

CAPÍTULO I ANTECEDENTES

1.1. Introducción

En el valle central de Tarija se presentan grandes extensiones de material fino, llegando a estar presente en casi todo el valle, esto se debe al origen de estos suelos, en la historia geológica del valle central de Tarija se presenta un detalle muy importante, a finales de la era mesozoica, en el periodo cretácico y gran parte de la era cenozoica hasta principios de la era cuaternaria, Tarija se encontraba sumergida bajo grandes lagos, es por esta razón que el origen de los suelos de grano fino que se encuentran en grandes depósitos en la superficie viene dado por el proceso de meteorización y transportado por medios fluviales y lacustres, este origen dio como resultado la sedimentación de los suelos de grano grueso, en los estratos más profundos, y los suelos de grano fino como las arcillas y los limos en los estratos más cercanos a la superficie, formando grandes yacimientos.

Este origen y la presencia de yacimientos arcillosos en casi toda la superficie del valle de Tarija, hace suponer que estos suelos guardan algo en común, tienen la misma procedencia, se concentraron en un área en concreto, la geografía impidió que estos suelos en su proceso de formación llegaran a mezclarse con otros minerales ajenos al valle, entonces se puede suponer que las características mecánicas de los suelos expansivos del valle central de Tarija pudieran tener cierta correlación entre sus parámetros geotécnicos.

El gráfico más importante de combinación de parámetros mecánicos de los suelos de grano fino, es el que preparo Casa Grande, con los mismos resultados de sus pruebas de laboratorio, este gráfico es la carta de plasticidad, que muestra la combinación entre el límite líquido e índice de plasticidad, en este gráfico se muestra una recta que separa a las arcillas y a los limos, y este gráfico es utilizado en casi todo el mundo.

La estadística tiene metodologías para determinar regresiones y correlaciones entre un grupo de puntos combinados en un diagrama de dispersión, con estas teorías estadísticas se pueden obtener ecuaciones y gráficas para estimar parámetros geotécnicos a partir de otros, dependiendo del grado de correlación, la ecuación será más confiable y más exacta, pero esto se buscara con el fin de estimar parámetros geotécnicos de los suelos expansivos en una relación no lineal.

1.2. Justificación

Los suelos del valle de Tarija presentan una procedencia y orígenes geológicos similares, por la situación geográfica y medios de meteorización en la que se encuentran, es por eso que estos suelos guardan ciertas similitudes en cuanto a sus características geotécnicas, si se tiene en cuenta la hipótesis, de que el valle central de Tarija se considera un solo yacimiento, entonces a los suelos de grano fino, se los puede considerar similares, es por esta consideración que se puede analizar las características geotécnicas de varias zonas y correlacionarlas para obtener así gráficos y ecuaciones que proporcionen resultados estimados aceptables, en función de otros parámetros geotécnicos.

Estos gráficos y ecuaciones corresponden a un análisis de dispersión y regresión estadística, los gráficos de dispersión de los diferentes pares de datos en ocasiones no presentan una tendencia lineal, es por este motivo que se debe buscar otras formas de regresión hasta encontrar, si es posible, una que se ajuste adecuadamente a la nube de puntos, estas otras formas de regresión estadística son las no lineales, y como la naturaleza de los suelos es muy variable los gráficos de dispersión de la combinación de sus parámetros geotécnicos también son muy dispersos, es por eso que se utilizara las regresiones no lineales para ajustar una curva a estos puntos de dispersión.

1.3. Planteamiento del problema

1.3.1. Situación problemática

Al hacer el diseño estructural de una carretera se precisa conocer las características mecánicas de la sub rasante o terreno de fundación, estas características geotécnicas, son determinadas por pruebas de laboratorio, las cuales determinan en la mayoría de las ocasiones el espesor total del pavimento, es por eso que se realizan estudios geotécnicos a determinadas distancias del trazado de la carretera para poder diseñar las diferentes secciones transversales y espesores de las capas del tipo de pavimento que se está diseñando.

En ocasiones se precisa conocer las características mecánicas de determinados puntos, de una manera rápida y confiable, en especial cuando el pavimento se funda sobre suelo arcilloso o expansivo, entonces es preciso conocer las características geotécnicas del sitio o hacer una estimación de estos parámetros a través de tablas o ábacos elaborados a partir de diferentes pruebas de laboratorio, y estas a su vez están en función de ciertas características geotécnicas un poco más sencillas de conseguir o determinar, para esto se emplean tablas o ábacos.

Las tablas y ábacos elaborados para estos casos en muchas bibliografías son de suelos de características muy diferentes a los locales y no se tiene mucha certidumbre para utilizarlos en nuestro medio.

Es necesario contar con medios para estimar parámetros geotécnicos, de suelos expansivos del valle central de Tarija, de una forma rápida y confiable, y de esta manera tener un medio para poder comparar los resultados de ensayos de laboratorio y así poder tener un poco más de certeza.

1.3.2. Problema

¿Cómo es el efecto del análisis de las características geotécnicas que tienen los suelos expansivos del valle central de Tarija en la no linealidad sobre los pavimentos?

1.4. Objetivos del proyecto

1.4.1. Objetivo general

Realizar un análisis del efecto de los suelos expansivos en la no linealidad de los parámetros geotécnicos y su correlación entre estos, para determinar posibles combinaciones entre suelos expansivos del valle central de Tarija verificando el grado de correlación que se presenta en cada uno de los diferentes parámetros geotécnicos no lineales, además de seleccionar mejores ajustes entre parámetros de dimensionamiento y construcción para el diseño de pavimentos.

1.4.2. Objetivos específicos

Son los siguientes:

- Seleccionar estratégicamente los sitios de extracción de muestras de suelos expansivos, en el valle central de Tarija, para su utilización en pavimentos.
- Realizar todas las pruebas de laboratorio correspondientes a las características mecánicas de los suelos expansivos, que son empleadas en el dimensionamiento de pavimentos.
- Analizar los resultados de laboratorio respecto a parámetros geotécnicos en la no linealidad de los materiales que se utilizan en pavimentos.
- Utilizar teorías estadísticas, para determinar las regresiones y correlaciones no lineales entre parámetros geotécnicos de materiales que se utilizan en el diseño de pavimentos.
- Realizar una prueba de estimación de parámetros geotécnicos en función a las ecuaciones determinadas en el análisis de regresión verificando el margen de error cometido al utilizarlas.
- Realizar un análisis de resultados de los parámetros geotécnicos de materiales que se utilizan en los pavimentos, en función a los resultados de laboratorio y las regresiones entre parámetros no lineales seleccionados en la presente investigación.

1.5. Hipótesis

Si se considera al valle central de Tarija como un yacimiento de materiales de grano fino con parámetros de comportamiento no lineal, para ser utilizados en el diseño estructural de pavimentos, entonces se podrá realizar un análisis de tal comportamiento geotécnico, en función a los resultados de laboratorio de diferentes muestras para regresiones y correlaciones no lineales.

1.6. Definición de variables

1.6.1. Variable dependiente principal

“California Bearing Ratio (CBR) relación de soporte del suelo”

1.6.2. Variable dependiente secundaria

“Índice de plasticidad, Densidad seca máxima”

1.6.3. Variable independiente principal

“% que pasa el tamiz N 200, densidad seca máxima, índice de plasticidad”

1.6.4. Variable independiente secundaria

“% que pasa el tamiz N 200, índice de plasticidad”

1.6.5. Conceptualización y operacionalización

Se realizará la conceptualización y operacionalización de las variables, tanto independientes como dependientes.

Tabla 1.1. Variables independientes

Variable nominal	Conceptualización	Operacionalización		
		Dimensión	Indicador	valoración técnica
Principal: % que pasa tamiz No 200, índice de plasticidad, densidad seca máxima	Se refiere a los resultados de las pruebas de laboratorio las cuales sirven para correlacionarlas con el CBR	Resultados de laboratorio para el diseño de pavimentos	% que pasa tamiz 200	Granulometría ASTM D422
			Densidad seca máxima	Compactación AASTHO T-180
			Índice de plasticidad	Límites de Atterberg ASTM D4318
Secundarios: % que pasa el tamiz No 200, índice de plasticidad	Se refiere a los resultados de las pruebas de laboratorio, que sirven para correlacionarlas entre ellas		% que pasa tamiz 200	Granulometría ASTM D422
			Índice de plasticidad	Límites de Atterberg ASTM D4318

Fuente: Elaboración propia

Tabla 1.2. Variables dependientes

Variable nominal	Conceptualización	Operacionalización		
		Dimensión	Indicador	valoración técnica
Principal: CBR al 95%	Se refiere a la característica mecánica que se desea estimar mediante los resultados del análisis no lineal	Resultados de laboratorio para el diseño de pavimentos	CBR al 95%	CBR AASTHO T-193
Densidad seca máxima, índice de plasticidad	Características que se desean estimar con los resultados del análisis no lineal		Densidad seca máxima	Compactación AASTHO T-180
			Índice de plasticidad	Límites de Atterberg ASTM D4318

Fuente: Elaboración propia

1.7. Diseño metodológico

1.7.1. Unidad de estudio

Análisis estadístico no lineal de las características mecánicas de los suelos expansivos del valle central de Tarija.

El área de estudio es el análisis estadístico de regresión y correlación no lineal, de las características mecánicas de los suelos expansivos locales, empleando las formas de regresión no lineal y comprobando su grado de correlación.

1.7.2. Población

Suelos del valle central de Tarija.

Debido a la diversidad de los suelos, la población comprenderá las clases principales de suelos que contiene el valle central de Tarija que pueden clasificarse dentro del sistema AASTHO y SUCS, con todas sus propiedades mecánicas y geotécnicas.

1.7.3. Muestra

Suelos expansivos o finos agrupados por su clasificación.

La muestra comprenderá específicamente a los suelos arcillosos o suelos expansivos, las propiedades mecánicas a tomarse en cuenta de estos suelos son, el porcentaje que pasa el tamiz 200, índice de plasticidad, densidad seca máxima, y el CBR al 95%.

1.7.4. Muestreo

Distribuido y selectivo.

Consiste en extraer muestras de suelos finos del valle central, de una manera distribuida y equitativa, con el objetivo de abarcar toda la superficie en evaluación, y que los resultados obtenidos sean aplicables en suelos expansivos locales, de acuerdo a su clasificación.

1.7.5. Procedimiento

Lo que se pretende con la presente investigación es determinar ecuaciones y gráficos obtenidos mediante la teoría de regresión y correlación estadística, de los datos obtenidos de los resultados de laboratorio de las muestras seleccionadas, y agrupadas según su clasificación, considerando el porcentaje que pasa el tamiz 200, el índice de plasticidad, densidad seca máxima y CBR al 95%, en base a diversas combinaciones, empleando regresiones y correlaciones no lineales, para esto se describe a continuación los procesos a seguir:

- Recopilación de información.
- Selección de los sitios de extracción de muestras.
- Extracción de muestras, dos por sitio.
- Obtención de resultados de laboratorio.
- Agrupación de los suelos según su clasificación.
- Determinación de las combinaciones de los parámetros geotécnicos
- Análisis de regresión no lineal.
- Análisis de correlación no lineal.
- Realizar una comparación de la aplicación de las ecuaciones resultantes vs resultados obtenidos por ensayos de laboratorio de muestras adicionales.
- Conclusiones y recomendaciones.

1.8. Alcance del proyecto

En el capítulo I, se presentara toda la información previa del proyecto de investigación, como ser la introducción de la investigación, que hablara de los conceptos y propósitos del mismo, el planteamiento del problema que tratara la situación problemica y problema por el cual se realizara el proyecto, los objetivos general y específicos, los mismos que se pretenden cumplir con la presente investigación, con sus variables dependientes e independientes bien conceptualizadas y operacionalizadas, como también el diseño metodológico donde corresponde la

selección de muestras, la metodología de la investigación, y por último contempla el alcance de la investigación.

El capítulo II, se presentarán todos los fundamentos teóricos de los parámetros geotécnicos de los suelos expansivos, procedimientos y evaluación para los cuales son utilizados en el diseño de pavimentos, también se referirá a los conceptos fundamentales de los métodos estadísticos y probabilísticos de regresión y correlación lineal, cuadrática, exponencial y potencial, los métodos y procedimientos de cada regresión y valoración de resultados, mostrando las ecuaciones y formulas a emplear en el siguiente capítulo.

En el capítulo III, se realizará la investigación en concreto, primeramente se hará el reconocimiento y selección de los lugares de extracción de muestras, como todos los ensayos de laboratorio de todas las muestras, siguiendo todos los procedimientos exigidos en las normas de ensayos, para determinar datos de las características mecánicas de los suelos expansivos y con estos resultados poder realizar el análisis estadístico de regresión y de correlación no lineal, eligiendo las curvas que se ajusten mejor a la regresión, mediante el coeficiente de correlación, y así poder tener ecuaciones funcionales que estimen los parámetros geotécnicos de los suelos expansivos en función de otros, y que sea aplicable a los suelos locales, para el diseño estructural de pavimentos.

En el capítulo IV, se realizará una aplicación práctica, utilizando los resultados de las ecuaciones no lineales determinadas en el capítulo III, se procederá a estimar parámetros geotécnicos de cuatro muestras adicionales, extraídas de dos sitios diferentes, y a comparar estos con los resultados obtenidos por pruebas de laboratorio y verificar, el grado de exactitud que tienen las ecuaciones seleccionadas, y con esto obtener ecuaciones y gráficos aplicables en los suelos expansivos del valle central de Tarija.

2. CAPÍTULO II CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES DE LA SUBRASANTE PARA PAVIMENTOS

2.1. Definición

Sub rasante se denomina al suelo que sirve como fundación para todo el paquete estructural de un pavimento. En la década del 40 el concepto de diseño de pavimentos estaba basado en las propiedades ingenieriles de las sub rasante. Estas propiedades eran la clasificación de los suelos, plasticidad, resistencia al corte, susceptibilidad a las heladas y drenaje.

Desde las postrimerías de la década del 50, se puso más énfasis en las propiedades fundamentales de la sub rasante y se idearon ensayos para caracteriza mejor a estos suelos. Ensayos usando cargas estáticas o de baja velocidad de deformación tales como el CBR, compresión simple son reemplazados por ensayos dinámicos y de repetición de cargas tales como el ensayo del módulo resiliente, que representan mucho mejor lo que sucede bajo un pavimento en lo concerniente a tensiones y deformaciones.

Las propiedades de los suelos pueden dividirse en dos categorías:

- Propiedades físicas: son usadas para selección de materiales, especificaciones constructivas y control de calidad.
- Propiedades ingenieriles: dan una estimación de la calidad de los materiales para camino. La calidad de los suelos para sub rasantes se puede relacionar con el módulo resiliente, el módulo de Poisson, el valor soporte del suelo y el módulo de reacción de la sub rasante.

2.2. Terreno de fundación o Sub-rasante

Se denomina suelo de fundación a la capa del suelo bajo la estructura del pavimento preparada y compactada como fundación para el pavimento. Se trata del terreno

natural o la última capa del relleno de la plataforma sobre la que se asienta el pavimento.

Sub rasante es la capa del terreno de una carretera que soporta la estructura del pavimento y que se extiende hasta una profundidad que o afecta la carga de diseño que corresponde al tránsito previsto.

Esta capa puede estar en corte o relleno y una vez compactada debe tener las secciones transversales y pendientes especificadas en los planos de diseño.

Las propiedades de los suelos de sub rasante son uno de los más importantes en el diseño de un pavimento. Estas propiedades siempre estarán presentes aunque cambien mediante tratamientos especiales tales como estabilización, compactación, etc. Para conocer estas propiedades es necesario un muestreo muy amplio que abarque toda la traza, del proyecto. Las probetas se llevan a laboratorio para ser ensayadas (granulometría, humedad, límites de Atterberg, contenido de humedad óptimo, CBR y clasificación). Todos estos datos se vuelcan en el perfil edafológico donde se indican los distintos tipos de suelo y su profundidad. También se confecciona una planilla que, junto con el perfil edafológico, constituyen una herramienta fundamental para el comienzo del proyecto.

2.2.1. Características de los suelos expansivos

Se conocen suelos expansivos aquellos que presentan expansiones o contracciones, ósea cambios de volumen cuando varía su humedad o contenido de agua. Los materiales de arcilla tienen la capacidad de absorber una gran cantidad de agua y retenerla debido a su estructura, el produce el incremento de volumen en el material mencionado anteriormente y también una drástica reducción de volumen cuando el agua que retenía se seca.

El contenido de humedad es la cantidad de agua o humedad que se presenta en un suelo varía un límite muy amplio, dependiendo de cada zona geográfica. Se expresa como un porcentaje. El contenido de humedad es un factor muy importante cuando

se habla de la expansión de suelos ya que nos puede indicar donde se podrían presentar expansión si tienen materiales arcillosos.

Una de las causas por las que se presentan los suelos expansivos son las condiciones climáticas, que influyen de manera directa al comportamiento de estos suelos. Una expansión se genera debido al agua, por lo que es más propenso a encontrar suelos expansivos en áreas donde las lluvias sean moderadas y frecuentes. Otro factor importante es la presencia de aguas subterráneas que se filtran de la superficie.

Formas de identificar suelos expansivos.

Los suelos expansivos se pueden identificar visualmente por varias características, tiene alta plasticidad, si observamos el terreno encontraremos grietas o rajaduras, esto se debe a la expansión y contracción constante que sufre la superficie de esos suelos cuando hay variación de humedad.

La identificación mineralógica es uno de las principales formas usadas para ubicar suelos expansivos, los métodos más recomendados para la identificación mineralógica son: difracción de rayos X, análisis térmico diferencial, análisis químico, absorción de tinte y la microscopía electrónica. Consisten en detectar la presencia de minerales arcillosos, que pueden resultar ser expansivos. Sin embargo esta forma de identificación no es muy útil para la práctica de ingeniería ya que pueden llegar a ser muy costosos y requieren un amplio conocimiento.

Otra forma es la determinación de propiedades básicas del suelo. Las propiedades que se busca obtener son: límite líquido y plástico, límite de contracción, contenido de coloides, expansión libre del suelo.

Los suelos, según la naturaleza, la cantidad de agua, presentan propiedades para ser incluidos en el estado sólido, semisólido, plástico o semilíquido.

La cantidad de agua de un suelo así como el límite al que se produce el cambio de estado varia de un suelo a otro. Los contenidos de agua o humedad con los cuales se producen los cambios de estado, son llamados límites de Atterberg.

Límite líquido: “es límite entre los estados semilíquido y plástico”, según Atterberg.

Límite plástico: “es el límite entre los estados plástico y semisólido”, según Atterberg.

Límite de contracción: “humedad máxima de un suelo para la cual una reducción de la humedad no causa una variación del volumen del suelo”, según Atterberg.

2.2.2. Factores que afectan el comportamiento expansivo de los suelos

Existen numerosos factores que afectan el comportamiento expansivo de los suelos. Los principales factores son la accesibilidad del agua, la cantidad y tipo de arcillas en el suelo y la reducción del esfuerzo efectivo.

2.3. Parámetros geotécnicos para suelos expansivos

A continuación se describen los siguientes parámetros geotécnicos realizados para el presente proyecto.

2.3.1. Granulometría

Dentro del análisis de los suelos, se encuentra el de la granulometría, que no es más que obtener la distribución porcentual de los tamaños de las partículas que conforma un suelo. Esto se realiza con ayuda de un juego de mallas, que tienen un tamaño graduado establecido por las normas ASTM Y AASHTO, en donde se obtienen los pesos retenidos para luego realizar posteriores cálculos y la curva granulométrica.

Si bien se realiza una distribución de tamaños, esto no incide en la forma que puedan tener los granos de suelo, ya que al retener material en una malla se observa diferentes tamaños y el porcentaje que se calcula está basado estrictamente en los pesos que se retiene en la malla, referido al peso total que se utiliza en el ensayo.

El factor fundamental del ensayo es la curva granulométrica, que se dibuja en una escala logarítmica, ya que de no ser así la representación gráfica tendría que usar una escala demasiado grande.

Los tamices para la parte fina son los siguientes: N°40 y N°200 donde también para los suelos finos se realiza el método del lavado.

El análisis mecánico es la determinación del rango del tamaño de partículas presentes en un suelo, expresado como un porcentaje del peso (o masa) seco total. El análisis con cribado se usa para tamaños de partículas mayores de 0.075 mm de diámetro. El análisis por cribado consiste en sacudir la muestra de suelo a través de un conjunto de mallas que tienen aberturas progresivamente más pequeñas, este proceso se utilizara para realizar la caracterización de las muestras o suelos a utilizar en el proyecto.

Figura 2.1. Tamices para el ensayo de granulometría

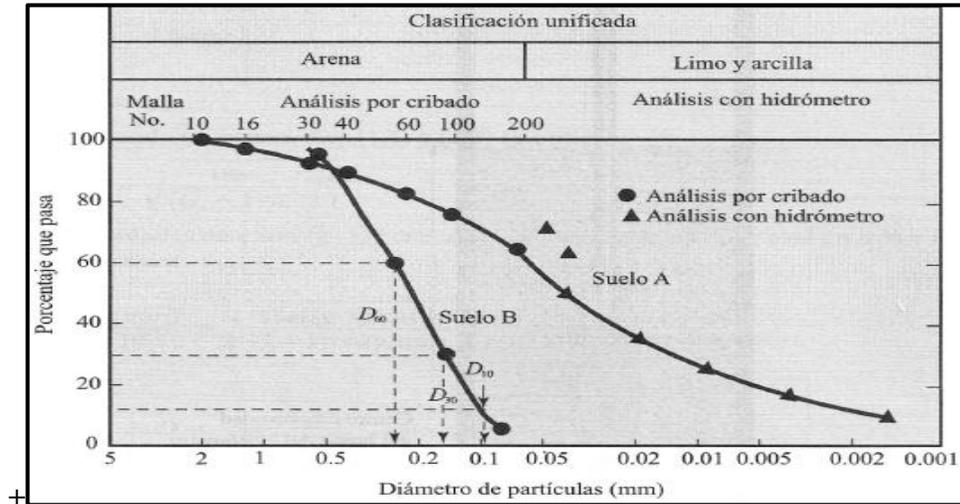


Fuente: Principios de ingeniería de cimentaciones, Braja M. das

Curva de distribución granulométrica:

Los resultados del análisis mecánico (análisis por cribado) se presentan generalmente en gráficas semilogarítmicas como curvas de distribución granulométrica (o de tamaño de grano).

Figura 2.2. Ejemplo de curva granulométrica.

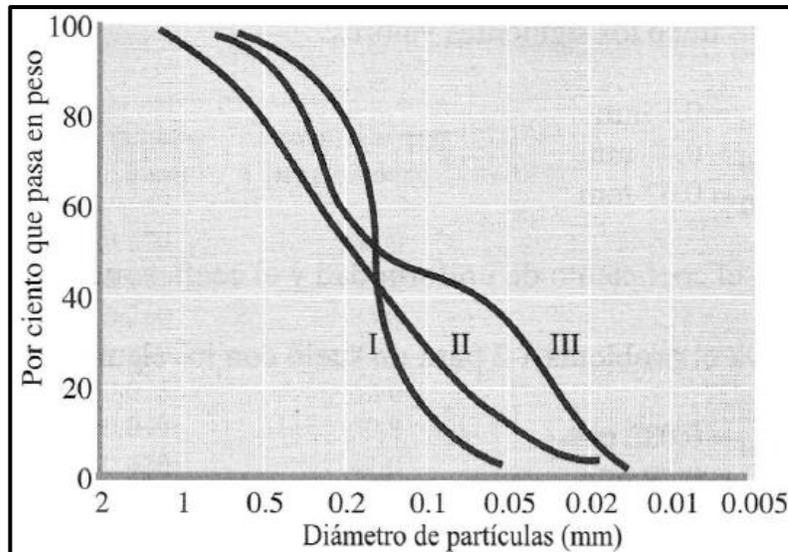


Fuente: Principios de ingeniería de cimentaciones, Braja M. das

Los diámetros de las partículas se grafican en escala logarítmica y el porcentaje correspondiente de finos en escala aritmética. También se utilizarán estas graficas o curvas para caracterizar el material que se va a utilizar.

Siempre que se cuente con suficiente número de puntos, la representación gráfica de la distribución granulométrica debe estimarse preferentemente en tablas.

Figura 2.3. Tipos diferentes de curvas granulométricas.



Fuente: Principios de ingeniería de cimentaciones, Braja M. das

La curva de distribución granulométrica muestra no sólo el rango de los tamaños de partículas presentes en un suelo, sino también la distribución de varios tamaños de partículas.

La curva I representa un tipo de suelo en el que la mayoría de los granos son del mismo tamaño, y se le llama suelo mal graduado.

La curva II representa un suelo en el que los tamaños de las partículas están distribuidos sobre un amplio rango y se le llama bien graduado.

Un suelo puede tener una combinación de dos o más fracciones uniformemente graduadas.

Finalmente la curva III representa tal suelo y se le llama de granulometría discontinua.

2.3.2. Peso específico

Se observa que los frascos volumétricos de vidrio, cuando sin expuestas a diferentes temperaturas, sufren ligeros cambios en su volumen es decir si se aumenta la temperatura el vidrio tiende a la dilatación incrementando ligeramente su volumen y cuando se disminuye la temperatura su volumen también disminuye.

El agua sufre un incremento en su peso cuando se aumenta su temperatura o viceversa.

Estos cambios si bien no son considerables, pueden corregirse a través de la realización de una curva de calibración para cada frasco granulométrico.

El peso específico relativo de los sólidos de un suelo se determina en laboratorio haciendo uso de un frasco con marca de enrase. El peso específico se determina mediante la fórmula.

$$\gamma = \frac{W_s}{W_{fw} + W_s - W_{fsw}}$$

Dónde:

γ = Peso específico de un suelo.

W_s = Peso del suelo seco.

W_{fw} = Peso del frasco lleno de agua.

W_{bws} = Peso frasco con suelo y agua.

Todas las magnitudes son mensuradas en laboratorio. El peso del frasco lleno de agua hasta el enrase es función de la temperatura de prueba, este valor generalmente se extrae de la curva de calibración.

El peso del suelo seco se determina antes de la prueba de materiales y después de ella en los finos plásticos, la razón es que si los suelos arcillosos son secados antes de la prueba estos pueden formar grumos y dentro de ellos crear vacíos de aire.

Luego de cálculos los pesos específicos a veces se tiene la necesidad de ajustar estos datos a una temperatura patrón de 20°C, cuya densidad de agua es 0,99791.

2.3.3. Hidrómetro

El análisis hidrométrico por medio del hidrómetro se basa en el principio de la sedimentación de granos de suelo en agua.

Cuando un espécimen de suelo se dispersa en agua, las partículas se asientan a diferentes velocidades, dependiendo de sus formas, tamaños y pesos.

Por simplicidad, se supone que todas las partículas de suelo son esferas y que la velocidad de las partículas se expresa por la ley de Stokes, la cual expresa lo siguiente:

$$V = \frac{\delta_s - \delta_w}{18 \times \eta} \times D^2$$

Dónde:

V = Velocidad

δ_s = Densidad de las partículas de suelo

δ_w = Densidad del agua

η = Viscosidad del agua

D = Diámetro de las partículas del suelo

En el laboratorio, la prueba del hidrómetro se conduce en un cilindro de sedimentación con 50 g de muestra seca al horno.

El cilindro de sedimentación tiene 457 mm de altura y 63.5 mm de diámetro; el cilindro está marcado para un volumen de 1000 ml.

Como agente dispersor se usa generalmente el hexametáfosfato de sodio. El volumen de la suspensión de suelo dispersado se lleva hasta los 1000 ml añadiendo agua destilada.

Cuando un tipo de hidrómetro se coloca en la suspensión de suelo en un tiempo t , medido desde el principio de la sedimentación, mide la densidad de sólidos en la vecindad de su bulbo a una profundidad L .

La densidad de sólidos es una función de la cantidad de partículas de suelo presentes por volumen unitario de suspensión en esa profundidad.

En un tiempo t , las partículas de suelo en suspensión a una profundidad L tendrán un diámetro menor que D .

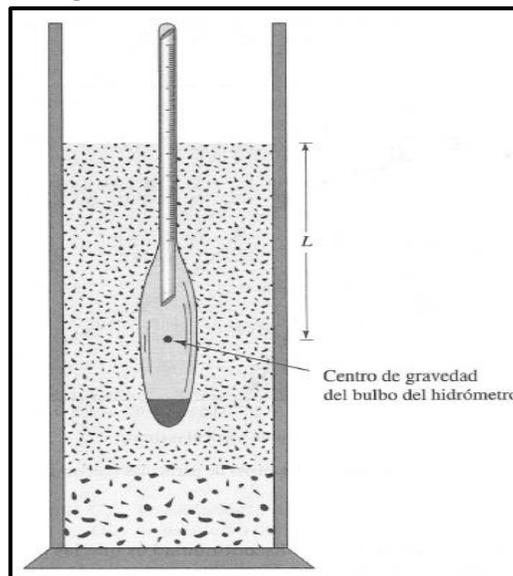
Las partículas más grandes se habrán asentado más allá de la zona de medición. Los hidrómetros son diseñados para dar la cantidad de suelo, en gramos, aún en suspensión.

Los hidrómetros son calibrados para suelos que tienen una densidad de sólidos (G_s) de 2.65; para suelos de otra densidad de sólidos, es necesario hacer correcciones.

Conocida la cantidad de peso en suspensión, L y t , podemos calcular el porcentaje de suelo por peso más fino que un cierto diámetro. Note que L es la profundidad medida desde la superficie del agua hasta el centro de gravedad del bulbo del hidrómetro donde se mide la densidad de la suspensión.

El valor de L cambia con el tiempo t , el análisis por hidrómetro es efectivo para separar las fracciones de suelo hasta un tamaño de aproximadamente 0.5μ .

Figura 2.4. Método del hidrómetro



Fuente: Principios de ingeniería de cimentaciones, Braja M. das

También se utilizaron las siguientes fórmulas para calcular el ensayo del hidrómetro adoptando valores de las tablas anteriores:

Se tomó el valor del peso específico del suelo igual a 2.70 gr/cm^3 .

- Con los valores de L, K y el tiempo, se calcula el valor D , con la ecuación:

$$D = K * \sqrt{\frac{L}{t}}$$

Dónde:

D = Diámetro de la partícula (mm)

L = Profundidad efectiva de caída de las partículas en un tiempo dado.

T = Tiempo de la profundidad de las partículas (min)

K = constante de las características del suelo.

- Se calcula la lectura corregida del hidrómetro a través de la ecuación:

$$R_c = R_{real} - C_{cero} + C_t$$

Dónde:

R_c = Lectura corregida del hidrómetro

R_{real} = Lectura directa del hidrómetro

C_{cero} = Corrección de cero, se presenta cuando existe lecturas negativas

C_t = Corrección por temperatura.

- Se evalúa el porcentaje más fino del diámetro de la partícula D, con la siguiente ecuación:

$$\% \text{ mas fino} = R_c * \frac{a}{W_s} * 100$$

Dónde:

% más fino = Porcentaje más fino del diámetro de la partícula D (%)

R_c = Lectura corregida del hidrómetro

a = Factor de corrección para el peso unitario de sólidos (tabla 2)

W_s = Peso del suelo colocado en la suspensión (gr)

2.3.4. Límites de Atterberg

Existen suelos que al ser remodelados, cambiando su contenido de agua si es necesario, adoptan una consistencia característica, que desde épocas antiguas se ha denominado Plástica.

Estos suelos han sido llamados arcillas, originalmente por los hombres dedicados a la cerámica; este término pasó a la mecánica de suelos, en épocas más recientes, con idéntico significado.

La plasticidad es, en este sentido, una propiedad tan evidente que ha servido para clasificar suelos en forma puramente descriptiva, pronto se reconoció que existía una relación específica entre la plasticidad y las propiedades fisicoquímicas determinantes del comportamiento mecánico de las arcillas, si el índice de plasticidad de los suelos es mayor a 10, entonces se trata de suelos arcillosos, pero si el índice de plasticidad es menor a 10, entonces se trata de un suelo limoso.

En este momento la plasticidad se convirtió en una propiedad ingenieril de interés científico estricto, dejando de ser una cualidad puramente descriptiva o de trabajabilidad en cerámica, las investigaciones posteriores han probado que la plasticidad de un suelo es debida a su contenido de partículas más finas de forma laminar.

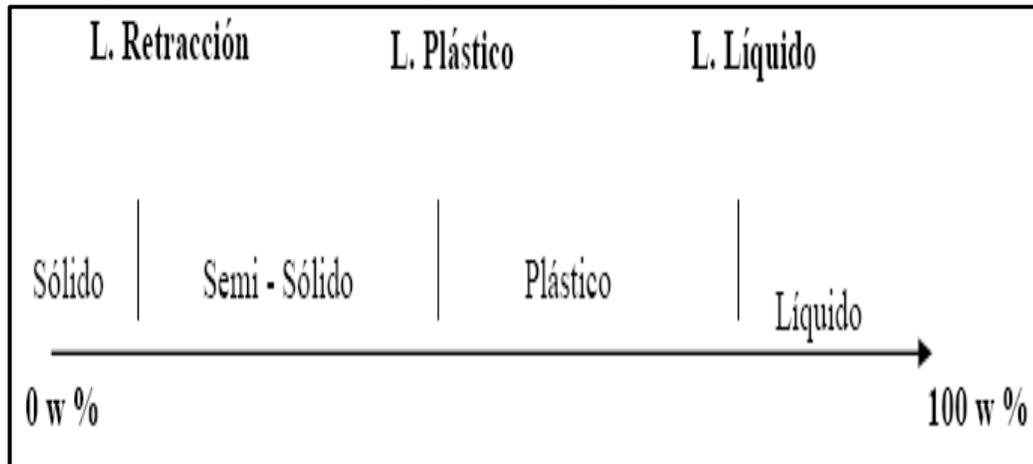
Los límites de Atterberg o también llamados límites de consistencia se basan en el concepto de que los suelos finos, presentes en la naturaleza, pueden encontrarse en diferentes estados, dependiendo de su propia naturaleza y la cantidad de agua que contengan.

Un suelo se puede encontrar en un estado sólido, semisólido, plástico y líquido o viscoso.

La arcilla, por ejemplo, si está seca se encuentra muy suelta o en terrones, añadiendo agua adquiere una consistencia similar a una pasta, y añadiendo más agua adquiere una consistencia fluida.

Cada uno de estos cambios o estados varían según el contenido de humedad que se le agrega al suelo durante el ensayo.

Figura 2.5. Variación de la plasticidad según el contenido de humedad.



Fuente: Principios de ingeniería de cimentaciones, Braja M. das

Para medir la plasticidad de las arcillas se han desarrollado varios criterios, de los cuales uno solo, el debido a Atterberg, se mencionara.

Atterberg hizo ver que, en primer lugar, la plasticidad no era una propiedad permanente de las arcillas, sino circunstancial y dependiente de su contenido de agua. Una arcilla muy seca puede tener la consistencia de un ladrillo, con plasticidad nula, y esa misma, con gran contenido de agua, puede presentar las propiedades de un lodo semilíquido o, inclusive, las de una suspensión líquida.

Entre ambos extremos, existe un intervalo del contenido de agua en que la arcilla se comporta plásticamente, en segundo lugar, Atterberg hizo ver que la plasticidad de un suelo exige, para ser expresada en forma conveniente, la utilización de dos parámetros en lugar de uno solo, como hasta su época se había creído, además, señalo esos parámetros y un modo tentativo, hoy perfeccionado, de evaluarlos.

Según su contenido de agua en orden decreciente, un suelo susceptible de ser plástico puede estar en cualquiera de los siguientes estados de consistencia, definidos por Atterberg.

- Estado líquido, con las propiedades y apariencia de una suspensión.
- Estado semilíquido, con las propiedades de un fluido viscoso.
- Estado plástico, en que el suelo se comporta plásticamente
- Estado semisólido, en el que el suelo tiene la apariencia de un suelo, pero aun disminuye de volumen al estar sujeto a secado.
- Estado sólido, en que el volumen del suelo no varía con el secado.

Plasticidad de los suelos.

Se denomina plasticidad de suelos al rango de contenido de humedad de un suelo, el cual soporta deformaciones pero sin agrietarse, también es llamado índice de plasticidad y su cálculo se determina mediante la diferencia entre el límite líquido y límite plástico.

$$IP = LL - LP$$

Dónde:

IP = Índice de plasticidad

LL = Límite líquido

LP = Límite plástico

2.3.5. Humedad Natural y Clasificación

Se define como contenido de humedad de suelos, a la cantidad de agua que posee una determinada muestra de suelo, expresada en porcentaje y referida al peso seco de la misma.

La fórmula para encontrar dicha humedad es la siguiente:

$$w(\%) = \frac{P_a}{P_{SS}} * 100$$

Dónde:

$W(\%)$ = Contenido de humedad

P_a = Peso del agua

P_{SS} = Peso del suelo seco

2.3.6. Compactación

En la construcción de terraplenes para carreteras, presas de tierra y muchas otras estructuras de la ingeniería, los suelos sueltos deben ser compactados para incrementar sus pesos específicos.

La compactación incrementa las características de resistencia de los suelos, aumentando así la capacidad de carga de las cimentaciones construidas sobre ellos.

La compactación disminuye también la cantidad de asentamientos indeseables de las estructuras e incrementa la estabilidad de los taludes de los terraplenes.

Los rodillos de ruedas lisas, los rodillos patas de cabra, los rodillos con neumáticos de hule y los rodillos vibratorios son usados generalmente en el campo para la compactación del suelo. Los rodillos vibratorios se usan principalmente para la densificación de los suelos granulares.

Cuando se agrega agua al suelo durante la compactación, ésta actúa como un agente ablandador de las partículas del suelo, que hace que se deslicen entre sí y se muevan a una posición de empaque más denso.

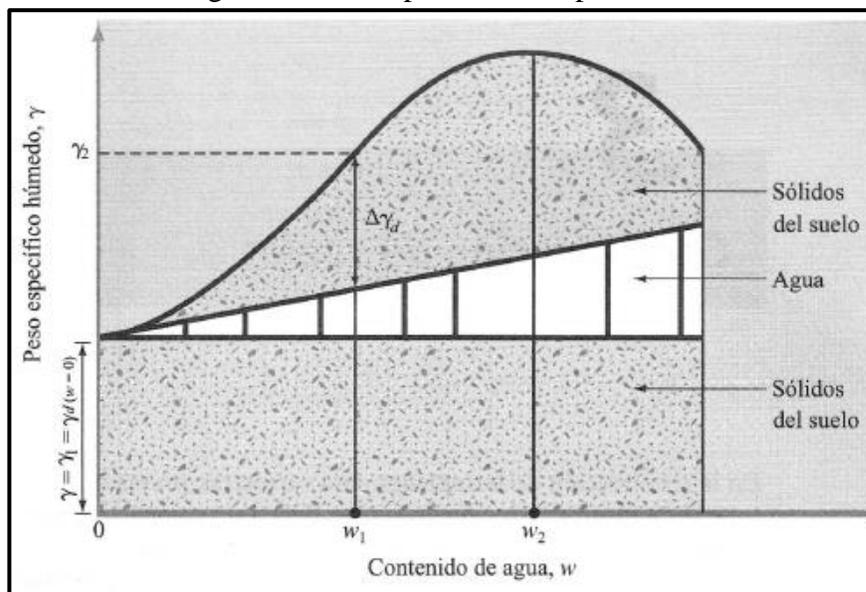
El peso específico seco después de la compactación se incrementa primero conforme aumenta el contenido de agua.

Cuando el contenido de agua es gradualmente incrementado y se usa el mismo esfuerzo compactador para la compactación, el peso de los sólidos del suelo en un volumen unitario crece en forma gradual.

Más allá de un cierto contenido de agua, cualquier incremento en el contenido de agua tiende a reducir el peso específico seco, debido a que el agua toma los espacios que podrían haber sido ocupados por las partículas sólidas.

El contenido de agua bajo el cual se alcanza el máximo peso específico seco se llama contenido de agua óptimo.

Figura 2.6. Principio de la compactación.



Fuente: Principios de ingeniería de cimentaciones, Braja M. das

Definición de compactación.- Se entiende por compactación de suelos a un proceso mecánico al cual se somete un determinado suelo para mejorar algunas características, como la resistencia, compresibilidad, y disminución de la deformación de dichos suelos provocados a causa de las cargas que puede llegar a soportar, esta compactación se la realiza expulsando el aire que se encuentra en el suelo y de esta manera reducir la cantidad de vacíos y lograr un acomodamiento de todas las partículas que conforman el suelo, aumentando su densidad, al realizar la compactación se elimina los vacíos del suelo y generalmente no el agua que contiene el suelo.

Finalidad de la compactación.-Una compactación puede seguir muchos objetivos, como ser que el suelo compactado adquiera una resistencia suficiente para resistir con seguridad el propio peso de alguna estructura civil o las cargas que transmiten las ruedas al suelo en una construcción vial.

También el suelo compactado no debe deformarse tanto, por efecto de las cargas que resiste, de manera que no se dañe dicho suelo ni la estructura que soporta, es decir, no debe retraerse ni exenderse excesivamente.

Procedimientos para encontrar los valores máximos de la curva de compactación

Los valores máximos de la curva de compactación se pueden encontrar gráficamente por simple visualización, siempre y cuando las escalas utilizadas en cada uno de los ejes estén de acuerdo a los valores de dicha curva.

Para una mayor precisión se puede recurrir a la utilización de las derivadas, para ello es imprescindible conocer la ecuación de la curva de compactación, entonces por simple procedimiento de derivadas, donde la pendiente sea cero se encontrara el punto máximo.

Grado de compactación.- El grado de compactación de un suelo es la relación, en porcentaje, entre la densidad seca alcanzada en obra y la densidad máxima seca obtenida en laboratorio, esto para un mismo suelo, es decir, si se realiza la compactación en una vía y sacamos la densidad in situ de esa vía ya compactada, esa densidad deberá ser muy cercana o igual a la densidad máxima obtenida en laboratorio, el control en obra se hace generalmente a través de ensayos de determinación del grado compactación y comparando esos resultados con el porcentaje de requisito en las especificaciones de una vía, como 90%,95%,100%,etc, esto depende del destino y la importancia de la obra.

Curva de compactación.- La curva de compactación de suelos es una gráfica que se dibuja en un eje de coordenadas, en la cual el eje de las abscisas van los valores de contenido de humedad de los suelos expresado en porcentaje y en el eje de las ordenadas van los valores correspondientes a la densidad seca máxima, dicha grafica

es útil para conocer los valores máximos de humedad y densidad de un determinado suelo, una vez ya se haya realizado la compactación por métodos estandarizados, dicha grafica es la siguiente:

Humedad óptima, es el contenido de agua bajo el cual un suelo alcanza la máxima densidad seca, un contenido de humedad mayor del optimo tiende a reducir el peso específico seco, debido a que el agua toma los espacios que podrían haber sido ocupados por las partículas sólidas.

Densidad seca máxima, es la densidad a la cual una muestra de suelo puede llegar a adquirir, siempre y cuando la compacten a la humedad óptima de dicho suelo.

2.3.7. C.B.R.

El CBR de un suelo es la carga unitaria correspondiente a 0.1" ó 0.2" de penetración, expresada en por ciento en su respectivo valor estándar.

También se dice que mide la resistencia al corte de un suelo bajo condiciones de humedad y densidad controlada. El ensayo permite obtener un número de la relación de soporte, que no es constante para un suelo dado sino que se aplica solo al estado en el cual se encontraba el suelo durante el ensayo.

El número CBR (o simplemente CBR), se obtiene de la relación de la carga unitaria (lbs/pulg².) necesaria para lograr una cierta profundidad de penetración del pistón de penetración (19.4 cm²) dentro de la muestra compactada de suelo a un contenido de humedad y densidad dadas con respecto a la carga unitaria patrón (lbs/pulg².) requerida para obtener la misma profundidad de penetración en una muestra estándar de material triturado.

Los ensayos de CBR se hacen usualmente sobre muestras compactadas al contenido de humedad óptimo para un suelo específico, el cual es determinado utilizando el ensayo de compactación estándar o modificada.

Para los cálculos del C.B.R. se utilizaron las siguientes formulas:

- El peso unitario de la muestra

$$Puh = \frac{Pms}{Vol. molde}$$

Dónde:

Puh = Peso unitario de la muestra humedad (gr/cm³)

Pms = Peso muestra seca (gr)

- El peso unitario de la muestra seca

$$Pums = \frac{Puh}{100 + \%W} * 100$$

Dónde:

$Pums$ = Peso unitario de la muestra seca (gr/cm³)

Puh = Peso unitario de la muestra de humedad (gr/cm³)

$\%W$ = Porcentaje de humedad (%)

- La expansión se calcula de la siguiente manera:

$$\% exp = \frac{(Lf - Li)}{h} * 100$$

Dónde:

$\% exp.$ = Porcentaje de expansión (%)

Lf = Lectura final del extensómetro (cm)

Li = Lectura inicial del extensómetro (cm)

h = Altura total del espécimen

La determinación del C.B.R. se realiza para las penetraciones de 0.1 y 0.2 pulgadas en sus correspondientes cargas calculadas:

Para 0.1” tenemos

$$CBR = \frac{carga \left(\frac{Kg}{cm^2} \right)}{70.3 \left(\frac{Kg}{cm^2} \right)} * 100$$

Para 0.2” tenemos
$$CBR = \frac{\text{carga} \left(\frac{Kg}{cm^2}\right)}{105.5\left(\frac{Kg}{cm^2}\right)} * 100$$

Si los CBR 0.1” y 0.2” tienen similitud, se recomienda usar 0.2”

Si el CBR 0.2” es muy superior a 0.1”, deberá repetirse el ensayo”

Por último se realizan las siguientes graficas:

Carga vs penetración. Se grafica considerando escalas adecuadas, donde Las abscisas corresponden a la carga (Kg/cm²) y las ordenadas a la penetración (pulgadas)

Densidad seca vs CBR. Se grafica considerando escalas adecuadas, donde Las abscisas corresponden a la densidad seca (gr/cm³) y las ordenadas al CBR (%), en este grafico se calcula el CBR al 100% y 95% .A continuación se presenta un cuadro con la clasificación de suelos según el valor de C.B.R.

Tabla 2.1. Clasificación de suelos según el valor de C.B.R

C.B.R	CLASIFICACIÓN DEL SUELO	USO
1. 2 – 5	Muy mala	Sub-rasante
5 – 8	Mala	Sub-rasante
8 – 20	Regular – Buena	Sub-rasante
20 – 30	Excelente	Sub-rasante
30 – 60	Buena	Sub-base
60 – 80	Buena	Base
Mayor a 80	Excelente	Base

Fuente: Assis A. 1988.

2.4. Análisis de regresión estadístico

El análisis de la regresión Busca la forma matemática de la relación entre variables, es decir, se trata de encontrar una relación funcional, que para el caso de dos variables será de la forma $Y = f(X)$, de manera que se pueda calcular el valor de una variable de acuerdo al valor que tome la otra variable.

El análisis de correlación Busca conocer el grado de relación entre dos variables, es decir, se trata de medir cuán relacionadas están entre si las variables.

Por ejemplo: Si se trata de establecer una relación entre la edad de la estatura de un grupo de niños. El análisis de regresión trata de hallar una ecuación matemática que relacione un concepto con otro, el análisis de correlación trata de hallar un coeficiente que indique cuán relacionados están entre si ambos conceptos.

Para lograr ecuaciones matemáticas que relacionan a las variables, previamente se deben recoger los datos de manera que se conformen tablas, desde las cuales se puede analizar con comodidad.

Para el caso de dos variables se establece una tabla de la forma indicada.

Note que en la 1^{ra} columna están los valores de la variable X, en la 2^{da} columna están los elementos de la variable Y.

Un par de datos se lo expresara como: (X_i, Y_i)

Cada par da datos $(X_1, Y_1); (X_2, Y_2); (X_3, Y_3); \dots; (X_N, Y_N)$ se considera como un punto en el Plano.

X	Y
X ₁	Y ₁
X ₂	Y ₂
X ₃	Y ₃
.....
X _N	Y _N

2.4.1. Ajuste de curvas

Cuando a partir de un conjunto de pares de datos, se tiene un Diagrama de dispersión, es decir un conjunto de puntos en el Plano, se entiende por ajustar los puntos a una Curva o Recta, el obtener la ecuación de la Curva o Recta que más se aproxime a todos esos puntos.

Para ajustar a una Recta o Curva, se emplea el método matemático llamado de Mínimos Cuadrados.

A partir del Diagrama de dispersión indicado en la gráfica adjunta, y asumiendo que se lo está ajustando a la curva insertada.

Los puntos del Diagrama de dispersión en forma general se expresa por (X_i, Y_i)

Para cierto valores de X, por ejemplo X_1 entre su valor correspondiente de Y_1 con respecto al valor de la curva ya obtenida existirá una diferencia D_1 .

En algunos casos la diferencia será positiva (D_1, D_3), en otros casos negativa (D_2). Una medida de la separación entre puntos y curva obtenida es:

$$S = D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 + \dots + D_N^2$$

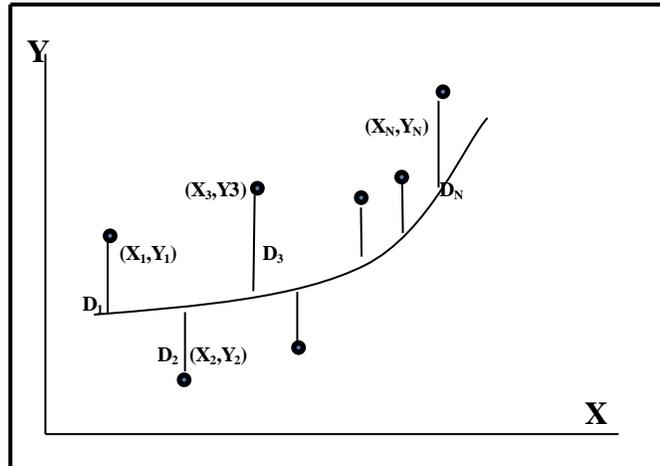
Los cuadros hacen que las diferencias sean todas positivas. Se debe procurar que S sea lo más pequeño posible ya que ello significará una mejor aproximación. Obviamente si S es grande significará menor aproximación.

El caso ideal ($S = 0$) sería hallar una ecuación que contenga a todos los puntos del Diagrama de dispersión.

Una Curva, que se ajusta de acuerdo al criterio de que S sea más pequeño, se llama Curva de Mínimos Cuadrados, porque se está considerando el mínimo del cuadrado de la desviación S.

Si se ajusta una Recta con el criterio de que S sea lo más pequeño se llama Recta de Mínimos Cuadrados.

Figura: 2.7 ajuste de curvas



Fuente: Estadística y probabilidades, Chungara Castro Víctor

2.4.2. Regresión lineal simple

Se llama Regresión Lineal Simple, al procedimiento general de expresar los puntos de un Diagrama de dispersión por una Recta.

La ecuación de una recta en el Plano se expresa por:

$$Y = a_0 + a_1X$$

Se debe procurar siempre que la Recta quede más cerca de los puntos conocidos.

A la recta que se obtiene bajo el procedimiento de que la suma de desviaciones al cuadrado sea mínima $S = D_1^2 + D_2^2 + D_3^2 + \dots + D_N^2$. Se llama Recta de ajuste por mínimos cuadrados.

La recta $Y = a_0 + a_1X$ que presenta el mínimo valor de S con respecto a los puntos de un Diagrama de dispersión es la Recta de constantes a_0 , a_1 que provienen de una Sistema llamado Sistema Normal de ecuaciones:

Resolviendo el sistema se hallan las constantes a_0 , a_1 . Se obtienen estas ecuaciones del sistema al minimizar S , mediante conceptos del Cálculo Infinitesimal.

Note que este Sistema se logra tomando sumatorias sobre la Ecuación de la Reta requerida, luego la otra multiplicando todo por X y tomando sumatorias nuevamente. Resolviendo el Sistema normal de ecuaciones, se obtienen las siguientes soluciones para a_0, a_1 .

2.4.3. Regresión no lineal

Toda vez que no se emplean rectas, se estará trabajando con la correlación no lineal. De acuerdo al Diagrama de dispersión pueden establecerse otros tipos de regresión, en principio se muestra el trabajo con ecuaciones de segundo grado.

2.4.3.1. Regresión cuadrática

Para lograr la correlación con una curva de segundo grado, debe obtenerse la ecuación:

$$Y = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

Se obtienen los coeficientes: a_0, a_1, a_2 resolviendo el sistema conformado por:

$$\begin{aligned}\sum Y &= a_0N + a_1\sum X + a_2\sum X^2 \\ \sum XY &= a_0\sum X + a_1\sum X^2 + a_2\sum X^3 \\ \sum X^2Y &= a_0\sum X^2 + a_1\sum X^3 + a_2\sum X^4\end{aligned}$$

Note q la 1^{ra} ecuación proviene de aplicar sumatorias, luego la ecuación 2^{da} grado se multiplica por X, X^2 para también aplicar sumatorias.

2.4.3.2. Regresión exponencial

Para ajustar la función exponencial la ecuación es: $Y=ae^{bx}$, donde deben calcularse los valores de las constantes a, b para ello se aplican Logaritmos.

Ecuación de ajuste exponencial:

$$Y= ae^{bx}$$

En ambos miembros se aplican Logaritmos naturales (Por la presencia del número e, base de los Logaritmos naturales).

Por propiedad de logaritmo de producto. Luego de una potencia. (Considerando que $\ln e = 1$ y efectuando los siguientes cambios de variable: $V = \ln Y$; $A = \ln a$).

$$\begin{aligned}\ln Y &= \ln (ae^{bx}) \\ \ln Y &= \ln a + \ln (ae^{bx}) \\ \ln Y &= \ln a + bx \ln e \\ \ln Y &= \ln a + bx \\ V &= A + bX\end{aligned}$$

De esa manera queda una Ecuación Lineal de la forma $V=A +bX$, donde V es la variable dependiente X es la variable independiente. Ahora ya es posible aplicar los procedimientos de Recta anteriores.

2.4.3.3. Regresión potencial

Para ajustar a función Potencial la ecuación es:

$$Y = aX^b$$

Donde deben calcularse los valores de las constantes a, b, para ello se aplica Logaritmos.

Ecuación de ajuste potencial.

$$Y = aX^b$$

En ambos miembros aplicando Logaritmos (Pueden ser decimales o también naturales).

Por propiedad de logaritmo de un producto. Luego de una potencia.

$$\begin{aligned} \text{Log } Y &= \text{Log } (aX^b) \\ \text{Log } Y &= \text{Log } a + \text{Log } (X^b) \\ \text{Log } Y &= \text{Log } a + b \text{Log } X \end{aligned}$$

Efectuando los siguientes cambios de variable.

$$\begin{aligned} V &= A + b U \\ V &= \text{Log } Y; \quad U = \text{Log } X; \quad A = \text{Log } a \end{aligned}$$

Así queda una ecuación de a forma: $V = A + b U$, Donde V es la variable dependiente, U es la variable independiente. Ahora ya es posible aplicar los mismos procedimientos anteriores de ajuste a una Recta.

2.4.4. Análisis de correlación

Se asume que existe correlación entre dos variables, cuando es evidente que al variar una de ellas también se produce variación de la otra.

Cuando se trata de medir cuan dependiente es la variable de la otra, se emplea el análisis de correlación que trata de establecer el grado de relación entre dos variables. Se llama correlación simple cuando se trata de la relación entre dos variables. A la relación entre tres o más variables se llama correlación múltiple.

Se llama Correlación lineal cuando la relación entre dos variables se representa por una curva cualquiera (No recta), se tiene la correlación No Lineal.

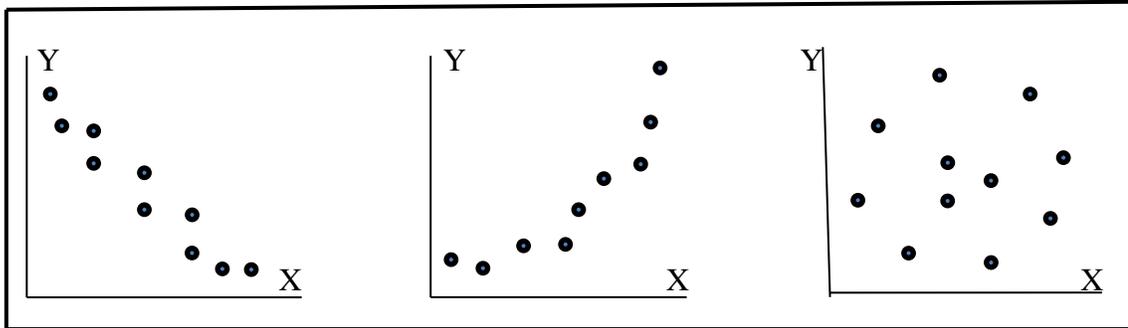
Trazando su Diagrama de Dispersión, es posible observar la tendencia que muestra un conjunto de puntos, para concluir razonablemente cual es el tipo de correlación que muestran.

El diagrama muestra que existe relación entre las variables, ya que a medida que X es mayor, también es mayor Y . Por tanto existe correlación entre las variables X , Y .

Los puntos del diagrama tienen tendencia a una Recta. Por tanto la correlación entre las variables es lineal.

Se analizan los siguientes Diagramas de Puntos:

Figura: 2.8. Diagrama de puntos



Fuente: Estadística y probabilidades, Chungara Castro Víctor

2.4.4.1. Coeficiente de correlación

Para medir el grado de relación existente entre variables, se usa el coeficiente de correlación.

Cuando se establece una relación funcional entre las variables X, Y de la forma:

$Y = f(x)$. Asumiendo que Y es el valor que se calcula de acuerdo a la relación funcional. Entonces se llama coeficiente de correlación a:

$$r = \pm \sqrt{\frac{\text{var iacion explicada}}{\text{var iacion total}}} = \pm \sqrt{\frac{\sum (Y_{EST} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}}$$

Se aprecia que el cálculo de este coeficiente de correlación requiere de que se conozca plenamente la relación funcional entre la variables $Y = f(x)$.

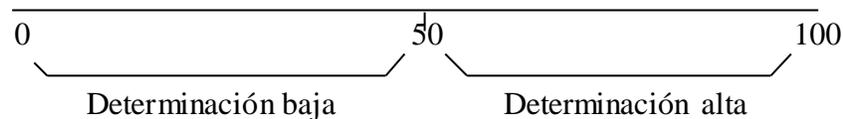
2.4.4.2. Coeficiente de determinación

Buscando un número positivo que permite efectuar comparaciones entre correlaciones, se tiene al coeficiente de determinación.

El coeficiente de determinación es el cuadrado del coeficiente de correlación: r^2

El coeficiente de determinación es un número positivo que varía entre 0 y 1 permite indicar el grado de certeza con que una variable depende de la otra.

Al multiplicarse por 100 el coeficiente de determinación será un porcentaje de validez con que se afirma que una variable depende de la otra.



2.4.5. Tamaño muestral para calcular la significación del coeficiente de correlación.

Supongamos que se quiere llevar a cabo un estudio con el fin de determinar si existe o no una relación significativa entre dos variables numéricas X e Y. Para llevar a cabo la investigación, se recoge una muestra de individuos en donde de cada uno de ellos se determina el valor que toma cada una de las dos variables. A continuación como calcular el tamaño de muestra necesario para contrastar la hipótesis de que el correspondiente coeficiente de correlación sea significativamente diferente de cero.

Como se dijo anteriormente, la distribución muestral del coeficiente Pearson no es normal, pero bajo la suposición de que las dos variables de estudio presentan una distribución gaussiana, el coeficiente de Pearson puede transformarse para conseguir un valor de z que sigue una distribución normal. Se suele considerar la transformación de Fisher.

$$z = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right)$$

Siendo el error estándar de z aproximadamente igual a:

$$1/\sqrt{n-3}$$

Utilizando esta aproximación, se obtiene fácilmente una fórmula para el cálculo del número de sujetos necesarios en esta situación.

$$n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2} + z_{1-\beta}}{\frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+r}{1-r}\right)} \right)^2 + 3$$

Dónde:

r = Coeficiente de correlación.

La seguridad con la que se desea trabajar, $1 - \alpha$ o riesgo de cometer un error de tipo I. Generalmente se trabaja con una seguridad del 95% ($\alpha = 0.05$).

El poder estadístico $1 - \beta$, que se quiere para el estudio, o riesgo de cometer un error del tipo II. Es habitual tomar $\beta = 0.2$, o un poder estadístico del 80%.

Los valores de $z_{1-\alpha/2}$, y $z_{1-\beta}$ se obtienen de la distribución normal estándar en función de la seguridad y el poder elegidos para el estudio. En particular para una seguridad del 95% y un poder estadístico del 80%. Se tiene que: $z_{1-\alpha/2} = 1.96$ y $z_{1-\beta} = 0.84$.

3. CAPÍTULO III ANÁLISIS DE LOS PARÁMETROS GEOTÉCNICOS EN LA NO LINEALIDAD DE LOS SUELOS EXPANSIVOS

3.1. Ubicación de los materiales del estudio

La ubicación de la extracción de las muestras fue determinada por un análisis e inspección de los lugares, verificando personalmente los sitios donde existen grandes yacimientos de suelos arcillosos, esta selección se la realizó abarcando todo el valle central de Tarija barriendo desde el municipio de San Lorenzo hasta el portillo, de norte a sur.

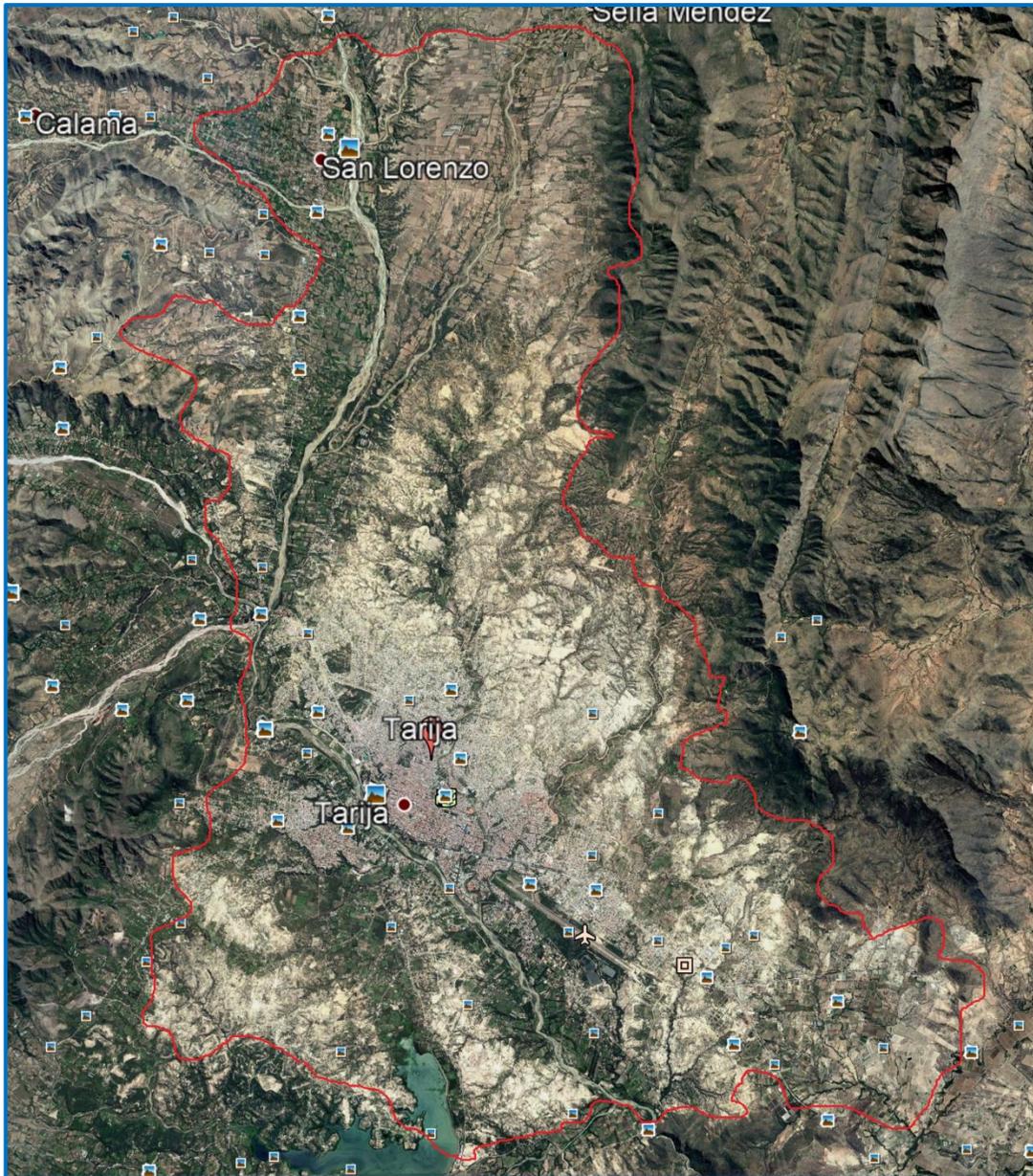
Figura 3.1. Visitas y selección de lugares de extracción de muestras



Fuente: elaboración propia

Los sitios de la extracción de las muestras fueron elegidos mediante un proceso de descarte y seleccionando equitativamente la distribución de los sitios en todo el valle central de Tarija, en la siguiente figura se presenta la delimitación del valle central de Tarija, en el análisis de la presente investigación.

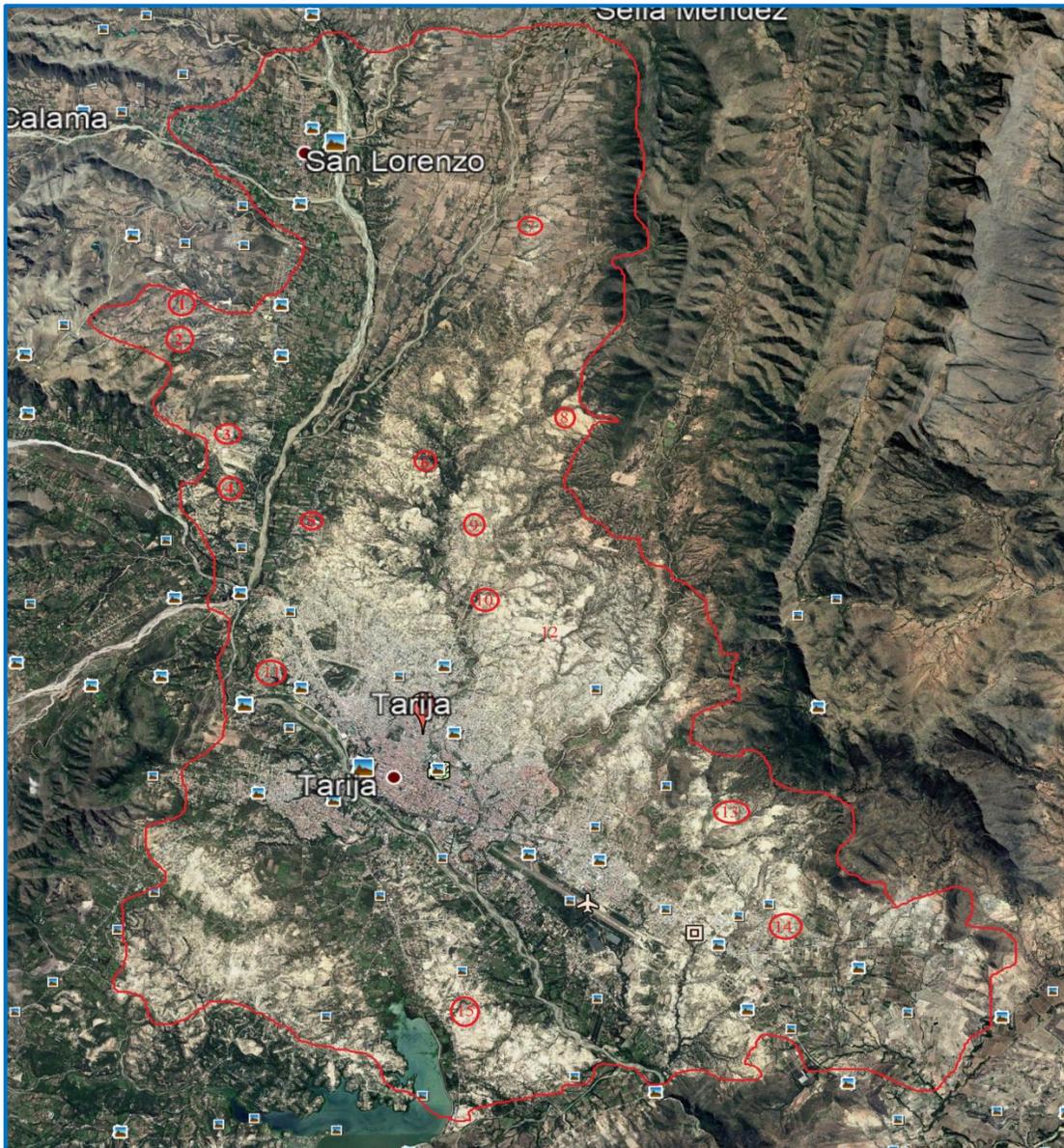
Figura 3.2 Delimitación de valle central de Tarija



Fuente: Google Eart

Como resultado del análisis y selección de los sitios de la extracción de las muestras, se tiene 15 puntos de estudio, los cuales son los siguientes Santa bárbara chica, Santa bárbara grande, Rancho sud, Tomatitas, Monte cercado, Monte centro, Monte sud, San Mateo, Barrio eucaliptos, San Pedro de villa vista, barrio trigal, Constructor, barrio jardín, Portillo, San Jacinto, como se muestra en la siguiente figura.

Figura 3.3 ubicación de los puntos de estudio



Fuente: Google Eart

Como se muestra en la figura la selección de los puntos de estudio se la realizo de una forma repartida adecuadamente en todo el valle de Tarija, de cada sitio se extrajeron dos muestras de suelo.

3.2. Evaluación de resultados de ensayo de laboratorio

Los ensayos de laboratorio efectuados para el análisis de los suelos expansivos en la no linealidad sobre los pavimentos fueron los siguientes: Ensayo de granulometría, peso específico relativo, hidrómetro, límites de Atterberg, humedad natural y clasificación, compactación y CBR, estos ensayos fueron elegidos, porque son fundamentales en el diseño de pavimentos, estos resultados de laboratorio definen las características mecánicas de la sub rasante o terreno de fundación en la construcción de un pavimento, en especial los resultados de la compactación y del CBR, ya que estos datos son necesarios para el diseño de pavimentos por el método AASTHO 93. Los informes de los ensayos de laboratorio de las 30 muestras analizadas se pueden revisar en el Anexo I.

3.2.1. Parámetros geotécnicos para el análisis de la no linealidad

3.2.1.1. Porcentaje que pasa tamiz 200

Del ensayo de granulometría se tomó en cuenta el porcentaje que pasa la malla 200 por que en el método de clasificación SUCS, si más del 50% de la muestra pasa la malla 200, se trata de suelos finos, y como este estudio está dirigido al análisis de los suelos expansivos se debe verificar que todas las muestras sean de grano fino o arcillosas.

3.2.1.2. Índice de plasticidad

El índice de plasticidad se toma en cuenta por, que es el resultado del ensayo de los límites de Atterberg, este índice determina que tan plástico es un suelo mientras la diferencia entre el limite líquido y el limite plástico sea más grande más plástico es un suelo lo que significa que puede contener más cantidad de agua antes de

convertirse en lodo, esto demuestra que la relación de vacíos aumenta en el porcentaje del contenido de agua esto significa que es más expansivo.

3.2.1.3. Densidad seca máxima

Este valor es el resultado de la prueba de compactación determina la densidad seca máxima que puede tener un suelo mezclado con agua, en estado compactado, esta densidad se la utiliza para comprobar el grado de compactación que puede alcanzar un suelo, por ello es de suma importancia en el diseño de pavimentos, especialmente en el tratamiento que se le da a la sub rasante y capas granulares.

3.2.1.4. CBR 95%

Dato fundamental que valora la capacidad de carga de las características de la sub rasante para el diseño de pavimentos.

3.2.2. Resultados de los laboratorios de las muestras

Los resultados de los parámetros geotécnicos obtenidos por ensayos de laboratorio, se presentan en la siguiente tabla, estos resultados son los valores seleccionados por las razones indicadas en los subtítulos anteriores, para comprobar estos resultados revisar el anexo I.

Tabla 3.1. Resultados de laboratorio

N°	Sitios de extracción de muestras	% pasa tamiz 200	Peso específico	% de arcilla	Índice de plasticidad	Densidad seca máx.	CBR 95 %
1	Santa Barbará grande	79,34	2,35	29,83	13	1,82	4,14
		85,87	2,39	37,98	14	1,81	3,50
2	Santa Barbará Chica	77,81	2,69	33,33	11	1,81	4,57
		94,87	2,63	31,11	15	1,81	3,68
3	Rancho Sud	95,62	2,61	32,45	14	1,98	3,60
		93,77	2,63	34,65	19	1,95	2,89
4	Tomatitas	90,36	2,65	31,31	16	1,70	2,86
		83,89	2,61	31,74	17	1,72	4,12

5	San Mateo	87,77	2,54	32,80	22	1,75	3,18
		91,75	2,58	32,70	21	1,86	3,45
6	Monte centro	96,27	2,56	30,76	18	1,90	3,02
		89,40	2,57	31,35	14	1,72	2,96
7	Monte cercado	78,56	2,57	41,00	10	1,99	4,01
		74,42	2,54	42,89	14	1,91	4,57
8	San pedro de B. vista	72,56	2,36	40,18	11	2,12	4,54
		68,59	2,40	38,27	15	1,59	5,80
9	Monte sud	95,34	2,48	41,65	16	1,59	3,15
		90,20	2,51	41,08	12	2,14	3,12
10	Barrio trigal	61,06	2,45	41,15	10	1,98	6,38
		65,87	2,42	40,07	18	1,77	6,23
11	Eucaliptos	86,67	2,42	45,21	14	1,84	4,35
		96,64	2,42	40,46	13	1,89	2,92
12	Constructor	90,73	2,55	39,30	19	1,86	3,84
		98,52	2,42	36,28	15	1,66	2,96
13	Barrio jardín	86,35	2,34	29,91	18	1,89	3,21
		87,99	2,40	32,31	21	1,88	2,95
14	Portillo	89,65	2,45	41,29	16	1,90	3,60
		91,23	2,49	38,29	17	1,91	3,90
15	San Jacinto	68,31	2,55	40,01	13	1,90	6,45
		72,85	2,55	40,80	15	1,84	5,20

Fuente: Elaboración propia

3.3. Análisis de regresión lineal y no lineal

Se determinaran las regresiones lineales y no lineales de las diferentes combinaciones de los parámetros geotécnicos seleccionados en el subtítulo 3.2.1. y mostrados en la tabla 3.1.

3.3.1. Agrupación de muestras según su clasificación

Para el análisis lineal y no lineal de las muestras de suelos de grano fino, primero se agruparan las muestras según su clasificación y tipo de suelo, para esto se

presentaran las siguientes tablas agrupando, según la clasificación AASTHO y SUCS:

Tabla 3.2. Agrupación de suelos A-6 (8)

GRUPO No 1	
Santa bárbara chica - punto 1	A-6 (8) Limos inorgánicos arenas muy finas con baja plasticidad.
San pedro B. vista - punto 1	A-6 (8) Limos inorgánicos arenas muy finas con baja plasticidad.
San Jacinto - punto 1	A-6 (8) Limos inorgánicos arenas muy finas con baja plasticidad.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.3. Agrupación de suelos A-6 (9)

GRUPO No 2	
Santa bárbara grande - punto 1	A-6 (9) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
Eucaliptos - punto 2	A-6 (9) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
san pedro v. vista - punto 2	A-6 (9) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
barrio trigal - punto 2	A-6 (9) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
monte sud - punto 2	A-6 (9) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
monte cercado - punto 2	A-6 (9) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.4. Agrupación de suelos A-6 (10)

GRUPO No 3	
santa bárbara grande - punto 2	A-6 (10) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
santa bárbara chica - punto 2	A-6 (10) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
rancho sud - punto 1	A-6 (10) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
Tomatitas - punto 1	A-6 (10) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad

monte centro - punto 2	A-6 (10) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
constructor - punto 2	A-6 (10) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
portillo - punto 1	A-6 (10) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
eucaliptos - punto 1	A-6 (10) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
monte sud - punto 1	A-6 (10) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
San Jacinto - punto 2	A-6 (10) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.5. Agrupación de suelos A-6 (11)

GRUPO No 4	
Barrio jardín - punto 1	A-6 (11) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
Tomatitas - punto 2	A-6 (11) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
Monte centro - punto 1	A-6 (11) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
Portillo - punto 2	A-6 (11) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.6. Agrupación de suelos A-6 (12)

GRUPO No 5	
Barrio jardín - punto 2	A-6 (12) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
Rancho sud - punto 2	A-6 (12) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
San mateo - punto 2	A-6 (12) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
Constructor - punto 1	A-6 (12) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.7. Agrupación de suelos A-6 (13), A-4 (5), (8)

GRUPO No 6	
San mateo - punto 1	A-6 (13) Arcilla inorgánica de mediana plasticidad
Barrio trigal - punto 1	A-4 (5) limos inorgánicos de baja compresibilidad con presencia de arcillas inorgánicas
Monte cercado - punto 1	A-4 (8) Limos inorgánicos arenas muy finas con baja plasticidad

Fuente: Elaboración propia

3.3.2. Agrupación de muestras con los datos para el análisis

El grupo No 1 no se tomó en cuenta por qué las muestras son insuficientes y el grupo No 6 porque son de diferentes clases de suelos y las muestras son insuficientes para el análisis, los grupos 2, 3, 4, 5, si se tomaron en cuenta en el análisis, a continuación se presentan las tablas por grupos con sus respectivos datos de laboratorios:

Tabla 3.8. Clasificación A-6 (9) GRUPO No 2

Sitio de extracción	% que pasa tamiz 200	Densidad seca máx.	CBR 95 %	Índice de plasticidad
Santa bárbara grande - punto 1	79,34	1,82	4,14	13
Eucaliptos - punto 2	96,64	1,89	2,92	13
San pedro B. vista - punto 2	68,59	1,59	5,80	15
Barrio trigal - punto 2	65,87	1,77	6,23	18
Monte sud - punto 2	90,20	2,14	3,12	12
Monte cercado - punto 2	74,42	1,91	4,57	14

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.9. Clasificación A-6 (10) GRUPO No 3

Sitio de extracción	% que pasa tamiz 200	Índice de plasticidad	Densidad seca máx.	CBR 95 %
Santa bárbara grande - punto2	85,87	14	1,81	3,50
Santa bárbara chica - punto2	94,87	15	1,81	3,68
Rancho sud - punto1	95,62	14	1,98	3,60
Tomatitas - punto1	90,36	16	1,70	2,86
Monte centro - punto2	89,40	14	1,72	2,96

Constructor – punto 2	98,52	15	1,66	2,96
Portillo-punto 1	89,65	16	1,90	3,60
Eucaliptos-punto 1	86,67	14	1,84	4,35
Monte sud-punto 1	95,34	16	1,59	3,15
San Jacinto-punto 2	72,85	15	1,84	5,20

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.10. Clasificación A-6 (11) GRUPO No 4

Sitio de extracción	% que pasa tamiz 200	Índice de plasticidad	Densidad seca máx.	CBR 95 %
Barrio jardín – punto 1	86,35	18	1,89	3,21
Tomatitas – punto 2	83,89	17	1,72	4,12
monte centro – punto 1	96,27	18	1,90	3,02
Portillo – punto 2	91,23	17	1,91	3,90

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.11. Clasificación A-6 (12) GRUPO No 5

Sitio de extracción	% que pasa tamiz 200	Índice de plasticidad	Densidad seca máx.	CBR 95 %
Barrio jardín – punto 2	87,99	21	1,88	2,95
Rancho sud - punto 2	93,77	19	1,95	2,89
San mateo – punto 2	91,75	21	1,86	3,45
Constructor – punto 1	90,73	19	1,86	3,84

Fuente: Elaboración propia

3.3.3. Definición de abreviaciones

Para un mejor manejo de datos se asignaran letras para representar los parámetros geotécnicos:

Tabla 3.12. Abreviaciones de los resultados de laboratorios

% que pasa tamiz 200	Índice de plasticidad	Densidad seca máx.	CBR 95 %
A	B	C	D

Fuente: Elaboración propia

3.3.4. Combinaciones para el análisis lineal y no lineal

Las combinaciones de las características mecánicas de los suelos expansivos del valle de Tarija, serán realizadas por grupos de clasificación.

3.3.4.1. Combinaciones para los grupos clasificados de suelos A-6 (9), A-6 (10), A-6 (11), A-6 (12)

Las combinaciones de los parámetros geotécnicos son:

Tabla 3.13. Abreviaciones de los resultados de laboratorios

Combinación	Abreviación
% que para tamiz No 200 VS CBR 95%	A - D
Índice de plasticidad VS CBR 95%	B - D
Densidad seca máxima VS CBR 95%	C - D

Fuente: Elaboración propia

3.3.4.2. Combinaciones para los grupos A-6 (9) y A-6 (10)

Tabla 3.14. Abreviaciones de los resultados de laboratorios

Combinación	Abreviación
% que para tamiz No 200 VS Densidad seca máxima	A - C
% que pasa tamiz No VS CBR 95%	A - D
Densidad seca máxima VS CBR 95%	C - D

Fuente: Elaboración propia

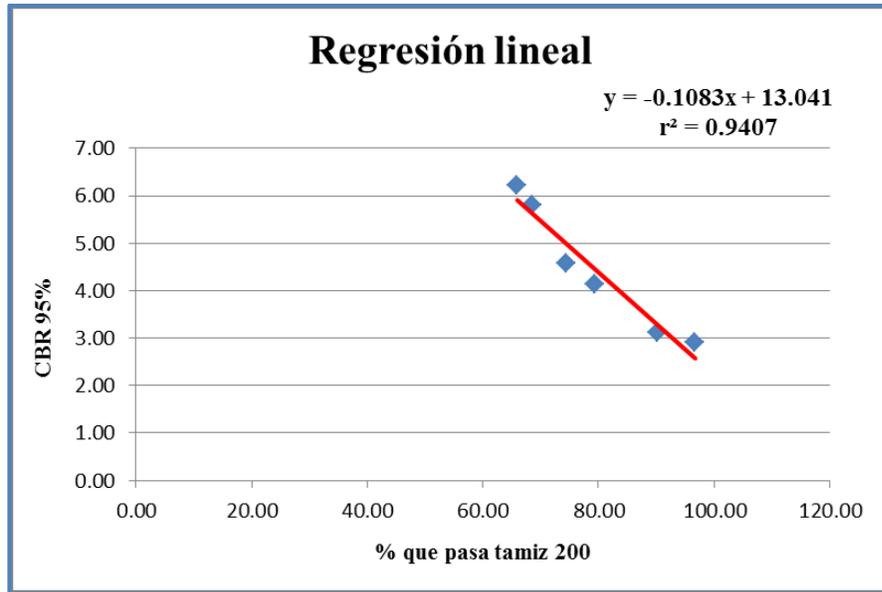
3.3.5. Análisis lineal

Los resultados del análisis lineal se presentan a continuación:

Se calcularán la combinación del % que pasa el tamiz No 200 y el CBR al 95%, el resto de las regresiones lineales y no lineales se presentan en el anexo II.

Análisis lineal del grupo A-6 (9), % que pasa No 200 y el CBR 95%.

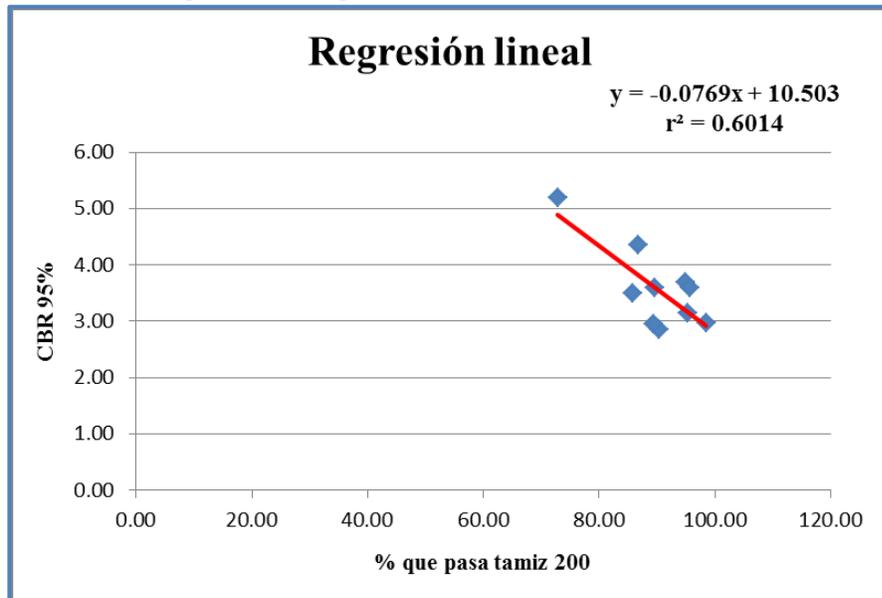
Figura 3.4. Regresión lineal combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis lineal del grupo A-6 (10), % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%

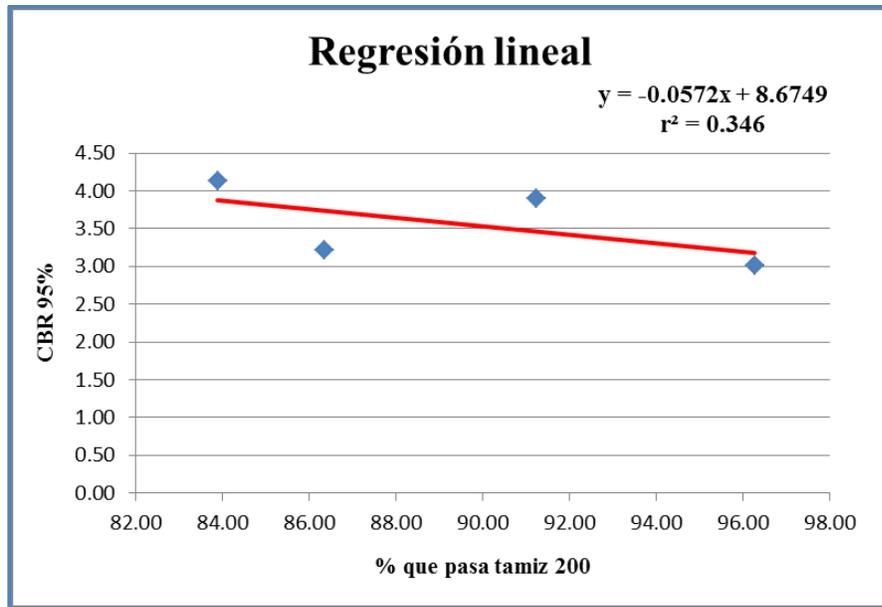
Figura 3.5. Regresión lineal combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis lineal del grupo A-6 (11), % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

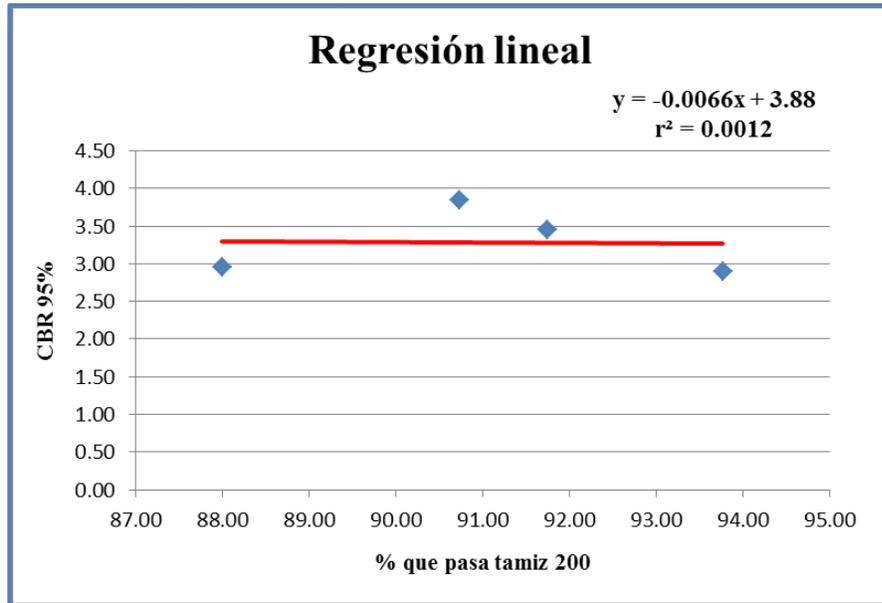
Figura 3.6. Regresión lineal combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis lineal del grupo A-6 (12), % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

Figura 3.7. Regresión lineal combinación A-D



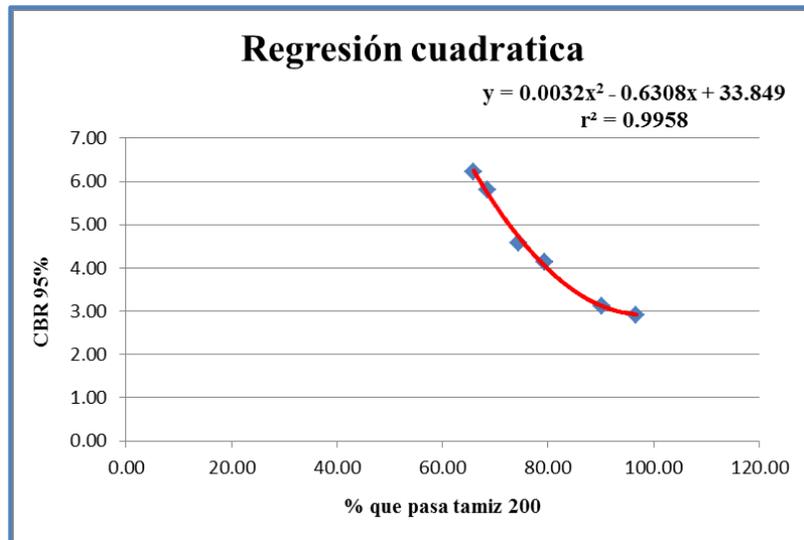
Fuente: Elaboración propia

3.3.6. Análisis cuadrático

Los resultados del análisis serán mostrados a continuación:

Análisis cuadrático del grupo **A-6 (9)**, % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

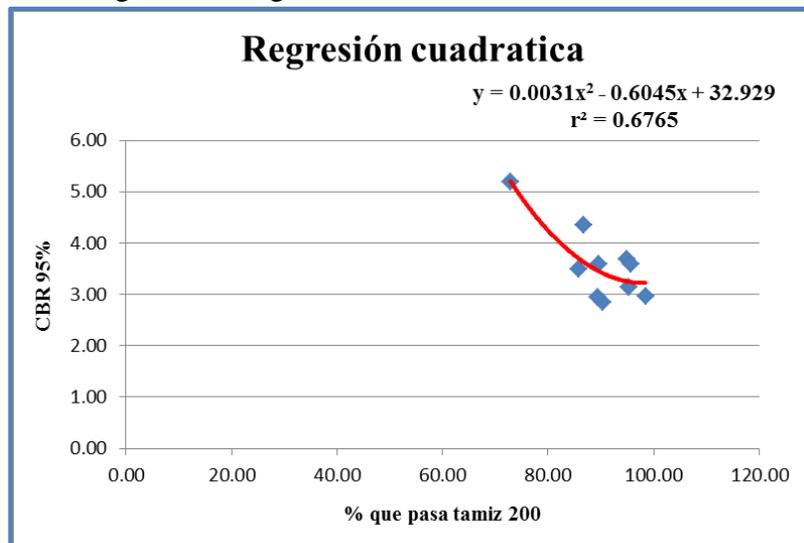
Figura 3.8. Regresión cuadrática combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis cuadrático del grupo **A-6 (10)**, % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

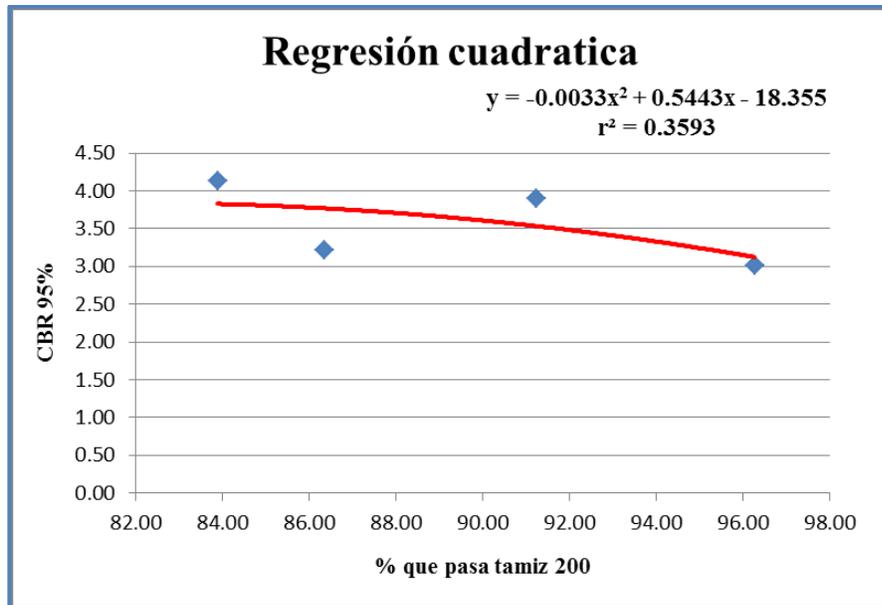
Figura 3.9. Regresión cuadrática combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis cuadrático del grupo A-6 (11), % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

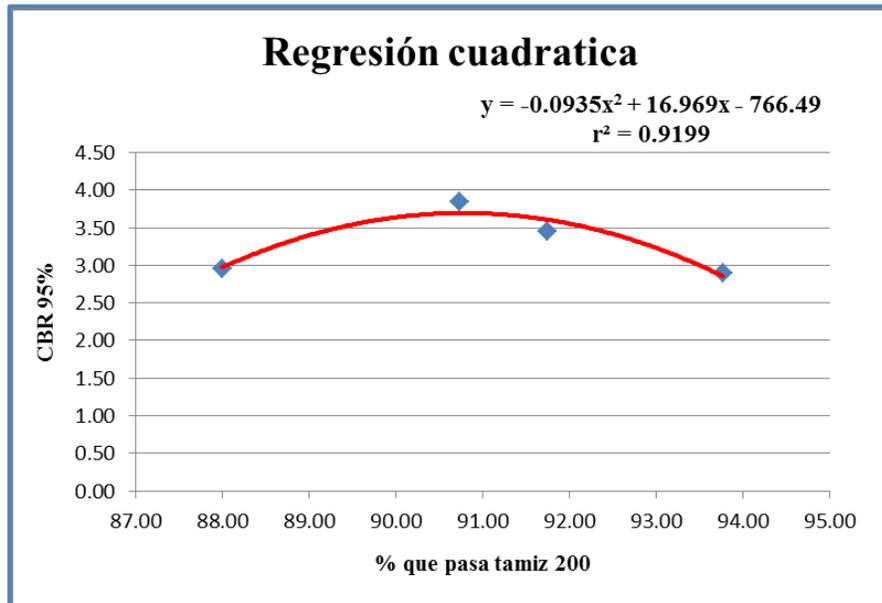
Figura 3.10. Regresión cuadrática combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis cuadrático del grupo A-6 (12), % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

Figura 3.11. Regresión cuadrática combinación A-D



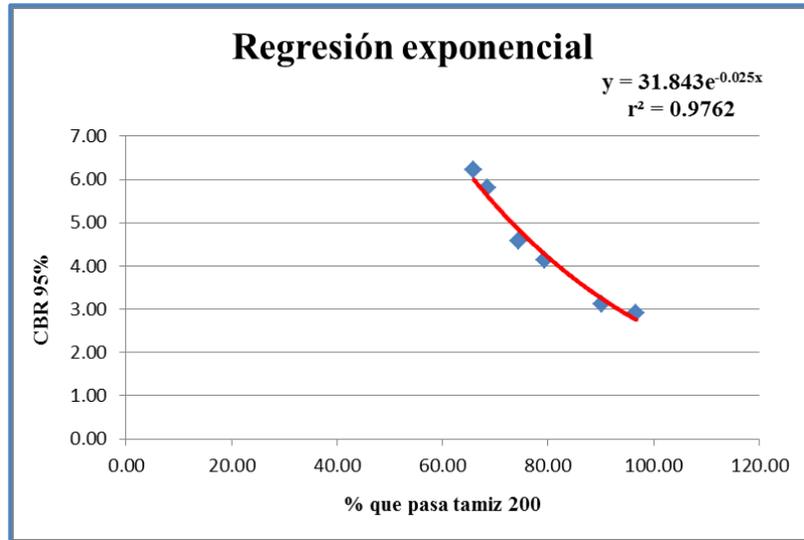
Fuente: Elaboración propia

3.3.7. Análisis Exponencial

Los resultados del análisis serán mostrados a continuación:

Análisis exponencial del grupo **A-6 (9)**, % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

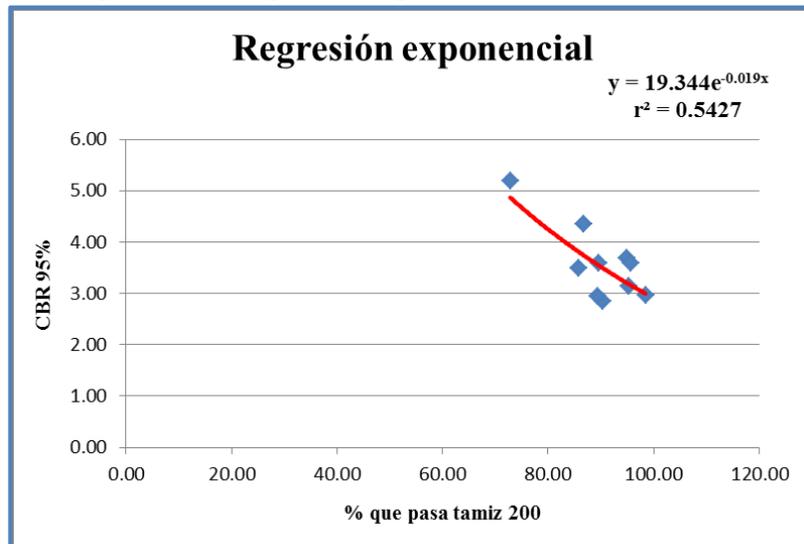
Figura 3.12. Regresión exponencial combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis exponencial del grupo **A-6 (10)**, % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

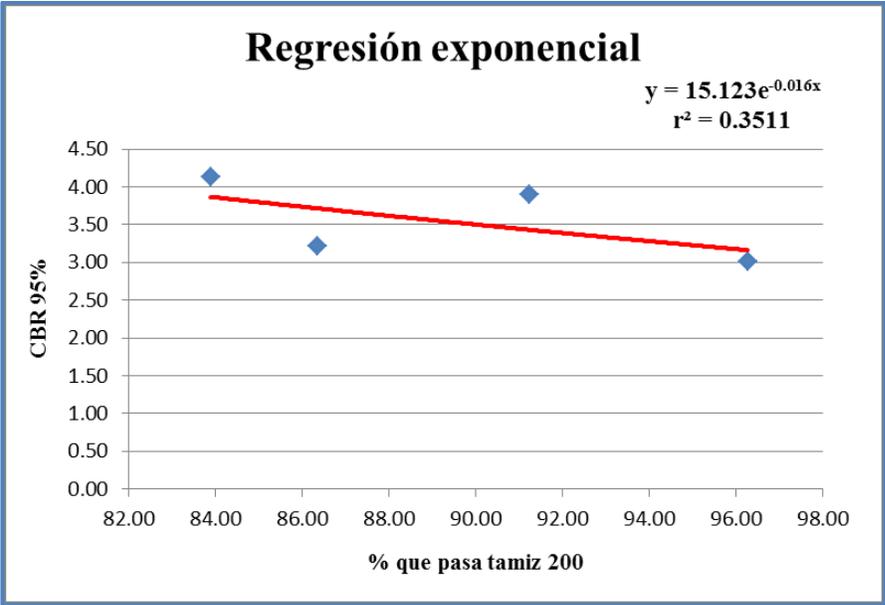
Figura 3.13. Regresión exponencial combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis exponencial del grupo A-6 (11), % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

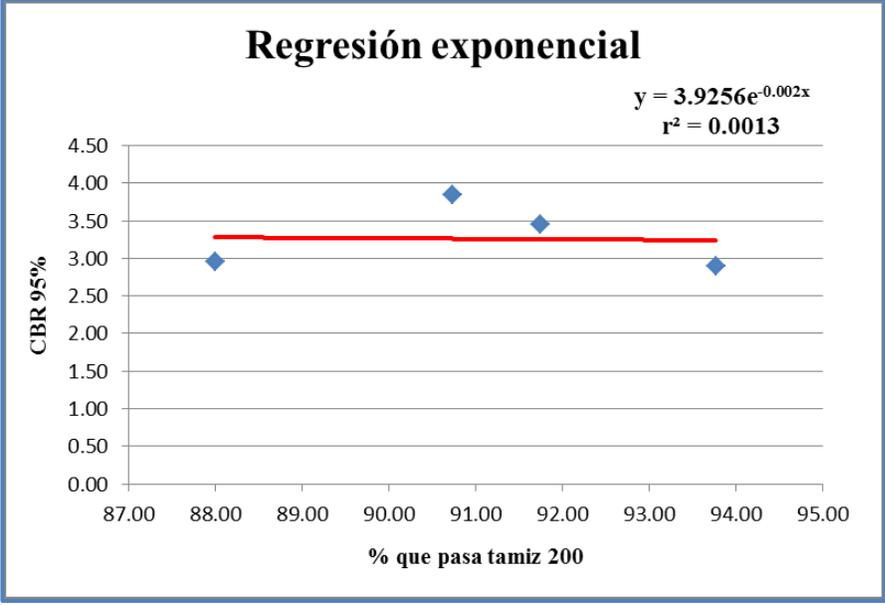
Figura 3.14. Regresión exponencial combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis exponencial del grupo A-6 (12), % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

Figura 3.15. Regresión exponencial combinación A-D



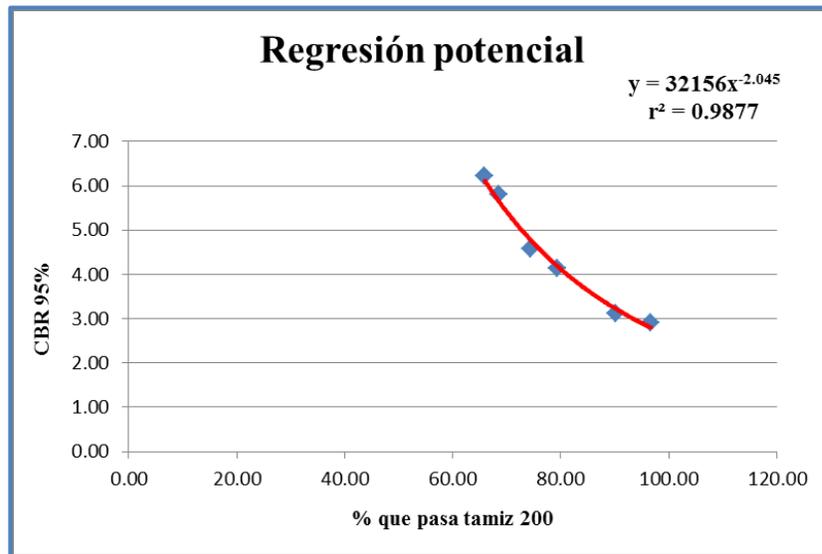
Fuente: Elaboración propia

3.3.7 Análisis Potencial

Los resultados del análisis serán mostrados a continuación:

Análisis potencial del grupo **A-6 (9)**, % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

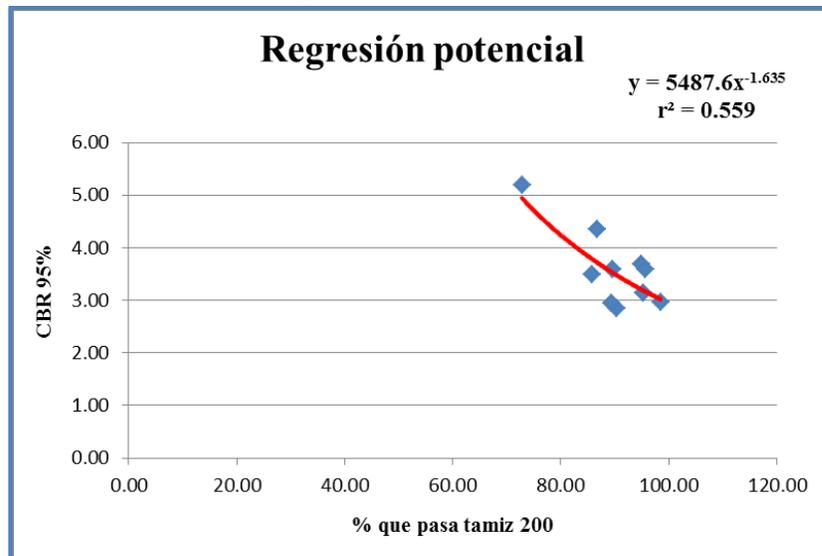
Figura 3.16. Regresión potencial combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis potencial del grupo **A-6 (10)**, % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

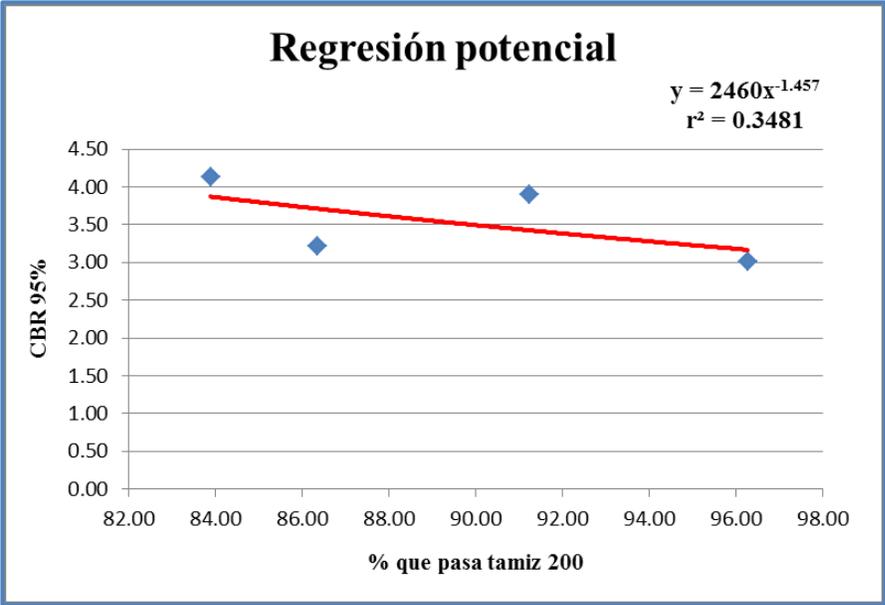
Figura 3.17. Regresión potencial combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis potencial del grupo A-6 (11), % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

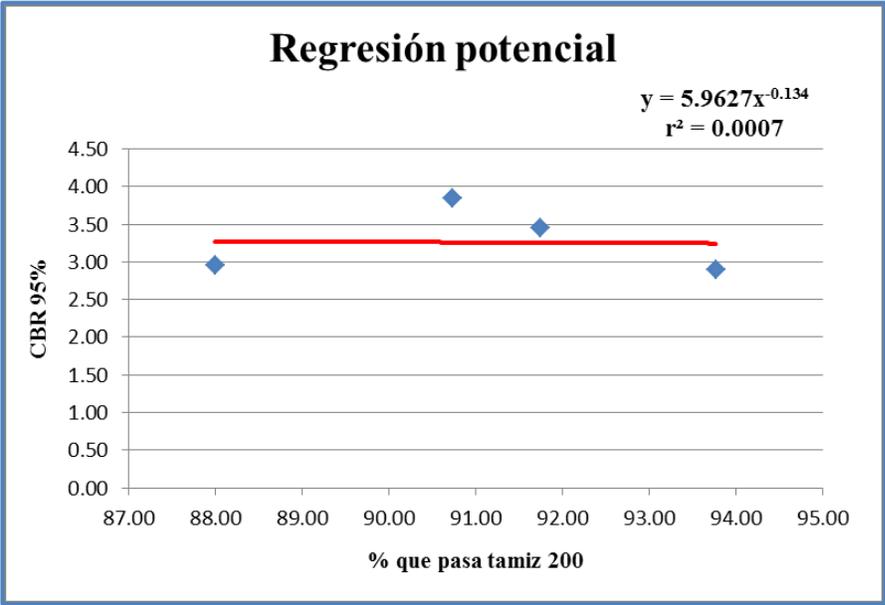
Figura 3.18. Regresión potencial combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

Análisis potencial del grupo A-6 (12), % que pasa el tamiz No 200 y CBR 95%.

Figura 3.19. Regresión potencial combinación A-D



Fuente: Elaboración propia

En este sub título se mostró las regresiones lineales y no lineales de las combinaciones de los parámetros geotécnicos del % que pasa el tamiz No 200 y el CBR al 95% de los grupos de suelos A-6 (9), A-6 (10), A-6 (11) y A-6 (12) el resto de las regresiones lineales y no lineales se encuentran detalladas en el anexo II.

3.4. Análisis de correlación lineal y no lineal

Una vez determinadas las ecuaciones de regresión lineal y no lineal, se debe verificar el coeficiente de correlación, que tiene por objeto estimar el grado de ajuste que tienen las curvas de ajuste, en función de la nube de puntos de cada combinación, este análisis de correlación se lo determina calculando el coeficiente de correlación, los valores de este coeficiente que estén comprendidos entre 0.70 y 1 demuestran que el ajuste de la gráfica de la curva es alto y que la ecuación encontrada se ajusta más a la nube de puntos.

A continuación se mostrará el cálculo de los coeficientes de correlación de las regresiones lineal, cuadrático, exponencial y potencial del grupo de suelos A-6 (9), de la combinación del % que pasa el tamiz No 200 y el CBR al 95%.

3.4.1. Cálculo del coeficiente de correlación lineal

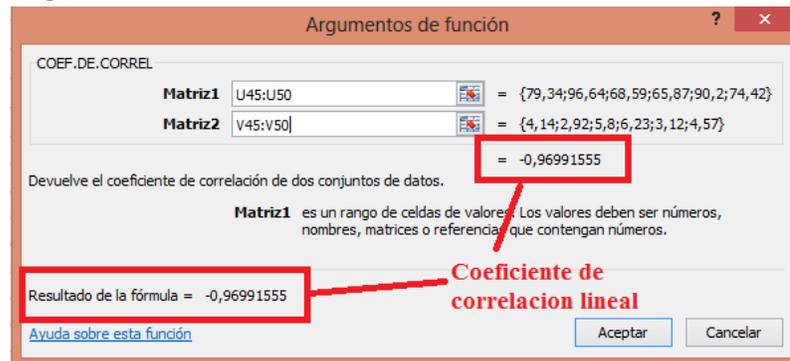
Para el cálculo del coeficiente de correlación lineal de la combinación del % que pasa el tamiz No 200 y el CBR al 95% se utilizara la herramienta del Excel, como se muestra en el siguiente procedimiento:

Tabla 3.15. Coeficiente de correlación lineal

Correlación lineal	
% que pasa tamiz 200	CBR 95 %
X	Y
79,34	4,14
96,64	2,92
68,59	5,80
65,87	6,23
90,20	3,12
74,42	4,57

Fuente: Elaboración propia

Figura 3.15. Cálculo del coeficiente de correlación con Excel



Fuente: Excel 2013

El coeficiente de correlaciones de la tabla 3.15 es el que sigue:

$$\underline{\underline{r = -0.969}}$$

3.4.2. Cálculo del coeficiente de correlación cuadrático

Para el cálculo del coeficiente de correlación cuadrático se utilizara la formula general y una tabla, como sigue a continuación:

Tabla 3.16. Coeficiente de correlación cuadrática

Correlación cuadrática					
% que pasa tamiz 200	CBR 95 %				
X	Y	Y_{med}	Y_{est}	$(Y_{est} - Y_{med})^2$	$(Y - Y_{med})^2$
79,34	4,14	4,46	3,94	0,269	0,1045
96,64	2,92	4,46	2,77	2,853	2,3819
68,59	5,80	4,46	5,64	1,378	1,7867
65,87	6,23	4,46	6,18	2,956	3,1211
90,20	3,12	4,46	2,99	2,182	1,8045
74,42	4,57	4,46	4,63	0,027	0,0114

Fuente: Elaboración propia

Donde el Y_{est} es el cálculo del Y estimado en función de la variable X, con ayuda de la ecuación determinada en el análisis de regresión.

$$y_{est} = 0.0032 \cdot x^2 - 0.6308 \cdot x + 33.849$$

Reemplazando datos en la ecuación general.

$$r = \sqrt{\frac{\sum (Y_{est} - Y_{med})^2}{\sum (Y - Y_{med})^2}} = \sqrt{\frac{9.66}{9.21}} = 0.997$$

r = 0.997

3.4.3. Cálculo del coeficiente de correlación exponencial

Se prepara la siguiente tabla, linealizando la ecuación aplicando logaritmos se puede utilizar el cálculo del coeficiente de correlación lineal del Excel.

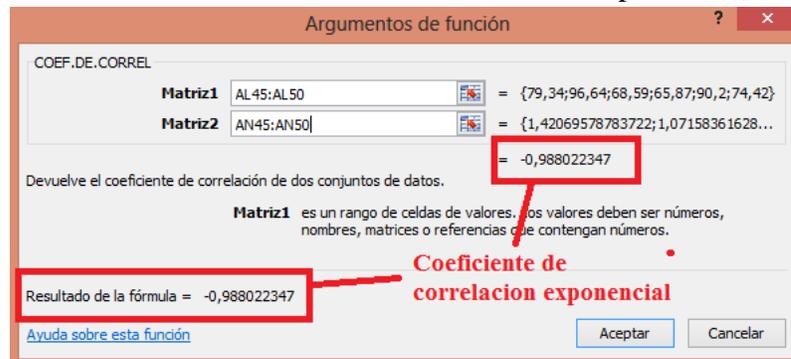
Tabla 3.17. Análisis de correlación exponencial

Correlación exponencial		
% que pasa tamiz 200	CBR 95 %	V=ln(X)
X	Y	V
79,34	4,14	1,421
96,64	2,92	1,072
68,59	5,80	1,758
65,87	6,23	1,829
90,20	3,12	1,138
74,42	4,57	1,520

Fuente: Elaboración propia

Cálculo del coeficiente de correlación exponencial.

Figura 3.16. Cálculo del coeficiente de correlación exponencial con Excel



Fuente: Elaboración propia

El valor del coeficiente de correlación es el que sigue:

$$\underline{\underline{r = -0.988}}$$

3.4.4. Cálculo del coeficiente de correlación potencial

Al igual que en el caso del cálculo del coeficiente de correlación exponencial, en el caso del cálculo del coeficiente potencial se usa un cambio de variable para convertir la ecuación en una lineal, usando en este caso logarítmicos de base diez, con este cambio de variable la ecuación queda en forma lineal y se puede usar el anterior procedimiento, como sigue a continuación:

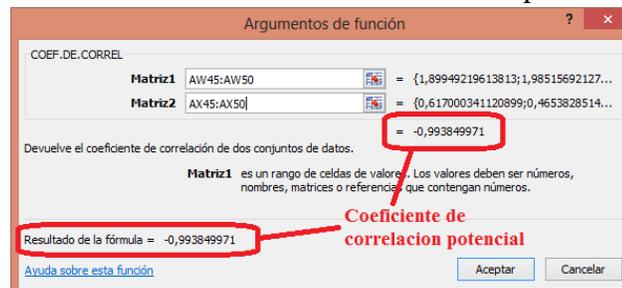
Tabla 3.18. Análisis de correlación potencial

Correlación potencial			
% que pasa tamiz 200	CBR 95 %	$U = \text{Log}(X)$	$V = \text{Log}(Y)$
X	Y	U	V
79,34	4,14	1,899492	0,617
96,64	2,92	1,985157	0,465383
68,59	5,80	1,836261	0,763428
65,87	6,23	1,818688	0,794488
90,20	3,12	1,955207	0,494155
74,42	4,57	1,87169	0,659916

Fuente: Elaboración propia

En este caso se puede aplicar el procedimiento anterior, y con ayuda del Excel se puede calcular el coeficiente de correlación potencial, con las columnas U y V , como se observa en la siguiente figura:

Figura 3.17. Cálculo de coeficiente de correlación potencial con Excel



Fuente: Elaboración propia

El resultado del cálculo del coeficiente de correlación es el siguiente:

$$\underline{\underline{r = -0.993}}$$

En el siguiente subtítulo se presentará los resultados del cálculo de los coeficientes de correlación, y sus respectivas ecuaciones de regresión no lineal, el procedimiento del cálculo del resto de los coeficientes de correlación se presenta en el anexo III.

3.4.7. Coeficientes de correlación lineal y no lineal

En las siguientes tablas se muestran las 72 ecuaciones lineales y no lineales y sus respectivos coeficientes de correlación:

Tabla 3.19. Regresiones y correlaciones para el grupo de suelos A-6(9)

N	Combinación	Ecuación de regresión	Coficiente de correlación
1	A-D	$y = -0.1083x + 13.041$	-0.969
2	A-D	$y = 0.0032x^2 - 0.6308x + 33.849$	-0.997
3	A-D	$y = 31.843e^{-0.025x}$	-0.988
4	A-D	$y = 32156x^{-2.045}$	-0.993
5	B-D	$y = 0.5674x - 3.5755$	0.893
6	B-D	$y = -0.0924x^2 + 3.3625x - 24.271$	0.930
7	B-D	$y = 0.7313e^{0.1249x}$	0.856
8	B-D	$y = 0.0284x^{1.8985}$	0.873
9	C-D	$y = -5.63x + 14.898$	-0.751
10	C-D	$y = 2.8816x^2 - 16.397x + 24.876$	-0.755
11	C-D	$y = 46.533e^{-1.286x}$	-0.748
12	C-D	$y = 18.54x^{-2.388}$	-0.749
13	A-B	$y = -0.1402x + 25.265$	-0.797
14	A-B	$y = 0.0117x^2 - 2.0344x + 1007$	-0.963
15	A-B	$y = 30.005e^{-0.01x}$	-0.813
16	A-B	$y = 450.16x^{-0.795}$	-0.839

17	A-C	$y = 0.0101x + 1.0574$	0.674
18	A-C	$y = -0.0006x^2 + 0.1004x - 2.5414$	0.739
19	A-C	$y = 1.2e^{0.0054x}$	0.675
20	A-C	$y = 0.2645x^{0.4454}$	0.681
21	B-C	$y = -0.051x + 2.5813$	0.606
22	B-C	$y = 0.0302x^2 - 0.9659x + 9.3526$	0.877
23	B-C	$y = 2.716e^{-0.027x}$	0.595
24	B-C	$y = 5.7817x^{-0.432}$	0.633

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.20. Regresiones y correlaciones para el grupo de suelos A-6(10)

N	Combinación	Ecuación de regresión	Coefficiente de correlación
25	A-D	$y = -0.0769x + 10.503$	-0.775
26	A-D	$y = 0.0031x^2 - 0.6045x + 32.929$	-0.810
27	A-D	$y = 19.34e^{-0.019x}$	-0.736
28	A-D	$y = 5487.6x^{-1.635}$	-0.747
29	B-D	$y = -0.1757x + 6.2034$	0.212
30	B-D	$y = -0.5459x^2 + 16.178x - 115.89$	0.420
31	B-D	$y = 7.4911e^{-0.051x}$	0.236
32	B-D	$y = 25.744x^{-0.736}$	0.230
33	C-D	$y = 3.3062x - 2.3154$	0.532
34	C-D	$y = -11.756x^2 + 45.178x - 39.455$	0.5819
35	C-D	$y = 0.6697e^{0.9307x}$	0.335
36	C-D	$y = 1.3449x^{1.6697}$	0.585
37	A-B	$y = 0.0161x + 13.454$	0.134
38	A-B	$y = 0.0022x^2 - 0.3585x + 29.377$	0.209
39	A-B	$y = 13.528e^{0.0011x}$	0.131
40	A-B	$y = 10.231x^{0.0833}$	0.122
41	A-C	$y = -0.0047x + 2.206$	-0.292
42	A-C	$y = -0.0002x^2 + 0.0345x + 0.5419$	-0.475

43	A-C	$y = 2.2886 e^{-0.003x}$	-0.309
44	A-C	$y = 5.0437 x^{-0.231}$	-0.302
45	B-C	$y = 0.0859 x + 1.477$	0.532
46	B-C	$y = -0.1077 x^2 + 0.9429 x - 0.16$	0.731
47	B-C	$y = 1.4942 e^{0.049x}$	0.539
48	B-C	$y = 1.3755 x^{0.2052}$	0.585

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.21. Regresiones y correlaciones para el grupo de suelos A-6(11)

N	Combinación	Ecuación de regresión	Coefficiente de correlación
49	A-D	$y = -0.0572 x + 8.6749$	-0.588
50	A-D	$y = -0.0033 x^2 + 0.5443 x - 18.335$	-0.599
51	A-D	$y = 15.123 e^{-0.016x}$	-0.592
52	A-D	$y = 2460 x^{-1.457}$	-0.590
53	B-D	$y = -0.889 x + 19.295$	-0.974
54	B-D	$y = -0.889 x + 19.295$	-0.973
55	B-D	$y = 300.1 e^{-0.254x}$	-0.974
56	B-D	$y = 0.00006 x^{-4.441}$	-0.973
57	C-D	$y = -3.8573 x + 10.709$	-0.652
58	C-D	$y = 257.93 x^2 - 936.69 x + 852.03$	-0.896
59	C-D	$y = 25.281 e^{-1.062x}$	-0.342
60	C-D	$y = 11.564 x^{1.926}$	-0.642

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.22. Regresiones y correlaciones para el grupo de suelos A-6(12)

N	Combinación	Ecuación de regresión	Coefficiente de correlación
61	A-D	$y = -0.0066 x + 3.88$	0.034
62	A-D	$y = -0.0935 x^2 + 16.969 x - 766.49$	0.959
63	A-D	$y = 3.9256 e^{-0.002x}$	0.036

64	A-D	$y = 5.9627 x^{-0.134}$	0.026
65	B-D	$y = 0.0835 x + 4.9515$	0.215
66	B-D	$y = 0.0835 x + 4.9515$	0.215
67	B-D	$y = 5.053 e^{-0.022x}$	0.188
68	B-D	$y = 12.104 x^{-0.438}$	0.188
69	C-D	$y = -7.7183 x + 17.846$	0.757
70	C-D	$y = 357.12 x^2 - 1368.6 x + 1313.8$	0.994
71	C-D	$y = 276.71 e^{-2.354x}$	0.768
72	C-D	$y = 56.786 x^{-4.502}$	0.771

Fuente: Elaboración propia

3.5. Valoración del análisis no lineal

Después de hacer un análisis a las tablas 3.18 a 3.20 se puede determinar que las ecuaciones 2, 6, 14, 22, 26, 54, 60, 62 y 70 son las ecuaciones que tienen un ajuste alto porque su coeficiente de correlación es mayor a 0.70 e inferior a 1, esto demuestra que el grado de ajuste es bueno, entonces las ecuaciones del análisis no lineal de los suelos expansivos son las siguientes:

Tabla 3.23. Resultado del análisis lineal y no lineal suelos A-6 (9)

Variable independiente, dato de laboratorio (x)	Variable dependiente se estima con la ecuación no lineal (y)	Ecuación no lineal
% que pasa tamiz 200	CBR 95%	$y = 0.0032 x^2 - 0.6308 x + 33.849$
índice de plasticidad	CBR 95%	$y = -0.0924 x^2 + 3.3625 x - 24.271$
% que pasa tamiz 200	índice de plasticidad	$y = 0.0117 x^2 - 2.0344 x + 1007$
índice de plasticidad	Densidad seca máx.	$y = 0.0302 x^2 - 0.9659 x + 9.3526$

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.24. Resultado del análisis lineal y no lineal suelos A-6 (10)

Variable independiente, dato de laboratorio (x)	Variable dependiente se estima con la ecuación no lineal (y)	Ecuación no lineal
% que pasa tamiz 200	CBR 95%	$y = 0.0031x^2 - 0.6045x + 32.929$

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.25. Resultado del análisis lineal y no lineal suelos A-6 (11)

Variable independiente, dato de laboratorio (x)	Variable dependiente se estima con la ecuación no lineal (y)	Ecuación no lineal
índice de plasticidad	CBR 95%	$y = 300.1 \cdot e^{-0.254 \cdot X}$

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3.26. Resultado del análisis lineal y no lineal suelos A-6 (12)

Variable independiente, dato de laboratorio (x)	Variable dependiente se estima con la ecuación no lineal (y)	Ecuación no lineal
% que pasa tamiz 200	CBR 95%	$y = -0.0935x^2 + 16.969 - 766.49$
Densidad seca máx.	CBR 95%	$y = 357.12x^2 - 1368.6x + 1313.8$

Fuente: Elaboración propia

Como se puede apreciar, con estas ecuaciones se puede estimar valores para la densidad sea máxima de compactación y el CBR al 95%, en función del porcentaje

que pasa el tamiz 200 y del índice de plasticidad, y que además son ecuaciones aplicables a los suelos finos del valle central.

Esto no quiere decir que estas ecuaciones son 100% confiables, y se recomienda siempre realizar ensayos de laboratorio, queda al criterio del proyectista el emplear estas ecuaciones.

3.6. Número de muestras

Para estimar el número de muestras y verificar el si estas tienen la cantidad necesaria para el análisis se tomó en cuenta el grupo de suelos A-6 (9) y A-6 (10), porque estos grupos cuentan con un mayor número de muestras.

Para el número de muestras del grupo A-6 (9) se calcula con el coeficiente de correlación.

$$n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2} + z_{1-\beta}}{\frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right)} \right)^2 + 3$$

Dónde:

$z_{1-\alpha/2}$ = Coeficiente de seguridad = 1.96 al 95% de seguridad.

$z_{1-\beta}$ = Poder estadístico = 0.84.

r = coeficiente de correlación = 0.9

Remplazando datos en la ecuación, se obtiene:

$$n = \left(\frac{1.96 + 0.84}{\frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{1+0.9}{1-0.9} \right)} \right)^2 + 3 = 6$$

$$\underline{\underline{n = 6}}$$

Con esto se demuestra que el número de muestras del grupo A-6 (9) es suficiente para el análisis de correlación, por el número de muestras del grupo es de 6.

Para el segundo grupo de suelos se procedió de igual forma en entonces del grupo A-6 (10).

$$n = \left(\frac{1.96 + 0.84}{\frac{1}{2} \cdot \ln \left(\frac{1 + 0.8}{1 - 0.8} \right)} \right)^2 + 3$$

$$\underline{\underline{n = 9}}$$

El valor del coeficiente es nueve lo que significa que el número de muestras para este análisis es de 9 y el número de muestras es 10 por lo tanto esta en perfecta concordancia.

4. CAPITULO IV APLICACIÓN PRÁCTICA Y COMPARACIÓN

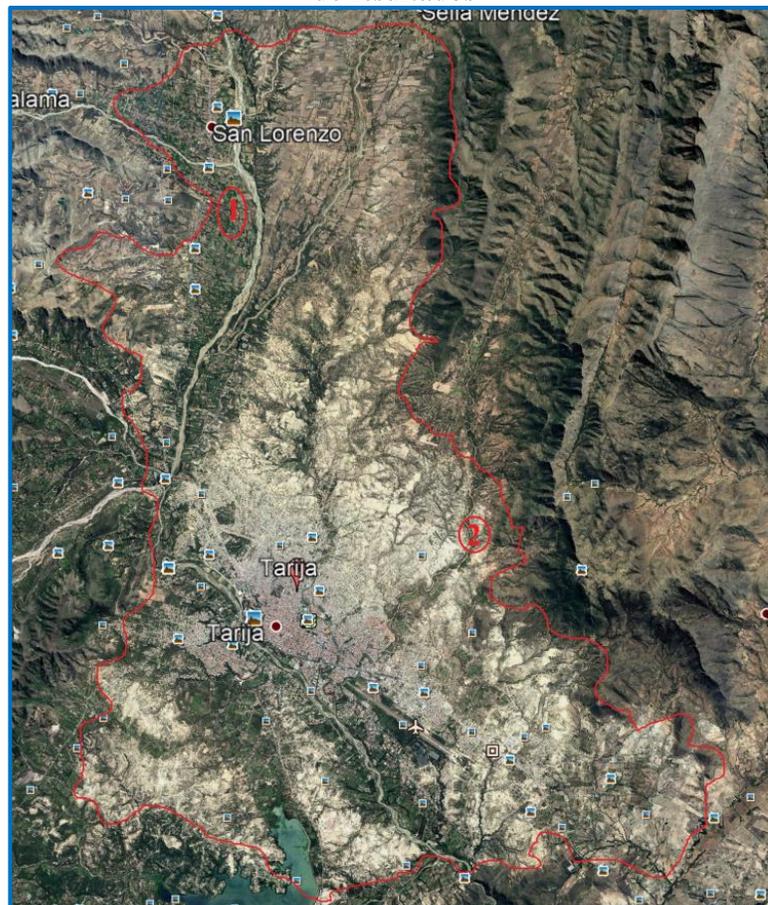
4.1. Determinación de sitios y extracción muestras

Para realizar la aplicación práctica de las ecuaciones no lineales, con alto nivel de correlación, determinadas en el capítulo III, se extrajeron 4 muestras adicionales, de dos sitios ajenos al análisis, pero que se encuentran dentro del valle central de Tarija, el procedimiento de selección de sitios fue diferente al del capítulo III.

Los sitios de extracción de muestras son: Bordo mollar (1) y el barrio santa rosa (2).

Y se procedió a extraer dos muestras de cada lugar, los sitios elegidos para la extracción de muestras para la comparación se presentan en la siguiente figura:

Figura 4.1. Sitios de extracción de muestras para la aplicación práctica y comparación de resultados



Fuente: google Heard

4.2. Resultados de laboratorios

Para las cuatro muestras se realizaron los ensayos de granulometría, límites de Atterberg, compactación modificado T-180, y CBR. Como también la clasificación de los mismos.

Al igual que en el capítulo III se tomaron en cuenta solo los resultados y las características mecánicas de los suelos expansivos empleados en el diseño de pavimentos y en concreto los que serán utilizados en el empleo de las ecuaciones no lineales, los cuales son el porcentaje que pasa el tamiz No 200, el índice de plasticidad, la densidad seca máxima y el CBR al 95%, en la siguiente tabla se muestran estos resultados:

TABLA 4.1. Resultados de ensayos de laboratorios para análisis de comparación

Sitios de extracción de muestras	Clasificación	% que pasa tamiz 200	Índice de plasticidad	Densidad seca máx.	CBR 95%
bordo mollar-punto2	A-6(8)	82	12	1.89	4.1
santa rosa-punto1	A-6(9)	96	16	1.83	3.56
santa rosa-punto2	A-6(11)	91	14	1.78	3.45
bordo mollar-punto1	A-6(11)	89	13	1.87	4.2

Fuente: Elaboración propia

Es con estos resultados de acuerdo a su clasificación **A-6(9)** se estimaran el índice de plasticidad y el CBR, en función del % que pasa el tamiz No 200.

También con los mismos resultados se estimaran la densidad seca máxima y el CBR, en función del índice de plasticidad.

Y por último con acuerdo a su clasificación **A-6(11)** se estimara el CBR en función del índice de plasticidad y la densidad seca máxima, los ensayos completos de laboratorio de estas muestras, se encuentran el anexo I,

4.3. Estimación de características mecánicas de los suelos expansivos utilizando las ecuaciones de regresión no lineal

En este subtítulo se aplicaran las ecuaciones determinadas en el análisis de regresión y seleccionadas con el análisis de correlación.

Tabla 4.2. Combinación, ecuaciones no lineales del grupo A-6(9)

Variable independiente, dato de laboratorio (x)	Variable dependiente se estima con la ecuación no lineal (y)	Ecuación no lineal
% que pasa tamiz 200	CBR 95%	$y = 0.0032 x^2 - 0.6308 x + 33.849$
índice de plasticidad	CBR 95%	$y = -0.0924 x^2 + 3.3625 x - 24.271$
% que pasa tamiz 200	índice de plasticidad	$y = 0.0117 x^2 - 2.0344 x + 100.7$
índice de plasticidad	Densidad seca máx.	$y = 0.0302 x^2 - 0.9659 x + 9.3526$

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.3. Combinación, ecuaciones no lineales del grupo A-6(10)

Variable independiente, dato de laboratorio (x)	Variable dependiente se estima con la ecuación no lineal (y)	Ecuación no lineal
% que pasa tamiz 200	CBR 95%	$y = 0.0031 x^2 - 0.6045 x + 32.929$

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.4. Combinación, ecuaciones no lineales del grupo A-6(11)

Variable independiente, dato de laboratorio (x)	Variable dependiente se estima con la ecuación no lineal (y)	Ecuación no lineal
índice de plasticidad	CBR 95%	$y = 300.1e^{-0.254x}$

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.5. Combinación, ecuaciones no lineales del grupo A-6(12)

Variable independiente, dato de laboratorio (x)	Variable dependiente se estima con la ecuación no lineal (y)	Ecuación no lineal
% que pasa tamiz 200	CBR 95%	$y = -0.0935x^2 + 16.969 - 766.49$
Densidad seca máx.	CBR 95%	$y = 357.12x^2 - 1368.6x + 1313.8$

Fuente: Elaboración propia

4.3.1. Cálculo de parámetros geotécnicos con las ecuaciones no lineales del grupo A-6 (9).

Cálculo del CBR en función del % que pasa el tamiz No 200, para este cálculo se utilizará el resultado del % que pasa el tamiz 200 con la clasificación del suelo A-6 (9) de los ensayos de la tabla 4.1, para las cuatro muestras.

Se utilizará la siguiente ecuación no lineal:

$$y = 0.0032x^2 - 0.6308x + 33.849$$

$$y = 0.0032(96)^2 - 0.6308(96) + 33.849$$

$$\underline{\underline{y = 2.78}}$$

Calculo del CBR en función del índice de plasticidad de (16).

$$y = -0.0924x^2 + 3.3625x - 24.271$$

$$y = -0.0924(16)^2 + 3.3625(16) - 24.271$$

$$\underline{\underline{y = 5.97\%}}$$

Cálculo del índice de plasticidad en función del % que pasa tamiz 200 de (96).

$$y = 0.0117x^2 - 2.0344x + 100.7$$

$$\underline{\underline{y = 13.22}}$$

Cálculo de la densidad seca máx. en función del índice de plasticidad de (16).

$$y = 0.0302x^2 - 0.9659x + 9.3526$$

$$\underline{\underline{y = 1.62 \text{ gr} / \text{cm}^3}}$$

4.3.2. Calculo de parámetros geotécnicos con las ecuaciones no lineales del grupo A- 6 (11).

Calculo del CBR al 95% en función del índice de plasticidad, para este cálculo se utilizara el resultado del índice de plasticidad de (14) con la clasificación del suelo A-6(11) de los ensayos de la tabla 4.1, para las cuatro muestras.

Se utilizara la siguiente ecuación no lineal:

$$y = 300.1e^{-0.254x}$$

$$y = 300.1e^{-0.254(14)}$$

$$\underline{\underline{y = 8.56}}$$

Calculo del CBR al 95% en función del índice de plasticidad de (13).

$$y = 300.1e^{-0.254x}$$

$$\underline{\underline{y = 11.046\%}}$$

4.4. Comparación de valores estimados con las ecuaciones de regresión no lineal y los obtenidos con pruebas de laboratorio

La comparación de los diferentes valores estimados en base de las ecuaciones no lineales serán comparados por los obtenidos mediante ensayos de laboratorio.

Tabla 4.6. Comparación de resultados de las ecuaciones con las pruebas de laboratorio del grupo A-6 (9)

Grupo A-6 (9)	Ecuaciones no lineales	Laboratorio
Santa rosa punto 1	CBR 95 % estimada con el % que pasa el tamiz No 200	CBR - AASTHO T-193
	2,78%	3,56%
	CBR 95 % estimada con el índice de plasticidad	CBR - AASTHO T-193
	5,97%	3,56%
	IP estimada con el % que pasa el tamiz No 200	Limites de Atterberg ASTM D4318
	13,22%	16,00%
	Densidad seca máx. estimada con el IP	Compactación AASTHO T-180
	1,62%	1,83%

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.7. Comparación de resultados de las ecuaciones con las pruebas de laboratorio del grupo A-6 (11)

Grupo A-6 (11)	CBR 95 % estimada con el índice de plasticidad	CBR - AASTHO T-193
Santa rosa punto 2	8,56%	3,45%
Bordo el mollar punto 1	11,04%	4,20%

Fuente: Elaboración propia

Con esto se demuestra que aunque las ecuaciones se ajustan a las regresiones y los parámetros guarden una relación no lineal, estas no son del todo confiables a la hora de aplicarlas, teniendo un margen de error de más del 50 % en algunas ecuaciones, quedando descartadas en especial las del grupo A-6 (11), que es una ecuación exponencial.

Se puede observar que las ecuaciones cuadráticas son más exactas a la hora de utilizarlas.

5. CAPITULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES

Se concluye que:

- Existen relaciones no lineales entre las características mecánicas de los suelos expansivos del valle central de Tarija y que al agruparlos por su clasificación, a estos suelos finos, se obtienen mejores ajustes de regresión, los resultados del análisis corresponden a ecuaciones con coeficientes de correlación arriba de ± 0.95 y se muestran en la siguiente tabla:

Grupo A-6 (9)		
x	y	Ecuaciones resultantes
% que pasa tamiz 200	CBR 95%	$y = 0.0032x^2 - 0.6308x + 33.849$
índice de plasticidad	CBR 95%	$y = -0.0924x^2 + 3.3625x - 24.271$
% que pasa tamiz 200	índice de plasticidad	$y = 0.0117x^2 - 2.0344x + 1007$
índice de plasticidad	Densidad seca máx.	$y = 0.0302x^2 - 0.9659x + 9.3526$
Grupo A-6 (10)		
x	y	Ecuaciones resultantes
% que pasa tamiz 200	CBR 95%	$y = 0.0031x^2 - 0.6045x + 32.929$
Grupo A-6 (11)		
x	y	Ecuaciones resultantes
índice de plasticidad	CBR 95%	$y = 300.1 \cdot e^{-0.254 \cdot X}$
Grupo A-6 (12)		
x	y	Ecuaciones resultantes
% que pasa tamiz 200	CBR 95%	$y = -0.0935x^2 + 16.969x - 766.49$
Densidad seca máx.	CBR 95%	$y = 357.12x^2 - 1368.6x + 1313.8$

Esta tabla representa los resultados del análisis de regresión y correlación no lineal de los parámetros geotécnicos de los cuatro grupos determinados para esta investigación.

- Los sitios de extracción son idóneos para investigación por que pertenecen a lugares por donde se emplazaran pavimentos.
- Los resultados son los esperados para suelos de grano fino, en base a las guías de laboratorio y se encuentran detallados en el anexo I.
- El número de muestras es el adecuado comprobado mediante el análisis del número de muestras en función del coeficiente de correlación dando valores inferiores o iguales al número de muestras por grupo.
- Se demostró la hipótesis realizando regresiones y correlaciones no lineales y se comprobó que existen relaciones entre los parámetros geotécnicos de los suelos expansivos del valle central de Tarija, y que existe relaciones y semejanzas entre los suelos finos por el proceso de su formación y el medio geográfico en el que se encuentran.

5.2. RECOMENDACIONES

Se recomienda que:

- La utilización de las ecuaciones no lineales determinadas en el capítulo III, sean usadas solo a suelos expansivos del valle central de Tarija de acuerdo a su clasificación.
- Estas ecuaciones no lineales no pretenden sustituir a los ensayos de laboratorio si no que es un método solo de estimación de parámetros geotécnicos, que busca ser una herramienta de comparación o determinación, pero queda a responsabilidad del proyectista el empleo de las mismas en un proyecto de diseño estructural de pavimentos.
- Se necesita por lo menos realizar el ensayo granulométrico y el de límites de Atterberg para emplear las ecuaciones no lineales.
- Estas ecuaciones solo son aplicables a suelos de grano fino o suelos arcillosos haciendo la clasificación previa de los suelos para diseño el de pavimentos.

Bibliografía

- AASTHO-93. (s.f.). *Diseño de pavimentos 93*”, Instituto Boliviano del cemento y el hormigón. Bolivia.
- ANGUAS, P. G. (s.f.). *Mecánica de Materiales para Pavimentos*. Publicación técnica N° 197.
- BUCIO, M. B. (s.f.). *Introducción a la mecánica de suelos en vías terrestres*. Sanfandila, Qro,2202.
- CIRO, M. B. (s.f.). *Estadística básica aplicada” cuarta edición*.
- Das, B. M. (2007). *Principios de ingeniería de fundaciones cuarta edición*. Mexico: Sengage .
- Das, B. M. (mayo de 2001). “*Fundamentos de Ingeniería Geotécnica*”. Mexico: Thomson Learning.
- ELIZABET, V. D. (s.f.). *Estadística básica para universitarios*. EUNSA.
- George, C. (junio 2006). *Probabilidad y estadística aplicaciones y métodos*. Mexico: Editorial fortaleza .
- IRWIN, M. (s.f.). *Probabilidad y estadística para ingenieros*.
- José, S. C. (Junio 2012). *Apuntes de estadística para ingenieros” tercera edición* .
- PATRONE, J. (s.f.). *La acción de los suelos expansivos sobre las cimentaciones*.
- SABOGAL, F. S. (s.f.). *Evaluación de subrasante Modulo6*.
- TERZAGUI Karl, P. R. (2001). *Mecánica de Suelos en la Ingeniería Practica*. España: El Ateneo S.A.
- Víctor, C. C. (mayo 2010). *Estadística y probabilidades*. Editorial Leonardo .

