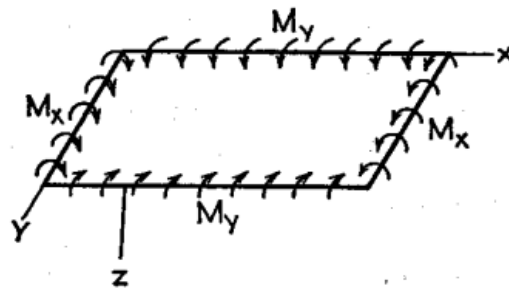
Los signos de M_n y M_{nt} tendrán el mismo signo positivo que los momentos representados por los vectores en el sentido positivo de n y t si la ley de la mano derecha es usada, como se muestra en la figura:



Ejemplo ilustrativo

Fuente: Timoshenko – Theory of Elastic Stability.

Mientras que M_x y M_y vienen dados como los momentos (+) que generan compresión sobre la cara superior de la placa.



Ejemplo ilustrativo

Fuente: Timoshenko – Theory of Elastic Stability.

2.2. NORMAS DE DISEÑO

En el presente estudio se usarán reseñas del reglamento para la seguridad de las construcciones de nuestro país y el código ACI 318-05 para el diseño estructural; éstos se complementan con su determinación de cargas actuantes y su mayoración para el cálculo, los anchos mínimos de escalera según su funcionalidad y el predimensionado del espesor de la losa de la escalera, la importancia, enfoque y criterios de diseño sumados a bibliografía recopilada sobre escaleras.

El estudio de los requisitos del código ACI 318-05 se inicia con el criterio básico del método de diseño por resistencia y las razones que fundamentan la utilización de factores de reducción de resistencia y factores de carga del método. Se explica ampliamente la determinación de la resistencia requerida y la implementación de los factores de carga de la sección 9.2 del código ACI para la formación de las combinaciones de carga apropiadas al diseño que se realiza. De igual manera se presentan los factores de reducción de resistencia especificados para la determinación de la resistencia de diseño según la acción estructural que se analiza.

2.2.1. Norma para el diseño de escaleras

Para el dimensionamiento de las escaleras se utilizara la normativa boliviana NB 1220002 (2013) publicado por el Instituto Boliviano de Normalización y Calidad IBNORCA sumado de bibliografía y criterios.

2.2.1.1. Dimensionamiento

2.2.1.1.1. Predimensionamiento de escalones

- Los tramos de escalera tendrán como máximo 16 pasos continuos sin descanso intermedio.
- Los descansos intermedios deberán tener una longitud mínima de 90 cm.
- Las escaleras en centros comerciales no tendrán tramos mayores de 16 alturas ni descansos menores al ancho del tramo. Sus anchos mínimos serán de 1.20 m.
- Las contrahuellas deben tener una altura menor o igual a 18 cm.
- El ángulo que forma la contrahuella con la huella, debe ser de 90°.

- Las dimensiones de las Huellas, serán las que resulten de aplicar la fórmula:

$$2a + b = 60 \sim 64 \text{ cm}$$

Donde:

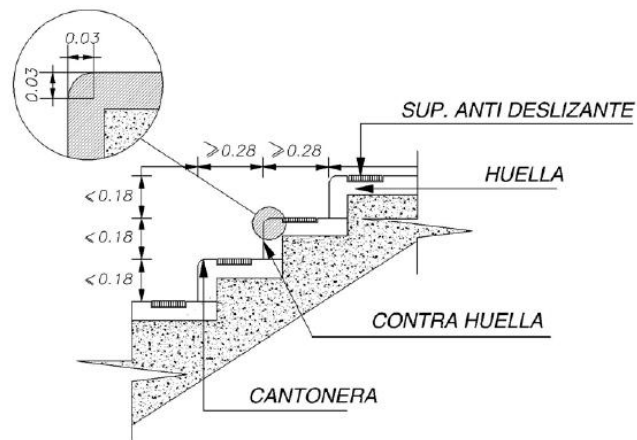
a= Contrahuella, en cm.

b= Huella, en cm.

La dimensión de la Huella no debe ser menor a 28 cm.

Contrahuellas mínimas:

18~20 cm	Secundarias
13~15 cm	Monumentales
15~17.5 cm	Edificios
18 cm (máx.)	Locales Comerciales



Detalle de escalera en elevación

Fuente: NB 1220002

2.2.1.1.2. Predimensionamiento espesores de losa

Las alturas o espesores mínimos de las losas de las escaleras reforzadas obedecerán a lo establecido en la Tabla 9.5(a) en el código ACI 318-05. (Ver Anexo B-1)

TABLA 9.5(a) — ALTURAS O ESPESORES MÍNIMOS DE VIGAS NO PREESFORZADAS O LOSAS REFORZADAS EN UNA DIRECCIÓN A MENOS QUE SE CALCULEN LAS DEFLEXIONES

	Espesor mínimo, h			
	Simplemente apoyados	Con un Extremo continuo	Ambos Extremos continuos	En voladizo
Elementos	Elementos que no soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes.			
Losas macizas en una dirección	$\frac{\ell}{20}$	$\frac{\ell}{24}$	$\frac{\ell}{28}$	$\frac{\ell}{10}$
Vigas o losas nervadas en una dirección	$\frac{\ell}{16}$	$\frac{\ell}{18.5}$	$\frac{\ell}{21}$	$\frac{\ell}{8}$

NOTAS:

Los valores dados en esta tabla se deben usar directamente en elementos de concreto de peso normal ($w_c = 2\,400\text{ kg/m}^3$) y refuerzo grado 420 MPa. Para otras condiciones, los valores deben modificarse como sigue:

(a) Para concreto liviano estructural de peso unitario w_c dentro del rango de 1 500 a 2 000 kg/m^3 , los valores de la tabla deben multiplicarse por $(1.65 - 0.0003w_c)$, pero no menos de 1.09.

(b) Para f_y distinto de 420 MPa, los valores de esta tabla deben multiplicarse por $(0.4 + f_y/700)$.

Fuente: ACI 318-05

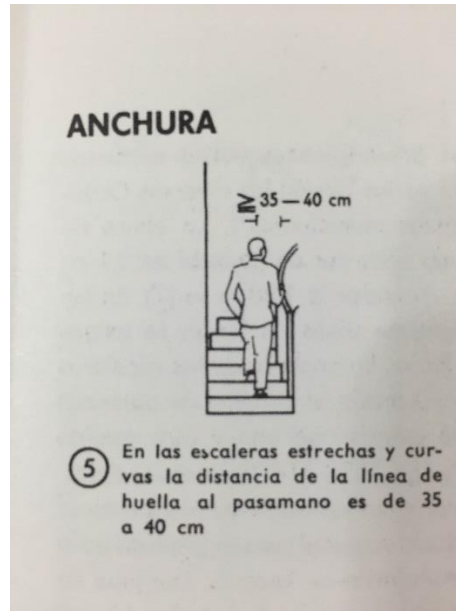
En nuestro trabajo de investigación el valor de “ ℓ ” corresponde a la longitud de desarrollo de la escalera

2.2.1.2. Anchos mínimos

Los anchos mínimos o ámbitos mínimos de escaleras serán:

- Viviendas 1.00 m
- Secundarias 0.80 m
- Auxiliares o de servicio 0.70 m
- Caracol 0.60 m
- Edificios 1.20 m
- Locales comerciales 1.20 m

Cumpliendo además con las recomendaciones y aportes bibliográficos que en escaleras curvas y estrechas la distancia de la línea de huella al pasamano es de 35 a 40cm.



Fuente: Arte de Proyectar en Arquitectura-Neufert (Pág. 155)

2.3. INGENIERIA BASICA DEL PROYECTO

Definición de cargas

2.3.1. Cargas permanentes

La carga permanente deberá incluir el peso propio de todos los componentes de la estructura incluido el peso de acabado.

2.3.1.1. Peso propio de la estructura

Consiste en el peso de la estructura en donde tomaremos un peso específico del hormigón armado igual a 2400 Kg/m³.

2.3.1.2. Acabado

Bibliografía recomienda usar como peso del acabado un valor igual a 100 kg/m².

2.3.2. Sobrecargas o Cargas vivas.

De acuerdo al uso tenemos:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| • Escaleras secundarias | 200 kg/m ² |
| • Viviendas y edificios residenciales | 250 kg/m ² ~ 300 kg/m ² |
| • Edificios públicos | 400 kg/m ² |
| • Edificios de oficina | 500 kg/m ² |
| • Tribunas | 500 kg/m ² |

Fuente: APNB 1225002-1

2.3.3. Mayoración de cargas

Para la mayoración de cargas se usarán las combinaciones de carga establecidas en apartado 9.2 del código ACI 318-05. (Ver Anexo B-2)

$$U = 1.4(D + F)$$

$$U = 1.2(D + F + T) + 1.6(L + H) + 0.5(Lr \text{ o } S \text{ o } R)$$

$$U = 1.2D + 1.6(Lr \text{ o } S \text{ o } R) + (1.0L \text{ o } 0.87W)$$

$$U = 1.2D + 1.6W + 1.0L + 0.5(Lr \text{ o } S \text{ o } R)$$

$$U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$$

$$U = 0.9D + 1.6W + 1.6H$$

$$U = 0.9D + 1.0E + 1.6H$$

Donde:

D= Carga muerta.

E= Efecto de carga producido por sismo.

F= Carga debido al peso y presión de fluidos.

H= Carga debido al peso y empuje del suelo.

L= Carga viva.

Lr= Carga viva de cubierta.

R= Cargas por lluvia.

S= Carga por nieve.

T= Efectos acumulados de variación de temperatura, retracción, asentamiento diferencial y retracción del concreto.

U= Resistencia requerida para resistir cargas mayoradas.

W= Carga por viento.

2.4. ESFUERZOS TORSORES

2.4.1. Diseño por torsión

2.4.1.1. Diseño por torsión según ACI 318-05

El diseño por torsión está basado en la analogía de una cercha espacial para un tubo de pared delgada. Una viga sometida a torsión se idealiza como un tubo de pared delgada en el que se desprecia el núcleo de concreto de la sección transversal de la viga sólida. (Ver Anexo B-3)

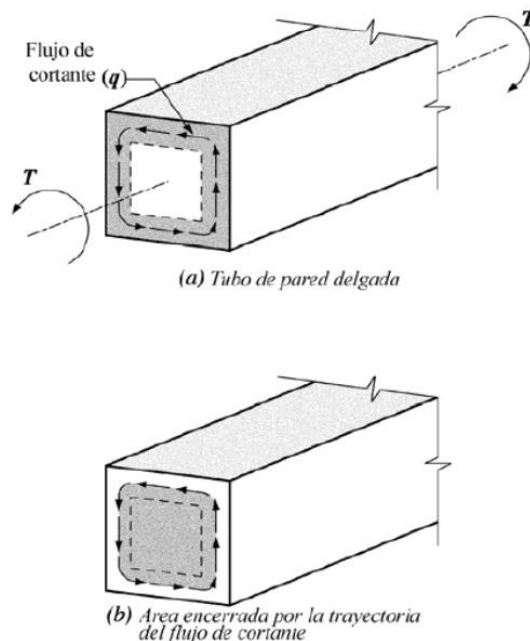


Fig. R11.6 — (a) Tubo de pared delgada; (b) área encerrada por la trayectoria del flujo de cortante

Fuente: ACI 318-05

2.4.1.2. Diseño por torsión según EHE-2008

Se dice que una pieza trabaja a torsión pura cuando está sometida, como sollicitación única, a un momento torsor T , esto es, a un momento cuyo eje paralelo a la directriz de la pieza. Esta sollicitación es muy poco frecuente.

Un momento torsor está dado por:

$$T = F \cdot d$$

Siendo d la distancia de la recta de actuación de la carga al centro de esfuerzos cortantes.

Afortunadamente, el tratamiento de la torsión puede eludirse en todos aquellos casos en que sea, para la pieza considerada, una *solicitud secundaria*. Esto sucede cuando el trabajo de torsión de la pieza no es necesario para el equilibrio de la misma o de otras piezas ligadas a ella. Dicho de otro modo la torsión es secundaria siempre que la estructura pueda seguir resistiendo aun en el supuesto de que rigidez a torsión de la pieza considerada se hiciera nula. En caso contrario, se dice que la torsión es una *solicitud principal*.

Torsión con flexión

Si la torsión va acompañada por flexión, deberá calcularse, para cada hipótesis de carga, la tensión tangencial máxima suponiendo las tensiones tangenciales τ_t debidas a la torsión, son las τ_v debidas al cortante, con sus signos respectivos.

Si la tensión tangencial máxima resultante, $\tau_v + \tau_t$ es inferior al valor $f_{ct} / 3$ en piezas que solamente lleven cercos constructivos, o al valor $f_{ct} / 4$ en piezas que carezcan de cercos, no será preciso calcular las armaduras de torsión.

En caso contrario, deberán calcularse por separado las armaduras para la solicitud de esfuerzo cortante teniendo en cuenta, en su caso, la reducción del cortante y las necesarias para la solicitud del momento torsor, y colocar una armadura igual a la suma de ambas.

Dimensionamiento de las armaduras

La Instrucción Española no considera la colaboración del hormigón para el cálculo de las armaduras de torsión. Para la determinación de dichas armaduras preconiza las siguientes formulas:

$$\text{Armadura transversal: } \frac{A_t \cdot f_{yd}}{s} = \frac{T_d}{2A_e}$$

$$\text{Armadura longitudinal: } \frac{A_l \cdot f_{yd}}{u} = \frac{T_d}{2A_e}$$

Donde:

$A_t \cdot f_{yd}$ = capacidad mecánica de cada cerco, contando una pata.

$A_l \cdot f_{yd}$ = capacidad mecánica de toda la armadura longitudinal.

s = separación entre estribos.

u = perímetro del contorno medio de la sección eficaz.

A_e = área de la sección total encerrada por u .

T_d = Momento torsor de cálculo.

Armadura mínima transversal

Viene dado por la siguiente expresión:

$$s_{t_{min}} = \frac{A_{st} \cdot f_{yd}}{0.02 \cdot f_{cd} \cdot b}$$

Donde:

s_t = separación mínima de estribos.

A_{st} = área de armadura mínima.

f_{yd} = grado de ductilidad del acero.

f_{cd} = grado de resistencia del hormigón a compresión.

b = ancho de la sección.

Compresión en el hormigón

Al mismo tiempo que las tracciones en diagonales y montantes, el mecanismo de la celosía da lugar a tensiones en las bielas de hormigón, siendo necesario comprobar que las mismas no son excesivamente elevadas, lo que originaría su rotura por aplastamiento.

Torsor resistido por las bielas comprimidas de hormigón

El torsor resistido por las bielas comprimidas de hormigón se deduce de la siguiente expresión:

$$\tau_{u1} = \alpha \cdot f_{lcd} \cdot A_e \cdot t \frac{\cot \beta}{1 + \cot^2 \beta}$$

Donde:

$f_{lcd} = 0.60f_{cd}$ = resistencia a compresión del hormigón.

$\alpha =$ 1.20 si hay cercos únicamente a lo largo del perímetro exterior de la pieza

1.50 si se dispone de cercos cerrados en ambas caras de la pared de la sección hueca equivalente o de la sección hueca real.

$\beta =$ ángulo entre las bielas de compresión de hormigón de la pieza.

$A_e =$ área encerrada por la línea media de la sección hueca eficaz de cálculo.

$t =$ espesor eficaz

Torsor resistido por las armaduras transversales

Viene dado por la expresión:

$$\tau_{u2} = \frac{2A_e A_t}{st} \cdot f_{yd} \cdot \cot g \beta$$

Torsor resistido por las armaduras longitudinales

Viene dado por la expresión:

$$\tau_{u3} = \frac{2A_e A_t}{ue} \cdot f_{yd} \cdot t g \beta$$

Deberá cumplir:

$$\tau_c \leq \tau_{u1}$$

$$\tau_c \leq \tau_{u2}$$

$$\tau_c \leq \tau_{u3}$$

Las armaduras longitudinales deberán distribuirse uniformemente en el perímetro de la sección. Si las dimensiones transversales de esta son menores de 50cm y el momento torsor no es importante, bastara con colocar redondos iguales en las esquinas. En caso contrario, habrá que disponer otros en las caras, con separaciones comprendidas entre 15cm y 20cm

Las armaduras transversales estarán constituidas por cercos cerrados, siendo conveniente disponer un buen solapo que asegure el cierre. Los ensayos demuestran que es suficiente cerrar los cercos con un doble gancho.

2.4.2. Torsión crítica

Se permite despreciar los efectos de torsión si el momento torsor mayorado es menor que (ver Anexo B-4):

$$\frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} * \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$$

Donde:

f'_c = resistencia especificada a la compresión del hormigón MPa.

A_{cp} = área encerrada por el perímetro exterior de la sección transversal de hormigón en mm².

P_{cp} = perímetro exterior de la sección transversal de hormigón en mm.

ϕ = factor de reducción de resistencia, para secciones controladas por tracción 0.90.

2.5. MATERIALES

2.5.1. Hormigón

La norma AASHTO 2004 clasifica a los hormigones según su resistencia a la compresión mostrándolo en el siguiente cuadro:

Clasificación de hormigones

Clase de Hormigón	Mínimo contenido de cemento Kg/m ³	Máxima relación agua-cemento Kg/Kg	Agregado grueso según AASHTO M43 (ASTM D 448) Tamaño aberturas cuadradas (mm)	Resistencia a la compresión a 28 días MPa	Uso
A	362	0.49	25 a 4.75	28	Generalmente se utiliza para todos los elementos de las estructuras, excepto cuando otra clase de hormigón resulta más adecuada.
B	307	0.58	50 a 25	17	Se utiliza en zapatas, pedestales, fustes de pilotes macizos y muros de gravedad.
C	390	0.49	12.5 a 4.75	28	Se utiliza en secciones delgadas, tales como barandas armadas de menos de 100 mm de espesor, como relleno en pisos de emparrillado de acero, etc.
P	334	0.49	25 a 4.75 ó 19 a 4.75	Según se especifique	Se utiliza cuando se requieren resistencias superiores a 28 MPa. En el caso del hormigón pretensado se debería considerar limitar el tamaño nominal de los agregados a 20 mm.
S	390	0.58	25 a 4.75	-	Se utiliza cuando es necesario colocar bajo agua en compartimentos estancos para obtener un sello impermeable al agua.
Baja densidad	334	Según se especifique			

Fuente: Norma AASHTO LRFD 2004

Como se observa en el cuadro anterior la norma AASHTO 2004 ya no permite hormigones tipo A de menos de 28MPa. Sin embargo para nuestro medio se usará un hormigón de 21 MPa.

- **Módulo de elasticidad**

El valor del módulo de elasticidad para un hormigón de una densidad normal es:

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c}$$

Dónde:

E_c = módulo de elasticidad o módulo de deformación longitudinal del hormigón en función a la resistencia característica a compresión, a los 28 días, en MPa.

f'_c = resistencia del hormigón a la compresión a los 28 días en MPa.

3. INGENIERÍA DEL PROYECTO

3.1. METODOLOGÍA DEL PROYECTO

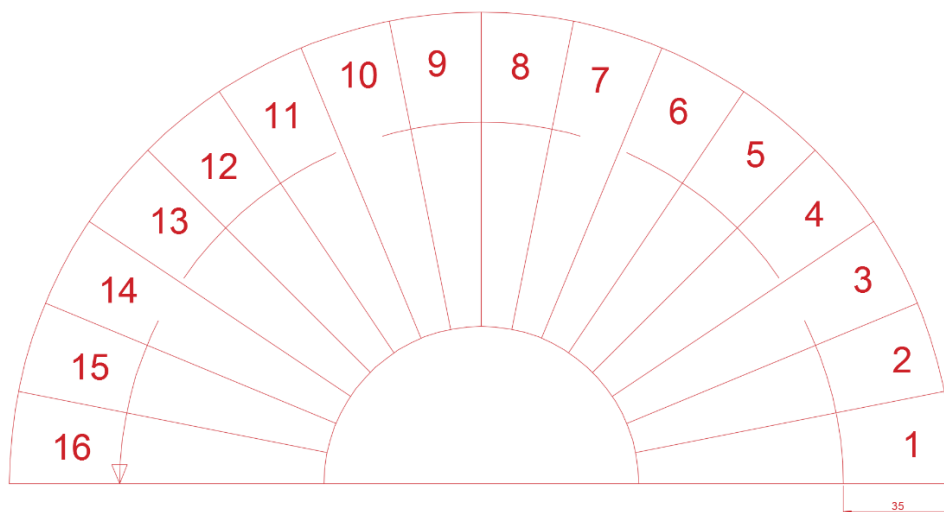
El estudio está dirigido a determinar la influencia de la torsión en escaleras helicoidales autoportantes con apoyos empotrados de manera analítica y sistemática.

Como ya se definió que el estudio de investigación estará delimitado a escaleras helicoidales autoportantes con apoyos empotrados, lo único que quedará por definir serán las constantes para el cálculo: Espesor de la losa, ángulo de desarrollo o rotación de la escalera, materiales cargas o solicitaciones y el número de peldaños; y las variables para el cálculo: ancho de peldaño o ámbitos de 1.00m, 1.10m, 1.20m, 1.30m, 1.40m y 1.50m. y radios internos de 0.50m, 0.60m, 0.70m, 0.80m, 0.90m y 1.00m.

3.1.1. Diseño geométrico de las escaleras.

Huella “b”

Es el nombre asignado a la componente horizontal del escalón; para nuestra investigación la huella de la escalera será variable según el ámbito y radio interno de la escalera en análisis sin embargo todas deberán cumplir que la línea de paso del peatón esté de 35 a 40cm del pasamano.



Fuente: Elaboración propia

Contrahuella “a”

Es el nombre asignado a la componente vertical del escalón; para nuestro estudio y usando la relación de $2a+b=60\text{cm}$ obtenemos una contrahuella de 18 cm, y la verificamos con recomendaciones de la norma NB 1220002 y bibliografía consultada.

Desnivel “ Δh ”

El desnivel que salvará nuestra escalera será de 2,88 m, relacionándolo con nuestra contrahuella de 18 cm estamos hablando de 16 escalones.

Angulo de rotación o desarrollo “ ϕ ”

El ángulo de rotación o desarrollo de la escalera es de 180° y será el mismo para todos los casos sujetos a análisis. (Ver Anexo A-2)

Radio externo y radio interno

Como analizaremos varias escaleras de ancho de peldaño o ámbitos de 1.00m, 1.10m, 1.20m 1.30m, 1.40m y 1.50m, es correcto decir que la resta de ambos radios me deberá dar como resultado ámbitos iguales a los mencionados, entonces con fin de cálculo y para un correcto análisis calcularemos escaleras de ámbitos de 1.00m, 1.10m, 1.20m 1.30m, 1.40m y 1.50m y para radios internos de 0.50m, 0.60m 0.70m, 0.80m, 0.90m, 1.00m. Haciendo un total de 36 combinaciones entre radios internos y ámbitos deseados, por lo tanto calcularemos en esta investigación 36 escaleras.

3.1.2. Cálculo de las escaleras

3.1.2.1. Definición de las cargas

Las cargas que actuarán en la estructura será únicamente la de peso propio y las cargas vivas de diseño.

Peso propio de la estructura

Consiste en el peso de la estructura en donde tomaremos un peso específico del hormigón armado igual a 2400 Kg/m^3 .

Como analizaremos varias escaleras de ámbitos de 1.00m, 1.10m, 1.20m, 1.30m, 1.40m y 1.50m; además de que la geometría restante de la escalera será constante entonces el peso propio estará en función al ancho de la losa y será directamente proporcional al mismo.

El espesor de la losa de la escalera usado para el cálculo es constante para todos los casos y es igual a 25cm, el predimensionamiento responde a lo establecido en la Tabla 9.5(a) en el código ACI 318-05. (Ver Anexo B-1)

Acabado

Bibliografía recomienda usar como peso del acabado un valor igual a 100 kg/m², por lo tanto asumiremos este valor y se mantendrá constante para todas las escaleras.

Sobrecargas

Asumiremos que la escalera será diseñada para una vivienda particular, por lo tanto de acuerdo al uso de la escalera tenemos una sobrecarga de 250kg/m² ~ 300kg/m² según recomendaciones de la norma y para nuestra investigación asumiremos 300kg/m².

3.1.2.2. Mayoración de cargas

Se analizaron los siete casos de combinaciones de carga y su simultaneidad según lo propuesto en la sección 9.2.1. Del código ACI 318-05.

Análisis de estados de carga

Para la mayoración de cargas se usarán las siete combinaciones de carga establecidas en apartado 9.2 del código ACI 318-05.

- 1.- $U = 1.4(D + F)$
- 2.- $U = 1.2(D + F + T) + 1.6(L + H) + 0.5(Lr \text{ o } S \text{ o } R)$
- 3.- $U = 1.2D + 1.6(Lr \text{ o } S \text{ o } R) + (1.0L \text{ o } 0.87W)$
- 4.- $U = 1.2D + 1.6W + 1.0L + 0.5(Lr \text{ o } S \text{ o } R)$
 $U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$
- 5.-
- 6.- $U = 0.9D + 1.6W + 1.6H$
- 7.- $U = 0.9D + 1.0E + 1.6H$

Donde:

D= Carga muerta.

E= Efecto de carga producido por sismo.

F= Carga debido al peso y presión de fluidos.

H= Carga debido al peso y empuje del suelo.

L= Carga viva.

Lr= Carga viva de cubierta.

R= Cargas por lluvia.

S= Carga por nieve.

T= Efectos acumulados de variación de temperatura, retracción, asentamiento diferencial y retracción del concreto.

U= Resistencia requerida para resistir cargas mayoradas.

W= Carga por viento.

En nuestro trabajo de investigación las cargas actuantes en nuestra estructura serán únicamente la carga muerta, que corresponde al peso de los acabados 100kg/m² sumado el peso propio de la estructura y la sobrecarga de uso, igual a 300kg/m² que corresponde a la sobrecarga para una escalera de una vivienda particular

$$D= 100\text{kg/m}^2 + \text{Peso Propio}$$

$$L= 300\text{kg/m}^2$$

Las cargas que pueden ser despreciadas en el análisis son la carga de viento, lluvia, nieve, presión de fluidos, carga de cubierta, sismo y empuje del suelo y efectos acumulados por asentamiento diferencial.

Por lo tanto:

$$1.- \quad U = 1.4(D + F)$$

$$2.- \quad U = 1.2(D + F + T) + 1.6(L + H) + 0.5(Lr \text{ o } S \text{ o } R)$$

$$3.- \quad U = 1.2D + 1.6(Lr \text{ o } S \text{ o } R) + (1.0L \text{ o } 0.87W)$$

$$4.- \quad U = 1.2D + 1.6W + 1.0L + 0.5(Lr \text{ o } S \text{ o } R)$$

$$5.- \quad U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$$

$$6.- \quad U = 0.9D + 1.6W + 1.6H$$

$$7.- \quad U = 0.9D + 1.0E + 1.6H$$

Se obtiene...

1.- $U = 1.4D$

2.- $U = 1.2D + 1.6L$

3.- $U = 1.2D + 1.0L$

4.- $U = 1.2D + 1.0L$

5.- $U = 1.2D + 1.0L$

6.- $U = 0.9D$

7.- $U = 0.9D$

Seleccionamos la combinación de carga que nos dé como resultado la situación más desfavorable

Por lo tanto para la combinación de carga o esfuerzos últimos usaremos:

$$U = 1.2D + 1.6L$$

Para la combinación de carga o estado de servicio usaremos:

$$U = 1.0D + 1.0L$$

3.1.2.3. Definición de los apoyos

Apoyos empotrados

Para el análisis, cálculo y una correcta idealización de la estructura la escalera contará con empotramientos en ambos extremos.

3.1.2.4. Definición de los materiales

Resistencia del Hormigón

Se usará un hormigón con resistencia especificada a la compresión de $f'c=21\text{MPa}$ que es igual a $f'c=210\text{kg/cm}^2$, con un módulo de elasticidad $E=21538.10577\text{MPa}$ y con peso específico de 2400kg/m^3 .

3.1.2.5. Definición del espesor de losa

Predimensionamiento

Se procedió a predimensionar el espesor de la losa para los 36 casos siguiendo lo establecido en el código ACI 318-05 en la tabla 9.5(a), posteriormente se analizó, comparó y se asumió un espesor representativo que será constante en el cálculo.

A continuación en tabla se predimensionará todos y cada uno de los 36 casos de escaleras y posteriormente se analizará y se escogerá un espesor representativo para todos.

Donde:
$$L' = \left(\sqrt{h^2 + (2 * \pi * R)^2} \right) \div 2$$

Longitud de desarrollo de una hélice en el espacio para un giro de 180

$$R = ri + \frac{\text{ambito}}{2} \qquad \text{ambito} = re - ri \qquad e = \frac{L'}{20}$$

# ESCALERA	Altura	ri=	re=	ámbito	L'=	e=		ecal=
	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
1	288	50	150	100	345.59	17.28	18	25
2	288	50	160	110	359.93	18.00	18	25
3	288	50	170	120	374.38	18.72	19	25
4	288	50	180	130	388.92	19.45	20	25
5	288	50	190	140	403.56	20.18	21	25
6	288	50	200	150	418.27	20.91	21	25
7	288	60	160	100	374.38	18.72	19	25
8	288	60	170	110	388.92	19.45	20	25
9	288	60	180	120	403.56	20.18	21	25
10	288	60	190	130	418.27	20.91	21	25
11	288	60	200	140	433.05	21.65	22	25
12	288	60	210	150	447.89	22.39	23	25
13	288	70	170	100	403.56	20.18	21	25

# ESCALERA	Altura	ri=	re=	ámbito	L'=	e=		ecal=
	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
14	288	70	180	110	418.27	20.91	21	25
15	288	70	190	120	433.05	21.65	22	25
16	288	70	200	130	447.89	22.39	23	25
17	288	70	210	140	462.8	23.14	24	25
18	288	70	220	150	477.75	23.89	24	25
19	288	80	180	100	433.05	21.65	22	25
20	288	80	190	110	447.89	22.39	23	25
21	288	80	200	120	462.8	23.14	24	25
22	288	80	210	130	477.75	23.89	24	25
23	288	80	220	140	492.75	24.64	25	25
24	288	80	230	150	507.79	25.39	26	25
25	288	90	190	100	462.8	23.14	24	25
26	288	90	200	110	477.75	23.89	24	25
27	288	90	210	120	492.75	24.64	25	25
28	288	90	220	130	507.79	25.39	26	25
29	288	90	230	140	522.87	26.14	27	25
30	288	90	240	150	537.99	26.90	27	25
31	288	100	200	100	492.75	24.64	25	25
32	288	100	210	110	507.79	25.39	26	25
33	288	100	220	120	522.87	26.14	27	25
34	288	100	230	130	537.99	26.90	27	25
35	288	100	240	140	553.14	27.66	28	25
36	288	100	250	150	568.32	28.42	29	25

Es importante mencionar que para el diseño de elementos solicitados por torsión es aconsejable trabajar con secciones esbeltas según lo recomendado en la sección 11.6 del código ACI 318-05 (Anexo B-3) para generar una mayor área encerrada por el flujo de

cortante, siguiendo todo lo recomendado en el código se calculará escaleras de 25cm de espesor de losa.

3.1.3. Torsión crítica

En este trabajo de investigación los esfuerzos torsores máximos obtenidos, es decir (T_u) se compararan con la torsión crítica según lo citado en el código ACI 318-05 sección 11.6.1. (Ver Anexo B-4).

La sección 11.6.1. permite despreciar los efectos de la torsión si el momento torsional mayorado T_u es menor que:

$$\frac{\phi \sqrt{f'c}}{12} * \left(\frac{Acp^2}{Pcp} \right)$$

ESC	Acp	Pcp	f'c	ø	Tc	Tc
	mm ²	mm	Mpa	adim	N.mm	Ton.m
1	250000	2500	21	0.75	7160274.5	0.730
2	275000	2700	21	0.75	8022159.4	0.818
3	300000	2900	21	0.75	8888616.6	0.906
4	325000	3100	21	0.75	9758761.2	0.995
5	350000	3300	21	0.75	10631922.8	1.084
6	375000	3500	21	0.75	11507584.1	1.173
7	250000	2500	21	0.75	7160274.5	0.730
8	275000	2700	21	0.75	8022159.4	0.818
9	300000	2900	21	0.75	8888616.6	0.906
10	325000	3100	21	0.75	9758761.2	0.995
11	350000	3300	21	0.75	10631922.8	1.084
12	375000	3500	21	0.75	11507584.1	1.173
13	250000	2500	21	0.75	7160274.5	0.730
14	275000	2700	21	0.75	8022159.4	0.818
15	300000	2900	21	0.75	8888616.6	0.906
16	325000	3100	21	0.75	9758761.2	0.995

ESC	Acp	Pcp	f'c	ø	Tc	Tc
	mm ²	mm	Mpa	adim	N.mm	Ton.m
17	350000	3300	21	0.75	10631922.8	1.084
18	375000	3500	21	0.75	11507584.1	1.173
19	250000	2500	21	0.75	7160274.5	0.730
20	275000	2700	21	0.75	8022159.4	0.818
21	300000	2900	21	0.75	8888616.6	0.906
22	325000	3100	21	0.75	9758761.2	0.995
23	350000	3300	21	0.75	10631922.8	1.084
24	375000	3500	21	0.75	11507584.1	1.173
25	250000	2500	21	0.75	7160274.5	0.730
26	275000	2700	21	0.75	8022159.4	0.818
27	300000	2900	21	0.75	8888616.6	0.906
28	325000	3100	21	0.75	9758761.2	0.995
29	350000	3300	21	0.75	10631922.8	1.084
30	375000	3500	21	0.75	11507584.1	1.173
31	250000	2500	21	0.75	7160274.5	0.730
32	275000	2700	21	0.75	8022159.4	0.818
33	300000	2900	21	0.75	8888616.6	0.906
34	325000	3100	21	0.75	9758761.2	0.995
35	350000	3300	21	0.75	10631922.8	1.084
36	375000	3500	21	0.75	11507584.1	1.173

El detalle del cálculo permite conocer cómo se comporta la estructura a medida que aumenta el radio interno y cómo se comporta la estructura a medida que crece el ámbito o ancho de la escalera.

3.2. Ejemplo de cálculo

Se ha escogido una escalera de las 36 para realizar un cálculo detallado e ilustrarlo como ejemplo; para el ejemplo ilustrativo se escogió la escalera 6.

ESCALERA 6

Geometría

Huella: 32.35 cm

Contrahuella: 18 cm

#Escalones: 16.

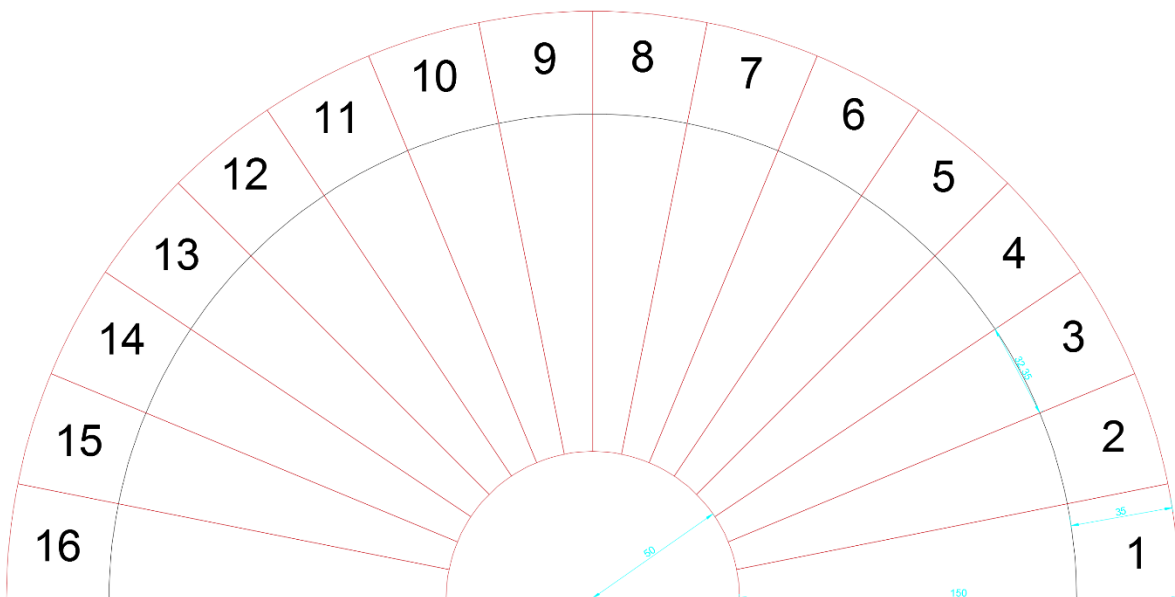
Desnivel: 288 cm

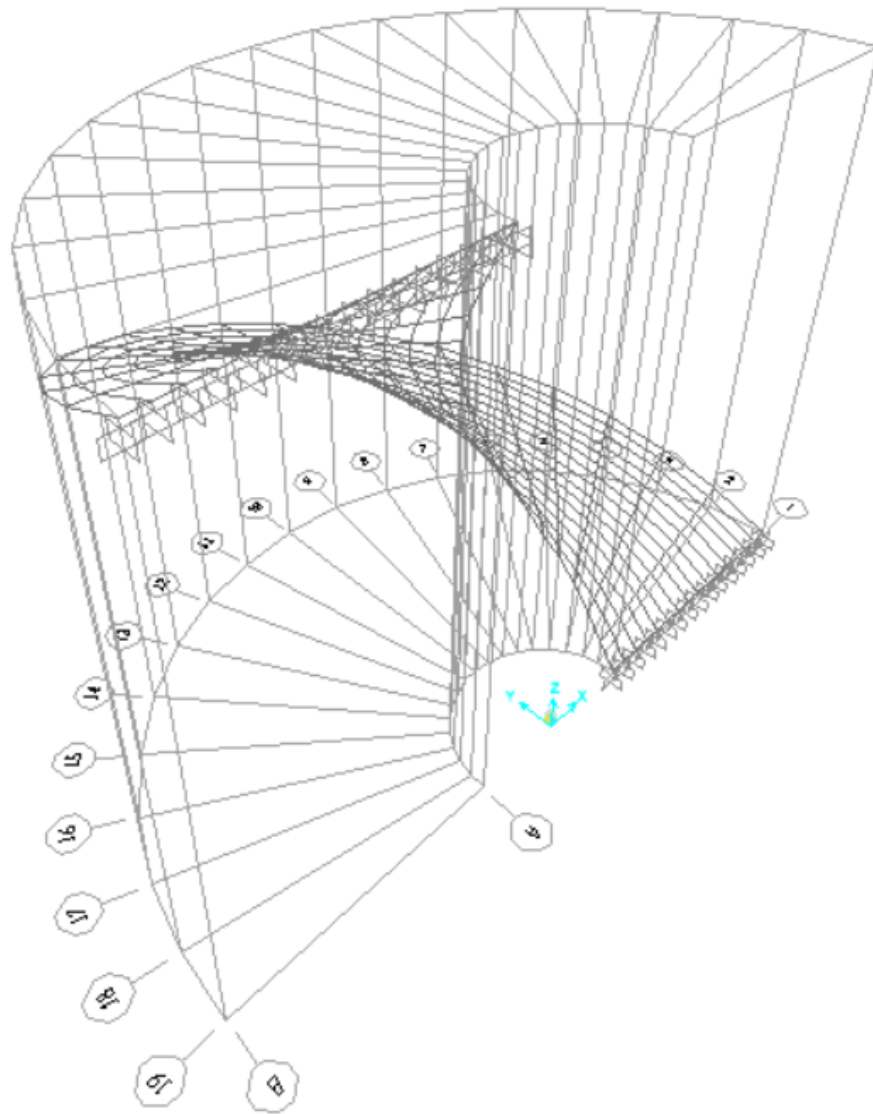
Angulo de rotación o desarrollo: 180°

Radio interno: 50 cm

Radio externo: 200 cm

Ámbito: 150 cm





Idealización de la estructura en elementos Shell (Sap 2000) con divisiones angulares cada 10° y divisiones radiales cada 10 cm.

Al momento de ingresar al paquete se idealiza la escalera como una losa de 25cm de espesor.

Es importante conocer que para una mejor aproximación en el cálculo se deberá trabajar con elementos Shell (Área) lo más cuadrado posibles siempre y cuando las limitaciones del software lo permitan.

Cargas

Acabado: 100 kg/m²

Sobrecargas: 300 kg/m²

Object Model - Area Information

Location | Assignments | **Loads**

Identification

Label

Load Pattern	DEAD
Uniform Load	
Coordinate System	GLOBAL
Load Direction	Gravity
Force/Area	100.
Load Pattern	LIVE
Uniform Load	
Coordinate System	GLOBAL
Load Direction	Gravity
Force/Area	300.

Kgf. m. C

Update Display

Modify Display

OK

Cancel

Se procede a aplicar a la estructura la carga de acabado y la carga viva, como cargas uniformemente distribuidas en toda la superficie.

No existe la necesidad de aplicar la carga de peso propio ya que el programa la calcula automáticamente.

Load Pattern Definitions

Table: Load Pattern Definitions

Load Pat	Design Type	Self Wt Mult	Auto Load	GUID	Notes
DEAD	DEAD	1.000000			
LIVE	LIVE	0.000000			

En la tabla generada por el paquete podemos verificar que nuestra estructura está correctamente cargada, además de que en la columna “self weight multiplier” indica que el peso propio sí está tomándose en cuenta en la carga muerta.

Mayoración de cargas

- SERVICIO: $S = 1.0D + 1.0L$
- ULTIMA: $U = 1.2D + 1.6L$

Combination Definitions

Table: Combination Definitions

ComboName	Combo Type	AutoDesign	CaseType	CaseName	ScaleFactor
ULTIMA	Linear Add	No	Linear Static	DEAD	1.200000
ULTIMA			Linear Static	LIVE	1.600000
SERVICIO	Linear Add	No	Linear Static	DEAD	1.000000
SERVICIO			Linear Static	LIVE	1.000000

Una vez cargada la estructura, se procede a definir las combinaciones de carga deseadas.

En la tabla de combinaciones de carga podemos apreciar los factores de mayoración de 1.2 para la carga muerta y 1.6 para la carga viva, ambas pertenecientes a la combinación de carga última.

Por otra parte el factor multiplicador para la combinación de carga de servicio, sería igual a 1.

Materiales

Hormigón H-21

Material Properties - Basic Mechanical Properties

Table: Material Properties - Basic Mechanical Properties

Material	UnitWeight Kgf/cm3	UnitMass Kgf-s2/cm4	E1 Kgf/cm2	G12 Kgf/cm2	U12	A1 1/C
H - 21	2.4000E-03	2.4473E-06	219627.55	91511.48	0.200000	9.9000E-06

Se procede a definir las características de nuestro hormigón, identificando que para nuestro cálculo se usa un hormigón con un peso específico igual a 2400kg/m3 y un módulo de elasticidad de 21927.55 kg/cm2 que es igual a 21538.10577MPa.

Espesor de la losa

Espesor: 25cm

Area Section Properties, Part 1 of 2

Section	Material	MatAngle Degrees	AreaType	Type	DrillDOF	Thickness cm	BendThick cm
ESC 6	H - 21	0.000	Shell	Shell-Thin	Yes	25.0000	25.0000

Se puede verificar desplegando la tabla de propiedades de la sección, que definimos correctamente el espesor “thikness” de la losa.

Area Section Properties, Part 2 of 2

Section	Color	TotalWt Kgf	TotalMass Kgf-s2/cm	F11Mod	F22Mod
ESC 6	Green	4426.64	4.51	1.000000	1.000000

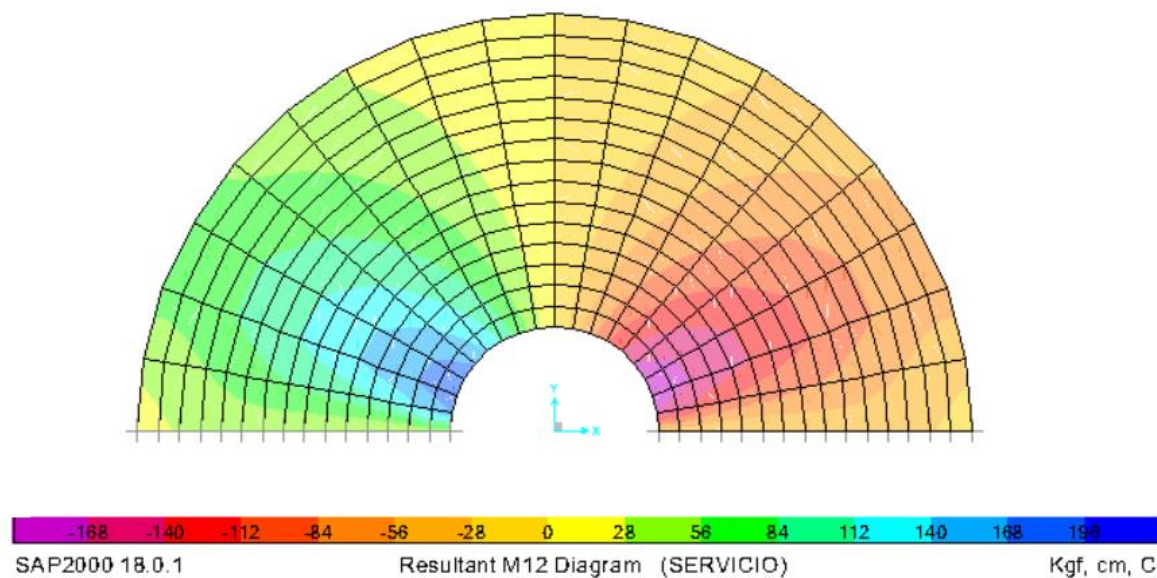
El paquete procede automáticamente a calcular el peso propio de la estructura una vez definidas las propiedades del hormigón y de la sección.

Para la escalera 6 se tiene un peso propio calculado de 4426.64 Kg.

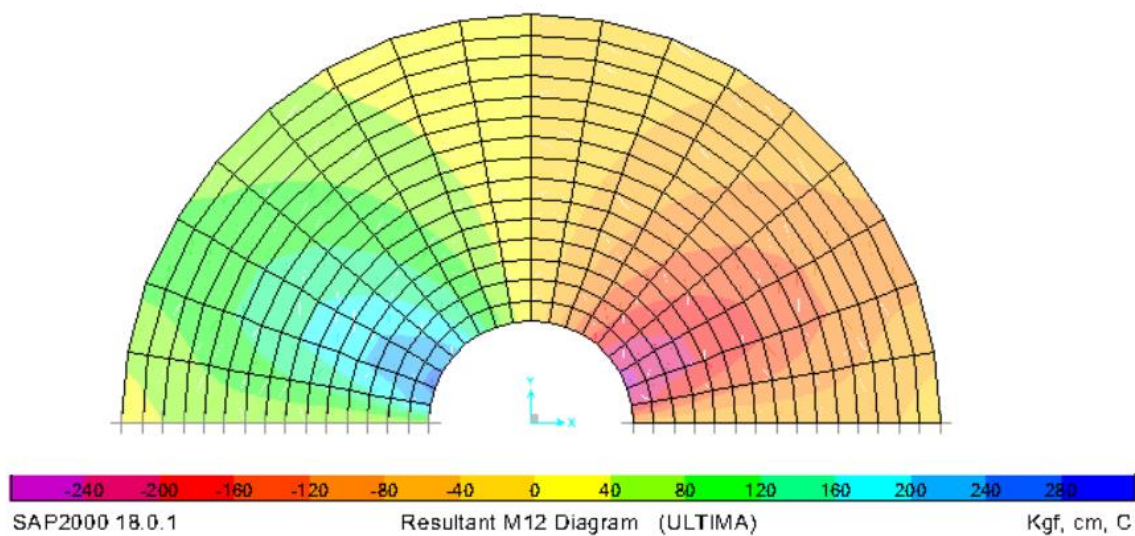
Una vez cargada la estructura, definidas las combinaciones de carga y geometría de la losa, se procede a correr el programa y comenzar con el análisis de fuerzas resultantes.

Para este estudio interesa conocer los momentos resultantes en el plano 1-2, ya que estos representan al momento torsor.

Esfuerzos torsores



Una vez escogido el momento 12 (M12) podemos desplegar la siguiente gráfica que nos muestra la distribución del momento torsor con una escala de colores y valores.



Se puede observar que los esfuerzos máximos debido a la torsión se localizan en los extremos internos del helicoide. (Ver reporte de cálculo en Anexo C-2)

Inmediatamente se identifica una simetría de esfuerzos resultantes, por lo que el análisis se lo hará hasta centro luz por facilidad, o mejor dicho hasta un ángulo de desarrollo de 90°.

Las secciones de estudio serán cada 10°.

Torsión crítica

La sección 11.6.1. del código ACI 318-05 permite despreciar los efectos de la torsión si el momento torsional mayorado T_u es menor que:

$$\frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} * \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right)$$

$$A_{cp} = 25\text{cm} * 150\text{cm} * 10^2 = 375000\text{mm}^2$$

$$P_{cp} = (25\text{cm} + 25\text{cm} + 150\text{cm} + 150\text{cm}) * 10 = 3500\text{mm}$$

$$f'_c = 21\text{MPa}$$

$$\phi = 0.75$$

$$T_c = 11507584.05 \text{ N-mm}$$

Una vez calculado los esfuerzos máximos torsores “ T_u ” se procede a compararlos con la torsión crítica “ T_c ”.

ESCALERA 6					
	Tu	Tu	Tc	Tc	
	N.mm	Ton.m	N.mm	Ton.m	
Apoyo	6241230	0.636	11507584.1	1.173	NO CALCULO
10°	7278850	0.742	11507584.1	1.173	NO CALCULO
20°	10822628	1.104	11507584.1	1.173	NO CALCULO
30°	19282426	1.966	11507584.1	1.173	CALCULO
40°	17351844	1.769	11507584.1	1.173	CALCULO
50°	18798418	1.917	11507584.1	1.173	CALCULO
60°	22494182	2.294	11507584.1	1.173	CALCULO

	Tu	Tu	Tc	Tc	
	N.mm	Ton.m	N.mm	Ton.m	
70°	14647714	1.494	11507584.1	1.173	CALCULO
80°	39505852	4.028	11507584.1	1.173	CALCULO
90°	2771232	0.283	11507584.1	1.173	NO CALCULO

En la tabla se puede observar el momento máximo generado por la combinación de carga última en cada sección comparado con el momento crítico.

Para prescindir de una armadura extra que resista la torsión deberá cumplir: $T_u < T_c$

$$T_u < T_c$$

$$19282426\text{N-mm} < 11507584.05\text{ N-mm}$$

NO CUMPLE

Como no cumple la condición establecida por el código ACI 318-05 para despreciar una armadura adicional a torsión, por lo tanto lo correcto será que el calculista tome en cuenta la disposición de una armadura adicional que resista tales efectos desde los 30° de desarrollo hasta los 80°. (Ver Anexo C-1)

Como es necesaria una comparación con un método analítico, en este estudio de investigación se procedió a calcular la misma escalera con el método de Morgan.

Es necesario decir que este método analítico está basado en idealizaciones y supuestos donde se reduce el helicoide a una línea elástica que tiene la misma rigidez que la estructura original, sin embargo esta simplificación ignora la acción de la losa helicoidal además de que asume la rigidez de flexión y torsión de manera combinada en un haz recto.

MÉTODO MORGAN

ESCALERA 6

Datos de Entrada

h=	288	cm	9.4488	ft	
Ángulo de giro β=	180	°	3.1416	rad	
Radio interno=	50	cm	1.6404	ft	
Radio externo=	200	cm	6.5617	ft	
Diámetro u ojo=	100	cm	3.2808	ft	
Ámbito=	150	cm	4.9213	ft	59.055 in
espesor losa=	25	cm	0.8202	ft	9.8425 in
Acabados=	100	kg/m ²	20.482	lb/ft ²	
Sobrecarga=	300	kg/m ²	61.445	lb/ft ²	
γHo=	2400	kg/m ³	149.83	lb/ft ³	

Longitud de Arco interno

$$l1 = \sqrt{(\pi * d)^2 + (h)^2}$$

$$l1 = 6.9913 \text{ ft}$$

Longitud de Arco externo

$$l2 = \sqrt{(\pi * d)^2 + (h)^2}$$

$$l2 = 21.149 \text{ ft}$$

Área de losa

$$A = \frac{1}{2} * (L1 + L2) * \text{Ámbito}$$

$$A = 69.242 \text{ ft}^2$$

Peso Muerto por Losa= 8509.1 lb

Peso Muerto por Acabados= 1418.2 lb

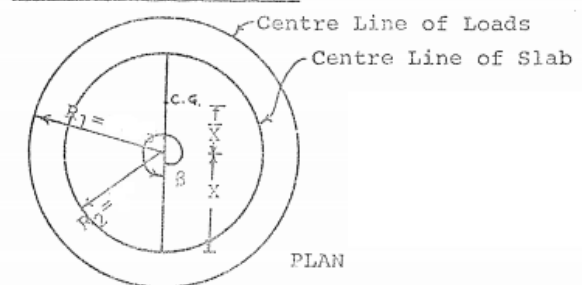
$$\text{Dead} = 9927.3 \text{ lb}$$

$$9.9273 \text{ Kips}$$

Cálculo de Carga Viva

$$R1 = \frac{2}{3} * \left(\frac{re^3 - ri^3}{re^2 - ri^2} \right)$$

Live Load Calculation



$$R1 = 4.5932 \text{ ft}$$

$$R2 = 4.1011 \text{ ft}$$

$$L.L. = \pi(re^2 - ri^2) * \text{Sobrecarga}$$

$$L.L. = 7791.8 \text{ lb}$$

$$7.7918 \text{ kips}$$

Carga por unidad de longitud horizontal proyectada

$$WT = w * R1 * \beta$$

$$w = 1.2279 \text{ kips/ft}$$

Ángulo ascendente

$$\tan(\varphi) = \frac{h}{R2 * \beta}$$

$$\varphi = 36.256^\circ$$

Distancia del centro de CG de las cargas al centro

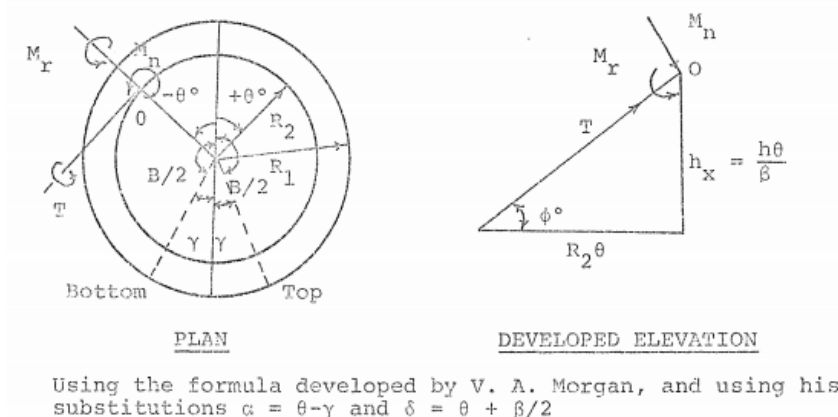
$$\bar{x} = \frac{2 * R1}{\beta} \text{Sen}\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

$$x = 2.9241 \text{ ft}$$

Si:

$$H * h = WT(\bar{x} + x)$$

$$H = 13.174 \text{ kips}$$



$$\alpha = \theta - 90^\circ$$

$$\text{Torsion: } T_o = [wR_1R_2(\cos \alpha - \theta) - \frac{Hh}{\beta} \delta \cos \theta - wR_1^2 \sin \alpha] \cos \phi + HR_2 \sin \theta \sin \phi$$

$$T_o = \left[23.13016414 \left(\cos(\theta - 90) - \frac{\theta * \pi}{180} \right) - \left(39.62273437(\theta - 90) * \frac{\pi}{180} \right) \cos \theta - \dots \right] \\ - 25.90560335 \sin(\theta - 90)] * 0.806382678 + 31.95177598 \sin \theta$$

La ecuación de la torsión puede también expresarse de la siguiente manera:

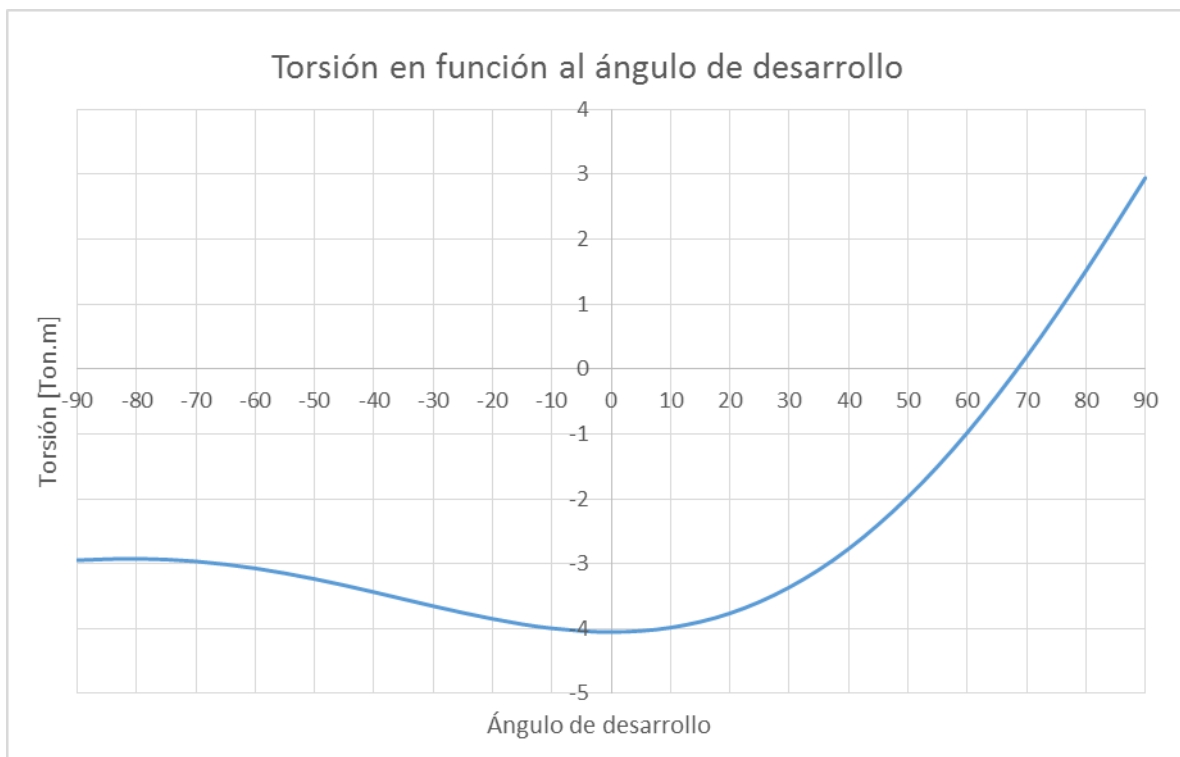
$$\text{Torsión} = \left[wR_1R_2(\cos \alpha - \theta) - \frac{Hh}{\beta} \delta \cos \theta - wR_1^2 \sin \alpha \right] \cos \phi * \frac{1}{k} + HR_2 \sin \theta \sin \phi * \frac{1}{k}$$

La ecuación está dada para ingresar con un factor [k] igual a 7233 que sirve para obtener la torsión en toneladas por metro.

Debido a que las ecuaciones utilizadas por Morgan en el método aproximado están en “libras” y “pies”, se procede a convertir recién los resultados a “newton” y “milímetros”.

θ °	T Nmm
90	28886
80	38489
70	48435
60	58438
50	68135
40	77102
30	84879
20	90987
10	94960
0	96369
-10	94423

-20	90129
-30	82038
-40	70544
-50	55755
-60	37932
-70	17486
-80	-5019.9
-90	-28886



En la tabla generada se puede observar cómo varía la torsión según el ángulo de rotación, siendo -90° el apoyo inferior y $+90^\circ$ el apoyo superior.

Igualando la ecuación a cero, fácilmente se puede determinar el lugar exacto en que no existe momento torsor, siendo este a 68.449° , o bien a 21.551° antes de llegar al apoyo superior.

De los resultados obtenidos se puede observar que los momentos torsores en los apoyos son iguales, sin embargo el máximo momento se produce en centro luz.

También se puede observar una asimetría en cuanto a la distribución de los momentos torsores resultantes.

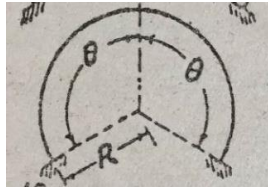
Si se realiza el mismo análisis comparativo de los momentos máximos con la torsión crítica, se puede observar que prácticamente se requiere de una armadura extra por torsión en toda la estructura.

ESCALERA 6					
	Tu	Tu	Tc	Tc	
	N.mm	Ton.m	N.mm	Ton.m	
90	28885702.5	2.946	11507584.1	1.173	CALCULO
80	14855697.8	1.515	11507584.1	1.173	CALCULO
70	1887976.56	0.193	11507584.1	1.173	NO CALCULO
60	9608682.17	0.980	11507584.1	1.173	NO CALCULO
50	19343455.4	1.972	11507584.1	1.173	CALCULO
40	27150255.4	2.769	11507584.1	1.173	CALCULO
30	32981628.7	3.363	11507584.1	1.173	CALCULO
20	36898586.9	3.763	11507584.1	1.173	CALCULO
10	39066539.9	3.984	11507584.1	1.173	CALCULO
0	39722755.8	4.051	11507584.1	1.173	CALCULO
-10	39174598.5	3.995	11507584.1	1.173	CALCULO
-20	37756819.7	3.850	11507584.1	1.173	CALCULO
-30	35822067.4	3.653	11507584.1	1.173	CALCULO
-40	33709702.9	3.437	11507584.1	1.173	CALCULO
-50	31723429.6	3.235	11507584.1	1.173	CALCULO
-60	30115022.7	3.071	11507584.1	1.173	CALCULO
-70	29060603	2.963	11507584.1	1.173	CALCULO
-80	28652230.6	2.922	11507584.1	1.173	CALCULO
-90	28885702.5	2.946	11507584.1	1.173	CALCULO

MÉTODO BERGMAN

DATOS

$2\Theta = 180^\circ$
 $b = 150 \text{ cm}$
 $h = t = 25 \text{ cm}$
 $R = 1.25$
 $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$
 $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 sobrecarga = 300 kg/m^2
 acabados = 100 kg/m^2
 h "escalera" = 2.88 m



$\gamma_{Ho} = 2400 \text{ kg/m}^2$
 $\alpha = 30^\circ$
 $cp = 18 \text{ cm}$

Peso Propio

$$P.P. = \gamma_{Ho} * \left(\left(\frac{cp}{2} \right) + \left(\frac{t}{\cos \alpha} \right) \right)$$

Peso para 1m de largo por 1m de ancho de escalera

$P.P = 0.216 \text{ tn/m}^2$
 $P.P = 0.6928 \text{ tn/m}^2$
 acabados = 0.10 tn/m^2

WD = 1.01 tn/m²

WL = 0.3 tn/m²

$$W_u = 1,2WD + 1,6WL$$

WU = 1.6906 tn/m²

Multiplicando por el ancho de la escalera

WU = 2.5359 tn/m

Mediante tablas hallamos el valor de "K"

$$U = \left(\frac{2(K+1) \text{sen}\theta - 2K\theta \text{cos}\theta}{(K+1)\theta - (K-1) \text{sen}\theta \text{cos}\theta} \right)$$

$b/h = 6.000 \rightarrow k = 0.665$
 $\Theta = 90^\circ$
 grados
 $\text{sen}\Theta = 1$
 $\text{cos}\Theta = 6E-17$
 Convirtiendo a radianes
 $\Theta = 1.5707 \text{ rad}$

U = 1.2733

Momento de flexión

$$M_o = WR^2(U - 1)$$

$$\boxed{(+)} \quad \boxed{M_o = 1.08 \text{ ton-m}}$$

En el medio paño

$$\text{Para} = 0^\circ$$

$$M_o = WR^2(U \cos \alpha - 1)$$

$$\boxed{(-)} \quad \boxed{M_o = 3.96 \text{ ton-m}}$$

En cualquier sección

$$\text{Para} = 90^\circ \\ 1.57 \text{ rad}$$

Analizando punto de inflexión...

Igualamos a 0

$$0 = WR^2(U \cos \alpha - 1)$$

$$1/U = 0.785$$

$$\alpha = 38.25^\circ$$

Cálculo de As

$$\boxed{(+)} \quad M = 1.08 \text{ ton-m} \quad \longrightarrow \quad \boxed{A_s = 1.33 \text{ cm}^2}$$

$$\boxed{(-)} \quad M = 3.96 \text{ ton-m} \quad \longrightarrow \quad \boxed{A_s = 4.9642 \text{ cm}^2}$$

Esta A_s nos da un determinado N° de barras de acero tanto negativas como positivas que se colocan arriba o abajo. El hecho de que se coloquen a todo lo largo del escalon depende de la magnitud del momento teniendo en cuenta que generalmente se hace llegar a los extremos un 50% del A_s necesario en el medio, para los momentos positivos. Igualmente para los momentos negativos.

ARMADURA A FLEXION

Datos:

Propiedades de los materiales:

$f'c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$Mu (+) = 108303.06 \text{ Kg.cm}$

$Mu (-) = 396231 \text{ Kg.cm}$

Propiedades geometricas:

b=	100	cm
h=	25	cm
rec=	2.5	cm
ϕ =	1.6	cm

$$As = \frac{Mu}{\phi * fy * \left(d - \frac{a}{2}\right)}$$

asumido

Canto útil

$$d = h - \phi/2 - r$$

d=	21.7	cm
d=	21.7	cm

Cálculo de armadura necesaria

$$a = d \left[1 - \sqrt{1 - 2.6144 \cdot \frac{Mu}{f'c \cdot b \cdot d^2}} \right]$$

$$As = \frac{0.85 \cdot f'c \cdot a \cdot b}{fy}$$

La profundidad del bloque de compresiones es:

(+) **a= 0.3129 cm**

(-) **a= 1.168 cm**

por tanto la armadura necesaria es: #barras= 1

As= 1.33 cm²

#barras= 3

As= 4.9642 cm²

Finalmente usamos:

1	ϕ	16	mm	3	ϕ	16	mm
---	--------	----	----	---	--------	----	----

Momento de Torsión

$$T - T_c = 0$$

En el medio paño

Para= 90 °

$$T_A = WR^2(U \operatorname{sen} \alpha - \alpha^*)$$

En cualquier sección

W= 2.5359 ton-m

$$\mathbf{TA = -1.178 \text{ ton-m}}$$

R= 1.25

U= 1.2733

sen α = 1

α^* = 1.5707 rad

α °	sen α =	α^* =	T Ton.m
90	1	1.5707	-1.178
80	0.9848	1.3962	-0.563
70	0.9397	1.2216	-0.099
60	0.866	1.0471	0.2204
50	0.766	0.8726	0.4074
40	0.6428	0.6981	0.4771
30	0.5	0.5236	0.4482
20	0.342	0.349	0.3426
10	0.1736	0.1745	0.1846
0	0	0	0

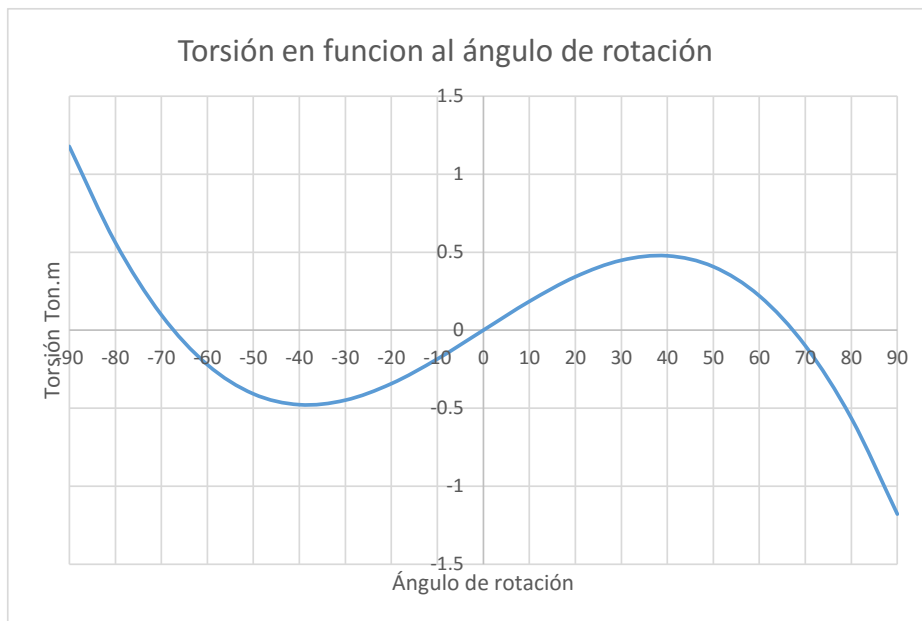
Punto de inflexión

Igualamos a cero

$$0 = WR^2(U \operatorname{sen} \alpha - \alpha^*)$$

α = 1.1349 rad

$$\mathbf{\alpha = 65.029^\circ}$$



Corte en el apoyo

$$V = WR\alpha^*$$

$$\mathbf{V = 4.9788 \text{ ton}}$$

Diseño por Corte y Torsión

El momento torsor es: $M_t = -1.178 \text{ ton-m}$
 El corte en el apoyo es: $V = 4.9788 \text{ ton}$

$\lambda = 30^\circ$
 Ángulo vertical entre la horizontal
 y una tangente al eje longitudinal

Transformandolo...

$$M_{t1} = M_t \cos 30^\circ$$

$$M_{tu} = \boxed{M_{t1} = -1.02 \text{ ton-m}}$$

$$V_1 = V \cos 30^\circ$$

$$\boxed{V_1 = 4.3118 \text{ ton}}$$

Donde:

$$\tau_u = \frac{3M_t}{\phi \sum x^2 y}$$

$$M_t = -1E+05 \text{ kg-cm}$$

$$\phi = 0.85$$

$$x = 25 \text{ cm}$$

$$y = 150 \text{ cm}$$

$$f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$\boxed{\tau_u = -3.841 \text{ Kg/cm}^2}$$

$$\tau_{min} = 0,398 * \sqrt{f'c}$$

$$\boxed{\tau_{min} = 5.7676 \text{ Kg/cm}^2}$$

$$\tau_u > \tau_{min}$$

Si $\tau_u > \tau_{min}$ se diseña por torsión

$$3.8413 > 5.7676$$

Donde:

$$T_u = 3.8413 \text{ kg-cm}$$

$$V_u = 4311.8 \text{ kg}$$

$$\phi = 0.85$$

$$b = 150 \text{ cm}$$

$$d = 21.7 \text{ cm}$$

$$f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$$

$$\gamma_u = \frac{V_u}{\phi * b * d}$$

$$\gamma_u = 1.5584 \text{ kg/cm}^2$$

$$\gamma_u = 1.7799 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{max} = \frac{3,18\sqrt{f'c}}{\sqrt{1 + \left(1,2 * \frac{\gamma u}{\tau u}\right)}}$$

$$\tau_{max} = 37.792 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{max} > \tau_U$$

$$37.792 > 3.8413$$

Si $T_{max} > T_U$ las dimensiones son correctas

$$\tau_c = 0,2\tau_{max}$$

$$\tau_c = 7.5585 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_c < \tau_U$$

$$7.5585 < 3.8413$$

Si $T_c < T_U$ necesita armadura por torsion

Diseño a Corto - Torsion

Donde:

$$M_{tc} = (\tau_c * \phi \sum x^2 y) / 3$$

$$\tau_c = 7.5585 \text{ kg/cm}^2$$

$$\phi = 0.85$$

$$x = 25 \text{ cm}$$

$$y = 150 \text{ cm}$$

$$M_{tc} = 2.0077 \text{ ton-m}$$

Momento torsor tomado por la armadura M_{ts}

$$M_{tu} = 1.0203 \text{ ton-m}$$

$$M_{ts} = M_{tu} - M_{tc}$$

$$M_{ts} = -0.987 \text{ ton-m}$$

Área de aceros para estribos por torsión

$$\frac{A_o}{s} = \frac{M_{ts}}{\phi * R * x_1 * y_1 * f_y} \quad \text{Donde:} \quad R = 0,66 + 0,33 \frac{y_1}{x_1} \leq 1,5$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 25 \text{ cm} \\ y_1 &= 150 \text{ cm} \\ M_{ts} &= 0.9874 \text{ ton-m} \\ f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \\ \phi &= 0.85 \end{aligned}$$

$$R = 1.5$$

$$A_o/s = 0.0049 \text{ cm}^2/\text{cm}$$

Calculamos el cortante tomado por los estribos

$$V_s = V_u - V_c$$

$$V_c = \phi * V_c * b * d \quad \text{Donde:} \quad V_c = \frac{0,53 * \sqrt{f'_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\tau_u}{1,2V_u}\right)^2}}$$

Donde:

$$\begin{aligned} f'_c &= 210 \text{ kg/cm}^2 \\ \tau_u &= 3.8413 \text{ kg/cm}^2 \\ v_u &= 1.5584 \text{ kg/cm}^2 \\ b &= 150 \text{ cm} \\ d &= 21.7 \text{ cm} \\ \phi &= 0.85 \end{aligned}$$

$$V_c = 3.3619 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_c = 9.3017 \text{ ton}$$

$$V_u = V_u * \phi * b * d$$

$$\begin{aligned} V_u &= 1.5584 \text{ kg/cm}^2 \\ b &= 150 \text{ cm} \\ d &= 21.7 \text{ cm} \\ \phi &= 0.85 \end{aligned}$$

$$V_u = 4.3118 \text{ ton}$$

Cálculo de acero longitudinal A1 por torsión

$$\begin{aligned} f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \\ x &= 25 \text{ cm} \\ \tau_U &= 3.8413 \text{ kg/cm}^2 \\ V_U &= 1.5584 \text{ kg/cm}^2 \\ 2A_o/s &= 0.0098 \text{ cm}^2/\text{cm} \\ x_1 &= 25 \text{ cm} \\ y_1 &= 150 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$A_1 = \left(\frac{28.12 * x}{f_y} * \left(\frac{\tau_u}{\tau_u + \nu u} \right) - \frac{2A_o}{s} \right) * (x_1 + y_1)$$

$$A_1 = 19.117 \text{ cm}^2$$

$$A_1 = \frac{2A_o}{s} * (x_1 + y_1)$$

$$A_1 = 1.7209 \text{ cm}^2$$

El As TOTAL NEGATIVO es:

$$\begin{aligned} A_s &= 4.9642 \text{ cm}^2 \\ A_s &= 0.8605 \text{ cm}^2 \\ \hline A_{sT} &= 5.8247 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

(-) Negativo de flexión
Usamos la mitad (A1/2)

El As POSITIVO

$$(+A_s = 0.8605 \text{ cm}^2)$$

Cálculo del As de anclaje

$$W_u = 2.5359 \text{ ton/m}$$

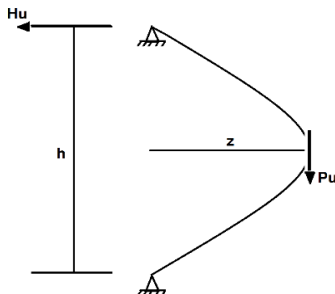
$$P_u = W_u * 0.25$$

$$P_u = 0.634 \text{ ton}$$

$$\begin{aligned} z &= 1.25 \text{ m} \\ h &= 2.88 \text{ m} \end{aligned}$$

$$H_u = \frac{P_u * z}{h}$$

$$H_u = 0.2752 \text{ ton}$$



3.3. Análisis comparativo e interpretación

El método analítico de Morgan es un método de aproximaciones que está basado en idealizaciones y supuestos donde se reduce el helicoides a una línea elástica que tiene la misma rigidez que la estructura original, sin embargo esta simplificación ignora la acción de la losa helicoidal además de que asume la rigidez de flexión y torsión de manera combinada en un haz recto.

Así mismo hace uso del principio de simetría, de tal manera que divide la escalera en dos partes iguales a partir del medio del vano.

Por otra parte el método de los Elementos Finitos, durante su interpretación en el software sap2000 se aprecia algunas limitaciones durante la idealización de la estructura, tales como el número de elementos de cálculo área (shell) en los que se procede a dividir la estructura.

Al momento de que se lectura los torsosres máximos para cada sección en estudio también se nota una deficiencia del programa ya que la herramienta diseñada para tal efecto trabaja de manera más eficiente y precisa en elementos localizados en el plano y no así en elementos tridimensionales.

Haciendo un análisis comparativo de ambas metodologías de cálculo se puede apreciar que el momento torsor máximo calculado por el Método Aproximado de Morgan da un valor de 39722755.8N-mm mientras que el cálculo generado en el software Sap2000 da un valor de 19282426N-mm.

Es decir que los momentos torsosres que se obtiene mediante el software sap2000 son la mitad de los calculados por el método aproximado de Morgan.

Es importante también mencionar que los momentos generados por Morgan obedecen a una línea central de la escalera mientras que para el análisis y obtención de momentos máximos generados por el método de E.F. con la ayuda del software sap2000 obedecen al momento máximo generado en cada sección de estudio.

Haciendo un análisis en cuanto a la distribución de momentos se puede apreciar de manera clara que según el método de Morgan prácticamente toda la escalera está sometida a torsión, mientras que los resultados obtenidos por el paquete sap2000 cuya lógica de

cálculo obedece al de los Elementos Finitos, se puede observar que existen secciones de las cuales se puede prescindir de una armadura a torsión.

Por otra parte el método analítico de Bergman presenta una gran similitud respecto al diagrama de distribución de momentos generado con la herramienta de cálculo sap2000 y no así con el diagrama de momentos generado por el método aproximado de Morgan, sin embargo los momentos máximos de torsión siguiendo la analogía de Bergman, se producen en los apoyos disidiendo de esta manera con lo obtenido con la herramienta de cálculo sap2000 en el cual claramente se observa que los momento en apoyos son nulos.

Comparando ambos métodos aproximados se podría decir que Bergman es más acertado que Morgan en cuanto a la distribución de momentos torsores en la escalera.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El diseño y construcción de escaleras helicoidales sigue siendo realizado en forma empírica donde el cálculo y dimensionamiento es aún incierto. Es por esto que con la intención de brindar una idea científicamente comprobada es que se realiza la comparación y análisis de la torsión en diferentes escaleras helicoidales, para poder generar así un mejor criterio y conocimiento para el calculista.

Se redujo el número de variables de cálculo, por lo que los resultados y análisis realizados comprenden un estudio de la influencia de la torsión cuando una escalera es de radio interno u “ojo” de escalera variable y de igual manera se estudió la influencia de la torsión cuando una escalera aumenta su ancho de peldaño o “ámbito”.

El cálculo y desarrollo de esta investigación considera escaleras que salvan una altura de 2.88m, son de espesor constante de 0.25m, poseen apoyos empotrados en ambos extremos y las solicitaciones y factores de mayoración de cargas son los mismos en todos los casos.

Todos y cada uno de los elementos de cálculo se lo estudió, analizó y justificó en el Capítulo III.

4.1. Comparación de cálculo entre Método de Morgan y Sap2000.

Claramente se encuentra que los momentos torsores calculados por el método de Morgan son aproximadamente el doble de los encontrados usando la herramienta de cálculo sap2000; en este sentido estaríamos hablando que el Método de Morgan sobreestima los momentos torsores, sin embargo varios autores indican que Morgan es el método aproximado que mejores resultados ha dado durante su cálculo.

En los cuadros se puede apreciar que en los resultados de Morgan, el calculista debería disponer de armaduras a torsión en todo el desarrollo de la escalera; por otra parte si seguimos los resultados obtenidos por la herramienta de cálculo sap2000 estaríamos pensando en que solo se debería armar aproximadamente el 40% de la escalera.

ESCALERA 6 (Sap2000)					
	Tu	Tu	Tc	Tc	
	N.mm	Ton.m	N.mm	Ton.m	
Apoyo	6241230	0.636	11507584.1	1.173	NO CALCULO
10°	7278850	0.742	11507584.1	1.173	NO CALCULO
20°	10822628	1.104	11507584.1	1.173	NO CALCULO
30°	19282426	1.966	11507584.1	1.173	CALCULO
40°	17351844	1.769	11507584.1	1.173	CALCULO
50°	18798418	1.917	11507584.1	1.173	CALCULO
60°	22494182	2.294	11507584.1	1.173	CALCULO
70°	14647714	1.494	11507584.1	1.173	CALCULO
80°	39505852	4.028	11507584.1	1.173	CALCULO
90°	2771232	0.283	11507584.1	1.173	NO CALCULO
100°	39505852	4.028	11507584.1	1.173	CALCULO
110°	14647714	1.494	11507584.1	1.173	CALCULO
120°	22494182	2.294	11507584.1	1.173	CALCULO
130°	18798418	1.917	11507584.1	1.173	CALCULO
140°	17351844	1.769	11507584.1	1.173	CALCULO
150°	19282426	1.966	11507584.1	1.173	CALCULO
160°	10822628	1.104	11507584.1	1.173	NO CALCULO
170°	7278850	0.742	11507584.1	1.173	NO CALCULO
Apoyo	6241230	0.636	11507584.1	1.173	NO CALCULO

ESCALERA 6 (Morgan)					
	Tu	Tu	Tc	Tc	
	N.mm	Ton.m	N.mm	Ton.m	
90	28885702.5	2.946	11507584.1	1.173	CALCULO
80	14855697.8	1.515	11507584.1	1.173	CALCULO
70	1887976.56	0.193	11507584.1	1.173	NO CALCULO
60	9608682.17	0.980	11507584.1	1.173	NO CALCULO
50	19343455.4	1.972	11507584.1	1.173	CALCULO
40	27150255.4	2.769	11507584.1	1.173	CALCULO
30	32981628.7	3.363	11507584.1	1.173	CALCULO
20	36898586.9	3.763	11507584.1	1.173	CALCULO
10	39066539.9	3.984	11507584.1	1.173	CALCULO
0	39722755.8	4.051	11507584.1	1.173	CALCULO
-10	39174598.5	3.995	11507584.1	1.173	CALCULO
-20	37756819.7	3.850	11507584.1	1.173	CALCULO
-30	35822067.4	3.653	11507584.1	1.173	CALCULO
-40	33709702.9	3.437	11507584.1	1.173	CALCULO
-50	31723429.6	3.235	11507584.1	1.173	CALCULO
-60	30115022.7	3.071	11507584.1	1.173	CALCULO
-70	29060603	2.963	11507584.1	1.173	CALCULO
-80	28652230.6	2.922	11507584.1	1.173	CALCULO
-90	28885702.5	2.946	11507584.1	1.173	CALCULO

Se puede afirmar que el método de Morgan sobreestima los momentos torsores.

Con los avances de la ingeniería y la aplicación de facilitadores de cálculo tales como los softwares, el cálculo de estas estructuras por métodos aproximados no sería conveniente a pesar de su facilidad.

El método de Morgan mayoría demasiado los momentos, por lo que significa disponer de una mayor cantidad de armaduras que resistan el momento torsor, por lo tanto estaríamos hablando de estructuras más caras.

En este sentido, una vez validados los resultados obtenidos por sap2000, es que nuestro análisis de la influencia de la torsión partirá de estos datos.

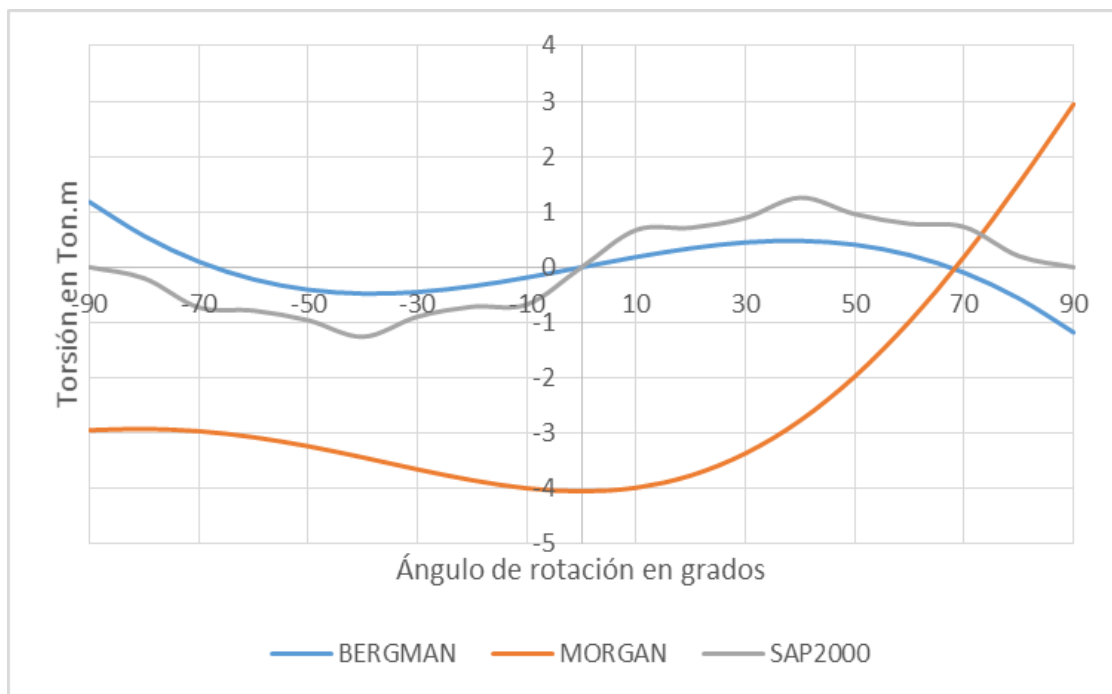
4.2. Comparación de cálculo entre Método de Begman y Sap2000.

Claramente se observa cierta similitud en cuanto a la distribución de momentos torsores pero no así en la locación de los momentos máximos positivos como negativos.

El método Bergman claramente es más acertado que el método aproximado de Morgan, y esto se lo puede apreciar de una manera cualitativa en la siguiente gráfica.

4.3. Comparación de Momentos torsores y su distribución.

Una vez calculada la misma escalera por tres diferentes métodos (Bergman, Morgan, Sap2000) podemos afirmar que cualitativamente el método aproximado de Bergman es más acertado que el método aproximado de Morgan y esto se puede apreciar fácilmente en el siguiente gráfico.



Morgan no solamente que sobreestima los momentos torsores, sino que también la distribución de momentos termina siendo incierta comparándolo con los diagramas generados siguiendo la analogía de Bergman y con la herramienta de cálculo Sap2000.

Por otra parte se puede observar una similitud en cuanto a la distribución de momentos entre Bergman y los generados por Sap2000.

También se puede apreciar que tanto en Bergman como Sap2000 presenta momentos nulos en centro luz.

Bergman presenta máximos en los apoyos, mientras que los momentos son nulos con Sap2000.

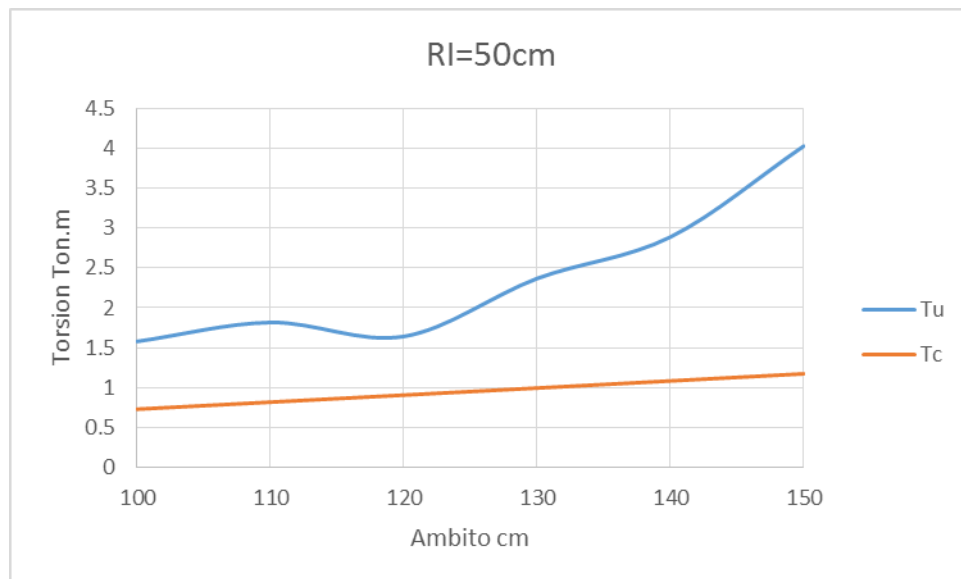
Se podría decir Bergman es el método aproximado con mejores resultados.

Es importante mencionar que el diagrama de momentos de Sap2000 obedece a una fibra única media.

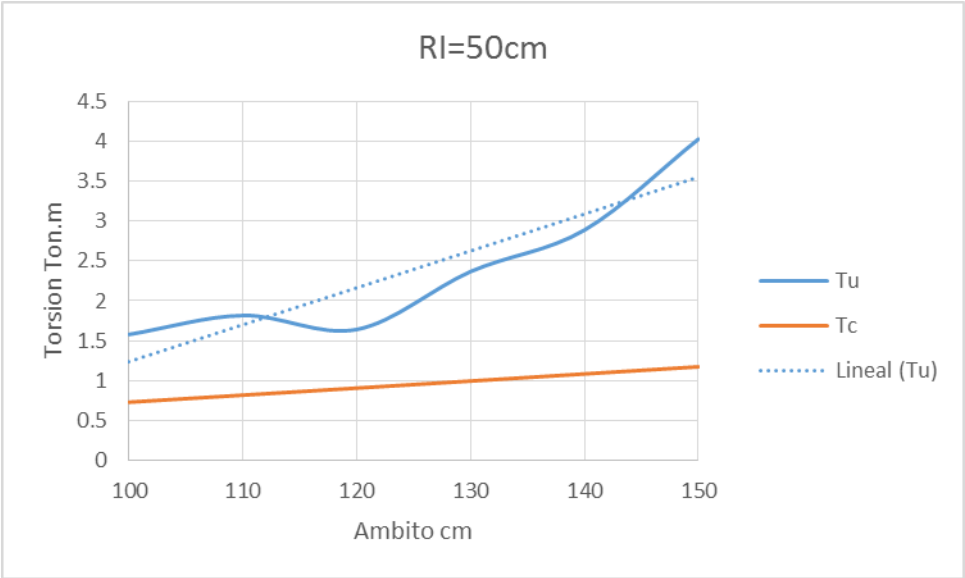
4.4. Comparación y análisis de momentos torsores en función del ámbito

A continuación se procede a realizar cuadros comparativos de la variación de la torsión en escaleras de un mismo radio interno y distinto ámbito.

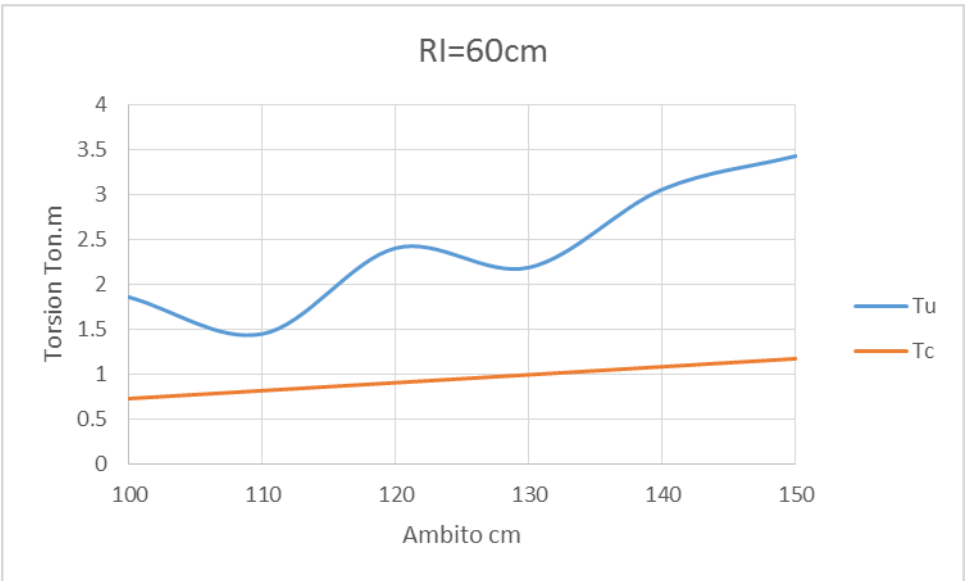
Las siguientes gráficas obedecen a resultados tabulados en Anexo C-1.



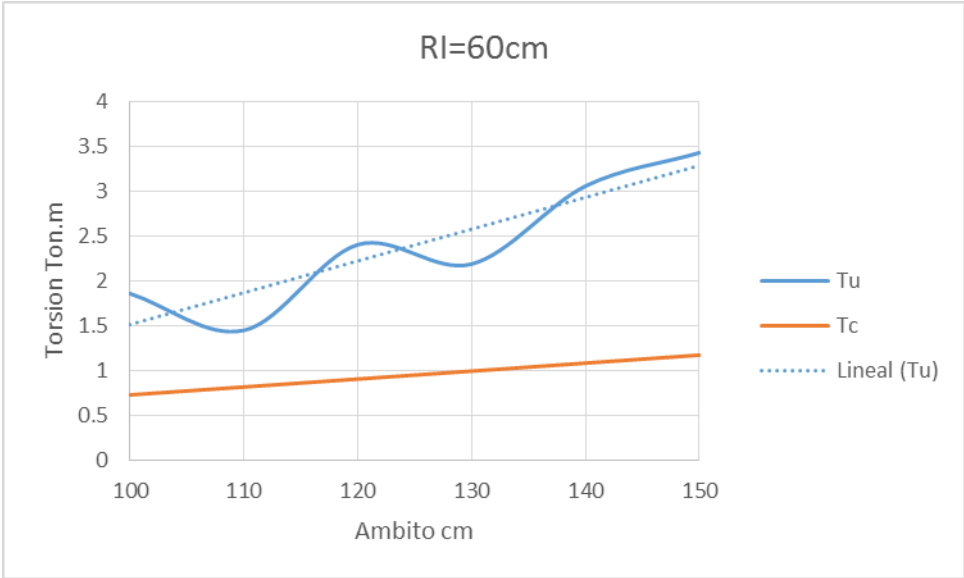
Se puede observar que los momentos torsores crecen conforme aumenta el ancho de la escalera, sin embargo se percibe una variación del momento para una escalera de 120cm de ámbito y con un radio interno de 50cm.



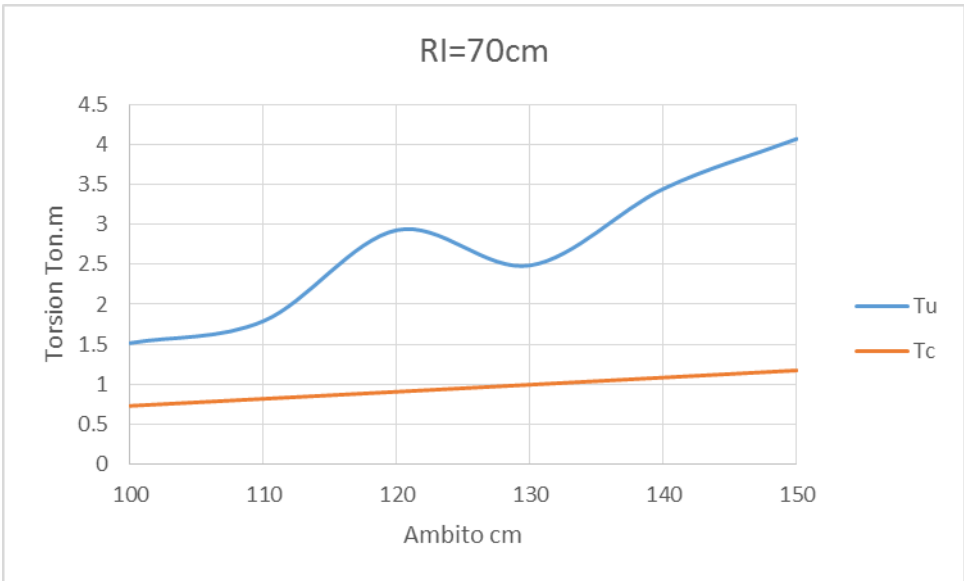
No obstante debido a la dispersión de resultados, la tendencia de crecimiento de momentos torsores se podría asemejar a un crecimiento lineal ya que es la función que mejor se ajusta.



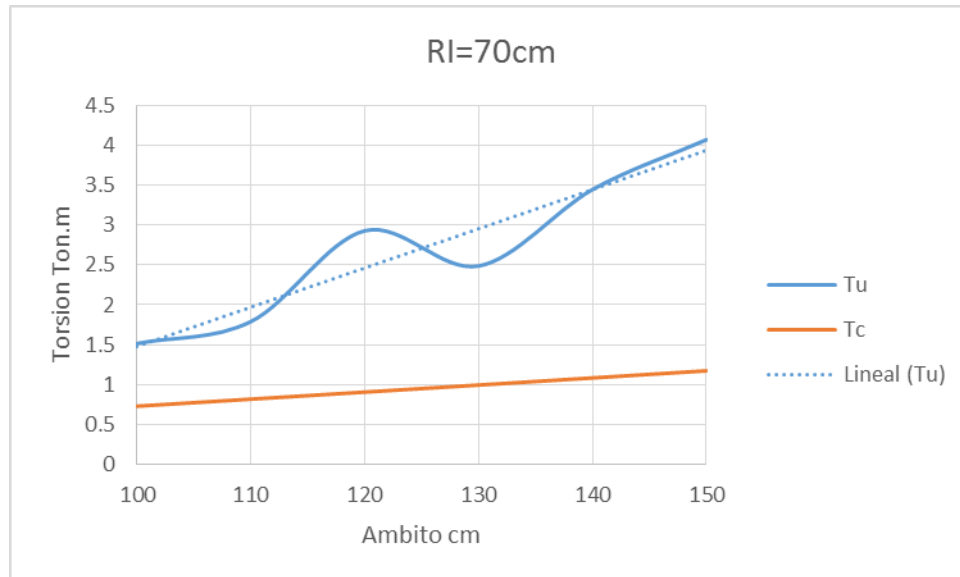
Se puede observar nuevamente un crecimiento del momento torsor, según varía el ámbito de la escalera, también se evidencia una reducción del momento en escaleras de 110cm y 130cm de ámbito y con un radio interno de 60cm.



La tendencia de crecimiento de momentos torsores sigue siendo lineal y la pendiente de la línea de tendencia se asemeja a la generada en escaleras de RI=50cm.

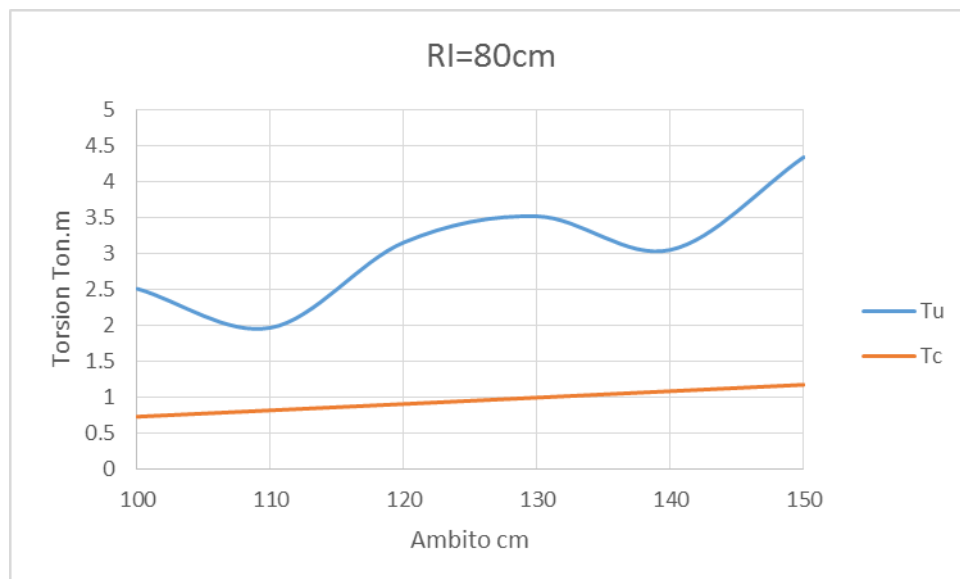


En este caso la torsión de igual manera tiende a crecer linealmente, se puede apreciar que el momento torsor para escaleras con radio interno de 70cm y 120cm de ámbito es mayor que para una de 130cm.

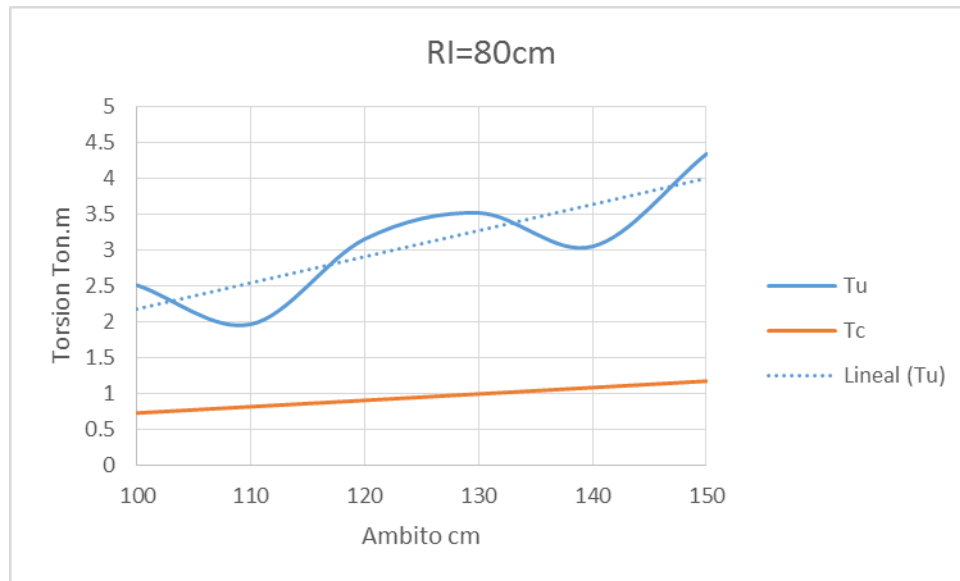


La tendencia de crecimiento de la torsión nuevamente se asemeja a una línea pero esta vez con mayor pendiente.

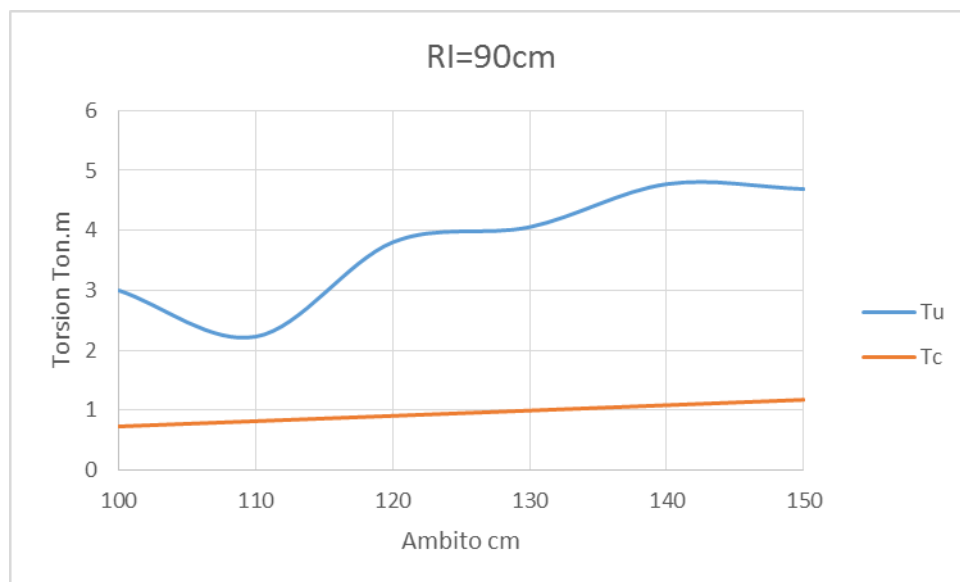
Se puede decir que para escaleras de radio interno de 70cm la diferencia de torsión entre estructuras de 100cm de ámbito y 150cm de ámbito es considerable.



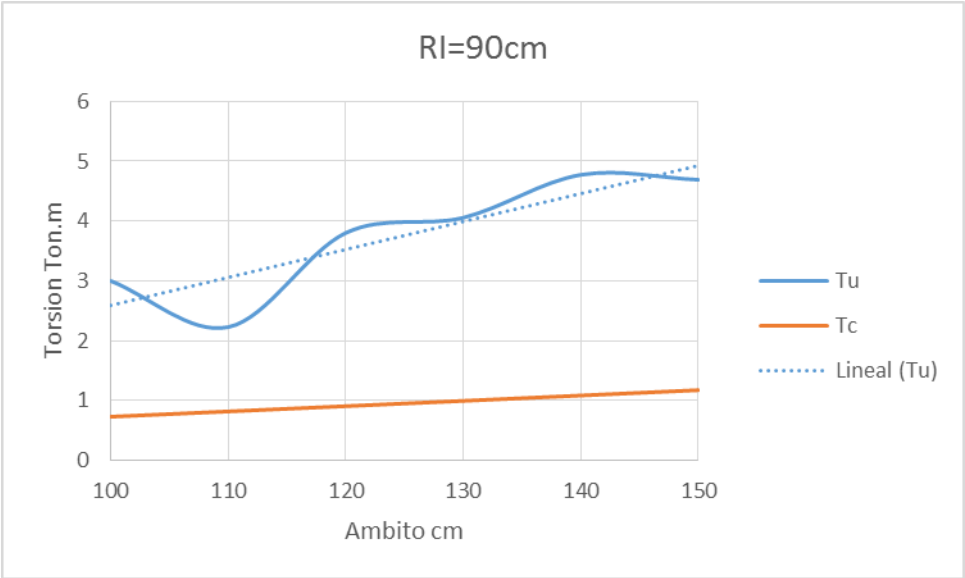
Se puede decir que los momentos son similares en escaleras de 120cm y 140cm con un radio interno de 80cm; así también se observa que una escalera de 110cm de ámbito tiene menores esfuerzos que una de 100cm; esto se podría atribuir a que mayores secciones tienen mejor resistencia torsional debido a que el área encerrada por el flujo de cortante es mayor, sin embargo esto no se evidencia en escaleras con radios internos de 50 y 70cm.



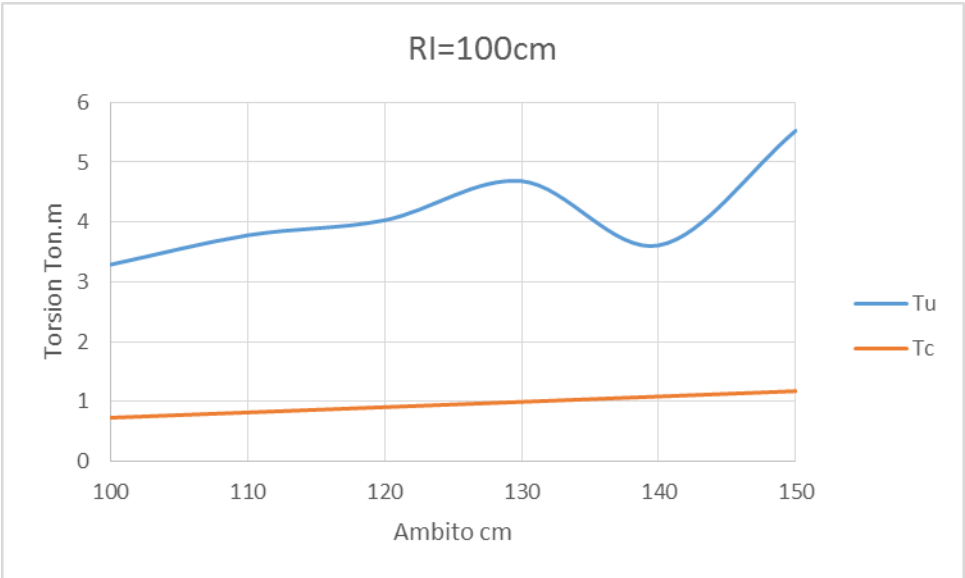
Se observa de igual forma que pese a la dispersión de datos la regresión que más se ajusta es la lineal, También podemos afirmar que la pendiente de crecimiento de la torsión es menor para escaleras de RI=80cm que para RI=70cm



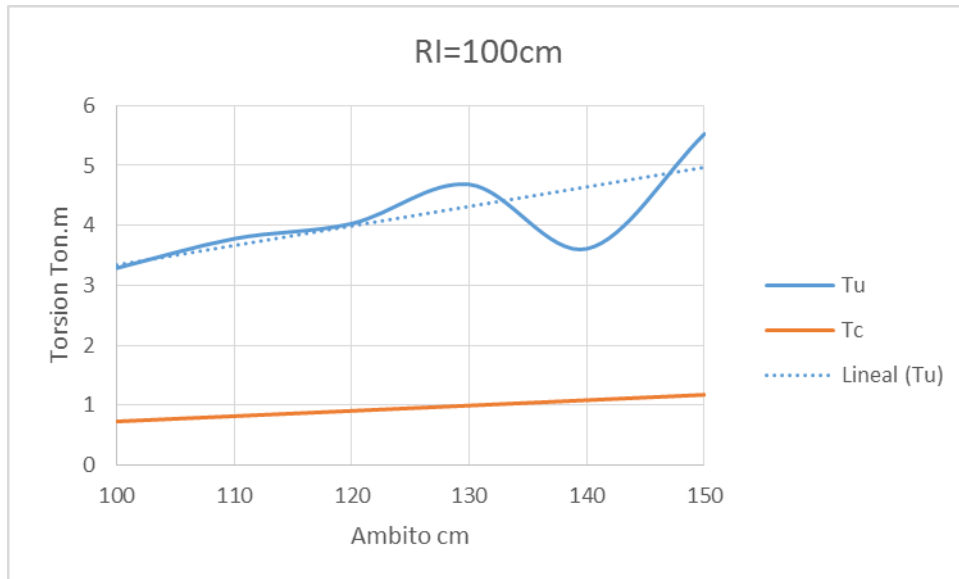
Se puede observar fácilmente que para escaleras de radio interno de 90cm, los momentos máximos torsores están muy por encima de la torsión crítica permitida en norma; esto significaría que escaleras de 90cm necesitan mayores armaduras.



Se puede volver a apreciar que escaleras de 110cm de ámbito presentan momentos torsores menores a las de 100cm; este patrón se repite en escaleras de 60cm y 80cm de radio interno.



Se repite de forma similar un crecimiento lineal en escaleras de 100, 110, 120 y 130cm de ámbito, por otra parte se observa que para escaleras de 100cm de radio interno y 140cm de ámbito se asemejan los momentos torsores a escaleras del orden de los 100cm.



Es esta oportunidad la inconsistencia de los resultados de momentos torsores es menor al observado en otras escaleras.

4.5. Influencia de la torsión

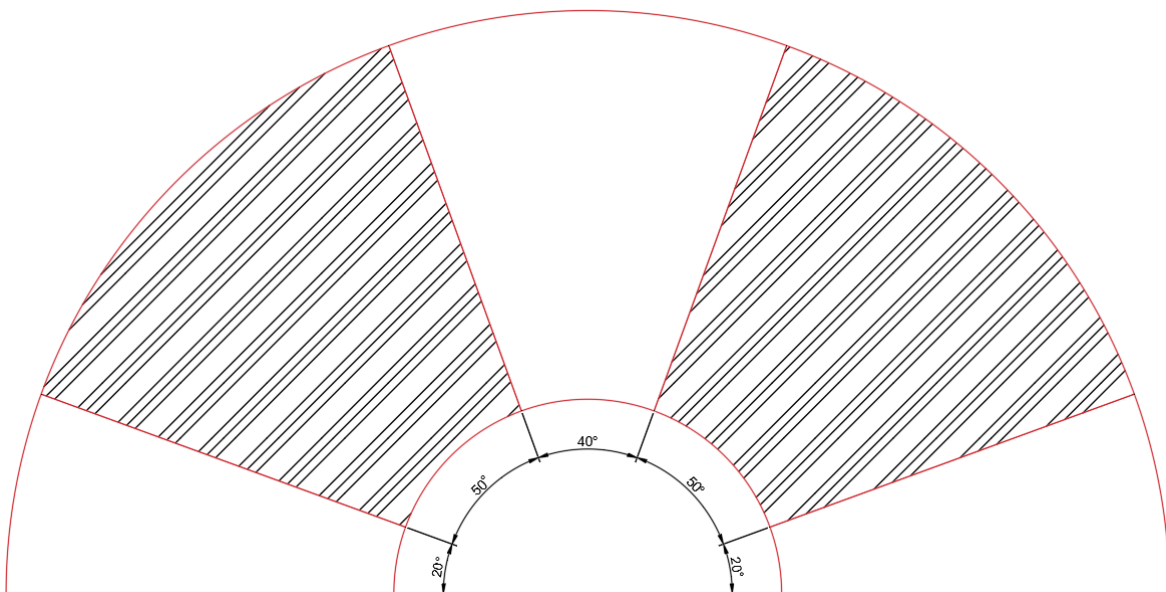
En el ejemplo ilustrativo en el capítulo III, se calculó de manera detallada la escalera #6, el mismo procedimiento y metodología de cálculo se realizó para las 35 escaleras restantes; la memoria de cálculo se encuentra en el Anexo C-1.

Revisando cada una de las 36 escaleras se observa que los momentos máximos ocurren entre los 30° de desarrollo y los 80°.

Se procede a realizar un promedio de las 36 escaleras, con el fin de poder generalizar las regiones donde será necesaria contar con una armadura extra a torsión:

PROMEDIO					
	Tu	Tu	Tc	Tc	
	N.mm	Ton.m	N.mm	Ton.m	
Apoyo	7444431.08	0.759	9328219.78	0.951	NO CALCULO
10°	2555813.86	0.261	9328219.78	0.951	NO CALCULO
20°	9969180.51	1.017	9328219.78	0.951	CALCULO
30°	18385512.4	1.875	9328219.78	0.951	CALCULO
40°	23681342.2	2.415	9328219.78	0.951	CALCULO
50°	25953515.7	2.647	9328219.78	0.951	CALCULO
60°	25096981.8	2.559	9328219.78	0.951	CALCULO
70°	17112338.8	1.745	9328219.78	0.951	CALCULO
80°	8429322.42	0.860	9328219.78	0.951	NO CALCULO
90°	2616418.85	0.267	9328219.78	0.951	NO CALCULO

De la tabla anterior se evidencia que un 55.55% de la longitud de desarrollo de escaleras helicoidales deberá contar con armaduras resistentes a torsión; tales armaduras deberán distribuirse en las áreas achuradas mostradas en la siguiente figura:



En la gráfica se observa claramente que el armado deberá colocarse a 20° de cada apoyo y distribuirlo por una longitud de desarrollo del orden de los 50° .

Si volvemos a la hipótesis planteada al inicio del estudio, en la cual se formula:

“El conocimiento de la influencia de la torsión en las escaleras helicoidales, permite una mejor y eficiente distribución de su armadura”

Podemos decir que se verifica, debido a que los cálculos convencionales de escaleras helicoidales era incierto; o bien si se lo realizaba con métodos aproximados, estaba sobreestimando los momentos torsores, por lo que el diseñador termina por armar toda la escalera a torsión.

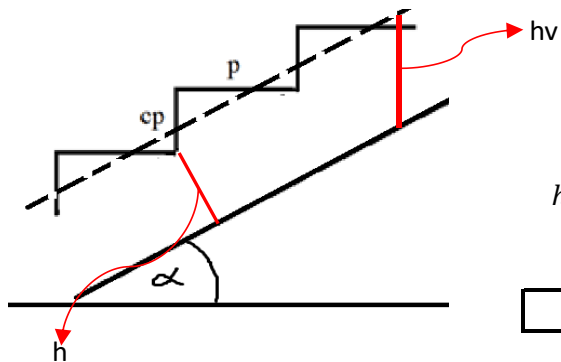
Con el estudio realizado, podemos precisar y conocer con seguridad, las regiones donde las escaleras helicoidales deberán contar con una armadura a torsión.

También se puede mencionar que este estudio presenta una metodología de cálculo que asegura que no es necesario armar la totalidad de la escalera con armaduras a torsión.

En consecuencia se puede afirmar que el conocimiento de la influencia de la torsión permite una mejor y eficiente distribución de su armadura.

Con fines demostrativos se procede a realizar un esquema y distribución de armaduras de la escalera helicoidal 6 siguiendo la Norma EHE-2008 ajustada al Código Modelo y al Eurocódigo EC-2.

Diseño de la Armadura por torsión

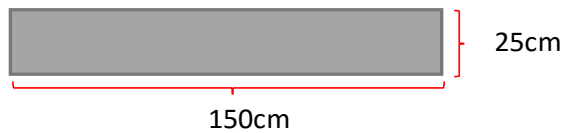


$$h_v = \frac{h}{\cos \alpha} + \frac{cp}{2}$$

$$h_v = 37.87 \text{ cm}$$

Datos:

$cp = 18 \text{ cm}$
 $h = 25 \text{ cm}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $b = 150 \text{ cm}$



Área $A = 5680 \text{ cm}^2$
 Perímetro $u = 375.7 \text{ cm}$

Esesor eficaz

$$t = \frac{A}{u}$$

$$t = 15.12 \text{ cm}$$

Sección eficaz

$$b_e = b - t \quad b_e = 134.9 \text{ cm} \quad \text{Área} \quad A_e = 3069 \text{ cm}^2$$

$$h_e = h - t \quad h_e = 22.75 \text{ cm} \quad \text{Perímetro} \quad u_e = 315.3 \text{ cm}$$

Torsor resistido por las bielas comprimidas

$$\tau_{t1} = \alpha \cdot f_{lcd} \cdot A_e \cdot t \cdot \frac{\cot \beta}{1 + \cot^2 \beta}$$

$f_{lcd} = 0.60 f_{cd} = 210 \text{ kg/cm}^2$
 $\alpha = 1.2$
 $\beta = 90$
 $A_e = 3069 \text{ cm}^2$
 $t = 15.12 \text{ cm}$

$$\tau_{t1} = 35.07 \text{ ton.m}$$

Torsor resistido por las armaduras transversales

$$\tau u_2 = \frac{2A_e A_t}{st} \cdot f_{yd} \cdot \cot \beta$$

$$\tau u_2 = 15.25 \text{ ton.m}$$

ϕ 8mm c/17cm

D pulg	D mm	A cm ²	# Barras	Atotal cm ²
1/4	6	0.283	2	0.566
1/3	8	0.503	4	2.012
3/8	9.5	0.710	2	1.42
2/5	10	0.790	2	1.58
1/2	12	1.131	2	2.262
2/3	16	2.011	2	4.022
3/4	20	3.142	2	6.284
1	25	4.909	2	9.818
1 1/4	32	8.042	2	16.08

Torsor resistido por las armaduras longitudinales

$$\tau u_3 = \frac{2A_e A_t}{ue} \cdot f_{yd} \cdot \tan \beta$$

4 ϕ 8mm

$$\tau u_3 = 1.645 \text{ ton.m}$$

Verificamos...

$$\tau c \leq \tau u_1$$

$$1.45 \leq 35.07$$

$$\tau c \leq \tau u_2$$

$$1.45 \leq 15.25$$

$$\tau c \leq \tau u_3$$

$$1.45 \leq 1.645$$

Armadura longitudinal

$$\frac{A_l \cdot f_{yd}}{u} = \frac{T_d}{2A_e}$$

$$A_l = 2.039 \text{ cm}^2$$

Armadura transversal

$$\frac{A_t \cdot f_{yd}}{s} = \frac{T_d}{2A_e}$$

$$A_t = 0.11 \text{ cm}^2$$

ϕ 8mm c/17cm

Separación máxima de estribos

$$st_{max} = \frac{\tau c}{\tau u_1}$$

$$st_{max} = 0.041 \text{ cm}$$

$$st_{max} = \frac{3}{4} h_e$$

$$st_{max} = 17.06 \text{ cm}$$

Armadura transversal mínima

$$st_{min} = \frac{Ast.fyd}{0.02.fcd.b}$$

stmin= 17.5 cm

Momentos de flexión

M= 3.96 ton-m

As= 4.964 cm²

Corte

As= 0.13 cm²

AS(l)= 6.002 cm²

AS(t)= 0.24 cm²

→ 8 ϕ 10mm
 → ϕ 6mm c/17cm

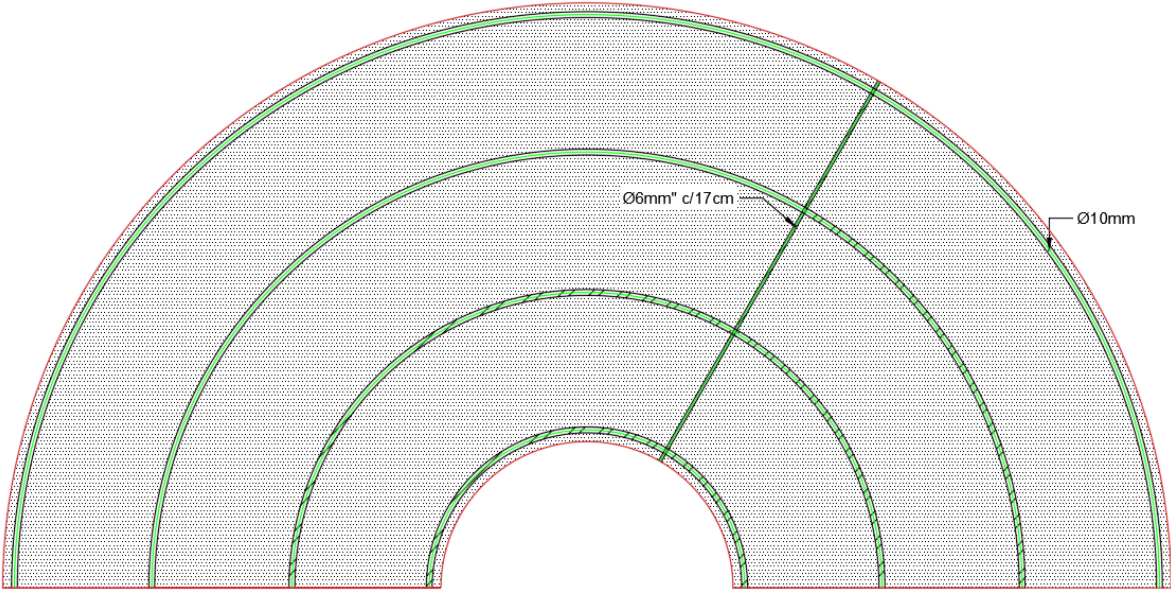
D pulg	D mm	A cm ²	# Barras	Atotal cm ²
1/4	6	0.283	4	1.132
1/3	8	0.503	6	3.018
3/8	9.5	0.710	2	1.42
2/5	10	0.790	8	6.32
1/2	12	1.131	2	2.262
2/3	16	2.011	2	4.022
3/4	20	3.142	2	6.284
1	25	4.909	2	9.818
1 1/4	32	8.042	2	16.08

Es necesario mencionar que por fines constructivos y pensando en el impacto económico que tendrá el armado de la escalera siguiendo la eficiencia demostrada en el estudio no es considerable debido a la discontinuidad de su armadura, no sería aconsejable disponer solamente de armadura en las regiones recomendadas.

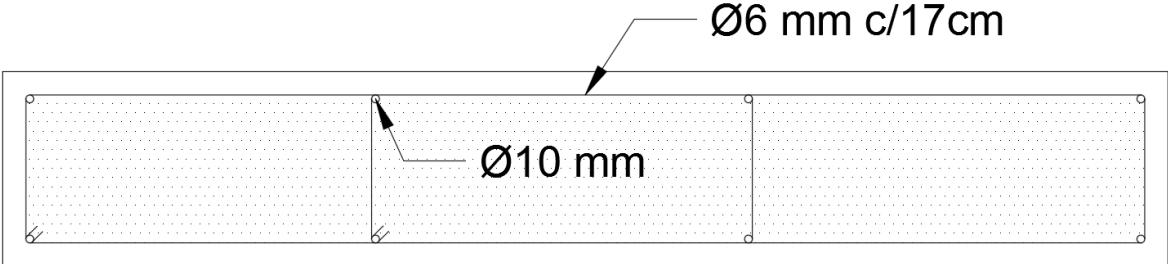
Sin embargo se recomienda utilizar y seguir la eficiencia de armado demostrado en este estudio de investigación, en escaleras monumentales, donde el ahorro de fierro si sería considerable.

A continuación se presenta un esquema del armado de la escalera 6.

VISTA EN PLANTA



CORTE TRANSVERSAL



4.6. Comentario del estudiante

Evidentemente las inconsistencias en cuanto a la dispersión de los momentos torsores máximos, están presentes.

En el uso del paquete sap2000, la herramienta para determinar los momentos torsores máximos en distintas secciones, trabaja de mejor manera en elementos situados en el plano (2D), por lo que el análisis de una estructura tridimensional queda limitado.

Para poder trabajar los resultados se tuvo que situar la escalera en el plano y de manera achatada, alejándose un poco de la realidad que representa esta estructura, únicamente de esta forma se pudo obtener los momentos máximos cada 10° de desarrollo.

Bajo esta condición, se recomienda hacer uso de las líneas de tendencia y sus ecuaciones para poder obtener resultados más acertados.

A continuación se presentan una ecuación general, con las que el calculista puede fácilmente ingresar con la geometría de la escalera y conocer el momento torsor máximo que se presenta.

$$T_{max} = A * \text{ámbito} + B$$

CASO	DESCRIPCIÓN	A	B
1	Ecuación que responde a escaleras con un radio interno de 50cm.	0.00462	-3.3943
2	Ecuación que responde a escaleras con un radio interno de 60cm.	0.0356	-2.0514
3	Ecuación que responde a escaleras con un radio interno de 70cm.	0.0494	-3.4697
4	Ecuación que responde a escaleras con un radio interno de 80cm.	0.0364	-1.4668

CASO	DESCRIPCIÓN	A	B
5	Ecuación que responde a escaleras con un radio interno de 90cm.	0.0467	-2.0783
6	Ecuación que responde a escaleras con un radio interno de 100cm.	0.0324	0.1049

Conocer la influencia de la torsión en este tipo de estructuras, permitirá que el calculista diseñe de manera eficiente y abarate costos de armadura, ya que solo dispondrá de armadura en aquellas zonas que sí lo necesiten.

Concluyendo el estudio, se puede afirmar que el efecto de la torsión puede ser despreciado en los apoyos y en centro luz.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

- Los momentos torsores son mayores en el interior de las escaleras y van disminuyendo de manera radial.
- Se puede apreciar en todas las escaleras calculadas que el momento torsor máximo se encuentra en la cara interna.
- El cálculo por el método aproximado de Morgan se basa en aproximaciones y es fácil de realizar, sin embargo es un método semi empírico que sobreestima los momentos torsores.
- Los resultados obtenidos con el software sap2000 cuya lógica de cálculo está basada en los Elementos Finitos genera valores más acertados, aún con limitaciones impuestas en el programa hace que el cálculo sea más preciso que el cálculo por el método de Morgan.
- El método de cálculo de Bergman es más acertado que el de Morgan, presentando una similitud en los diagramas de momentos generados con la herramienta de cálculo Sap2000.
- Una vez calculada la misma escalera por tres diferentes metodologías, descartamos a Morgan como una opción fiable de cálculo.
- Se puede apreciar que los momentos torsores para un mismo radio “x” van creciendo conforme aumenta el ámbito de la escalera.
- Se puede observar que escaleras con radios internos mayores a 70cm y 80cm presentan una mayor región que deberá disponer de armaduras a torsión.
- Se puede concluir también que escaleras con radios internos entre 50cm y 60cm son más óptimas debido a que la necesidad de disponer armaduras extras por torsión es menor, por lo tanto son estructuras que trabajarían mejor y serían más económicas.
- Se observa que escaleras con ámbitos entre 1.20m y hasta 1.40m trabajan de manera más eficiente siendo un ámbito recomendable alrededor de 1.30m.
- Se evidencia que aproximadamente el 60% del total de la longitud de desarrollo de escaleras helicoidales deben contar con armaduras resistentes a torsión.

- Las regiones o secciones “críticas”, se encuentran desde los 20° partiendo de los apoyos hasta los 70°.
- Se puede afirmar que la torsión puede ser despreciada en los apoyos y en centro luz

Recomendaciones

- Se recomienda un análisis meticuloso al momento de discretizar la estructura para ingresar al paquete SAP 2000 y gozar de resultados más reales y precisos.
- Es recomendable para un estudio más profundo y con otro alcance poder cambiar las variables de cálculo.
- Se recomienda descartar la metodología de Morgan para cálculo de escaleras.
- Si se utilizará un software para cálculo de escaleras helicoidales de hormigón armado, se recomienda comparar y verificar con el método analítico de Bergman.

BIBLIOGRAFÍA

ROMO PROAÑO Marcelo, “Temas de Hormigón Armado” Escuela Politécnica del Ejército – Ecuador

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA, “Taller vertical de estructuras III” Buenos Aires – Argentina

ORTEGA GARCIA Juan, “Concreto Armado II”, Universidad Católica Ricardo Palma Lima – Perú

BETON – KALENDER, “Manual Teórico Practico Del Hormigón” Berlín – Alemania

ARTHUR H. NILSON, “Diseño de estructuras de Concreto” Duodécima Edición – Impresión Colombiana

PYTEL – SINGER “Resistencia de Materiales” Impresión Mexicana

CORZO AVILA Mario Rodolfo, “Criterios de análisis, diseño, ejecución y ejemplos de aplicación sobre sistemas de escaleras de concreto armado” Guatemala-2010

A. F. M. S. AMIN & S. AHMAD “Thick shell finite elements in the analysis of helicoidal stair slabs”- Department of Civil Engineering Bangladesh University of Engineering and Technology, Dhaka, Bangladesh

HARSHD J. SHAH “A study of self supporting helical staircase” – Department of Civil Engineering Brigham Young University

TIMOSHENKO AND GERE “Theory of Elastic Stability” Edición MacGraw and Hill

JIMÉNEZ MONTOYA Hormigón Armado Quinceava Edición – Editorial Gustavo Gili